

МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Башкирский государственный педагогический университет
им. М.Акмуллы»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
к практическим занятиям студентов

специальность: 21.02.19 Землеустройство
дисциплина: БП.04 История

разработал: Абросимова М.Н.
преподаватель Колледжа БГПУ им.М.Акмуллы

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методическая рекомендация к выполнению практических занятий по дисциплине БП.04 История разработана для студентов специальности 21.02.19 Землеустройство

Содержание методических рекомендаций по истории БП.04 История направлено на достижение следующих целей:

Результаты обучения	Показатели освоённости компетенций
<i>Знает:</i> - Хронология, работа с хронологией: указывать хронологические рамки и периоды ключевых процессов, даты важнейших событий отечественной и всеобщей истории, соотносить год с веком, устанавливать последовательность и длительность исторических событий. - Исторические факты, работа с фактами: характеризовать место, обстоятельства, участников, результаты важнейших исторических событий, группировать (классифицировать) факты по различным признакам. - Основные этапы и ключевые события истории России и мира с древности до наших дней. - Выдающиеся деятели отечественной и всеобщей истории. - Важнейшие достижения культуры и системы ценностей, сформировавшиеся в ходе исторического развития. - Основные виды исторических источников (письменные, визуальные, вещественные).	- Знание основных этапов, процессов и ключевых событий истории. - Знание и применение терминологии. - Объяснение причин и следствий событий. - Применение исторических и историко-культурных знаний в социальной практике. - Умение работать с хронологией: знать смысл понятий «век», «тысячелетие», «до нашей эры», «наша эра», даты важнейших событий. - Умение работать с фактами: знать исторические факты и сущность исторических явлений, процессов, относить события, явления, процессы, понятия, имена исторических деятелей к определённому государству, цивилизации. - Умение анализировать, объяснять исторические события, явления. - Рассмотрение исторических версий и оценок, определение своего отношения к наиболее значимым событиям и личностям прошлого.
<i>Умеет:</i> - Некоторые умения, которыми должны овладеть учащиеся: - Работать с исторической картой: находить и показывать на карте природные и исторические объекты	- Ценностно-смысловые - Некоторые показатели сформированности ценностно-смысловых компетенций в процессе изучения истории: - Умение принимать решения,

(расселение человеческих общностей, территории древнейших цивилизаций, места важнейших событий), используя легенду карты. - Работать с историческими источниками: называть и различать основные типы источников, приводить примеры источников разных типов, извлекать из письменного источника исторические факты (имена, названия событий, даты). - Описывать исторические события и памятники культуры: рассказывать (устно или письменно) об исторических событиях и их участниках, характеризовать условия и образ жизни, занятия людей в различные исторические эпохи, составлять описание исторических объектов, памятников на основе текста и иллюстраций учебника, дополнительной литературы, макетов. - Анализировать, объяснять, оценивать исторические факты и явления: различать факт (событие) и его описание (факт источника, факт историка), соотносить единичные исторические факты и общие явления, выделять характерные, существенные признаки исторических событий и явлений, раскрывать смысл, значение важнейших исторических понятий, сравнивать исторические события и явления, выявлять их сходство и различия, излагать суждения о причинах и следствиях исторических событий. - Работать с версиями, оценками: приводить оценки исторических событий и личностей, изложенные в учебной литературе, определять и объяснять (аргументировать) своё отношение к наиболее значимым событиям и личностям в истории и их оценку.	ставить цель и определять направление своих действий и поступков. - Способность видеть и понимать окружающий мир, ориентироваться в нём, осознавать свою роль и предназначение. - Умение выбирать ценностные, целевые и смысловые установки для своих действий. - Способность к диалогу: умение задавать вопросы, опираясь на смысл прочитанного текста. Осознанность своей роли и предназначения: с помощью выводов по прочитанному или услышанному материалу, сочинений-рассуждений, рассказа или дневниковых записей от «первого лица». Проектная работа по истории, в ходе которой даются ценностные установки: решить социально-значимую проблему (на основе исторического опыта), определить причину появления той или иной информации, степень её полезности лично для обучающегося и его окружения. - Умение получать и использовать знания в области национальной и общечеловеческой культуры, духовно-нравственных основ жизни человека и человечества, отдельных народов. - Умение получать и использовать знания о культурологических основах семейных, социальных, общественных явлений и традиций. - Умение изучать исторические источники с последующим их осмыслением: письменные, вещественные, архитектурные источники. - Умение решать проблемные и

- Применять исторические знания в общении, социальной среде: использовать знания об истории и культуре своего и других народов в общении с людьми в школе и внешкольной жизни как основу диалога в поликультурной среде, способствовать сохранению памятников истории и культуры (участвовать в создании школьных музеев, учебных и общественных мероприятиях по поиску и охране памятников истории и культуры).	творческие задания. Осваивать навыки решения проблемных задач следует постепенно, переходя от простых приёмов к более сложным. - Умение самостоятельно формировать свою позицию по той или иной проблеме, защищать её и аргументировано обосновывать.

СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

по дисциплине БП. 04 История

Практическая работа № 1. Тема: «Россия и мир в годы Первой мировой войны».

Практическая работа № 2. Тема: «СССР в 20-е годы. Новая экономическая политика».

Практическая работа № 3. Тема: «Начало Второй мировой войны. Начальный период Великой Отечественной войны (июнь 1941 – осень 1942)».

Практическая работа № 4. Тема: «Мир и международные отношения в годы холодной войны (вторая половина XX века)».

Практическая работа № 5. Тема: «Советское общество в середине 1960-х – начале 1980-х гг.».

Практическая работа № 6. Тема: «Политика «перестройки». Распад СССР (1985–1991 гг.)».

Практическая работа № 7. Тема: «Экономическое и политическое развитие стран Запада во второй половине XX в».

Практическая работа № 8. Тема: «Становление новой России (1992–1999 гг.)».

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ
по дисциплине БП. 04 История

Практическая работа № 1 Тема 1.1 Россия и мир в годы Первой мировой войны

Цель: систематизировать знания по причинам Первой мировой войны, ее ходу и последствиям для всех государств мира и прежде всего для России; проследить участие России в войне.

1. Составьте цепочку-схему локальных конфликтов, приведших к Первой мировой войне (начиная с 1905 г.) в хронологическом порядке.
2. Назовите причины и повод к войне:
3. Заполните таблицу «Россия в первой мировой войне»

Дата	Восточный фронт Основные военные операции (силы, цель, ход, результат)	Западный фронт Основные военные операции (силы, цель, ход, результат)
1914		
1915		
1916		
1917		

Практическая работа № 2 Тема 2.1. СССР в 20-е годы. Новая экономическая политика.

Цель: выявление причин и сущность новой экономической политики, определение основных направлений общественно политического и государственного развития СССР в 20-30 годы.

1. Заполните таблицу

	Причины нэпа	Меры правительства	Итоги нэпа
Экономика			
Политика			
Социальные отношения			
Культура			

Практическая работа № 3 Тема 3.1 Начало Второй мировой войны.

Начальный период Великой Отечественной войны (июнь 1941 – осень 1942).

Цель: охарактеризовать международное положение и отношения в 20-30-е гг. XX в.; Закрепить навыки работы по заполнению таблиц, анализа исторических документов; установить причинно-следственные связи между явлениями и историческими процессами.

1. Заполните таблицу «Военно-политические планы сторон накануне войны».

Страны	Планы

Практическая работа № 4 Тема 4.1. Мир и международные отношения в годы холодной войны (вторая половина XX века)

Цель: Выяснить и усвоить понятие «холодная война», причины ее возникновения, ее влияние на международные отношения и последствия для развития мировой политики

1. Выясните значение понятия «холодная война» и ее основные черты. Раскрыть причины «холодной войны», выявить виновников ее развязывания, выводы представить в таблице.

2. Определить последствия «холодной войны» для мировой политики. Подтвердить фактами из учебника свои выводы. Приготовить презентацию наработанного материала.

Практическая работа № 5 Тема 4.4 Советское общество в середине 1960-х – начале 1980-х гг.

Цель: актуализировать представления об эпохе «застоя»

1. Подготовить устное сообщение о персоналии Л.И. Брежнева.
2. Раскрыть понятие «диссидент», провести исторические параллели. Подготовить устные сообщения о персоналиях: А. Сахаров, А. Солженицын.

Практическая работа № 6 Тема 4.5. Политика «перестройки». Распад СССР (1985–1991 гг.)

Цель: на основе текста раскрыть основные направления, особенности, результаты внутренней политики СССР в годы «Перестройки», определить положительные и отрицательные стороны этого процесса; закрепить навыки работы по заполнению таблиц, анализа текста; установить причинно-следственные связи между явлениями и историческими процессами.

1. Заполните таблицу. Выберите из списка положительные и отрицательные стороны Перестройки.

Положительная сторона	Отрицательная сторона

1. Предприятиям дана хозрасчетная самостоятельность.
 2. Низкое качество сырья.
 3. Отсутствие стимулов для высокой производительности.
 4. Сокращение объемов производства.
 5. Рост денежной массы в наличном обращении.
 6. Инфляция.
 7. Разрешена кооперация.
 8. Ослаблен государственный контроль за народным хозяйством.
 9. Распад производственных связей между предприятиями разных союзных республик .
 10. Выросла политика гласности.
 11. Очереди.
 12. Распределение продуктов по талонам.
 13. Борьба с алкоголизмом.
 14. Альтернативные выборы на государственные посты.
 15. Разоблачение коррупции партийного руководства.
 16. Публикация ранее запрещенных произведений.
 17. Снижение смертности.
2. Используя текст, ответьте на вопросы.
1. Каковы результаты «перестройки»?
 2. Каков уровень жизни населения?
 3. Удалось ли предотвратить кризис?

4. Сохранила ли партия авторитет у народа?
5. Сумел ли Горбачев воплотить свои идеи в жизнь общества и создать благоприятный международный климат, не потерять контроль над ситуацией в стране?

Практическая работа № 7 Тема 4.6 Экономическое и политическое развитие стран Запада во второй половине XX в

Цель: определить специфические черты политического и экономического развития Западной Европы в первые послевоенные годы.

1. Чем отличались западноевропейские конституции 1940-х гг. от предшествующих конституций? Чем объяснялись их особенности?
2. Объясните почему в западноевропейских странах в первые послевоенные годы проводилась национализация? Каковы были ее особенности?

Практическая работа № 8 Тема 5.1. Становление новой России (1992–1999 гг.)

Цель: раскрыть основные направления, особенности, результаты экономического развития России на рубеже XX-XXI вв.; закрепить навыки работы по заполнению таблиц, анализа текста; установить причинно-следственные связи между явлениями и историческими процессами. Определить приоритетные направления развития экономики РФ на современном этапе; дать характеристику инновационным процессам; охарактеризовать роль инноваций в современном мире.

1. Заполните таблицу «Экономическое развитие России»

Конец 90-ых годов XX века	Начало XXI века

2. Используя текст, ответьте на вопросы.

- а) Почему курс на радикальное обновление экономики России получил название «шоковая терапия»?
- б) Какие изменения произошли в России в период правления президента Ельцина?
- в) Как эти изменения повлияли на жизнь общества?
- г) Какие могли быть альтернативные варианты выхода из экономического кризиса?

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Основные печатные и/или электронные издания

1. Мединский История. История России. 1914—1945 годы: 10-й класс: базовый уровень: учебник Мединский В. Р., Торкунов А. В.

2. История России, 1946 год — начало XXI века: 11-й класс: базовый уровень (под общей редакцией В. Р. Мединского): учебник

2. Дополнительные источники

1. Сороко-Цюпа О.С., Сороко-Цюпа А.О. История. Всеобщая история. Новейшая история.1914-1945 гг.:10-й класс: базовый уровень: учебник. — 3-е изд., стер. — Москва : Издательство Просвещение, 2023.

2. Сороко-Цюпа О.С., Сороко-Цюпа А.О. История. Всеобщая история. Новейшая история.1946-начало XXI в.:11-й класс: базовый уровень: учебник. — 3-е изд., стер. — Москва: Издательство Просвещение, 2023.

3. Шубин А.В., Мягков М.Ю., Никифоров Ю.А. и другие; под общей редакцией Мединского В.Р. История России.1914-1945 годы: 10-й класс: базовый уровень: учебник. — Москва: Издательство Просвещение, 2023.

4. Шубин А.В., Мягков М.Ю., Никифоров Ю.А. и другие; под общей редакцией Мединского В.Р. История России.1946- начало XXI в: 11-й класс: базовый уровень: учебник. — Москва: Издательство Просвещение, 2023.

5. Геосинхрония (Атлас всемирной истории) – <http://www.ostu.ru>
(historyatlas.narod.ru)

6. Российский электронный журнал «Мир истории» -
<http://www.historia.ru>

МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Башкирский государственный педагогический университет им.М.Акмуллы»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
к практическим занятиям студентов (самостоятельным работам студентов)

специальность: 21.02.19 Землеустройство
дисциплина: Физическая культура

разработал: Вильданов С.Ю.
преподаватель Колледжа БГПУ им. М.Акмуллы

2026 г.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методическая рекомендация к выполнению практических занятий по дисциплине БП.05 Физическая культура разработана для студентов специальности 21.02.19 Землеустройство.

Содержание методических рекомендаций по учебному предмету БП.05 Физическая культура направлено на достижение следующих целей:

Результаты обучения	Показатели освоения компетенций
<i>Знает:</i> роль физической культуры в общекультурном, профессиональном и социальном развитии человека; основы здорового образа жизни; условия профессиональной деятельности и зоны риска физического здоровья для данной профессии; правила и способы планирования системы индивидуальных занятий физическими упражнениями различной направленности	понимает роль физической культуры в общекультурном, профессиональном и социальном развитии человека; ведёт здоровый образ жизни; понимает условия деятельности и знает зоны риска физического здоровья для данной профессии; проводит индивидуальные занятия физическими упражнениями различной направленности
<i>Умеет:</i> использовать физкультурно-оздоровительную деятельность для укрепления здоровья, достижения жизненных и профессиональных целей; применять рациональные приемы двигательных функций в профессиональной деятельности; пользоваться средствами профилактики перенапряжения, характерными для данной профессии/специальности.	использует физкультурно-оздоровительную деятельность для укрепления здоровья, достижения жизненных и профессиональных целей; применяет рациональные приемы двигательных функций в профессиональной деятельности; пользуется средствами профилактики перенапряжения, характерными для данной профессии/специальности.

**СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ
(САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ)
по дисциплине БП.05 Физическая культура**

Практическое занятие 1. Социально - биологические основы физической культуры и здоровый образ жизни. Понятие здорового образа жизни (Самостоятельная работа).

Практическое занятие 2. Подготовка сообщений на тему физическая культура и как она влияет на здоровье человека.

Практическое занятие 3. Закаливающие мероприятия.

Практическое занятие 4. Пьер де Кубертен – основатель современного олимпийского движения.

Практическое занятие 5. Волейбол - как средство развития координационных способностей.

**ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ
(САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ)
по дисциплине БП.05 Физическая культура**

Практическое занятие 1. Социально - биологические основы физической культуры и здоровый образ жизни. Понятие здорового образа жизни.

Цель: – усвоение понятий ЗОЖ физической культуре.

Здоровый образ жизни следует рассматривать как активную и целенаправленную форму поведения, которая обеспечивает сохранение и длительное поддержание физического и психического здоровья. Здоровье является важнейшей ценностью человека. Всемирной организацией здравоохранения принято следующее определение здоровья: «Здоровье – это состояние полного физического, душевного и социального благополучия, а не только отсутствие болезней и физических недостатков».

Задание:

1. Сформируйте структуру деятельности (ЗОЖ).
2. Распишите понятие и связь каждого элемента, путем построения «Лестницы».
3. Ваше понимание термина «ЗОЖ» в физической культуре.
4. Объясните значение слова «ЗОЖ» в физической культуре.
5. Понимание слова «Здоровый образ жизни». Приведите примеры ЗОЖ.
6. Что понимаете под «Социально-биологические основы» в физической культуре.? Приведите примеры.
7. «Результаты» деятельности. Конкретные решения.
8. Выполните выводы по данному заданию.
9. Работа выполняется в тетради для самостоятельных работ или на флешкарте.
10. Работа рассчитана на 4 часа.

Форма контроля: Сдача тетрадей

Практическое занятие 2. Подготовка сообщений на тему физическая культура и как она влияет на здоровье человека.

Цель: закрепить знания в области физической культуры в жизни человека

Задание:

1. Повторите тему «История физической культуры» по электронному учебнику [Н.В. Решетников, Ю.Л. Кислицын «Физическая культура.](#) учебник для студентов СПО/ ИН.В.Решетников, Ю.Л.Кислицын– Санкт-Петербург: Профессия, 2023.- 152 с.
2. Выберите имя выдающегося деятеля в области физической культуры.
3. Изучите биографию личности деятеля в области физической культуры.
4. Познакомьтесь с трудами деятеля.
5. Используя возможности ЭБС, АБИС. проекта МАРС АРБИКОН,ЭК составьте портрет деятеля разного периода времени развития физической культуры.
6. Выявите интересные факты из биографии.
7. Подготовленные учебные издания для студентов. Значение.
8. Составьте текст сообщения по теме, проведите научное и литературное редактирование.
9. Оформите список использованных источников и литературы.
10. Продумайте приложения.
11. Время на подготовку (4 часа). Выполняем в тетради для самостоятельных работ.

Форма контроля: Сдача тетрадей

Практическое занятие 3. Закаливающие мероприятия

Цель: тренировка защитных сил организма и выработка способности быстро адаптироваться к новым условиям.

Задание:

1. Продумайте вопросы для закрепления темы:
2. Составьте кроссворд на тему Закаливающие мероприятия. 15 вопросов по горизонтали и 15 вопросов по вертикали. Основываясь на ФГОС.
3. Работа рассчитана на 4 часа самостоятельной работы студента.
4. Выполняется в тетради для СР.

Форма контроля: Сдача тетрадей

Практическое занятие 4. Пьер де Кубертен – основатель современного олимпийского движения

Цель: изучить роль и значение великого деятеля в области физической культуры.

Задание:

1. Повторите по конспекту тему «Пьер де Кубертен – основатель современного олимпийского движения».

1а. Выявите электронные издания, используя возможные электронные ресурсы.

2. Выполните библиографическое описание каждого Пьера де Кубертена.

3. Охарактеризуйте только электронные издания по теме:

- Название источника
- Орган издания. ФИО главного редактора. Периодичность.
- Цель подготовки, читательский адрес .
- Отражаемые темы. Специфика.
- Фамилии авторов публикаций.
- Сайт журнала.
- Имеется ли подписка на весь журнал или на отдельные статьи?
- Указан ли электронный адрес? Номера телефонов для связи? Цель?

5. Выберите одну публикацию из каждого периодического издания , сформируйте аналитическое библиографическое описание по всем правилам, выполните рекомендательную аннотацию. Сделайте выводы.

6. Работу выполните в тетради для самостоятельных работ. Отведенное время: 4 часа.

Форма контроля: Сдача тетрадей

Практическое занятие 5. Волейбол - как средство развития координационных способностей

Цель: развитие и совершенствование координационных способностей обучающихся на уроке физической культуры.

Задание:

1. Составить конспект урока на тему координационные способности у обучающихся на уроках физической культуры.

2. Разработать план урока на тему «Волейбол - как средство развития координационных способностей».

3. Составить доклад на тему «Волейбол - как средство развития координационных способностей»

Работа рассчитана на 4 часа.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Основные печатные и/или электронные издания

1. Бишаева А.А. Физическая культура: учебник [для всех специальностей СПО] /А.А. Бишаева. - [7-е изд., стер.] - Москва: Издательский дом Академия, 2020.-320с.-ISBN 978-5-4468-9406-2 - Текст: непосредственный

2. Физическая культура: учебник и практикум для среднего профессионального образования / А. Б. Муллер [и др.]. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 424 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-02612-2. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511813>

3. Конеева, Е. В. Физическая культура: учебное пособие для среднего профессионального образования / Е. В. Конеева [и др.]; под редакцией Е. В. Конеевой. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2024. — 609 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-18616-1. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/545162>

Дополнительные источники

1. Аллянов, Ю. Н. Физическая культура: учебник для среднего профессионального образования / Ю. Н. Аллянов, И. А. Письменский. — 3-е изд., испр. — Москва: Издательство Юрайт, 2024. — 450 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-18496-9. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/535163>

2. Общая физическая подготовка в рамках самостоятельных занятий студентов : учебное пособие для среднего профессионального образования / М. С. Эммерт, О. О. Фадина, И. Н. Шевелева, О. А. Мельникова. — 2-е изд. — Москва: Издательство Юрайт, 2024. — 129 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-15669-0. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/544814>

Ягодин, В. В. Физическая культура: основы спортивной этики : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. В. Ягодин. — Москва: Издательство Юрайт, 2024.

МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Башкирский государственный педагогический университет им.М.Акмуллы»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
к практическим занятиям студентов

специальность: 21. 02. 19 Землеустройство
предмет: «БП.08 Физика»

разработал: Михайлова В.Д.
преподаватель Колледжа БГПУ им.М.Акмуллы

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методическая рекомендация к выполнению практических занятий по предмету «БП.08 Физика» по специальности 21. 02. 19 Землеустройство.

Пояснительная записка

Методические указания к практическим работам по предмету «БП.08 Физика» предназначены для студентов по направлению подготовки 21.02.19 Землеустройство.

Цель методических указаний: оказание помощи студентам в выполнении практических работ по дисциплине «БП.08 Физика»

Содержание методических рекомендаций по учебному предмету «БП.08 Физика» направлено на достижение следующих целей:

Результаты обучения	Показатели освоённости компетенций
В результате выполнения практических работ студенты должны Знать: - основополагающие физические понятия, закономерности, законы и теории; - физические термины и символики; - основные методы научного познания, используемыми в физике: наблюдением, описанием, измерением, экспериментом	Настоящие методические указания содержат практические работы, которые позволят студентам закрепить теорию по наиболее сложным разделам курса и направлены на формирование следующих компетенций: - Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес. - Организовывать собственную деятельность, исходя из цели и способов ее достижения, определенных руководителем. - Анализировать рабочую ситуацию, осуществлять текущий и итоговый контроль, оценку и коррекцию собственной деятельности, нести ответственность за результаты своей работы.
Уметь: - обрабатывать результаты измерений, обнаруживать зависимость между физическими величинами, объяснять полученные результаты и делать выводы; – решать физические задачи; – применять полученные знания для объяснения условий протекания физических явлений в природе, профессиональной сфере и для принятия	- Осуществлять поиск информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач. - Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности. - Работать в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, клиентами.

практических решений в повседневной жизни; - формировать собственную позицию по отношению к физической информации, получаемой из разных источников. Описание каждой практической работы содержит: тему, цели работы, краткую теорию, примеры решения задач и порядок выполнения лабораторной работы, а так же задачи для самостоятельного решения и контрольные вопросы, с целью выявить и устранить недочёты в освоении рассматриваемой темы. Для получения дополнительной, более подробной информации по изучаемым вопросам, приведено учебно-методическое и информационное обеспечение.	

2. Инструкция по технике безопасности

В кабинете запрещается применять:

- металлическую ртуть и приборы с содержанием ртути,
- генераторы УВЧ на октальных лампах,
- индукционные катушки ИВ-50, ИВ-100,
- приборы для демонстрации электроискровой обработки металлов,
- выпрямители алюминиевые,
- катушки Томсона,
- эвдиометры ЭВД,
- фотореле на фотосопротивлениях,
- парообразователи металлические,
- приборы для определения коэффициента линейного расширения металлов,
- электронагревательные приборы с открытой спиралью на напряжение переменного тока более 42 В.

II. Требования безопасности перед началом работы

1. Проверить готовность рабочих мест перед началом учебных занятий.
2. Проверить исправность электроосвещения, оборудования и приборов.
3. Не допускать нахождения в кабинете учащихся без учителя.
4. Проветрить кабинет.
5. Следить за чистотой и порядком в кабинете.

III. Требования безопасности во время работы

1. Разработать памятки-инструкции по выполнению лабораторно-практических работ для учащихся.
2. Соблюдать личную безопасность при работе с электрическим током.
3. Подавать напряжение на рабочие места не более 42В.
4. Следить за соблюдением рабочего порядка на местах.

IV. Требования безопасности в аварийных ситуациях

1. В случае возникновения аварийной ситуации, угрожающей жизни и здоровью учащихся принять меры к срочной их эвакуации.
2. Сообщить о происшедшем администрации и приступить к её ликвидации.
3. В случае травматизма оказывать первую помощь пострадавшим.
4. При внезапном заболевании учащегося, вызвать медработника.

V. Требования безопасности по окончании работы

1. После окончания учебного занятия, все физические приборы, лабораторное оборудование убрать в лаборантскую.
2. Отключить подачу электроэнергии от рабочих мест.
3. Привести в порядок своё рабочее место.
4. Выключить электроосвещение и закрыть кабинет на ключ.
5. В случае проявления каких-либо недостатков, обнаруженных во время учебных занятий известить об этом администрацию.

Практическая работа №1

Введение. Основные правила техники безопасности в кабинете физики при изучении темы «Механика».

Цель:

- проверка знаний, умений и навыков по теме «техника безопасности»
- знание основ безопасности и сохранения жизни навыков и умений при работе с физическими приборами;
- формирование умений логически мыслить, работать самостоятельно при решении задач по теме «Механика».

Краткая теория

Механика - часть физики, в которой изучаются закономерности механического движения и причины, вызывающие или изменяющие это движение.

Основу классической механики составляют *кинематика, динамика и законы сохранения*.

Основная задача механики – определение положения тела в любой момент времени.

Кинематика рассматривает виды движения тел без учета причин, его вызывающих.

Механическое движение – изменение положения тела в пространстве относительно других тел с течением времени.

Материальная точка – это тело, размерами и формой которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

Система отсчета – совокупностью тела отсчета, системы координат и связанных с ними часов.

Тело отсчета – произвольно выбранное тело (его считают неподвижным), относительно которого определяют положение других тел.

С телом отсчета связывают **систему координат**, простейшей из которых является **декартова система координат**.

Положение тела определяется в пространстве - тремя координатами (x,y,z), на плоскости – двумя координатами (x,y), на прямой – одной координатой (x).

Часы в системе отсчета должны быть неподвижны относительно тела отсчета.

Поступательным движением тела *называется движение*, при котором *все точки тела движутся одинаково*

Относительность движения — это зависимость кинематических характеристик (перемещение, скорость, ускорение) от выбора системы отсчета.

Траектория движения материальной точки — непрерывная линия, описываемая материальной точкой (телом) относительно выбранной системы отсчета.

Виды движений: прямолинейное равномерное, прямолинейное равноускоренное, криволинейное.

Прямолинейное движение

Определения: Движение по прямой траектории называется **прямолинейным**.

Характеристики прямолинейного движения

Прямолинейное равномерное движение – это движение, при котором тело за равные промежутки времени совершает *одинаковые перемещения*.

1. **Путь** – длина траектории; l (м)
2. **Перемещение** – направленный отрезок, соединяющий начальное положение тела с его последующим положением; s (м): $\vec{s} = \vec{v}t$
3. **Скорость** равна отношению перемещения s за время t к этому промежутку времени. $\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t}$
4. **Координата точки** x (м): $x = x_0 + s_x$

Прямолинейное равноускоренное движение – это движение, при котором тело

за равные промежутки времени *изменяет свою скорость* на одну и ту же величину.

1. **Ускорение** – величина, равная отношению изменения скорости за время t к этому времени:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$$

2. **Мгновенная скорость** – скорость в данный момент времени: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$
3. **Средняя скорость** - : $\vec{v}_{cp} = \frac{\vec{s}}{t}$
4. **Перемещение:** $\vec{s} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}$
5. **Координата точки:** $x = x_0 + s_x$

Свободное падение

Свободным падением называется движение тела под действием силы притяжения Земли или любой другой планеты.

Вблизи планеты все тела падают с одним и тем же ускорением, которое называется ускорением свободного падения.

Обозначается буквой g (м/с²); $g = 9,8 \text{ м/с}^2 \approx 10 \text{ м/с}^2$.

$$\vec{h} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{g}t^2}{2}, \text{ где } h - \text{высота падения (подъема)}.$$

Графики прямолинейного равномерного движения

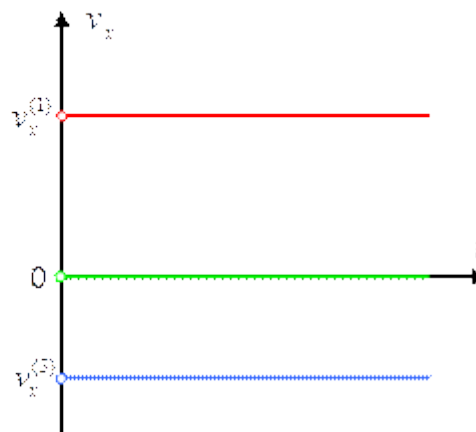
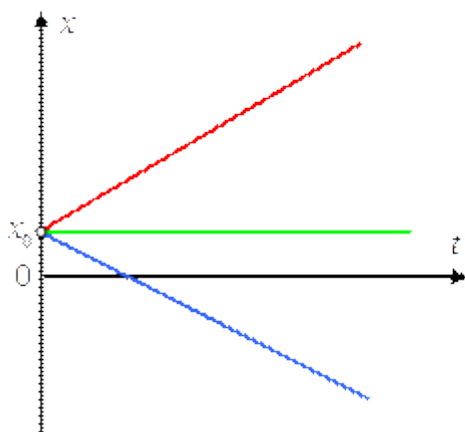


График зависимости координаты тела от времени: $x = x(t)$

от времени: $x = x(t)$

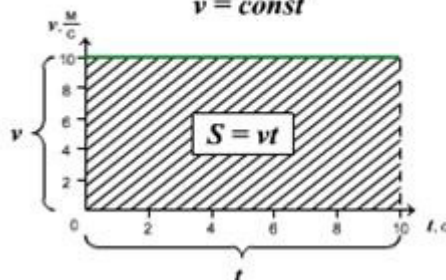
На левом графике изображена зависимость координаты трех разных движущихся тел от времени. Красный график соответствует случаю, когда скорость тела направлена в ту же сторону, что и ось координат. Зеленый график соответствует случаю покоящегося тела. Синий – случаю, когда скорость противоположно направлена к оси координат. Точка x_0 , в которой каждый из трех графиков пересекает ось Ox , – это начальная координата тела.

На правом графике изображены зависимости скоростей тела от времени. Поскольку при равномерном прямолинейном движении скорости тел не меняются, графики являются прямыми, параллельными оси времени. Красный график соответствует положительной скорости (скорость направлена в ту же сторону, что и ось координат), зеленый график соответствует покоящемуся телу (скорость постоянна и равна нулю), а синий – отрицательной скорости (скорость противоположно направлена оси координат).

График зависимости проекции скорости тела от времени: $v_x = v(t)$

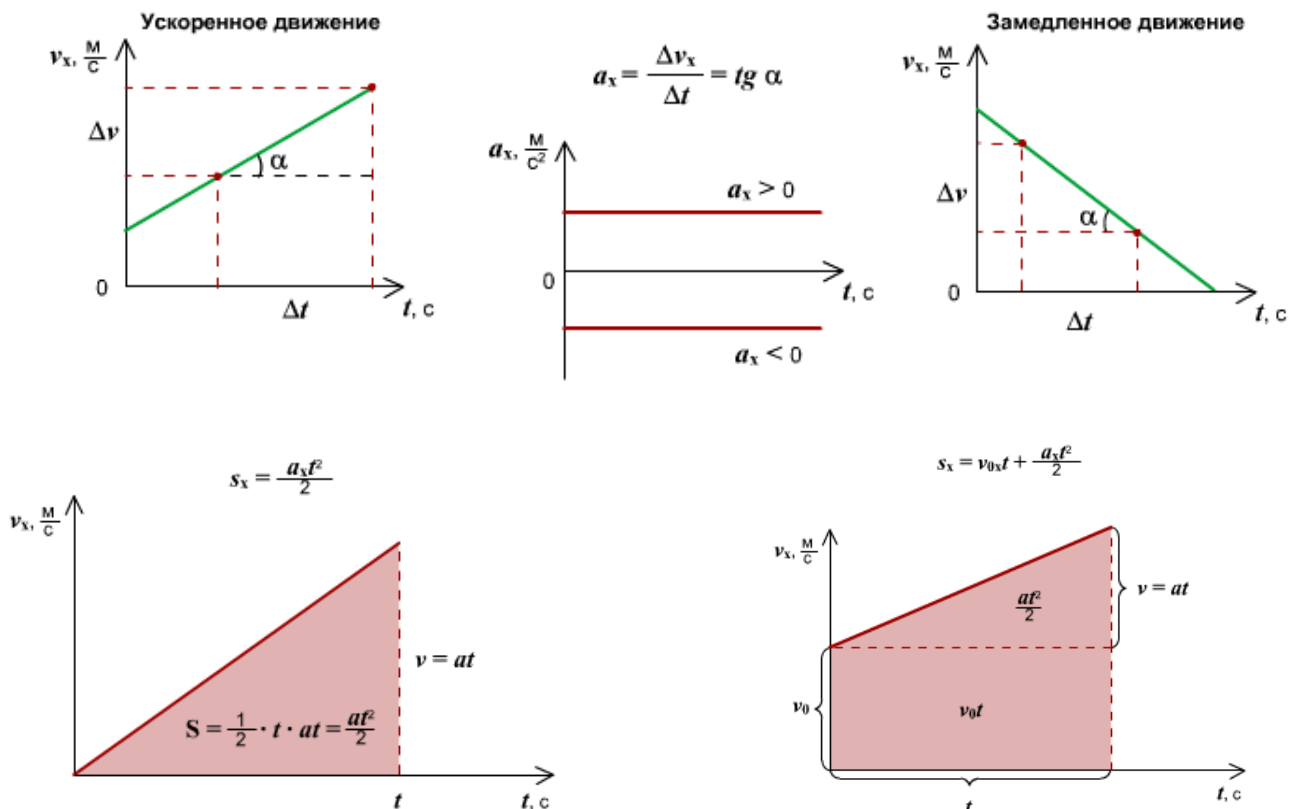
от времени: $v_x = v(t)$

График зависимости скорости тела от времени при равномерном движении
 $v = const$



Правило определения пути по графику $v(t)$: Численное значение перемещения (пути) – это площадь прямоугольника под графиком скорости.

Графики прямолинейного равноускоренного движения



Правило определения пути по графику $v(t)$: Путь тела - это площадь треугольника (или трапеции) под графиком скорости.

Практическая часть

Алгоритм решения задач

1. Прочитайте внимательно задачу.
2. Запишите условие задачи с помощью буквенных обозначений.
3. Переведите все значения величин в систему СИ (если это необходимо).
4. Выполните поясняющий рисунок или схему (при необходимости).
5. Решите задачу в общем виде.
6. Проверьте правильность выведенной вами формулы по наименованию величин.
7. Выполните вычисления.
8. Запишите ответ.

Примеры решения задач.

I. Прямолинейное движение.

1. Два велосипедиста выехали из одного населенного пункта в противоположном направлении. Через сколько часов расстояние между ними окажется 108 км, если один двигался со скоростью 12 км/ч, а другой - 15 км/ч?

Решение.

Найдем скорость удаления $\vartheta = \vartheta_1 + \vartheta_2 = 12 \frac{км}{ч} + 15 \frac{км}{ч} = 27 \frac{км}{ч}$. $t = \frac{s}{v} = \frac{108 км}{27 \frac{км}{ч}} = 4 ч$

2. При равноускоренном движении автомобиля в течение 6 с его скорость изменилась от 11 м/с до 17 м/с. Чему равен модуль ускорения автомобиля?

Дано: $v_0 = 11 \text{ м/с}$ $v = 17 \text{ м/с}$ $t = 6 \text{ с}$	Решение. $a = \frac{v - v_0}{t}$
Найти: a -?	$a = \frac{17-11}{6} = 1 \text{ (м/с}^2\text{)}$ Ответ: 1

3. Поезд отходит от станции. Какое перемещение совершит он за 10 с, двигаясь с ускорением $0,2 \text{ м/с}^2$?

Дано: $v_0 = 0 \text{ м/с}$ $a = 0,2 \text{ м/с}^2$ $t = 10 \text{ с}$	Решение. $s = \frac{at^2}{2}$
Найти: s -?	$s = \frac{0,2 \cdot 10^2}{2} = 10 \text{ (м)}$ Ответ:

4. Автомобиль проехал 270 км со скоростью 90 км/ч, а потом еще 140 км со скоростью 70 км/ч. Какова средняя скорость на всем пути?

Дано: $s_1 = 270 \text{ км}$ $v_1 = 90 \text{ км/ч}$ $s_2 = 140 \text{ км}$ $v_2 = 70 \text{ км/ч}$ Найти: v_{cp} - ?	Решение. $v_{cp} = \frac{s}{t}; \quad s = s_1 + s_2 = 270 + 140 = 410 \text{ (км)}$ $t = t_1 + t_2; \quad t_1 = s_1 / v_1 = 270 / 90 = 3 \text{ (ч)}$ $t_2 = s_2 / v_2 = 140 / 70 = 2 \text{ (ч)} \quad t = 3 + 2 = 5 \text{ (ч)}$ $v_{cp} = 410 / 5 = 82 \text{ (км/ч)}$ Отсееет: 82 (км/ч)

5. На рисунке представлен график зависимости проекции скорости от времени для движущегося тела. По данному рисунку запишите эту зависимость аналитически.

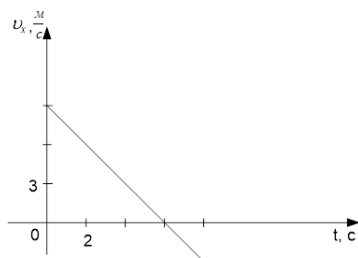


Рис. Иллюстрация к задаче

Решение

Зависимость является прямой, так как тело двигалось равноускоренно. Зависимость скорости от времени при равноускоренном движении выглядит следующим образом:

$$v_x(t) = v_{0x} + a_x \cdot t$$

Для того чтобы записать эту зависимость для данного тела, необходимо найти проекцию начальной скорости v_{0x} и проекцию ускорения a_x .

Начальная скорость – это скорость, в начальный момент времени, то есть при $t = 0$.

На данном графике видно, что начальная скорость равна $v_{0x} = 9 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ (цена одного деления на оси проекции скорости – $3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$).

Формула для нахождения проекции ускорения: $a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t}$

Начальная скорость v_{0x} нам известна, а v_x определим в произвольный момент времени. В данном случае удобно определить скорость v_x в точке пересечения прямой с осью времени. Скорость в этой точке равна нулю $v_x = 0$. Время, за которое скорость изменилась с $9 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ до $0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, определим по графику. Это время равно $t = 6 \text{ с}$ (цена одного деления на оси времени – 2 с).

Подставляем полученные данные в формулу проекции ускорения:

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t} = \frac{0 - 9}{6} = -1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Подставляем значение проекции начальной скорости и ускорения в закон изменения проекции скорости со временем:

$$v_x = 9 - 1,5t$$

Ответ: $v_x = 9 - 1,5t$

Самостоятельная работа

по теме «Кинематика»

Вариант 1

- В каком из следующих случаев движение тела можно рассматривать как движение материальной точки?**
 - Вращение детали, обрабатываемой на токарном станке.
 - Выступление спортсмена по фигурному катанию.
 - Полет самолета, совершающего рейс Москва-Владивосток.
- Какими величинами определяется положение тела в пространстве?**
 - Координатами.
 - Временем.
 - В. Расстоянием.
- Что такое перемещение?**
 - Направленный отрезок прямой, соединяющий начальное положение тела с его последующим положением.
 - Линия, соединяющая начальное положение тела с его последующим положением.
 - В. Длина траектории.
- Какое движение называется прямолинейным равномерным?**
 - Движение тела, при котором все его точки движутся неодинаково.
 - Движение тела, при котором оно за равные промежутки времени совершает одинаковые перемещения.

В. Движение тела, при котором оно за одинаковые промежутки времени проходит неравные пути.

5. Что такое ускорение?

А. . Величина, равная отношению изменения перемещения к промежутку времени, в течение которого это изменение произошло.

Б. Величина, равная отношению изменения скорости к промежутку времени, в течение которого это изменение произошло.

В. Величина, равная отношению изменения пути к промежутку времени, в течение которого это изменение произошло.

6. Велосипедист, двигаясь равномерно, проезжает 20м за 2с. Определите, какой путь он проедет при движении с той же скоростью за 10с.

А. 60 м

Б. 150 м

В. 100 м

7. На рисунке 1 приведен график зависимости пути при движении велосипедиста от времени. Определите по этому графику путь, который проехал велосипедист за 4с.

А. 12 м

Б. 9 м

В. 15 м

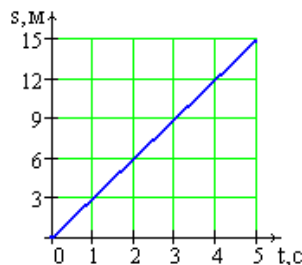


рис.1

8. По графику (см. рис.1) определите скорость движения велосипедиста в момент времени $t = 2$ с.

А. 3 м/с

Б. 6 м/с

В. 10 м/с

9. Запишите уравнение движения $x = x(t)$ тела, график которого изображен на рис.1.

А. $x = 15 + 5 t$

Б. $x = 3 t$

В. $x = - 3 t$

10. Движение тела описывается уравнением $x = 4 - t$. Определите начальную координату тела и модуль скорости движения.

11. Два велосипедиста выехали из одного населенного пункта в противоположном направлении. Через сколько часов расстояние между ними окажется 81 км, если один двигался со скоростью 12 км/ч, а другой - 15 км/ч?

12. Поезд трогаясь с места за 4 с набрал скорость 36 км/ч. С каким ускорением он разгонялся и какой путь прошел за это время?

Самостоятельная работа по теме «Кинематика»

Вариант 2

1. **Что такое материальная точка?**
 - А. Тело, размер которого невозможно измерить.
 - Б. Тело, размерами которого в данных условиях можно пренебречь.
 - В. Минимальная частица тела, из которого состоит материя.
2. **Что такое система отсчёта?**
 - А. Это тело отсчета, система координат, связанная с ним, и прибор для измерения времени.
 - Б. Это тело отсчета и прибор для измерения времени.
 - В. Это тело отсчета, система координат, связанная с ним.
3. **Сколько координат надо, чтобы определить положение тела в пространстве?**

А. 1. Б. 2. В. 3.
4. **Что такое путь?**
 - А. Направленный отрезок прямой, соединяющий начальное положение тела с его последующим положением.
 - Б. Линия, соединяющая начальное положение тела с его последующим положением.
 - В. Длина траектории.
5. **Что такое равноускоренное движение?**
 - А. Движение тела, при котором все его точки движутся неодинаково.
 - Б. Движение тела, при котором за равные промежутки времени его скорость изменяется одинаково.
 - В. Движение тела, при котором оно за одинаковые промежутки времени проходит равные пути.
6. **Автомобиль, двигаясь равномерно, проехал 50 м за 2с. Какой путь он проедет за 20 с, двигаясь с той же скоростью?**

А. 500 м Б. 1000 м В. 250 м
7. **Определите по графику зависимости пути от времени (рис.1) путь, пройденный телом за 4 с.**

А. 16 м

Б. 4 м

В. 1 м

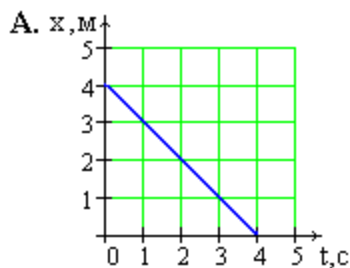


Рис. 1

8. **По графику (см. рис.1) определите модуль скорости движения тела в момент времени $t = 4$ с.**

А. 0 м/с Б. 4 м/с В. 1 м/с

9. Запишите уравнение движения $x = x(t)$ тела, график которого изображен на рис.1.
 А. $x = 4 + t$ Б. $x = 4 - t$ В. $x = 4 t$
10. Движение тела описывается уравнением $x = 1 - 2 t$. Определите начальную координату тела и модуль скорости движения.
11. Два автомобиля выехали из одного населенного пункта в противоположном направлении. На каком расстоянии друг от друга они окажутся через 3 ч, если один двигался со скоростью 70 км/ч, а другой - 80 км/ч?
12. Поезд отходит от станции. Какое перемещение совершит он за 10 с, двигаясь с ускорением $0,2 \text{ м/с}^2$? Какую скорость наберет поезд за это время?

Практическая работа №2

Решение задач по теме «Второй закон Ньютона»

Цель:

- закрепить знания учащихся об уравнении состояния идеального газа; познакомить учащихся с методом поэлементного решения задач
- развитие вычислительных навыков и умений преобразования формул;
- формирование умений логически мыслить, работать самостоятельно.

Краткая теория

Второй закон Ньютона: в инерциальных системах отсчета ускорение, приобретаемое материальной точкой (телом), пропорционально действующей силе F и обратно пропорционально массе m материальной точки (тела).

Ускорение совпадает по направлению с силой F : $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$

Записав второй закон Ньютона в виде $\vec{F} = m\vec{a}$, можно определить единицу силы —

ньютон (Н); 1 Н — сила, которая телу массой 1 кг сообщает ускорение 1 м/с^2 в направлении действия силы: $1 \text{ Н} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2$.

Если на материальную точку (тело) действуют одновременно несколько сил, то результирующая сила находится векторным сложением всех сил, действующих на тело (правило параллелограмма). Эту силу называют *равнодействующей* всех сил.

Название физических величин	Буквенное обозначение величин	Единицы измерения в системе СИ
Масса тела	m	кг
Сила	F	Н
Скорость	v	м/с
Ускорение	a	м/с ²
Перемещение	s	М
Ускорение свободного падения	$g = 9,8$	м/с ²

Примеры решения задач

Задача 1. Сила 50 Н сообщает телу ускорение $0,1 \text{ м/с}^2$. Какая сила сообщает этому телу ускорение $0,01 \text{ м/с}^2$?

Дано:	Решение
$F_1 = 50 \text{ Н}$	
$a_1 = 0,1 \text{ м/с}^2$	$F = ma;$
$a_2 = 0,1 \text{ м/с}^2$	$F_1 = ma_1; m = F_1/a_1$
	$F_2 = ma_2; m = F_2/a_2$
	$F_1/a_1 = F_2/a_2$
Найти: F_2	$F_2 = F_1 \cdot a_2 / a_1 \quad F_2 = 50 \text{ Н} \cdot 0,01 \text{ м/с}^2 / 0,1 \text{ м/с}^2 = 5 \text{ Н}$
-?	
	Ответ: 5 Н

Задача 2. Тело движется прямолинейно под действием постоянной силы F .

Известно, что в первую секунду после начала движения тело прошло расстояние $l = 25 \text{ см}$. Определить силу F , если масса тела 25 г .

Дано:	СИ	Решение
$l = 25 \text{ см}$	$0,25 \text{ м}$	По второму закону Ньютона $F = ma$. Тело совершает равноускоренное движение, так как движется прямолинейно под действием постоянной силы. Для равноускоренного движения без начальной скорости справедливо: $l = \frac{at^2}{2}$, откуда ускорение $a = \frac{2l}{t^2}$. Подставив соотношение для ускорения в формулу второго закона Ньютона, определим силу: $F = \frac{2ml}{t^2}$
$v_0 = 0$		
$t = 1 \text{ с}$		
$m = 25 \text{ г}$	$0,025 \text{ кг}$	
Найти: F		
-?		
		$F = \frac{2 \cdot 0,025 \text{ кг} \cdot 0,25 \text{ м}}{1^2} = 0,0125 \text{ Н} = 12,5 \text{ мН}$
		Ответ: 12,5 мН

Задачи для самостоятельного решения

1. Тело массой 2 кг приобретает под действием некоторой силы ускорение 2 м/с^2 . Какое ускорение приобретет под действием этой силы тело массой 5 кг ?
2. Тело массой 4 кг приобретает под действием некоторой силы ускорение $1,5 \text{ м/с}^2$. Какое ускорение приобретет под действием этой силы тело массой 10 кг ?
3. Тело, движущееся под действием постоянной силы, прошло за 2 с путь 40 см . Определите силу, если масса тела 20 г .
4. Тело, движущееся под действием постоянной силы, прошло за 3 с путь 60 см . Определите силу, если масса тела 30 г .
5. Снаряд массой 2 кг вылетает из ствола орудия горизонтально со скоростью 1000 м/с . Определите силу давления пороховых газов, считая ее постоянной, если длина ствола равна $3,5 \text{ м}$.
6. Снаряд массой $1,5 \text{ кг}$ вылетает из ствола орудия горизонтально со скоростью 800 м/с . Определите силу давления пороховых газов, считая ее постоянной, если длина ствола равна $3,5 \text{ м}$.

7. Два мальчика тянут веревку в разные стороны, прилагая силы 100 Н каждый. Вербка может выдержать, не разрываясь, груз весом 150 Н. Разорвется ли веревка?
8. Птица в клетке-ящике сидит на дне. Ящик с ней уравновешен на весах. Нарушится ли равновесие весов, если птица взлетит?

Практическая работа №3 Самостоятельная работа по теме «Динамика»

Цель:

- проверка знаний, умений и навыков по теме «Динамика»
- развитие вычислительных навыков и умений преобразования формул;
- формирование умений логически мыслить, работать самостоятельно.

Краткая теория

Динамика – это раздел механики, изучающий причины и законы механических движений.

Закон инерции: если на тело не действуют другие тела, скорость тела остается неизменной.

Системы отсчета, в которых выполняется закон инерции, называют **инерциальными**.

Основные понятия динамики

1. Материальная точка – тело, обладающее массой, размерами которого можно пренебречь в условиях данной задачи.
2. Сила - это мера взаимодействия тел.
3. Масса – характеристика инертности тела

Законы Ньютона

Первый закон Ньютона: существуют системы отсчета, называемые инерциальными, относительно которых тела сохраняют свою скорость неизменной, если на них не действуют другие тела или действия других тел скомпенсированы.

Второй закон Ньютона: равнодействующая всех сил $\vec{F}$, приложенных к телу, равна произведению массы m тела на его ускорение a :

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Третий закон Ньютона: тела взаимодействуют друг с другом с силами, равными по модулю и противоположными по направлению:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

Силы в природе

В механике изучаются три вида взаимодействий тел, обусловленные, соответственно, **тремя** видами сил:

- ▶ **силы всемирного тяготения,**
- ▶ **силы упругости,**
- ▶ **силы трения.**

Закон всемирного тяготения

Закон всемирного тяготения: две материальные точки массами m_1 и m_2 и находящиеся на расстоянии R друг от друга, притягиваются с силой F , прямо пропорциональной массам материальных точек и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$$

- $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$ – гравитационная постоянная (равна силе притяжения двух тел массой по 1 кг на расстоянии 1 м)

Сила тяжести и вес тела

Силой тяжести называется сила, с которой все тела притягиваются к Земле. Обозначим M_3 – масса Земли, R_3 – радиус Земли, m – массу тела, то закон всемирного тяготения имеет вид:

$$F = G \frac{m M_3}{R_3^2}$$

Если обозначить $g = G \frac{M_3}{R_3^2}$ – ускорение свободного падения, то выражение для силы тяжести будет иметь вид

$$F = mg$$

Весом тела называется сила P , с которой тело давит на опору или подвес.

Если опора с телом движется без ускорения ($a = 0$), то $P = mg$.

Если опора с телом движется с ускорением a вверх, то $P = m(g + a)$

Если опора с телом движется с ускорением вниз, то $P = m(g - a)$

Если опора с телом движется с $a = g$ вниз, то $P = 0$ (**невесомость**)

Сила упругости

Силой упругости называется сила, которая возникает в любом деформированном теле.

Деформацией называется изменение формы и размеров тела под действием нагрузки.

Деформации бывают: пластическими (после снятия нагрузки тело остается деформированным); упругими (после снятия нагрузки тело возвращает исходные размеры)

Закон Гука: Сила упругости прямо пропорциональна удлинению x и направлена в сторону противоположную удлинению: $F_{упр} = -kx$

Сила трения

Силой трения называется сила, возникающая между соприкасающимися поверхностями, в результате их неровностей.

Существуют силы трения покоя, трения скольжения, трения качения.

Сила трения зависит от силы нормальной реакции N : $F_{тр} = \mu N$; так как $N = mg$, то $F = \mu mg$,

где μ – коэффициент трения.

Примеры решения задач

1. С какой силой притягиваются два вагона массой по 80 т, если между ними расстояние 3,0 км.

Дано:	СИ	Решение
$m_1 = m_2 =$	$8 \cdot 10^4$	$F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$
80 т	кг	
$R = 3,0 \text{ км}$	$3 \cdot 10^3 \text{ м}$	$F = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{8 \cdot 10^4 \cdot 8 \cdot 10^4}{(3 \cdot 10^3)^2} = 142,3 \cdot 10^{-9} (\text{Н}) \approx 1,4 \cdot 10^{-7} \text{ Н}$
Найти: F -?		

| Ответ: $1,4 \cdot 10^{-7}$ Н

2. На каком расстоянии сила притяжения между двумя телами массой по 200 кг каждое будет равна $3,00 \cdot 10^{-14}$ Н?

Дано: $m_1 = m_2 = 200$ кг $F = 3,00 \cdot 10^{-14}$ Н	СИ $8 \cdot 10^4$ кг $3 \cdot 10^3$ м	Решение: Сила всемирного тяготения $F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$ Тогда $R = \sqrt{\frac{G m_1 m_2}{F}}$ $R = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 200^2}{3,00 \cdot 10^{-14}}} \approx \sqrt{\frac{6,67 \cdot 2^2 \cdot 10 \cdot 10^{-8}}{3,00 \cdot 10^{-14}}} = \sqrt{89 \cdot 10^{16}} \approx 9,43 \cdot 10^3$ м
Найти: R -?		Ответ: $9,43 \cdot 10^3$ м

Самостоятельная работа по теме «Динамика»

Вариант 1

1. Второй закон Ньютона:

- Сила, действующая на тело, равна отношению массы тела на сообщаемое этой силой ускорение.
- Сила, действующая на тело, равна произведению массы тела на сообщаемое этой силой ускорение.
- Сила, действующая на тело, равна сумме массы тела и сообщаемое этой силой ускорение.

2. Какой закон Ньютона называется законом инерции?

- Первый закон Ньютона
- Второй закон Ньютона
- Третий закон Ньютона

3. Какие системы отсчета называются инерциальными?

- Системы отсчета, относительно которых тела движутся с непостоянной скоростью при компенсации внешних воздействий на них.
- Системы отсчета, относительно которых тела движутся с постоянной скоростью при внешних воздействиях на них.
- Системы отсчета, относительно которых тела движутся с постоянной скоростью при компенсации внешних воздействий на них.

4. Третий закон Ньютона:

5. Формула $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ является математическим выражением

- Первого закона Ньютона
- Второго закона Ньютона
- Третьего закона Ньютона

6. Тело массой 2 кг движется с постоянным ускорением $2,4 \text{ м/с}^2$. Чему равна сила, действующая на тело?

- 4,8 Н
- 1,2 Н
- 4,4 Н

7. Что такое сила?

- а) Причина возникновения скорости
- б) Причина возникновения ускорения
- в) Причина движения

8. Закон Гука:

- а) $F_{упр} = -k|x|$
- б) $F = -kx$
- в) $F = -\frac{k}{x}$

9. От чего зависит жесткость пружины?

- а) Жесткость зависит от размеров пружины и силы упругости
- б) Жесткость зависит от силы упругости и удлинения
- в) Жесткость зависит от размеров пружины и материала, из которого она изготовлена

10. Что такое сила тяжести?

- а) Сила, с которой Земля притягивает к себе все тела.
- б) Сила, с которой Земля отталкивает все тела.
- в) Сила, которая, вследствие притяжения Земли, действует на горизонтальную опору.

11. Какова масса тела, если сила тяжести, действующая на него равна 98 Н?

- а) 10 кг
- б) 20 кг
- в) 0,1 кг

12. Тело движется с ускорением вниз. Чему равен вес тела?

- а) $P = m(g - a)$
- б) $P = m(g + a)$
- в) $P = mg$

13. Какого удлинение пружины жесткостью 100 Н/м под действием силы 2 Н?

14. Тело массой 500 кг движется под действием силы 100 Н. Определите его ускорение.

15. Определите силу, с которой притягиваются друг к другу два корабля массой 10^7 каждый, находящиеся на расстоянии 500 м друг от друга.

Самостоятельная работа по теме «Динамика»

Вариант 2

1. Первый закон Ньютона:

- а) Существуют такие системы отсчета, относительно которых поступательно движущееся тело сохраняет свою скорость постоянной, если на него не действуют другие тела (или действия других тел скомпенсировано)
- б) Существуют такие системы отсчета, относительно которых поступательно движущееся тело сохраняет свою скорость постоянной, если на него действуют другие тела (или действия других тел не скомпенсировано)
- в) Существуют такие системы отсчета, относительно которых поступательно движущееся тело не сохраняет свою скорость постоянной, если на него не действуют другие тела (или действия других тел скомпенсировано)

2. Какая формула является математическим выражением второго закона Ньютона?

- а) $F = m + a$
- б) $F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$
- в) $\vec{F} = m\vec{a}$

3. Что называется инерцией?

- а) Явление сохранения скорости постоянной
- б) Явление сохранения скорости непостоянной
- в) Явление не сохранения скорости постоянной

4. Что такое масса?

- а) Физическая величина, характеризующая скорость тела
- б) Физическая величина, характеризующая инертность тела
- в) Физическая величина, характеризующая плотность тела

5. Математическое выражение третьего закона Ньютона:

- а) $F_1 = F_2$ б) $F_1 = -F_2$ в) $F = ma$

6. Тело массой 1кг падает на землю с постоянным ускорением 9,8 м/с². Чему равна сила, действующая на тело?

- а) 10 Н б) 9,8 Н в) 8,8 Н

7. Что такое сила упругости?

- а) Сила, восстанавливающая то состояние, которое стало после деформации
- б) Сила, восстанавливающая то состояние, которое было при сжатии и до растяжения
- в) Сила, восстанавливающая то состояние, которое было до деформации .

8. Закон Гука:

- а) Сила, возникающая при малых деформациях, пропорциональна его удлинению и направлена в одну сторону с направлением смещения частиц тела при деформации.
- б) Сила, возникающая при малых деформациях..
- в) Сила, возникающая при малых деформациях, пропорциональна его удлинению и направлена противоположно направлению смещения частиц тела при деформации.

9. Закон всемирного тяготения:

- а) Сила всемирного тяготения, прямо пропорциональна сумме масс материальных точек и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними:
- б) Сила всемирного тяготения, прямо пропорциональна произведению масс материальных точек и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними:
- в) Сила всемирного тяготения, обратно пропорциональна произведению масс материальных точек и прямо пропорциональна квадрату расстояния между ними.

10. Что называют весом тела?

- а) Вес тела – это сила, с которой тело, вследствие его притяжения к Земле, действует на опору или подвес
- б) Вес тела – это сила, с которой Земля притягивает к себе тело
- в) Вес тела – это сила, с которой вследствие его притяжения к Земле, действует на другое тело.

11. Какова масса тела, если сила тяжести, действующая на него равна 49 Н? Тело находится вблизи Земли.

- а) 5 кг б) 10 кг в) 5,5 кг

12. Тело движется с ускорением вверх. Чему равен вес тела?

- а) $P = m(g - a)$ б) $P = m(g + a)$ в) $P = mg$

13. Под действием силы 4 Н пружина удлинилась на 0,02м. Чему равна жесткость пружины?

14.Автобус массой 8000кг едет по горизонтальному шоссе. Какая сила требуется для сообщения ему ускорения 1,2 м/с²?

15.Определите силу, с которой притягиваются друг к другу два человека массой 60 кг каждый, находящиеся на расстоянии 100 м друг от друга.

Практическая работа №4

Решение задач по теме «Закон сохранения импульса»

Цель:

- закрепление умений учащихся применять при решении задач уравнения и графики движений;
- развитие вычислительных навыков и умений преобразования формул;
- формирование умений логически мыслить, работать самостоятельно.

Краткая теория

Определение: импульсом тела называется величина равная произведению массы тела m на его скорость : $\vec{p} = m\vec{v}$.

Единица измерения импульса в системе СИ: $[p] = 1\text{Н}\cdot\text{с}$

Импульс - величина векторная; по направлению совпадает с направлением вектора скорости.

Определение. Импульсом силы называется величина равная произведению силы на время действия силы: $\vec{F}\Delta t$.

Единица измерения импульса силы: $1\text{Н}\cdot\text{с}$

Второй закон Ньютона: изменение импульса тела равно импульсу силы: $\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}$.

Система тел, взаимодействующих только друг с другом и не взаимодействующих ни с какими другими телами называется **замкнутой**.

Закон сохранения импульса: сумма импульсов двух тел замкнутой системы до взаимодействия равна сумме импульсов тел после взаимодействия: $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2$

здесь $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ - скорости тел до взаимодействия; $\vec{v}'_1, \vec{v}'_2$ - скорости тел после взаимодействия

Физические величины, их буквенные обозначения и единицы измерения

Название величины	Буквенное обозначение величины	Единица измерения величины в системе СИ	Формулы
Импульс тела	p	$\text{Н}\cdot\text{с}$	$\vec{p} = m\vec{v}$
Сила	F	Н	$\vec{F}t = \Delta\vec{p}$
Время	t	с	
Масса	m	кг	
Скорость	v, u	$\text{м}/\text{с}$	
Ускорение	a		

Примеры решения задач

Указания: при решении задач на закон сохранения импульса надо выполнить рисунок с указанием направлений векторных величин, записываете уравнение в векторной форме и переходите к уравнению в проекциях.

1. Шарик массой $m_1=1$ кг, скользя по идеально гладкой поверхности со скоростью $v_1=4$ м/с и абсолютно неупруго сталкивается с таким же по размеру шариком массой $m_2=3$ кг. Определите скорость шариков после удара?

Дано:

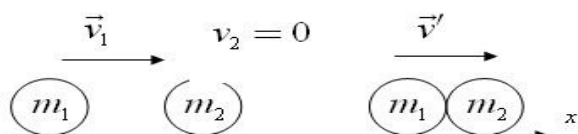
$$m_1=1 \text{ кг}$$

$$v_1=4 \text{ м/с}$$

$$m_2=3 \text{ кг}$$

Найти: v' -?

Решение:



По закону сохранения импульса при абсолютно неупругом ударе

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}'$$

$$\text{ОХ: } m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v'$$

$$v' = \frac{m_1 v_1}{(m_1 + m_2)} = 1 \text{ м/с.}$$

Ответ: 1 м/с

2. С лодки массой 200 кг, движущейся со скоростью 1 м/с, ныряет мальчик массой 50 кг, двигаясь в горизонтальном направлении. Какой станет скорость лодки после прыжка мальчика, если он прыгает со скоростью 4 м/с в сторону, противоположную движению лодки?

Дано:

$$M=200 \text{ кг}$$

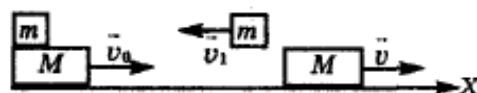
$$v_1=1 \text{ м/с}$$

$$m=50 \text{ кг}$$

$$v'_2=4 \text{ м/с}$$

Найти: v'_1 -?

Решение:



$$\text{Закон сохранения импульса: } (M + m) \vec{v}_1 = M \vec{v}'_1 + m \vec{v}'_2$$

Запишем уравнение в проекциях на ось Ох и решим его относительно v'_1 :

$$\text{ОХ: } (M + m) v_1 = M v'_1 - m v'_2; \quad v'_1 = \frac{(M+m)v_1 + m v'_2}{M} = \frac{(200+50) \cdot 1 + 50 \cdot 4}{200} = 2,25 \text{ м/с}$$

Ответ: 2,25 м/с

Задачи для самостоятельного решения

1. Два неупругих тела, массы которых 2 и 6 кг, движутся навстречу друг другу со скоростями 2 м/с каждое. С какой скоростью и в каком направлении будут двигаться эти тела после удара
2. Вагон массой 20 т, движущийся со скоростью 0,3 м/с, нагоняет вагон массой 30 т, движущийся со скоростью 0,2 м/с. Какова скорость вагонов после взаимодействия, если удар неупругий
3. С лодки массой 200 кг, движущейся со скоростью 1 м/с, ныряет мальчик массой 50 кг, двигаясь в горизонтальном направлении. Какой станет скорость лодки после прыжка мальчика, если он прыгает в сторону движения лодки со скоростью 6 м/с:
4. На покоящейся тележке массой 20 кг находится человек массой 60 кг. Какова будет скорость тележки относительно земли, если человек спрыгнет с тележки со скоростью 2 м/с относительно земли.

Практическая работа №5

Решение задач по теме

«Уравнение состояния идеального газа. Газовые законы»

Цель:

- закрепить знания учащихся об уравнении состояния идеального газа; познакомить учащихся с методом поэлементного решения задач
- развитие вычислительных навыков и умений преобразования формул;
- формирование умений логически мыслить, работать самостоятельно.

Краткая теория

Определение: идеальный газ — математическая модель газа, в которой в рамках молекулярно-кинетической теории предполагается, что: 1) потенциальной энергией взаимодействия частиц, составляющих газ, можно пренебречь по сравнению с их кинетической энергией; 2) суммарный объём частиц газа пренебрежимо мал; 3) между частицами нет дальнотдействующих сил притяжения или отталкивания.

Уравнение **Менделеева-Клапейрона** даёт возможность решить большинство задач на расчёт макропараметров состояния идеального газа

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T$$

Для решения задач нужно знать:

1. Уравнение Менделеева – Клапейрона и уравнение Клапейрона.
2. Уметь выразить одну величину через другую.
3. Обозначение физических величин (см. таблицу)

Название физических величин	Буквенное обозначение величин	Единицы измерения в системе СИ
Масса газа	m	кг
Масса одной частицы	m ₀	кг
Количества вещества	v	моль
Молярная масса	M	кг/моль
Постоянная Авогадро	N _A = 6·10 ²³	моль ⁻¹
Число всех частиц	N	
Давление	p	Па
Объем	V	м ³
Температура	T (t °C) (T = t + 273)	К
Универсальная газовая постоянная	R = 8,31	$\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$
Постоянная Авогадра	N _A = 6·10 ²³	моль ⁻¹

4. Уравнения, связывающие физические величины (формулы)

$\nu = \frac{N}{N_A}$; $\nu = \frac{m}{M}$ - по этим формулам определяют количество вещества

$pV = \frac{m}{M}RT$ - уравнение Менделеева – Клапейрона

$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ – уравнение **Клапейрона** (p_1, V_1, T_1 – параметры газа в первом состоянии, p_2, V_2, T_2 – параметры газа во втором состоянии)

Молярная масса вещества определяется по таблице Менделеева: например, молярная масса одного атома азота $M = 14$ г/моль = $14 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Молярная масса двухатомного азота N_2 : $M = 2 \cdot 14$ г/моль = 28 г/моль = $28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Молярная масса сложного вещества находится как сумма молярных масс простых веществ, входящих в состав сложного вещества

Справочный материал

$$1 \text{ м}^3 = 10^6 \text{ см}^3$$

$$1 \text{ кг} = 10^3 \text{ г}$$

$$1 \text{ м}^3 = 10^3 \text{ л}$$

Примеры решения задач

1. В сосуде вместимостью 500 см^3 содержится $0,89 \text{ г}$ водорода H_2 при температуре 17°C . Найти давление газа.

Дано:	СИ	Решение.
Водород (H_2)		
$V = 500 \text{ см}^3$	$500 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$	$pV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow p = \frac{m}{M} \frac{RT}{V}; M(H_2) = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$
$m = 0,89 \text{ г}$	$0,89 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$	$p = \frac{0,89 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{8,31 \cdot 290}{500 \cdot 10^{-6}} = \frac{0,89 \cdot 8,31 \cdot 290}{2 \cdot 500} \cdot \frac{10^{-3}}{10^{-3} \cdot 10^{-6}} = 2,14 \cdot$
$t = 17^\circ\text{C}$	$T = 290 \text{ K}$	10^6 (Па)
Найти; p -?		

2. Водород при температуре 15°C и давлении $1,33 \cdot 10^5 \text{ Па}$ занимает объем 2 л . Газ сжали до объема $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ и температуру повысили до 30°C . Каким стало давление газа?

Дано:	СИ	Решение.
$V_1 = 2 \text{ л}$	$2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$	$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_1 T_2}{V_2 T_1}; \text{ кг/моль}$
$p_1 = 1,33 \cdot 10^5 \text{ Па}$	$T_1 = 288 \text{ K}$	$p_2 = \frac{p_1 V_1 T_2}{V_2 T_1}$
$t_1 = 15^\circ\text{C}$	$T_2 = 303 \text{ K}$	$p_2 = \frac{1,33 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 303}{1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 288} = 1,8710^5 \text{ (Па)}$
$V_2 = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$		
$t_2 = 30^\circ\text{C}$		
Найти; p_2 -?		Ответ: $1,87 \cdot 10^5 \text{ (Па)}$

3. Два баллона, имеющих объемы 6 л и 14 л , содержащих газы с давлением, соответственно 8 МПа и 5 МПа при одинаковой температуры. Баллоны соединены трубкой с краном. Какое давление образуется в баллонах, если открыть кран? Температура не меняется, газы в химическую реакцию не вступают.

$V_1 = 6 \text{ л}$	$6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$	Согласно уравнению Менделеева-Клапейрона $p_1 V_1 = \nu_1 RT$
$p_1 = 8 \cdot 10^6 \text{ Па}$		$p_2 V_2 = \nu_2 RT, p(V_1 + V_2) = \nu RT$

$$p_2 = 5 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

$$t_1 = t_2$$

$$V_2 = 14 \text{ л}$$

Найти; p - ?

$$14 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

Здесь v_1, v_2 - количество вещества соответственно в первом и втором баллонах, v - общее количество вещества.

Поскольку

$v = v_1 + v_2$, получаем $p_1 V_1 + p_2 V_2 = p(V_1 + V_2)$, отсюда

$$p = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{8 \cdot 10^6 \cdot 6 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^6 \cdot 14 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-3} + 14 \cdot 10^{-3}}$$

$$= 5,9 \cdot 10^6 \text{ (Па)}$$

Ответ: $5,9 \cdot 10^6 \text{ (Па)}$

Задачи для самостоятельного решения

1. Объем 2 кг водорода (H_2) при давлении 10^5 Па равен $5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$. Какова температура водорода?
2. 4 моля водорода (H_2) при температуре 20°C имеет давление $1,2 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Какой объем занимает водород?
3. Определите давление 4 кг кислорода, находящегося в сосуде емкостью 2 м^3 . температура кислорода 29°C .
4. Объем водорода при температуре 50°C и давлении $0,98 \cdot 10^5 \text{ Па}$ равен $2,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$. Каков объем той же массы водорода при 0°C и давлении 10^5 Па ?
5. При давлении 10^5 Па и температуре 15°C воздух имеет объем $2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$. При каком давлении данная масса воздуха займет объем $4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, если температура его станет 20°C ?
6. Воздух при температуре 0°C и давлении 10^5 Па воздух займет объем 10^{-3} м^3 . При какой температуре объем воздуха будет равен $4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, а давление $2,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$?
7. Какой объем занимает газ в количестве 10^3 моль при давлении 10^6 Па и температуре 100°C ?
8. В сосуде вместимостью 500 см^3 содержится $0,89 \text{ г}$ водорода при температуре 17°C . Определите давление газа.

Практическая работа № 6

Решение задач по теме «Закон Кулона. Электрическое поле»

Цель:- выявить знания по изученной теме, умения пользоваться основными формулами, алгоритмом решения задач на закон Кулона;

- совершенствовать навыки выполнения математических операций, выработать творческую самостоятельность, аналитическое мышление при решении задач;
- научиться устанавливать причинно-следственные связи в изучаемых явлениях.

Краткая теория

Электрический заряд и его свойства

Электрический заряд — это физическая величина, характеризующая способность частиц или тел вступать в электромагнитные взаимодействия. Электрический заряд обычно обозначается буквами q или Q .

В системе СИ электрический заряд измеряется в Кулонах (Кл).

Свободный заряд в 1 Кл — это гигантская величина заряда, практически не встречающаяся в природе. Как правило, Вам придется иметь дело с микрокулонами

(1 мкКл = 10^{-6} Кл), нанокулонами (1 нКл = 10^{-9} Кл) и пикокучулонами (1 пКл = 10^{-12} Кл).

Электрический заряд обладает следующими свойствами:

1. Электрический заряд является видом материи.
2. Электрический заряд не зависит от движения частицы и от ее скорости.
3. Заряды могут передаваться (например, при непосредственном контакте) от одного тела к другому. В отличие от массы тела электрический заряд не является неотъемлемой характеристикой данного тела. Одно и то же тело в разных условиях может иметь разный заряд.
4. Существует два рода электрических зарядов, условно названных **положительными** и **отрицательными**.
5. Все заряды взаимодействуют друг с другом. При этом **одноименные заряды отталкиваются, разноименные – притягиваются**. Силы взаимодействия зарядов являются центральными, то есть лежат на прямой, соединяющей центры зарядов.
6. Существует минимально возможный (по модулю) электрический заряд, называемый **элементарным зарядом**. Его значение:

$$e = 1,602177 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \approx 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}.$$

Электрический заряд любого тела всегда кратен элементарному заряду: $q = Ne$ где: N – целое число.

7. Закон сохранения электрического заряда. В изолированной системе алгебраическая сумма зарядов всех тел остается постоянной: $q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_N = \text{const}$

Закон Кулона

Точечным зарядом называют заряженное тело, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь. На основании многочисленных опытов Кулон установил следующий закон: **силы взаимодействия неподвижных точечных зарядов прямо пропорциональны произведению модулей зарядов и обратно пропорциональны квадрату расстояния между ними:**

$$F = k \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2}$$

где ϵ – диэлектрическая проницаемость среды – безразмерная физическая величина, показывающая, во сколько раз сила электростатического взаимодействия в данной среде будет меньше, чем в вакууме ($\epsilon = 1$) (то есть во сколько раз среда ослабляет взаимодействие). Здесь k – коэффициент в законе Кулона, величина, определяющая численное значение силы взаимодействия зарядов. В системе СИ его значение принимается равным: $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$

Силы взаимодействия точечных неподвижных зарядов подчиняются третьему закону Ньютона, и являются силами отталкивания друг от друга при одинаковых знаках зарядов и силами притяжения друг к другу при разных знаках. Взаимодействие неподвижных электрических зарядов называют **электростатическим** или **кулоновским взаимодействием**. Раздел электродинамики, изучающий кулоновское взаимодействие, называют **электростатикой**.

Электрическое поле и его напряженность

По современным представлениям, электрические заряды не действуют друг на друга непосредственно. Каждое заряженное тело создает в окружающем пространстве **электрическое поле**. Это поле оказывает силовое действие на другие заряженные тела.

Главное свойство электрического поля – действие на электрические заряды с некоторой силой.

Таким образом, взаимодействие заряженных тел осуществляется не непосредственным их воздействием друг на друга, а через электрические поля, окружающие заряженные тела.

Электрическое поле, окружающее заряженное тело, можно исследовать с помощью так называемого пробного заряда – небольшого по величине точечного заряда, который не вносит заметного перераспределения исследуемых зарядов.

Для количественного определения электрического поля вводится силовая характеристика -**напряженность электрического поля E** .

Определение: *напряженностью электрического поля называют физическую величину, равную отношению силы, с которой поле действует на пробный заряд, помещенный в данную точку поля, к величине этого заряда:*

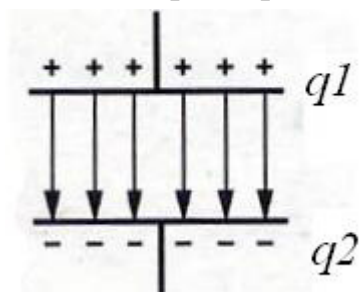
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Напряженность электрического поля – **векторная** физическая величина. Направление вектора напряженности совпадает в каждой точке пространства с направлением силы, действующей на положительный пробный заряд.

Электрическое поле неподвижных и не меняющихся со временем зарядов называется **электростатическим**.

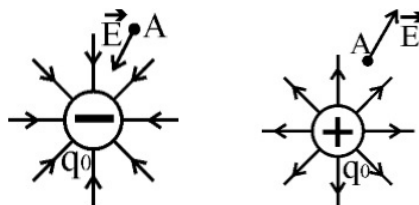
Электрическое поле называют однородным, если вектор напряжённости одинаков во всех точках поля.

Например, однородное поле создаёт плоский конденсатор – две пластины, заряженные равным по величине и противоположным по знаку зарядом, разделённые слоем диэлектрика, причём расстояние между пластинами много меньше размеров пластин.



Во всех точках однородного поля на заряд q , внесённый в однородное поле с напряжённостью E , действует одинаковая по величине и направлению сила, равная $F = Eq$. Причём, если заряд q положительный, то направление силы совпадает с направлением вектора напряжённости, а если заряд отрицательный, то вектора силы и напряжённости противоположно направлены.

Силовые линии кулоновских полей положительных и отрицательных точечных зарядов изображены на рисунке:



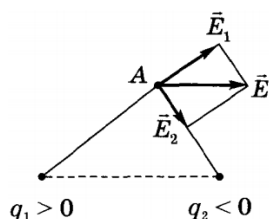
Принцип суперпозиции

Если с помощью пробного заряда исследуется электрическое поле, создаваемое несколькими заряженными телами, то результирующая сила оказывается равной геометрической сумме сил, действующих на пробный заряд со стороны каждого заряженного тела в отдельности. Следовательно, напряженность электрического поля, создаваемого системой зарядов в данной точке пространства, равна векторной сумме напряжённостей электрических полей, создаваемых в той же точке зарядами в отдельности:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots$$

Это свойство электрического поля означает, что поле подчиняется **принципу суперпозиции**.

Итак, если в задаче требуется определить напряженность поля системы зарядов, то надо действовать по следующему **алгоритму**:



1. Нарисовать рисунок (см.рис.)
2. Изобразить напряженность поля каждого заряда по отдельности в нужной точке. Помнить, что напряженность направлена к отрицательному заряду и от положительного заряда.
3. Вычислить каждую из напряженностей по соответствующей формуле.
4. Сложить вектора напряженностей геометрически (т.е. векторно)

Примеры решения задач

1. С какой силой взаимодействуют два заряда по 10 нКл находящиеся на расстоянии 3 см друг от друга?

Дано: $q_1 = q_2 = q = 10 \text{ нКл}$ $r = 3 \text{ см}$	Си: 10^{-8} Кл $3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$	Решение: $F = k \frac{ q_1 q_2 }{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot \frac{10^{-8} \text{ Кл} \cdot 10^{-8} \text{ Кл}}{(3 \cdot 10^{-2} \text{ м})^2} =$ $= 10^{-3} \text{ Н} = 1 \text{ мН.}$ Ответ: $F = 1 \text{ мН.}$
Найти: F		

2. На каком расстоянии друг от друга заряды 1 мКл и 10 нКл взаимодействуют с силой 9 мН?

Дано: $q_1 = 1 \text{ мКл}$ $q_2 = 10 \text{ нКл}$ $F = 9 \text{ мН}$	Си: 10^{-6} Кл 10^{-8} Кл $9 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$	Решение: $F = k \frac{ q_1 q_2 }{r^2}; \quad r = \sqrt{k \frac{ q_1 q_2 }{F}} =$ $= \sqrt{9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \frac{10^{-6} \text{ Кл} \cdot 10^{-8} \text{ Кл}}{9 \cdot 10^{-3} \text{ Н}}} = 0,1 \text{ м} = 10 \text{ см.}$ Ответ: $r = 10 \text{ см.}$
Найти: r		

3. В некоторой точке поля на заряд 2 нКл действует сила 0,4 мкН. Найти напряженность поля в этой точке.

Дано: q=2 нКл F=0,4 мкН	Си: $2 \cdot 10^{-9}$ Кл $4 \cdot 10^{-7}$ Н	Решение: $E = \frac{F}{q} = \frac{4 \cdot 10^{-7} \text{ Н}}{2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}} = 200 \frac{\text{В}}{\text{м}}$
Найти: E		Ответ: E = 200 В/м

4. Найти напряженность поля заряда 36 нКл в точках, удаленных от заряда на 9 и 18 см.

Дано: q=36 нКл r ₁ =9 см r ₂ =18 см	СИ $3,6 \cdot 10^{-8}$ Кл 0,09 м 0,18 м	Решение: $E_1 = k \frac{ q }{r_1^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot \frac{3,6 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}}{(0,09 \text{ м})^2} =$ $= 4 \cdot 10^4 \text{ В/м} = 40 \text{ кВ/м}$ $E_2 = k \frac{ q }{r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot \frac{3,6 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}}{(0,18 \text{ м})^2} =$ $= 10^4 \text{ В/м} = 10 \text{ кВ/м}$
Найти E ₁ , E ₂ .		Ответ: E ₁ = 40 кВ/м, E ₂ = 10 кВ/м.

Задачи для самостоятельной работы по теме «Электростатика»

I вариант

1. С какой силой взаимодействуют два маленьких шарика, заряды которых 0,5 Кл и 2 Кл, если расстояние между их центрами 10 см?
2. Известно, что на текстильных фабриках нити чесальных машин прилипают к гребням. Как объяснить это явление и как избежать этого?
3. С какой силой взаимодействуют точечные заряды - 0,3 мкКл и 7 нКл на расстоянии 20 см, если между зарядами помещены слюда, парафинированная бумага?
4. Наблюдается ли явление электризации металлов при их обработке резцами на токарном и других станках?

II вариант

1. С какой силой взаимодействуют два заряда по 10 нКл, находящиеся на расстоянии 3 см друг от друга?
2. В кабине бензовоза имеется надпись "При наливке и сливе горючего в цистерну включите заземление". Почему необходимо выполнить это требование?
3. Два заряда q₁ = 140 е и q₂ = 20 е находятся на расстоянии 4 см. Определите силу взаимодействия зарядов, если они помещены в парафин?
4. Объяснить почему на производстве приводные ремни покрывают проводящей пастой, а станки заземляют?

Задачи для самостоятельной работы по теме «Электростатика»

III вариант

1. С какой силой взаимодействуют в керосине два заряда по 30 нКл каждый на расстоянии 4 см друг от друга?

2. Для чего к корпусу самоходного комбайна прикреплена цепь, часть которой тянется по земле?
3. Заряд в $1,3 \cdot 10^{-9}$ Кл в керосине на расстоянии 0,005 м притягивает к себе второй заряд с силой $2 \cdot 10^{-4}$ Н. Найдите величину второго заряда. Диэлектрическая проницаемость керосина равна
4. Как изменится сила кулоновского взаимодействия двух точечных зарядов при увеличении каждого заряда в 3 раза, если расстояние между ними уменьшить в 2 раза?

IV вариант

1. На каком расстоянии друг от друга заряды 1 мкКл и 10 нКл взаимодействуют с силой 9 мН?
2. На фабриках в процессе изготовления ткань или бумага сильно пылится и загрязняется. Почему? Что предпринимают, чтобы избежать этого?
3. Два одинаковых шарика электроскопа, имеющие заряды по 4 мкКл каждый взаимодействуют с силой 1,6 Н. На каком расстоянии находятся центры этих шаров?
4. При электризации стеклянной палочки ее масса уменьшилась на $9,1 \cdot 10^{-24}$ кг. Определите значение и знак заряда стеклянной палочки.

Практическая работа №7

Самостоятельная работа «Законы постоянного тока»

Цели : проверка знаний, умений и навыков по теме

Вариант 1

Часть А

- A1. Электрический ток - это ...
 - 1) направленное движение частиц
 - 2) хаотическое движение заряженных частиц
 - 3) изменение положения одних частиц относительно других
 - 4) направленное движение заряженных частиц
- A2. За 5 секунд по проводнику при силе тока 0,2 А проходит заряд равный ...
 - 1) 0,04 Кл
 - 2) 1 Кл
 - 3) 5,2 Кл
 - 4) 25 Кл
- A3. Работу электрического поля по перемещению заряда характеризует ...
 - 1) напряжение
 - 2) сопротивление
 - 3) напряженность
 - 4) сила тока
- A4. Напряжение на резисторе с сопротивлением 2 Ом при силе тока 4 А равно ...
 - 1) 0,55 В
 - 2) 2 В
 - 3) 6 В
 - 4) 8 В
- A5. Определить площадь сечения стального проводника длиной 1 км сопротивлением 50 Ом, удельное сопротивление стали $1,5 \cdot 10^{-7}$ Ом • м.
 - 1) $3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$
 - 2) $3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$
 - 3) $3 \cdot 10^3 \text{ м}^2$
 - 4) $3 \cdot 10^6 \text{ м}^2$
- A6. Если проволоку вытягиванием удлинить в 3 раза, то ее сопротивление ...
 - 1) уменьшится в 3 раза
 - 2) увеличится в 3 раза
 - 3) уменьшится в 9 раз
 - 4) увеличится в 9 раз

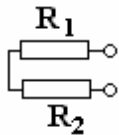


Рис. 1

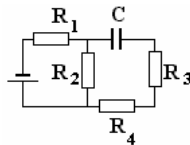


Рис.2

А7. На участке цепи (рис.1), состоящем из сопротивлений $R_1 = 2 \text{ Ом}$ и $R_2 = 6 \text{ Ом}$, падение напряжения 24 В . Сила тока в каждом сопротивлении ...

- 1) $I_1 = I_2 = 3 \text{ А}$ 2) $I_1 = 6 \text{ А}, I_2 = 3 \text{ А}$ 3) $I_1 = 3 \text{ А}, I_2 = 6 \text{ А}$ 4) $I_1 = I_2 = 9 \text{ А}$

А8. К последовательно соединенным сопротивлениям $R_1 = R_2 = R_3 = 2 \text{ Ом}$ параллельно подключено сопротивление $R_4 = 6 \text{ Ом}$ (рис 2), полное сопротивление цепи равно ...

- 1) 12 Ом 2) 6 Ом 3) 3 Ом 4) $1/12 \text{ Ом}$

А9. Работу электрического тока можно рассчитать, используя выражение:

- 1) IR 2) $IU\Delta t$ 3) IU 4) $I^2 R$

А10. Мощность лампы накаливания при напряжении 220 В и силе тока $0,454 \text{ А}$ равна

- 1) 60 Вт 2) 100 Вт 3) 200 Вт 4) 500 Вт

А11. В источнике тока происходит ...

- 1) преобразование электрической энергии в механическую
2) разделение молекул вещества
3) преобразование энергии упорядоченного движения заряженных частиц в тепловую
4) разделение на положительные и отрицательные электрические заряды

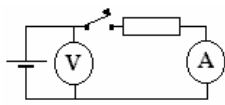
А12. Закону Ома для полной цепи соответствует выражение ...

- 1) $\frac{\mathcal{E}}{R+r}$ 2) $IU\Delta t$ 3) $\frac{U}{R}$ 4) $R+r$

А13. Единица измерения ЭДС в Международной системе ...

- 1) $\text{Ом}\cdot\text{м}$ 2) Ом 3) А 4) В

А 14.



В данной цепи вольтметр показывает...

- 1) ЭДС источника тока 2) 0 В
3) напряжение на внешнем участке цепи
4) напряжение на внутреннем участке цепи

А15. Цепь состоит из источника с ЭДС 12 В и внутренним сопротивлением 2 Ом . Внешнее сопротивление цепи 10 Ом . Ток короткого замыкания отличается от тока цепи в ... раз.

- 1) 1 2) 1,2 3) 5 4) 6

Часть В

В1. За какое время через поперечное сечение проводника прошел электрический заряд 100 Кл при силе тока 25 мА ?

В2. Сила тока в лампе, рассчитанной на напряжение 110 В , равна $0,5 \text{ А}$. Какова мощность тока в лампе?

В3. К источнику тока с ЭДС 8 В и внутренним сопротивлением 3,2 Ом подключен нагреватель сопротивлением 4,8 Ом. Чему равна сила тока в цепи?

Вариант 2.

Самостоятельная работа по теме: “Законы постоянного тока”

Часть А

А1. За направление тока принимают направление движения...

- 1) электронов
- 2) отрицательных ионов
- 3) заряженных частиц
- 4) положительно заряженных частиц

А2. Время прохождения заряда 0,5 Кл при силе тока в проводнике 2 А равно ...

- 1) 4 с
- 2) 25 с
- 3) 1 с
- 4) 0,25 с

А3. Физическая величина, характеризующая заряд, проходящий через проводник за 1 секунду ...

- 1) напряжение
- 2) сопротивление
- 3) напряженность
- 4) сила тока

А4. Сопротивление резистора в цепи с током 4 А и падении напряжения на нем 2 В равно ...

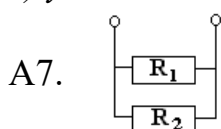
- 1) 8 Ом
- 2) 6 Ом
- 3) 2 Ом
- 4) 0,5 Ом

А5. Длина медного кабеля с удельным сопротивлением $17 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, площадью сечения $0,5 \text{ мм}^2$ и сопротивлением 170 Ом ...

- 1) $2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$
- 2) 200 м
- 3) 5000 м
- 4) $5 \cdot 10^9 \text{ м}$

А6. Если проволоку разрезать поперек на 3 равные части и соединить их параллельно, то ее сопротивление ...

- 1) уменьшится в 3 раза
- 2) увеличится в 3 раза
- 3) уменьшится в 9 раз
- 4) увеличится в 9 раз



$R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$ и падение напряжения на участке 24 В. Сила тока в каждом резисторе ...

- 1) $I_1 = 12 \text{ А}$, $I_2 = 4 \text{ А}$
- 2) $I_1 = I_2 = 3 \text{ А}$
- 3) $I_1 = I_2 = 16 \text{ А}$
- 4) $I_1 = 4 \text{ А}$, $I_2 = 12 \text{ А}$

А8. К трем параллельно соединенным резисторам четвертый подключен последовательно $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 3 \text{ Ом}$. Полное сопротивление цепи равно ...

- 1) $\frac{4}{3} \text{ Ом}$
- 2) $\frac{3}{4} \text{ Ом}$
- 3) 4 Ом
- 4) 12 Ом

А9. Количество теплоты, выделяемое в проводнике при прохождении электрического тока можно рассчитать, используя выражение:

- 1) IR
- 2) $I^2 R \Delta t$
- 3) IU
- 4) $I^2 R$

А10. Утюг, включен в сеть с напряжением 220 В. Работа электрического тока силой 5 А за 10 минут ...

1) $66 \cdot 10^3$ Дж 2) $66 \cdot 10^4$ Дж 3) $11 \cdot 10^3$ Дж 4) 220 Дж

A11. К сторонним силам не относятся силы ...

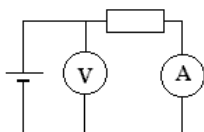
- 1) ядерные 2) электромагнитные 3) электростатические 4) механические

A12. ЭДС источника тока определяется выражением ...

- 1) IUt 2) $U_{\text{внешнее}} + U_{\text{внутреннее}}$ 3) $\frac{U}{R}$ 4) $R + r$

A13. Единица измерения в Международной системе внутреннего сопротивления источника тока ...

- 1) Ом 2) В 3) Ом·м 4) А



A14.

В данной цепи вольтметр показывает ...

- 1) ЭДС источника тока
2) напряжения в цепи нет
3) напряжение на внешнем участке цепи
4) напряжение на внутреннем участке цепи.

A15. К источнику тока с внутренним сопротивлением 5 Ом подключили сопротивление 57,5 Ом. Определить величину тока в цепи, если ток короткого замыкания 50 А.

- 1) 4 А 2) 2 А 3) 0,9 А 4) 1,25 А

Часть В

В1. Через раствор азотнокислого серебра прошел заряд 180 Кл электричества при напряжении на электродах 4 В. Чему равна работа, совершаемая током?

В2. Какое количество теплоты выделится в резисторе сопротивлением 25 Ом при протекании по нему тока силой 1,2 А за 1,5 мин?

В3. Каково внутреннее сопротивление элемента, если его ЭДС равна 1,2 В и при внешнем сопротивлении 5 Ом сила тока равна 0,2 А?

Практическая работа № 8

Решение задач по теме «Характеристики магнитного поля. Сила Ампера, сила Лоренца»

Цель: закрепить знания студентов по теме;
развитие вычислительных навыков и умений преобразования формул;
формирование умений логически мыслить, работать самостоятельно.

Краткая теория

Магнитными взаимодействиями называют взаимодействия между движущимися электрическими зарядами (или проводниками с током).

Взаимодействие параллельных проводников с токами: если по проводникам текут токи в одном направлении, эти проводники притягиваются, а если в противоположных - то отталкиваются.

Гипотеза Ампера: все магнитные взаимодействия обусловлены взаимодействием электрических токов.

Магнитное взаимодействие осуществляется посредством **магнитного поля**: движущиеся заряженные частицы (проводники, по которым текут токи) создают вокруг себя магнитное поле, которое действует на другие движущиеся заряженные частицы (проводники с токами).

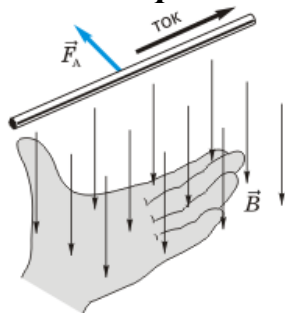
Основной характеристикой магнитного поля в данной точке является **магнитная индукция**.

За **направление магнитной индукции** принимают направление, на которое указывает северный полюс свободно вращающейся магнитной стрелки.

Модуль магнитной индукции равен отношению силы, действующей на проводник с током, расположенный перпендикулярно вектору магнитной индукции, к произведению силы тока в проводнике и длины проводника: $B = \frac{F}{Il}$.

Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле, называется **силой Ампера**.

Направление силы Ампера определяется по **правилу левой руки**:

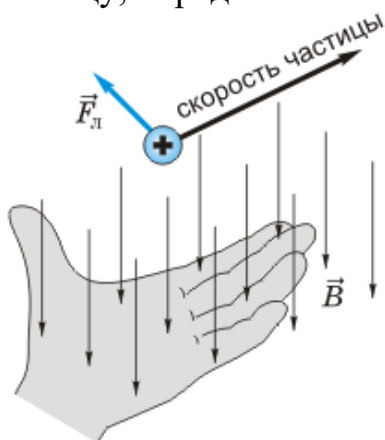


если раскрытую ладонь левой руки расположить так, чтобы вектор магнитной индукции входил в ладонь, а четыре вытянутых пальца указывали направление тока в проводнике, то отогнутый в плоскости ладони большой палец покажет направление силы, действующей на проводник со стороны магнитного поля.

Модуль силы Ампера $F_A = IlB \sin \alpha$, где I - сила тока в проводнике, l - длина проводника, B - модуль магнитной индукции, α - угол между проводником и вектором магнитной индукции.

Силу, действующую на заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле, называют **силой Лоренца**.

Направление силы Лоренца, действующей на положительно заряженную частицу, определяют с помощью **правила левой руки**:



если раскрытую ладонь левой руки расположить так, чтобы вектор магнитной индукции входил в ладонь, а четыре вытянутых пальца указывали направление скорости **положительно** заряженной частицы, то отогнутый в плоскости ладони большой палец покажет направление силы, действующей на частицу.

Модуль силы Лоренца $F_L = qvB\sin\alpha$, где q - модуль заряда частицы, v - модуль ее скорости, B - модуль магнитной индукции, α - угол между скоростью частицы и вектором магнитной индукции.

Линии магнитной индукции - это воображаемые линии, касательные к которым показывают направление вектора магнитной индукции в каждой точке. Густота линий магнитной индукции пропорциональна модулю магнитной индукции.

Физические величины, их обозначение и единицы измерения в СИ.

Название величин	Буквенное обозначение	Единицы измерения в СИ	Формулы
Магнитная индукция	B	Тл (тесла)	$B = \frac{F}{Il}$
Сила тока	I	А (ампер)	
Длина	l	м	
Заряд частицы	q	Кл (кулон)	
Скорость	v	м/с	
Угол	α		
Сила Ампера	F_A	Н (ньютон)	$F_A = IlB\sin\alpha$
Сила Лоренца	F_L	Н (ньютон)	$F_L = qvB\sin\alpha$
Радиус окружности	r	м	$r = \frac{mv}{qB}$
Масса	m	кг	
Константы			
Элементарный заряд		$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$	
Масса электрона		$m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$	

Масса протона	$m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$

Практическая часть

Примеры решения задач

1. С какой силой действует магнитное поле с индукцией 10 мТл на проводник, в котором сила тока 50 А, если длина активной части проводника 0,1 м? Линии индукции поля и ток взаимно перпендикулярны.

Дано	Формула	Решение
$B = 10 \text{ мТл} = 0,01 \text{ Тл}$ $I = 50 \text{ А},$ $L = 0,1 \text{ м},$ $\alpha = 90^\circ$	$F = IBL \sin \alpha$	$F = 50 \text{ А} \cdot 0,01 \text{ Тл} \cdot 0,1 \text{ м} \cdot \sin 90^\circ =$ $= 50 \text{ А} \cdot 0,01 \text{ Тл} \cdot 0,1 \text{ м} \cdot 1 = 0,05 \text{ Н}$
Найти: F-?		Ответ: $F = 0,05 \text{ Н}.$

2. Какова индукция магнитного поля, в которой на проводник с длиной активной части 5 см действует сила 50 мН? Сила тока в проводнике 25 А. проводник расположен перпендикулярно индукции магнитного поля.

Дано	Формула	Решение
$L = 5 \text{ см} = 0,05 \text{ м},$ $I = 25 \text{ А},$ $F = 50 \text{ мН} = 0,05 \text{ Н},$	$F = IBL \sin \alpha$ $B = F / I$ $L \sin \alpha$	$B = 0,05 \text{ Н} / 25 \text{ А} \cdot 0,05 \text{ м} = 0,04 \text{ Тл}$ Ответ: $B = 0,04 \text{ Тл}.$
Найти: B = ?		

3. Какая сила действует на протон, движущийся со скоростью 10 Мм/с в магнитном поле индукцией 0,2 Тл перпендикулярно линиям индукции?

Дано:	Решение:
$v = 10 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ $B = 0,2 \text{ Тл}$ $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ $\alpha = 90^\circ$	$F_{\text{л}} = qvB \sin \alpha$ $F_{\text{л}} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10 \cdot 10^6 \cdot 0,2 = 3,2 \cdot 10^{-13} \text{ Н}$
Найти: $F_{\text{л}}$ -?	Ответ: $: F_{\text{л}} = 3,2 \cdot 10^{-13} \text{ Н}$

Самостоятельная работа

- Что наблюдается в опыте Эрстеда? Выберите правильное утверждение.
 А. Проводник с током действует на электрические заряды.
 Б. Магнитная стрелка поворачивается вблизи проводника с током.
 В. Магнитная стрелка поворачивается вблизи заряженного проводника.
- Выберите наиболее правильное продолжение фразы: «Магнитные поля создаются ...»
 А....неподвижными электрическими зарядами.

Б....как неподвижными, так и движущимися электрическими зарядами.
В.... движущимися электрическими зарядами

3. Выберите наиболее правильное продолжение фразы: «Движущийся электрический заряд создает ...»

- А. ...только магнитное поле.*
- Б. ...только электрическое поле.*
- В. ... как электрическое, так и магнитное поле.*

4. Какое из приведенных ниже выражений характеризует силу действия магнитного поля на проводник с током? Выберите правильное утверждение.

- А. $B\vec{l}$*
- Б. $Bq\vec{v}$*
- В. Eq*

5. Как изменится сила Ампера, действующая на прямолинейный проводник с током в однородном магнитном поле, при увеличении силы тока в 2 раза? Выберите правильное утверждение.

- А. Увеличится в 2 раза.*
- Б. Не изменится*
- В. Уменьшится в 2 раза.*

6. Назовите прибор (устройство), в котором используется поворот рамки стоком в магнитном поле. Выберите правильное утверждение.

- А. Громкоговоритель.*
- Б. Электромагнит*
- В. Амперметр.*

7. Чем объясняется взаимодействие двух параллельных проводников с током? Выберите правильное утверждение.

- А. Действием электрического поля одного проводника с током на ток в другом проводнике.*
- Б. Взаимодействием электрических зарядов.*
- В. Действием магнитного поля одного проводника с током на ток в другом проводнике.*

8. Выберите наиболее правильное продолжение фразы: «Магнитные поля оказывает силовое действие ...»

- А. ... только на покоящиеся электрические заряды.*
- Б. ...только на движущиеся электрические заряды.*
- В. ... как на движущиеся, так и на покоящиеся электрические заряды.*

9. «Поворот магнитной стрелки вблизи проводника с током объясняется тем, что на нее действуют...»

Выберите правильное утверждение.

А.... электрическое поле, создаваемое зарядами проводника.

Б. ...магнитное поле, создаваемое движущимися в проводнике зарядами.

В. ...электрическое поле, созданное движущимися зарядами проводника.

10. Что наблюдалось в опыте Ампера? Выберите правильное утверждение.

А. Две магнитные стрелки взаимодействуют друг с другом.

Б. Магнитная стрелка поворачивается вблизи проводника с током.

В. Два проводника с током взаимодействуют друг с другом.

11. По какой из приведенных ниже выражений можно вычислить модуль индукции магнитного поля B по силе, действующей на проводник с током?

Выберите правильное утверждение.

А. Fl

Б. $\frac{I}{Fl}$

В. $\frac{F}{Il}$

12. Как изменится сила Ампера, действующая на прямолинейный проводник с током в однородном магнитном поле, при уменьшении силы тока в 2 раза?

Выберите правильное утверждение.

А. Увеличится в 2 раза.

Б. Не изменится

В. Уменьшится в 2 раза.

13. Какова индукция магнитного поля, в котором на проводник с длиной активной части 3 см действует сила 25 мН? Сила тока в проводнике 20 А.

Проводник расположен перпендикулярно индукции магнитного поля.

14. С какой силой действует однородное магнитное поле с индукцией 0,5Тл на прямолинейный проводник длиной 10 см с током 5 А, расположенный перпендикулярно вектору индукции магнитного поля?

15. На проводник с током 2А, расположенный перпендикулярно вектору магнитной индукции, действует сила 0,5 Н. Найдите длину проводника, если модуль индукции равен 0,4 Тл.

16. Какая сила действует на протон, движущийся со скоростью 8 Мм/с в магнитном поле с индукцией 0,6 Тл перпендикулярно линиям индукции?

Практическое занятие № 9

Самостоятельная работа по теме «Магнитное поле»

I вариант

1. Что наблюдается в опыте Эрстеда? Выберите правильное утверждение.

А. Проводник с током действует на электрические заряды.

Б. Магнитная стрелка поворачивается вблизи проводника с током.

В. Магнитная стрелка поворачивается вблизи заряженного проводника.

2. Выберите наиболее правильное продолжение фразы: «Магнитные поля создаются ...»
А....неподвижными электрическими зарядами.
Б....как неподвижными, так и движущимися электрическими зарядами.
В.... движущимися электрическими зарядами
3. Выберите наиболее правильное продолжение фразы: «Движущийся электрический заряд создает ...»
А. ...только магнитное поле.
Б. ...только электрическое поле.
В. ... как электрическое, так и магнитное поле.
4. Какое из приведенных ниже выражений характеризует силу действия магнитного поля на проводник с током? Выберите правильное утверждение.
А. $B\ell$
Б. Bqv
В. Eq
5. Как изменится сила Ампера, действующая на прямолинейный проводник с током в однородном магнитном поле, при увеличении силы тока в 2 раза? Выберите правильное утверждение.
А. Увеличится в 2 раза.
Б. Не изменится
В. Уменьшится в 2 раза.
6. Назовите прибор (устройство), в котором используется поворот рамки стоком в магнитном поле. Выберите правильное утверждение.
А. Громкоговоритель.
Б. Электромагнит
В. Амперметр.
7. Какова индукция магнитного поля, в котором на проводник с длиной активной части 5 см действует сила 50 мН? Сила тока в проводнике 25 А. Проводник расположен перпендикулярно индукции магнитного поля.
8. С какой силой действует однородное магнитное поле с индукцией 4 Тл на прямолинейный проводник длиной 20 см с током 10 А, расположенный перпендикулярно вектору индукции магнитного поля?
9. На проводник с током 5А, расположенный перпендикулярно вектору магнитной индукции, действует сила 0,6 Н. Найдите длину проводника, если модуль индукции равен 0,2 Тл.
- 10.Какая сила действует на протон, движущийся со скоростью 10 Мм/с в магнитном поле с индукцией 0,2 Тл перпендикулярно линиям индукции?

Самостоятельная работа по теме «Магнитное поле»

II вариант

1. Чем объясняется взаимодействие двух параллельных проводников с током? Выберите правильное утверждение.
А. Действием электрического поля одного проводника с током на ток в другом проводнике.
Б. Взаимодействием электрических зарядов.
В. Действием магнитного поля одного проводника с током на ток в другом проводнике.
2. Выберите наиболее правильное продолжение фразы: «Магнитные поля оказывает силовое действие ...»
А. ... только на покоящиеся электрические заряды.
Б. ... только на движущиеся электрические заряды.
В. ... как на движущиеся, так и на покоящиеся электрические заряды.
3. «Поворот магнитной стрелки вблизи проводника с током объясняется тем, что на нее действуют...»
Выберите правильное утверждение.
А.... электрическое поле, создаваемое зарядами проводника.
Б. ...магнитное поле, создаваемое движущимися в проводнике зарядами.
В. ...электрическое поле, созданное движущимися зарядами проводника.
4. Что наблюдалось в опыте Ампера? Выберите правильное утверждение.
А. Две магнитные стрелки взаимодействуют друг с другом.
Б. Магнитная стрелка поворачивается вблизи проводника с током.
В. Два проводника с током взаимодействуют друг с другом.
5. По какой из приведенных ниже выражений можно вычислить модуль индукции магнитного поля B по силе, действующей на проводник с током? Выберите правильное утверждение.
А. Fl
Б. $\frac{I}{Fl}$
В. $\frac{F}{Il}$
6. Как изменится сила Ампера, действующая на прямолинейный проводник с током в однородном магнитном поле, при уменьшении силы тока в 2 раза? Выберите правильное утверждение.
А. Увеличится в 2 раза.
Б. Не изменится
В. Уменьшится в 2 раза.

7. На прямой проводник длиной 50 см, расположенный перпендикулярно силовым линиям магнитного поля с индукцией 20 мТл, действует сила 0,15 Н. найдите силу тока в проводнике.
8. Какова индукция магнитного поля, в котором на проводник с током 25 А действует сила 0,05Н? Длиной активной части 5 см? Направление линий индукции магнитного поля и тока взаимно перпендикулярны.
9. С какой силой действует однородное магнитное поле с индукцией 2 Тл на прямолинейный проводник длиной 40 см с током 10 А, расположенный перпендикулярно вектору индукции магнитного поля?
- 10.Какая сила действует на электрон, движущийся со скоростью 10 Мм/с в магнитном поле с индукцией 0,5 Тл перпендикулярно линиям индукции?

Практическая работа №10

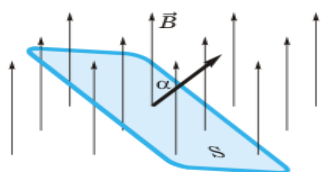
Решение задач по теме «Электромагнитная индукция»

Цель: - закрепить понятие электромагнитной индукции, отработать навыки решения задач на закон электромагнитной индукции

- развивать у студентов умение видеть, где применяется электромагнитная индукция в практическом применении в быту, технике и на производственной практике;
- Воспитывать у студентов чувство требовательности к себе, дисциплинированность

Краткая теория

Электромагнитной индукцией называется явление возникновения электрического тока в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока через площадь, ограниченную контуром.



Магнитный поток (или поток магнитной индукции) –

это физическая величина численно равная произведению модуля магнитной индукции, площади контура и косинуса угла α :

$\Phi = BScos\alpha$, где B - модуль магнитной индукции, S - площадь контура, α - угол между вектором магнитной индукции и перпендикуляром к плоскости контура.

Единица магнитного потока в системе СИ называется **вебер** (Вб) в честь немецкого физика Вильгельма Вебера. Магнитный поток 1 Вб создается однородным магнитным полем с индукцией 1 Тл через поверхность площадью S , расположенную перпендикулярно вектору магнитной индукции: $1\text{Вб} = 1\text{Тл}\cdot 1\text{м}^2$

Направление индукционного тока определяется **правилом Ленца**: индукционный ток имеет такое направление, что созданное им магнитное поле стремится скомпенсировать то изменение магнитного потока, которое вызвало данный ток.

Закон электромагнитной индукции

ЭДС индукции в замкнутом контуре равна скорости изменения магнитного потока, пронизывающего этот контур, взятого со знаком минус:

$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, или $\mathcal{E}_i = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, где $\mathcal{E}_i$ – ЭДС индукции, N – число витков в контуре, $\Delta\Phi$ – изменение магнитного потока ($\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$), Δt – время.

ЭДС индукции в движущихся проводниках: $\mathcal{E}_i = Blv \sin \alpha$, где l – длина проводника,

v – скорость движения проводника, α – угол между проводником и вектором магнитной индукции B .

Самоиндукция

Явление **самоиндукции** состоит в возникновении ЭДС индукции в контуре при изменении силы тока в этом же контуре. А ЭДС индукции называется в данном случае **ЭДС самоиндукции**. ЭДС самоиндукции обозначается $\mathcal{E}_{is}$

Физической причиной явления самоиндукции является порождение вихревого электрического поля переменным магнитным полем.

Согласно закону электромагнитной индукции ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$,

Магнитный поток Φ пропорционален силе тока I в контуре: $\Phi = LI$.

Коэффициент пропорциональности L называется **индуктивностью** данного контура.

Индуктивность контура определяется его формой и размерами (в частности, числом витков в катушке), а также свойствами материала, находящегося внутри контура (так называемого «сердечника»).

Поскольку $\Phi = LI$, из формулы $\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, получаем, что $\mathcal{E}_{is} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$,

Эта формула раскрывает **физический смысл индуктивности** L : из нее следует, что индуктивность L контура численно равна ЭДС самоиндукции, возникающей в контуре при изменении силы тока на 1 А за 1 с. Поэтому индуктивность называют также **коэффициентом самоиндукции**.

В системе СИ единицей индуктивности является **генри (Гн)**. Она названа в честь американского физика Джозефа Генри, наблюдавшего впервые явление самоиндукции в 1832 году.

Индуктивность контура равна 1 Гн, если при изменении силы тока в контуре на 1 А за 1 с в нем возникает ЭДС самоиндукции, равная 1 В. Отсюда 1

$$Гн = 1 \frac{В \cdot с}{А}$$

Энергия магнитного поля

Магнитное поле так же, как и электрическое, обладает энергией.

Энергия магнитного поля тока в контуре с индуктивностью L равна $W_m = \frac{LI^2}{2}$, где I – сила тока в контуре, L – индуктивность контура.

**Физические величины,
их обозначение и единицы измерения в СИ.**

Название величин	Буквенное обозначение	Единицы измерения в СИ	Формулы
Магнитная индукция	B	Тл (тесла)	$B = \frac{F}{Il}$

Сила тока	I	А (ампер)	
Длина	l	м	
ЭДС индукции	$\mathcal{E}_i$	В (вольт)	$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ $\mathcal{E}_i = Blv \sin \alpha$
ЭДС самоиндукции	$\mathcal{E}_{is}$	В	$\mathcal{E}_{is} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$
Скорость	v	м/с	
Угол	α		
Число витков	N		
Магнитный поток	Φ	Вб (вебер)	$\Phi = BS \cos \alpha$, $\Phi = LI$
Изменение магнитного потока	$\Delta\Phi$	Вб	
Скорость изменения магнитного потока	$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$	Вб/с	
Энергия магнитного поля тока	W_m	Дж	$W_m = \frac{LI^2}{2}$
Индуктивность	L	Гн(генри)	
Константы			
Элементарный заряд		$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$	

Практическая часть

Примеры решения задач

Задача №1. За 5 мс магнитный поток, пронизывающий контур, убывает с 9 до 4 мВб. Найти ЭДС индукции в контуре.

Дано: $\Delta t = 5 \text{ мс}$ $\Phi_1 = 9 \text{ мВб}$ $\Phi_2 = 4 \text{ мВб}$ Найти: $\mathcal{E}_i$ - ?	СИ $5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ $9 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}$ $4 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}$	Решение: $\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Delta t} = \frac{(9 - 4) \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-3}} = 1 \text{ В}$ Ответ: : 1В

Задача №2. Сколько витков должна содержать катушка с площадью поперечного сечения 50 см^2 , чтобы при изменении магнитной индукции от 0,2 до 0,3 Тл в течении 4 мс в ней возбуждалось ЭДС 10 В?

Дано: $S = 50 \text{ см}^2$ $B_1 = 0,2 \text{ Тл}$ $B_2 = 0,3 \text{ Тл}$ $\Delta t = 4 \text{ мс}$ $\mathcal{E}_i = 10 \text{ В}$ Найти: N - ?	СИ $5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$ $4 \cdot 10^{-3} \text{ с}$	Решение: $\mathcal{E}_i = N \cdot \left \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right ; \quad \Delta\Phi = \Delta BS;$ $\mathcal{E}_i = N \cdot \left \frac{\Delta BS}{\Delta t} \right ; \quad N = \frac{\mathcal{E}_i \cdot \Delta t}{\Delta BS} = \frac{10 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{0,1 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 80$ Ответ: : $N = 80$

Задача №3. В витке, выполненном из алюминиевого провода длиной 10 см и площадью поперечного сечения $1,4 \text{ мм}^2$, скорость изменения магнитного потока 10 мВб/с. Найти силу индукционного тока.

Дано:	СИ	Решение:

$L = 10 \text{ см}$ $S = 1,4 \text{ мм}^2$ $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 10 \text{ мВб}$ Найти: I - ?	$0,1 \text{ м}$ $1,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$ $10 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}$ $4 \cdot 10^{-3} \text{ с}$	$\mathcal{E}_i = IR; \quad I = \frac{\mathcal{E}_i}{R}; \quad R = \rho \frac{L}{S}; \quad \mathcal{E}_i = \left \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right ; \quad I =$ $\frac{\Delta\Phi \cdot S}{\Delta t \rho L}$ для алюминия $\rho = 2,8 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ $I = \frac{\Delta\Phi \cdot S}{\Delta t \rho L} = \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 1,4 \cdot 10^{-6}}{2,8 \cdot 10^{-8} \cdot 0,1} = 5 \text{ А}$

Ответ: : $I = 5 \text{ А}$

Задачи для самостоятельного решения

- Магнитный поток внутри катушки с числом витков равным 400, за 0,2 с изменился от 0,1 Вб до 0,9 Вб. Определить ЭДС, индуцируемую в катушке.
- Определить магнитный поток, проходящий через прямоугольную площадку со сторонами 20x40 см, если она помещена в однородное магнитное поле с индукцией в 5 Тл под углом 60° к линиям магнитной индукции поля.
- Сколько витков должна иметь катушка, чтобы при изменении магнитного потока внутри нее от 0,024 до 0,056 Вб за 0,32 с в ней создавалась средняя э.д.с. 10 В?
- Определить ЭДС индукции на концах крыльев самолета Ан-2, имеющих длину 12,4 м, если скорость самолёта при горизонтальном полёте 180 км/ч, а вертикальная составляющая вектора индукции магнитного поля Земли $0,5 \cdot 10^{-4}$ Тл.
- Найти ЭДС индукции на крыльях самолета Ту-204, имеющих длину 42 м, летящего горизонтально со скоростью 850 км/ч, если вертикальная составляющая вектора индукции магнитного поля Земли $5 \cdot 10^{-5}$ Тл.
- В катушке возникает магнитный поток 0,015 Вб, когда по ее виткам проходит ток 5,0 А. Сколько витков содержит катушка, если ее индуктивность 60 мГ?
- Какая э.д.с. самоиндукции возникнет в катушке с индуктивностью 68 мГ, если ток 3,8 А исчезнет в ней за 0,012 с?
- Определить индуктивность катушки, если при ослаблении в ней тока на 2,8 А за 62 мс в катушке появляется средняя э.д.с. самоиндукции 14 В.
- За сколько времени в катушке с индуктивностью 240 мГ происходит нарастание тока от нуля до 11,4 А, если при этом возникает средняя э.д.с. самоиндукции 30 В?
- По катушке с индуктивностью 0,6 Гн течет ток силой 20 А. Какова энергия магнитного поля катушки? Как изменится эта энергия при возрастании силы тока в 2 раза? в 3 раза?
- Какой силы ток нужно пропускать по обмотке дросселя с индуктивностью 0,5 Гн, чтобы энергия поля оказалась равной 100 Дж?
- Энергия магнитного поля какой катушки больше и во сколько раз, если первая имеет характеристики: $I_1 = 10 \text{ А}$, $L_1 = 20 \text{ Гн}$, вторая: $I_2 = 20 \text{ А}$, $L_2 = 10 \text{ Гн}$?
- Определить энергию магнитного поля катушки, в которой при токе 7,5 А магнитный поток равен $2,3 \cdot 10^{-3}$ Вб. Число витков в катушке 120.
- Определить индуктивность катушки, если при токе 6,2 А ее магнитное поле обладает энергией 0,32 Дж.

Практическая работа №11.

Лабораторная работа: Изучение зависимости периода колебаний нитяного (или

пружинного) маятника от длины нити (или массы груза).

Оборудование: штатив с перекладиной и муфтой, нить с петлями на концах, груз с крючком, линейка, электронный секундомер

Цель работы: состоит в экспериментальной проверке формулы, связывающей период колебаний маятника с длиной его подвеса.

Основные сведения

Рассмотрим колебания нитяного маятника, т.е. небольшого тела (например, шарика), подвешенного на нити, длина которой значительно превышает размеры самого тела. Если шарик отклонить от положения равновесия и отпустить, то он начнет колебаться. Сначала маятник движется с нарастающей скоростью вниз. В положении равновесия скорость шарика не равна нулю, и он по инерции движется вверх. По достижении наивысшего положения шарик снова начинает двигаться вниз. Это будут свободные колебания маятника.

Свободные колебания – это колебания, которые возникают в системе под действием внутренних сил, после того, как система была выведена из положения устойчивого равновесия.

Колебательное движение характеризуют амплитудой, периодом и частотой колебаний.

Амплитуда колебаний - это наибольшее смещение колеблющегося тела от положения равновесия. Обозначается x_m . Единица измерения - метр [1м].

Период колебаний - это время, за которое тело совершает одно полное колебание. Обозначается T . Единица измерения - секунда [1с].

Частота колебаний - это число колебаний, совершаемых за единицу времени. Обозначается ν . Единица измерения - герц [1Гц].



Тело, подвешенное на невесомой нерастяжимой нити называют **математическим маятником**. Период колебаний математического маятника определяется формулой:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1), \quad \text{где } l - \text{длина подвеса, а } g - \text{ускорение свободного падения.}$$

Период колебаний математического маятника зависит:

1) от длины нити. Период колебаний математического маятника пропорционален

корню квадратному из длины нити $T \sim \sqrt{l}$. Т.е., например при уменьшении длины нити в 4 раза, период уменьшается в 2 раза; при уменьшении длины нити в 9 раз, период уменьшается в 3 раза.

2) от ускорения свободного падения той местности, где происходят колебания. Период колебаний математического маятника обратно пропорционален корню квадратному из ускорения свободного падения

$$T \sim \frac{1}{\sqrt{g}}$$



Тело, подвешенное на пружине называют **пружинным маятником**.

Период колебаний пружинного маятника определяется формулой $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$, где m - масса тела, k - жесткость пружины.

Период колебаний пружинного маятника зависит:

1) от массы тела. Период колебаний пружинного маятника пропорционален корню квадратному из массы тела $T \sim \sqrt{m}$.

2) от жесткости пружины. Период колебаний пружинного маятника обратно пропорционален корню квадратному из жесткости пружины

$$T \sim \frac{1}{\sqrt{k}}$$

В работе мы исследуем колебания математического маятника. Из формулы

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

следует, что период колебаний изменится вдвое при изменении длины подвеса в четыре раза.

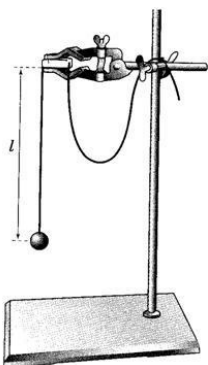
Это следствие и проверяют в работе. Поочередно испытывают два маятника, длины подвесов которых отличаются в четыре раза. Каждый из маятников приводят в движение и измеряют время, за которое он совершит определённое количество колебаний. Чтобы уменьшить влияние побочных факторов, опыт с каждым маятником проводят несколько раз и находят среднее значение времени, затраченное маятником на совершение заданного числа колебаний. Затем вычисляют периоды маятников и находят их отношение.

Выполнение работы.

1. Подготовьте таблицу для записи результатов измерений и вычислений:

$l, м$	№ опыта	N	t, с	$t_{cp}, с$	T, с	$\nu, Гц$
$l_1 =$	1	30				
	2	30				
	3	30				
	4	30				
$l_2 =$	1	30				
	2	30				
	3	30				

	4	30				



2. Закрепите перекладину в муфте у верхнего края стержня штатива. Штатив разместите на столе так, чтобы конец перекладины выступал за край поверхности стола. Подвесьте к перекладине с помощью нити один груз из набора. Расстояние от точки повеса до центра груза должно быть 25-30 см.

3. Подготовьте электронный секундомер к работе в ручном режиме.

4. Отклоните груз на 5-6 см от положения равновесия и замерьте время, за которое груз совершит 30 полных колебаний (при отклонении груза следите, чтобы угол отклонения не был велик).

5. Повторите измерение 3-4 раза и определите среднее время $t_{cp1} = (t_1 + t_2 + t_3 + t_4) / 4$

6. Вычислите период колебания груза с длиной подвеса 25-30 см по формуле

$$T_1 = \frac{t_{cp1}}{N}$$

7. Увеличьте длину подвеса в четыре раза.

8. Повторите серию опытов с маятником новой длины и вычислите его период

$$T_2 = \frac{t_{cp2}}{N}$$

колебаний по формуле

9. Вычислите частоты колебаний для обеих маятников по формулам

$$\nu_1 = \frac{N}{t_{cp1}}$$

$$\nu_2 = \frac{N}{t_{cp2}}$$

и

10. Сравните периоды колебаний двух маятников, длины которых отличались в четыре раза, и сделайте вывод относительно справедливости формулы (1). Укажите возможные причины расхождения результатов.

11. Ответьте на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Что называют периодом колебаний маятника?
2. Что называют частотой колебаний маятника? Какова единица частоты колебаний?
3. От каких величин и как зависит период колебаний математического маятника?
4. От каких величин и как зависит период колебаний пружинного маятника?
5. Какие колебания называют собственными?

Практическая работа № 12

Самостоятельная работа по теме «Электромагнитный волны»

Вариант 1

1. Какое из приведенных ниже выражений определяет понятие электромагнитное поле? Выберите правильное утверждение.

- А. Процесс распространения колебаний заряженных частиц.

Б. Особая форма материи, осуществляющая взаимодействие между любыми частицами.

В. Особая форма материи, осуществляющая взаимодействие между заряженными частицами.

2. Какое из перечисленных явлений является причиной возникновения электромагнитной волны? Выберите правильное утверждение.

А. Постоянный ток в проводнике.

Б. Колебания заряженных частиц.

В. Равномерное движение заряженных частиц.

3. Как изменится скорость распространения электромагнитной волны при переходе из вакуума в среду? Выберите правильное утверждение.

А. Увеличится.

Б. Уменьшится

В. Не изменится.

4. Переменный электрический ток представляет собой ... Выберите правильное утверждение.

А. ... свободные электромагнитные колебания.

Б. ... затухающие электромагнитные колебания.

В. ... вынужденные электромагнитные колебания.

5. Для передачи электроэнергии на большие расстояния напряжение повышают с помощью трансформатора. Это делают для... Выберите правильное утверждение.

А. ... увеличения частоты переменного тока.

Б. ... увеличения силы тока в линии.

В. ... уменьшения потерь электроэнергии при передаче.

6. Первичной обмотке трансформатора 100 витков, во вторичной обмотке — 20. Выберите все правильные утверждения.

А. Коэффициент трансформации равен 5.

Б. Трансформатор

является понижающим.

В. Коэффициент трансформации равен 0,2.

7. Каким образом осуществляется передача электрической энергии из первичной обмотки трансформатора во вторичную обмотку? Выберите все правильные утверждения.

А. С помощью электромагнитных волн.

Б. Через провода,

соединяющие обмотки трансформатора.

В. С помощью переменного магнитного поля, пронизывающего обе катушки.

8. В неподвижной проволочной рамке, находящейся в магнитном поле, возникает индукционный ток. Выберите правильное утверждение.

А. Сила тока тем больше, чем медленнее изменяется магнитный поток через рамку.

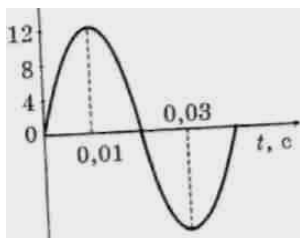
Б. Сила тока максимальна, когда магнитный поток через рамку не изменяется.

В. ЭДС индукции в рамке зависит только от площади рамки.

Г. Если плоскость рамки параллельна линиям индукции магнитного поля, магнитный поток через рамку равен нулю.

I, А

9. По графику, изображенному на рисунке, определите амплитуду силы тока, период и частоту. Напишите уравнение мгновенного значения силы переменного тока.



10. Какие из колебаний, графики которых приведены на рис1,2,3...

а) хорошо излучаются, но не содержат нужную информацию?

б) содержат нужную информацию (речь, музыку) и хорошо излучаются?

в) содержат нужную информацию, но не излучаются?



Рис.1

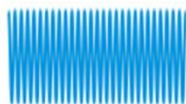


Рис. 2



Рис.3

11. Металлический стержень длиной 60 см движется поступательно со скоростью 5 м/с в однородном магнитном поле с магнитной индукцией 0,6 Тл. Определите ЭДС индукции в стержне, если векторы индукции B и скорости v перпендикулярны стержню, а угол между ними равен 30° .

Вариант 2

1. Какое из приведенных ниже выражений определяет понятие электромагнитная волна? Выберите правильное утверждение.

- А. Кратчайшее расстояние между двумя точками, колеблющимися в одинаковых фазах.
- Б. Процесс распространения колебаний заряженных частиц.
- В. Процесс распространения колебаний электрической напряженности и магнитной индукции.

2. Как распространяется электромагнитная волна в вакууме? Выберите правильное утверждение.

- А. Мгновенно.
- Б. Со скоростью 340 м/с.
- В. Со скоростью $3 \cdot 10^8$ м/с.

3. Почему в метро радиоприемник замолкает? Выберите правильное утверждение.

- А. Увеличивается дальность от передающей радиостанции.
- Б. Проводящая поверхность Земли отражает электромагнитные волны.
- В. Электромагнитные волны в земле не возникают.

4. Переменный электрический ток представляет собой ... Выберите правильное утверждение.

- А. ... свободные электромагнитные колебания.
- Б. ... затухающие электромагнитные колебания.
- В. ... вынужденные электромагнитные колебания.

5. Трансформатор изменяет напряжение от 200 В до 1000 В. В первичной обмотке 20 витков. Выберите все правильные утверждения

- А. Трансформатор является повышающим. •
- Б. Во вторичной обмотке 100 витков.
- В. Коэффициент трансформации равен 5.

6. Укажите явления, которые вызывают треск в радиоприемнике.

а) молния; б) работа электросварочного аппарата; в) образование искр у наждачного круга.

7. Для передачи электроэнергии на большие расстояния напряжение повышают с помощью трансформатора. Это делают для... Выберите правильное утверждение.

А ... увеличения силы тока в линии.

Б ... уменьшения потерь электроэнергии при передаче.

В ... увеличения частоты переменного тока.

8. В однородном изменяющемся магнитном поле находится неподвижная замкнутая проволочная рамка. Выберите правильное утверждение.

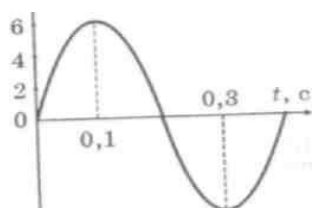
А. Если вектор индукции магнитного поля перпендикулярен плоскости рамки, в рамке возникает индукционный ток.

Б. Индукционный ток в рамке возникает при любом положении рамки.

В. ЭДС индукции в рамке зависит только от площади рамки.

Г. Если вектор индукции магнитного поля перпендикулярен плоскости рамки, магнитный поток через плоскость рамки все время равен нулю.

I, A



9. По графику, изображенному на рисунке, определите амплитуду силы тока, период и частоту. Напишите уравнение мгновенного значения силы переменного тока.

10. Какие из колебаний, графики которых приведены на рис....

а) хорошо излучаются, но не содержат нужную информацию?

б) содержат нужную информацию (речь, музыку) и хорошо излучаются?

в) содержат нужную информацию, но не излучаются?



Рис.1

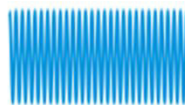


Рис. 2



Рис.3

11. Вертикальный металлический стержень длиной 50 см движется горизонтально со скоростью 3 м/с в однородном магнитном поле индукцией 0,15 Тл. Линии магнитной индукции поля направлены горизонтально под прямым углом к направлению вектора скорости стержня. Какова ЭДС индукции в стержне?

Практическая работа №13

Построение изображений в тонкой линзе

Цель: определить фокусное расстояние линзы, построить изображения источника света, полученные при помощи линзы, научить строить изображения даваемые линзой, способствовать развитию логического мышления, умений видеть, слышать, собирать и осмысливать информацию, самостоятельно делать выводы,

воспитывать внимательность, усидчивость и аккуратность в работе; учиться пользоваться приобретенными знаниями для решения практических и познавательных задач.

Краткая теория

Линзой называется прозрачное тело, ограниченное двумя сферическими поверхностями. Если толщина самой линзы мала по сравнению с радиусами кривизны сферических поверхностей, то линзу называют тонкой.

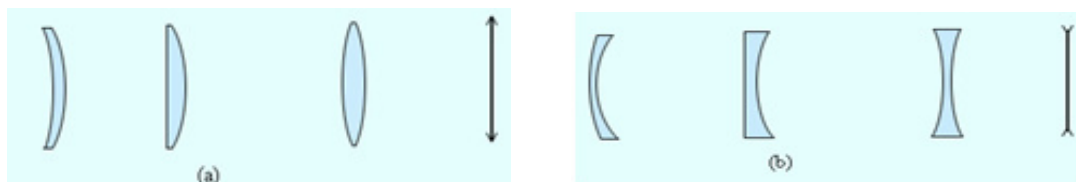


Рисунок 1. Собирающие (а) и рассеивающие (б) линзы и их условные

Прямая, проходящая через центры кривизны O_1 и O_2 сферических поверхностей, называется **главной оптической осью (ГОО)** линзы. В случае тонких линз приближенно можно считать, что главная оптическая ось пересекается с линзой в одной точке, которую принято называть **оптическим центром** линзы O . Луч света проходит через оптический центр линзы, не отклоняясь от первоначального направления. Все прямые, проходящие через оптический центр, называются **побочными оптическими осями (ПОО)**.

Если на линзу направить пучок лучей, параллельных главной оптической оси, то после прохождения через линзу лучи (или их продолжения) соберутся в одной точке F , которая называется **главным фокусом линзы**. У тонкой линзы имеются два главных фокуса, расположенных симметрично на главной оптической оси относительно линзы. У собирающих линз фокусы действительные, у рассеивающих — мнимые. Пучки лучей, параллельных одной из побочных оптических осей, после прохождения через линзу также фокусируются в точку F' , которая расположена при пересечении побочной оси с **фокальной плоскостью Φ** , то есть плоскостью, перпендикулярной главной оптической оси и проходящей через главный фокус (рис. 2). Расстояние между оптическим центром линзы O и главным фокусом F называется **фокусным расстоянием**. Оно обозначается той же буквой F .

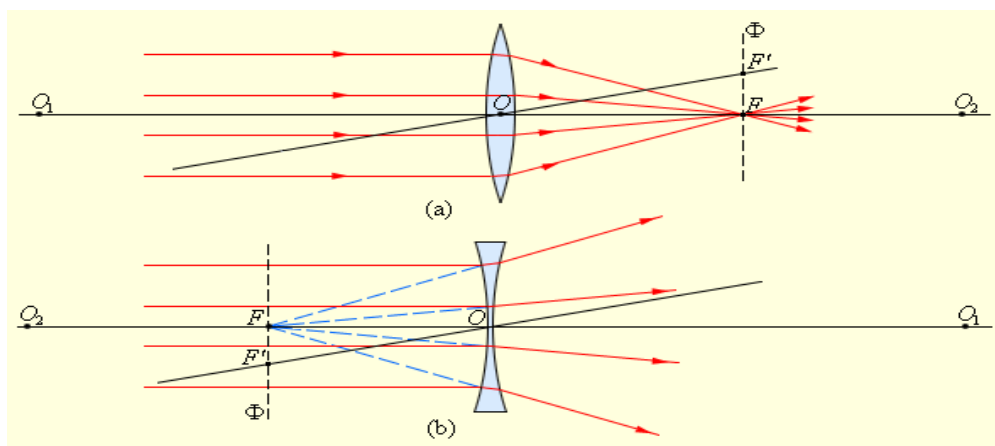


Рисунок 2.

Преломление параллельного пучка лучей в собирающей (а) и рассеивающей (б) линзах. Точки O_1 и O_2 – центры сферических поверхностей, O_1O_2 – главная оптическая ось, O – оптический центр, F – главный фокус, F' – побочный фокус, OF' – побочная оптическая ось, Φ – фокальная плоскость

Основное свойство линз – способность давать изображения предметов.

Изображения бывают прямыми и перевернутыми, действительными и мнимыми, увеличенными и уменьшенными.

Положение изображения и его характер можно определить с помощью геометрических построений. Для этого используют свойства некоторых стандартных лучей, ход которых известен. Это лучи, проходящие через оптический центр или один из фокусов линзы, а также лучи, параллельные главной или одной из побочных оптических осей. Примеры таких построений представлены на рис. 8 и 9.

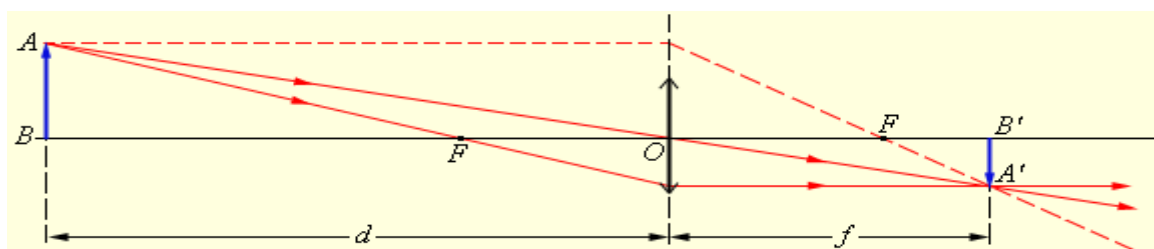


Рисунок 3. Построение изображения в собирающей линзе

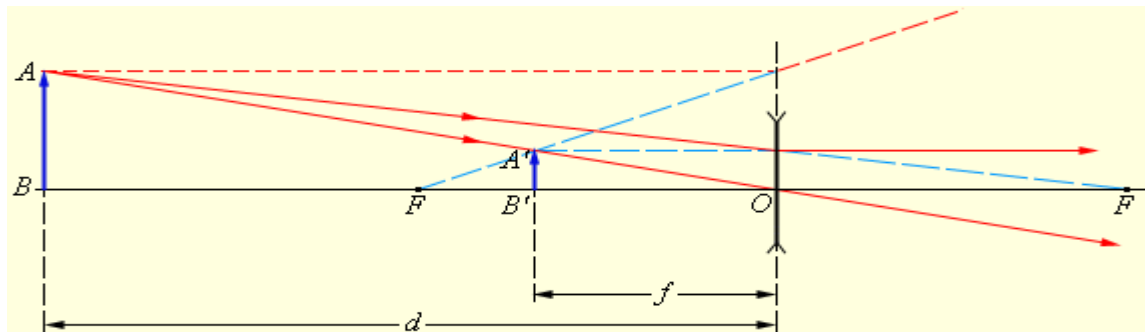


Рисунок 4. Построение изображения в рассеивающей линзе

Положение изображения и его характер (действительное или мнимое) можно также рассчитать с помощью формулы тонкой линзы. Если расстояние от предмета до линзы обозначить через d , а расстояние от линзы до изображения через f , то формулу тонкой линзы можно записать в виде:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} = D.$$

Величину D , обратную фокусному расстоянию, называют оптической силой линзы. Единицей измерения оптической силы является диоптрия (дптр). Диоптрия – оптическая сила линзы с фокусным расстоянием 1 м:

$$1 \text{ дптр} = \text{м}^{-1}.$$

Фокусным расстояниям линз принято приписывать определенные знаки: для собирающей линзы $F > 0$, для рассеивающей $F < 0$.

Величины d и f также подчиняются определенному правилу знаков:

$d > 0$ и $f > 0$ – для действительных предметов (то есть реальных источников света, а не продолжений лучей, сходящихся за линзой) и изображений;

$d < 0$ и $f < 0$ – для мнимых источников и изображений.

Для случая, изображенного на рис. 3, имеем: $F > 0$ (линза собирающая), $d = 3F > 0$ (действительный предмет).

По формуле тонкой линзы получим $f = \frac{3}{2}F > 0$; $f = \frac{3}{2}F > 0$, следовательно, изображение действительное.

В случае, изображенном на рис. 4, $F < 0$ (линза рассеивающая), $d = 2|F| > 0$ (действительный предмет), $f = -\frac{2}{3}F < 0$, то есть изображение мнимое.

Линейным увеличением линзы Γ называют отношение линейных размеров изображения h' и предмета h . Величине h' , удобно приписывать знаки плюс или минус в зависимости от того, является изображение прямым или перевернутым. Величина h всегда считается положительной. Поэтому для прямых изображений $\Gamma > 0$, для перевернутых $\Gamma < 0$. Из подобия треугольников на рис. 3 и 4 легко получить формулу для линейного увеличения тонкой линзы:

$$\Gamma = \frac{h'}{h} = -\frac{f}{d}$$

Практическая часть

Пример построения изображения в линзе

Случай № 1

Пусть предмет находится на расстоянии, превышающем двойной фокус

Для построения изображения нам достаточно выбрать два луча, исходящих из верхнего конца отрезка предмета. Один из этих лучей выберем так, чтобы он шел параллельно главной оптической оси, второй луч пусть идет через оптический центр линзы. После преломления первый луч проходит через фокус, второй же не меняет своего направления. Находим точку пересечения лучей, из нее опускаем перпендикуляр на главную оптическую ось и получаем изображение (Рис. 2).

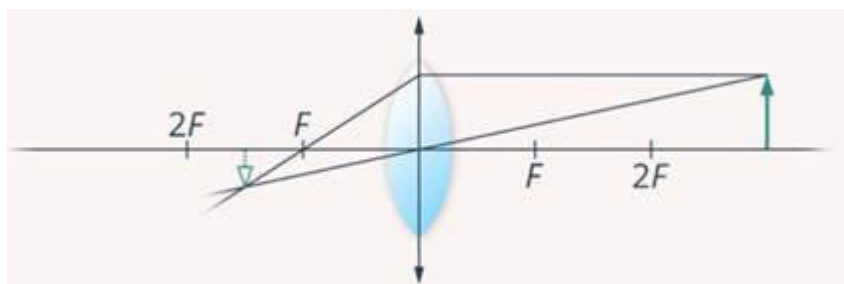


Рис. 2. Случай № 1

В результате изображение находится между фокусом и двойным фокусом, является перевернутым, уменьшенным и действительным. Тот же вывод, за исключением перевернутости, можно получить с помощью формулы тонкой линзы. Вспомним ее:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$$

Возьмем, что расстояние от предмета до линзы равно $3F$. Выполним простые алгебраические преобразования, получим, что:

$$f = \frac{3}{2}F$$

Данная величина меньше удвоенного фокусного расстояния и больше фокусного, как и было показано на рисунке, изображение находится между фокусом и двойным фокусом. Увеличение, как известно, можно вычислить по формуле:

$$\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{f}{d}$$

В данном случае мы получаем, что $\frac{f}{d} = \frac{1}{2}$ и изображение получается меньше, чем предмет по размеру.

Задачи для самостоятельной работы

Задание. Построить изображения предметов. Дать характеристику полученного изображения по рисунку и доказать аналитически.

Случай № 2

Предмет находится точно в двойном фокусе.

Случай № 3

Предмет находится между двойным фокусом и главным. Выполнив построение, можно увидеть, что в этом случае изображение получается увеличенным, перевернутым и находится за двойным фокусом линзы

Случай № 4

Предмет находится четко в фокусе линзы

Построение изображений даваемых рассеивающей линзой

Рассмотрим те же случаи, что и с собирающей линзой

Случай № 1 – за двойным фокусом

Случай № 2 – в двойном фокусе

Случай № 3 – предмет между фокусом и двойным фокусом

Случай № 4 – предмет в фокусе

Случай № 5 – предмет между фокусом и линзой

Практическая работа №14

Решение задач по теме «Фотоэффект»

Цель: Обобщение и повторение темы «Фотоэффект», развитие познавательных интересов, интеллектуальных и творческих способностей в процессе решения физических задач и самостоятельного приобретения новых знаний

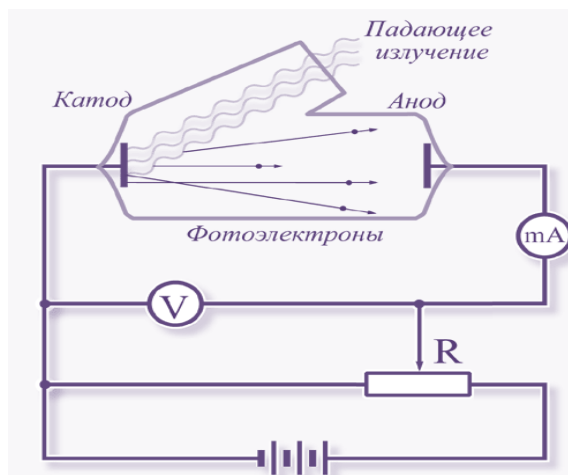
Краткая теория

Определение: фотоэффектом называется явление вырывания электронов из вещества под действием света.

Основные понятия:

1. Квант – порция световой энергии.
2. Фотон – элементарная частица электромагнитного излучения.
3. Работа выхода – работа, которую надо совершить для извлечения электрона из вещества.
4. Фотоэлектрон – электрон, вырванный из вещества под действием света.

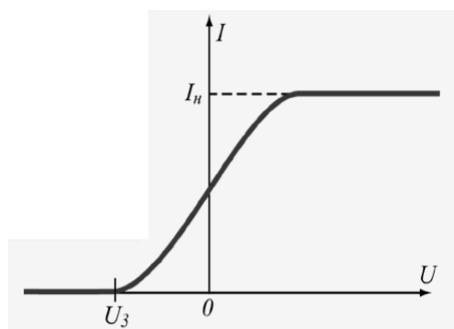
Схема установки для изучения законов фотоэффекта



Установка состоит из стеклянного вакуумного баллона с кварцевым окошком. Внутри баллона впаяны 2 электрода, на один из которых падает свет. На электроды подается напряжение, которое можно менять с помощью потенциометра. Под действием света из катода вырываются электроны и летят к аноду, образуя электрический ток в цепи.

Опыты

Не меняя интенсивности света, увеличивать напряжение. Сила тока увеличивается. Но при некотором напряжении ток перестает расти. Максимальный ток называют током насыщения I_n . Ток насыщения можно увеличить или уменьшить только увеличивая или уменьшая интенсивность падающего на катод света. В результате получился график зависимости силы фототока от приложенного напряжения.



I – сила тока (А)

I_n – ток насыщения

U – напряжение (В)

U_3 – запирающее напряжение

Из графика видно, что сила тока отлична от нуля и при нулевом напряжении. Это означает, что часть электронов достигает анода по инерции. Если изменить полярность батареи, то сила тока уменьшится и при некотором напряжении U_3 обратной полярности сила тока станет равной нулю. Это означает, что электрическое поле тормозит электроны до полной остановки. По задерживающему напряжению U_3 можно определить максимальную кинетическую энергию электронов.

Законы фотоэффекта

1. **Количество электронов**, вырывааемых светом каждую секунду с поверхности металла, пропорционально поглощенной энергии света.
2. **Максимальная кинетическая энергия** вырванных электронов E_k линейно возрастает при увеличении частоты падающего света.
3. Когда частота падающего света меньше некоторого определенного значения ν_{min} (называемого **красной границей фотоэффекта**), фотоэффект не происходит.
4. Фотоэффект не обладает инерцией.

Противоречия законов фотоэффекта с волновой теорией света.

С точки зрения волновой теории фотоэффект должен обладать инерцией, а кинетическая энергия электронов должна зависеть от интенсивности света.

Теория фотоэффекта

Теорию фотоэффекта создал в 1905 г. А.Эйнштейн, разлив гипотезу М. Планка об излучении и поглощении света отдельными порциями.

Он предположил, что свет представляет собой поток частиц (фотоны). Электрон может поглотить фотон целиком, получив при этом энергию фотона $E = h\nu$. Эта энергия идет на совершение работы выхода A_ϕ и на сообщение электрону кинетической энергии E_k

Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта :
$$h\nu = A_\phi + E_k$$

Кинетическая энергия фотоэлектронов:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

Если энергия фотона окажется меньше работы выхода A_ϕ , то фотоэффекта не будет;

Если энергия фотона окажется равной работе выхода A_ϕ , то $h\nu_{min} = A_\phi$
 $\nu_{min} = A_\phi/h$ – красная граница фотоэффекта.

**Физические величины,
их обозначение и единицы измерения в СИ.**

Название величин	Буквенное обозначение	Единицы измерения в СИ	Формулы
Частота	ν	$\Gamma\text{ц} = \text{с}^{-1}$	$\nu = c/\lambda$
Длина волны	λ	м	
Скорость света в вакууме	c	м/с	
Постоянная Планка	h	Дж·с	$h = 6,63 \cdot 10^{-34}$

Энергия кванта(фотона)	E	Дж	$E=h\nu$
Кинетическая энергия фотоэлектронов	E_k	Дж	$E_k = \frac{mv^2}{2}$
Масса электрона	m_e	кг	$m_p = 9.1 \cdot 10^{-31}$
Работа выхода	A	Дж	$h\nu = A_e + E_k$
Красная граница фотоэффекта	ν_{min}	Гц	$\nu_{min} = A_e/h$
Запирающее напряжение	U_z	В	$e U_z = \frac{mv^2}{2}$
Заряд электрона	e	Кл	$1,6 \cdot 10^{-19}$
Импульс фотона	p	кг·м/с	$p = mc = h\nu/c$

Практическая часть Примеры решения задач

- 1. Определить энергию кванта, соответствующего излучению с длиной волны 0,80 мкм.**

Дано:	Си	Решение:
$\lambda = 0,80 \text{ мкм}$	$0,80 \cdot 10^{-6} \text{ м}$	$E = h\nu;$ $\nu = \frac{c}{\lambda} \quad E = \frac{hc}{\lambda}$ $E = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{0,80 \cdot 10^{-6} \text{ м}} = 24,86 \cdot 10^{20} \approx 2,5 \cdot 10^{21} \text{ Дж}$
Найти:		Ответ: $2,5 \cdot 10^{21} \text{ Дж}$
: E-?		

- 2. Найти красную границу фотоэффекта для натрия.**

Дано:	Си	Решение:
натрий $A = 2,27 \text{ эВ}$	$3,63 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$h\nu_{min} = A$ $\nu_{min} = \frac{A}{h};$ $\nu_{min} = \frac{3,63 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}}{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}} \approx 0,55 \cdot 10^{15} = 5,5 \cdot 10^{16} \text{ Гц}$
Найти: ν_{min} - ?		

Ответ: $5,5 \cdot 10^{16} \text{ Гц}$.

- 3. Какую максимальную скорость имеют электроны, вырванные с поверхности висмута, при облучении его светом с длиной волны 100 нм?**

Дано:	Си	Решение:
Висмут $A = 4,62 \text{ эВ}$ $\lambda = 100 \text{ нм}$	$7,4 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ $100 \cdot 10^{-9} \text{ м}$	$E_k = \frac{m_e v^2}{2}; \quad v = \sqrt{\frac{2E_k}{m_e}}$

Найти: ν -?

$$h\nu = A + E_k; \quad E_k = h\nu - A$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda};$$

$$E_k = \frac{hc}{\lambda} - A;$$

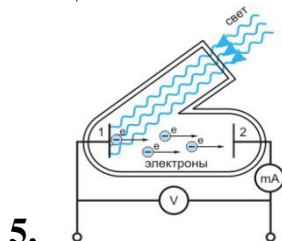
$$E_k = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{100 \cdot 10^{-9} \text{ м}} - 7,4 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} =$$

$$= 0,2 \cdot 10^{-17} \text{ Дж} - 7,4 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 20 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} - 7,4 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} =$$

$$= 12,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,26 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$$

Ответ: $1,26 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$

4. Каково запирающее напряжение между электродами, если электроны, вырванные ультрафиолетовыми лучами с длиной волны $0,1 \text{ мкм}$ из цинковой пластины, не могли создать ток в цепи? (см. рис)



Дано:
 $\nu = 3 \cdot 10^{15} \text{ Гц}$
 цинк
 $A = 3,74 \text{ эВ}$

Си:

$$5,98 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

Решение:

$$e U_3 = \frac{m_e v^2}{2}; \quad E_k = \frac{m_e v^2}{2};$$

$$e U_3 = E_k; \quad U_3 = \frac{E_k}{e};$$

$$E_k = h\nu - A;$$

$$U_3 = \frac{h\nu - A}{e}.$$

Рис. 1

ЗАДАЧИ И ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

I. Ответьте на вопросы:

1. В чем суть гипотезы Планка?
2. Что нового внес Эйнштейн в развитие квантовых представлений по сравнению с гипотезой Планка?
3. Какие закономерности фотоэффекта невозможно объяснить с позиций классической физики?
4. Какие факты свидетельствуют о наличии у света волновых свойств?
5. Какие факты свидетельствуют о наличии у света корпускулярных свойств?
6. Почему посредством волновой модели света нельзя объяснить явление фотоэффекта?
7. Как объясняет фотоэффект квантовая модель света?
8. Какое предположение о взаимодействии фотона с электроном вещества лежит в основе уравнения Эйнштейна?
9. Может ли свободный электрон поглотить фотон? Что произойдет при взаимодействии фотона со свободным электроном?
10. Что такое красная граница фотоэффекта? Чем она определяется?
11. Почему для разных веществ красная граница имеет различные значения?

12. Как понимать утверждение: красная граница фотоэффекта для никеля равна 248 нм? Будет ли наблюдаться фотоэффект при освещении никеля светом с длиной волны 300 нм? 200 нм?
13. В опыте Столетова световой поток увеличили в 4 раза, но это не привело к увеличению фототока. Когда это возможно?
14. Выполняя опыт, Столетов заметил, что фотоэффект происходит быстрее при повышении температуры металла. Чем это объясняется?

II. Решите задачи:

1. Сравните энергию фотона красного ($\nu_{\text{кр}} = 3,9 \cdot 10^{14}$ Гц) и зеленого ($\nu_3 = 5,4 \cdot 10^{14}$ Гц) света.
2. Сравните энергию фотона желтого ($\nu_{\text{ж}} = 5 \cdot 10^{14}$ Гц) и синего ($\nu_3 = 6 \cdot 10^{14}$ Гц) света.
3. Найдите энергию фотонов видимого света с длиной 600 нм.
4. Найдите энергию фотонов видимого света с длиной 700 нм.
5. Определите красную границу фотоэффекта у лития.
6. Определите красную границу фотоэффекта у алюминия.
7. Работа выхода электронов из натрия 2,27 эВ. Возникает ли фотоэффект при облучении натрия светом с частотой $4,6 \cdot 10^{14}$ Гц?
8. Работа выхода электронов из кобальта 4,25 эВ. Возникает ли фотоэффект при облучении кобальта светом с частотой $6 \cdot 10^{14}$ Гц?
9. При освещении поверхности металла светом с частотой $5 \cdot 10^{14}$ Гц освобождаются фотоэлектроны. Какова работа выхода фотоэлектронов из металла при максимальной кинетической энергии фотоэлектронов 1,2 эВ?
10. При освещении поверхности металла светом с частотой $4 \cdot 10^{14}$ Гц освобождаются фотоэлектроны. Какова работа выхода фотоэлектронов из металла при максимальной кинетической энергии фотоэлектронов 2,1 эВ?
11. Определите наибольшую скорость электрона, вылетевшего из цинка, при освещении его светом с частотой $6,5 \cdot 10^{14}$ Гц.
12. Определите наибольшую скорость электрона, вылетевшего из цезия, при освещении его светом с частотой $7,5 \cdot 10^{14}$ Гц.

Практическая работа №15.

Самостоятельная работа по теме «Атом и атомное ядро»

Цель: Проверить знания, умения и навыки по теме.

Контрольная работа составлена в двух вариантах. Каждый вариант состоит из трех частей А, В, С.

В части А выбрать правильный вариант ответа, в части В и С записать развернутый ответ.

I вариант

Часть А.

А₁. Явление радиоактивности, открытое А. Беккерелем, свидетельствует о том,

что ...

- 1) все вещества состоят из неделимых частиц - атомов.
- 2) в состав атома входят электроны.
- 3) атом имеет сложную структуру.
- 4) это явление характерно только для урана.

A₂. Кто предложил ядерную модель атома?

- 1) А. Беккерель.
- 2) В. Гейзенберг.
- 3) Д. Томсон.
- 4) Э. Резерфорд.

A₃. В состав атома входят следующие частицы:

- 1) только протоны.
- 2) нуклоны и электроны.
- 3) протоны и нейтроны.
- 4) нейтроны и электроны.

A₄. Чему равно массовое число атома марганца $^{55}_{25}\text{Mn}$?

- 1) 25.
- 2) 80.
- 3) 30
- 4) 55.

A₅. В каких из следующих реакций нарушен закон сохранения заряда?

- 1) $^{15}_8\text{O} \rightarrow ^1_1\text{H} + ^{14}_8\text{O}$.
- 2) $^6_3\text{Li} + ^1_1\text{H} \rightarrow ^4_2\text{He} + ^3_2\text{He}$.
- 3) $^3_2\text{He} + ^3_2\text{He} \rightarrow ^4_2\text{He} + ^1_1\text{H} + ^1_1\text{H}$.
- 4) $^7_3\text{Li} + ^4_2\text{He} \rightarrow ^{10}_5\text{B} + ^1_0\text{n}$

A₆. Атомное ядро состоит из протонов и нейтронов. Между какими парами частиц внутри ядра – 1) протон – протон, 2) протон – нейтрон, 3) нейтрон – нейтрон – действуют ядерные силы?

- 1) Только 1.
- 2) Только 2.
- 3) Только 3.
- 4) Во всех парах.

A₇. Массы протона и нейтрона ...

- 1) относятся как 1836 : 1
- 2) приблизительно одинаковы.
- 3) относятся как 1 : 1836.
- 4) приблизительно равны нулю.

A₈. В ядре атома скандий $^{45}_{21}\text{Sc}$ содержится ...

- 1) 21 протонов и 24 нейтронов.
- 2) 45 нейтронов и 21 электронов.
- 3) 21 протонов и 45 электронов.
- 4) 21 нейтронов и 45 протонов.

A₉. В каком приборе след движения быстрой заряженной частицы в газе делается видимым в результате конденсации пересыщенного пара на ионах?

- 1) В счетчике Гейгера.
- 2) В камере Вильсона.
- 3) В сцинтилляционном счетчике.
- 4) В пузырьковой камере.

A₁₀. Определите продукт X ядерной реакции : $^{27}_{13}\text{Al} + ^1_0\text{n} \rightarrow ^{24}_{11}\text{Na} + \text{X}$.

- 1) Альфа – частица.
- 2) Нейтрон.
- 3) Протон.
- 4) Электрон.

A₁₁. Атомное ядро состоит из Z протонов и N нейтронов. Масса свободного нейтрона m_n , свободного протона m_p , масса ядра $m_{\text{я}}$. Какое из условий: 1) $m_{\text{я}} = Z m_p + N m_n$.

2) $m_{\text{я}} < Z m_p + N m_n$. 3) $m_{\text{я}} > Z m_p + N m_n$ выполняется для массы $m_{\text{я}}$ этого атома?.

- 1) Для любого ядра условие 1.
- 2) Для любого ядра условие 2.
- 3) Для любого ядра условие 3.
- 4) Для стабильных ядер условие 1, для радиоактивных ядер условие 3.

A₁₂. Что называется критической массой в случае уранового ядерного реактора?

- 1) Масса урана в реакторе, при которой он может работать без взрыва.
- 2) Минимальная масса в реакторе, при которой в реакторе может быть

осуществлена цепная реакция.

- 3) Дополнительная масса урана, вносимая в реактор для его запуска.
- 4) Дополнительная масса вещества, вводимого в реактор для его остановки в критических случаях.

A₁₃. Все химические элементы существуют в виде двух или большего числа изотопов. Определите различие в составе ядер изотопов ${}^{20}_{10}\text{Ne}$ и ${}^{22}_{10}\text{Ne}$.

- 1) Изотоп ${}^{20}_{10}\text{Ne}$ имеет в ядре на 2 протона меньше, чем ${}^{22}_{10}\text{Ne}$.
- 2) Изотоп ${}^{20}_{10}\text{Ne}$ имеет в ядре на 2 протона больше, чем ${}^{22}_{10}\text{Ne}$.
- 3) Изотоп ${}^{22}_{10}\text{Ne}$ имеет в ядре на 2 нейтрона больше, чем ${}^{20}_{10}\text{Ne}$.
- 4) Изотоп ${}^{22}_{10}\text{Ne}$ имеет в ядре на 2 нейтрона меньше, чем ${}^{20}_{10}\text{Ne}$.

A₁₄. При альфа-распаде атомных ядер...

- 1) масса ядра остается практически неизменной, поэтому массовое число сохраняется, а заряд увеличивается на 1.
- 2) массовое число увеличивается на 1, а заряд уменьшается на 1.
- 3) массовое число сохраняется, а заряд уменьшается на 1.
- 4) массовое число уменьшается на 4, а заряд уменьшается на 2.

A₁₅. Цепная ядерная реакция развивается только при делении ядер урана и плутония потому, что...

- 1) при осуществлении других ядерных реакций не освобождаются нейтроны.
- 2) при делении этих ядер освобождается энергия, превышающая энергию связи ядра.
- 3) при делении одного ядра урана или плутония освобождается два или три нейтрона, способных вызвать деление других таких же ядер.
- 4) нейтроны, освобождающиеся при делении этих ядер, обладают очень большой энергией.

Часть В.

В₁. Бомбардировка изотопа бора ${}^{10}_5\text{B}$ нейтронами сопровождается выбрасыванием альфа – частицы при образовании нового ядра. Пользуясь законами сохранения массового числа и заряда, а также Периодической системой химических элементов, запишите происходящую в этом случае ядерную реакцию.

Часть С.

С₁. Рассчитайте дефект масс ΔM ядра атома ${}^7_3\text{Li}$ (в а.е.м.), зная, что $m_p = 1,00728$; $m_n = 1,00866$; $m_{\text{я}} = 7,01601$. (ответ округлить до сотых).

II вариант Часть А.

A₁. В состав радиоактивного излучения могут входить ...

1) только электроны.	2) только нейтроны.
3) только альфа-частицы.	4) альфа-, бета-, и гамма-кванты.

A₂. С помощью опытов Э. Резерфорд установил, что ...

- 1) положительный заряд распределен равномерно по всему объему.

2) положительный заряд сосредоточен в центре атома и занимает очень малый объем.

3) в состав атома входят электроны.

4) атом не имеет внутренней структуры.

А3. В состав ядра атома входят следующие частицы:

1) только протоны.

2) нуклоны и электроны.

3) протоны и нейтроны.

4) нейтроны и электроны.

А4. Чему равен заряд ядра атома рубидия $^{85}_{37}\text{Rb}$?

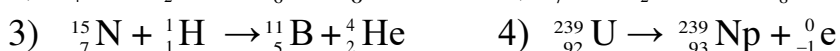
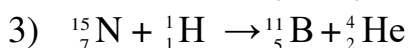
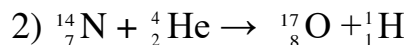
1) 37.

2) 85.

3) 42

4) 122.

А5. В каких из следующих реакций нарушен закон сохранения массового числа?



А6. Ядерные силы, действующие между нуклонами ...

1) во много раз превосходят все другие силы, но действуют на расстояниях, сравнимых с размерами ядра.

2) во много раз превосходят все виды сил и действуют на любых расстояниях.

3) во много раз превосходят гравитационные силы и действуют между заряженными частицами.

А7. Массы протона и электрона ...

1) относятся как 1836 : 1 2) приблизительно одинаковы.

3) относятся как 1 : 1836. 4) приблизительно равны нулю.

А8. В ядре атома кобальта $^{59}_{27}\text{Co}$ содержится ...

1) 27 нейтронов и 59 протонов.

2) 27 протонов и 32 нейтронов.

3) 27 протонов и 59 электронов.

4) 59 нейтронов и 27 электронов.

А9. В каком приборе прохождение ионизирующей частицы регистрируется по возникновению импульса электрического тока в результате возникновения самостоятельного разряда в газе?

1) В счетчике Гейгера.

2) В камере Вильсона.

3) В сцинтилляционном счетчике.

4) В пузырьковой камере.

А10. Определите продукт X ядерной реакции : $^{27}_{13}\text{Al} + ^4_2\text{He} \rightarrow ^{30}_{15}\text{P} + \text{X}$.

1) Альфа – частица.

2) Нейтрон.

3) Протон.

4) Электрон.

А11. Атомное ядро состоит из Z протонов и N нейтронов. Масса свободного нейтрона m_n , свободного протона m_p , масса ядра $m_{\text{я}}$. Какое из условий: 1) $m_{\text{я}} = Z m_p + N m_n$.

2) $m_{\text{я}} < Z m_p + N m_n$. 3) $m_{\text{я}} > Z m_p + N m_n$ выполняется для массы $m_{\text{я}}$ этого атома?.

1) Для любого ядра условие 2.

2) Для любого ядра условие 1.

3) Для любого ядра условие 3.

4) Для стабильных ядер условие 2, для радиоактивных ядер условие 1.

А12. В ядерном реакторе в качестве так называемых замедлителей используются такие вещества, как графит или вода. Что они должны замедлять и зачем?

1) Нейтроны; для уменьшения вероятности осуществления ядерной реакции деления.

- 2) Нейтроны; для увеличения вероятности осуществления ядерной реакции деления.
- 3) Цепную реакцию деления, чтобы легче было управлять реактором.
- 4) Осколки ядер, образовавшихся в результате деления урана; для практического использования их кинетической энергии.

A₁₃. Все химические элементы существуют в виде двух или большего числа изотопов. Определите различие в составе ядер изотопов $^{35}_{17}\text{Cl}$ и $^{37}_{17}\text{Cl}$.

- 1) Изотоп $^{35}_{17}\text{Cl}$ имеет в ядре на 2 протона меньше, чем $^{37}_{17}\text{Cl}$.
- 2) Изотоп $^{35}_{17}\text{Cl}$ имеет в ядре на 2 протона больше, чем $^{37}_{17}\text{Cl}$.
- 3) Изотоп $^{37}_{17}\text{Cl}$ имеет в ядре на 2 нейтрона меньше, чем $^{35}_{17}\text{Cl}$.
- 4) Изотоп $^{37}_{17}\text{Cl}$ имеет в ядре на 2 нейтрона больше, чем $^{35}_{17}\text{Cl}$.

A₁₄. При бета-распаде атомных ядер...

- 1) масса ядра остается практически неизменной, поэтому массовое число сохраняется, а заряд увеличивается на 1.
- 2) массовое число увеличивается на 1, а заряд уменьшается на 1.
- 3) массовое число сохраняется, а заряд уменьшается на 1.
- 4) массовое число уменьшается на 4, а заряд уменьшается на 2.

A₁₅. Если ядро состоит из 92 протонов и 144 нейтронов, то после испускания двух α -частиц и одной β -частицы, образовавшееся ядро будет состоять из ...

- 1) 88 протонов и 140 нейтронов.
- 2) 89 протонов и 139 нейтронов.
- 3) 88 протонов и 138 нейтронов.
- 4) 90 протонов и 138 нейтронов.

Часть В.

В₁. Пользуясь законами сохранения массового числа и заряда, а также Периодической системой химических элементов, напишите ядерную реакцию, происходящую при бомбардировке $^{11}_5\text{B}$ альфа-частицами и сопровождаемую выбиванием нейтронов.

Часть С.

С₁. Рассчитайте дефект масс ΔM ядра атома ^3_2He (в а.е.м.), зная, что $m_p = 1,00728$; $m_n = 1,00866$; $m_{\alpha} = 3,01602$. (ответ округлить до сотых).

СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ по дисциплине «БП 10 физика»

Критерий оценки лабораторных работ

Оценка «5» ставится в том случае, если учащийся:

- а) выполнил работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности проведения опытов и измерений;
- б) самостоятельно и рационально выбрал и подготовил для опыта необходимое оборудование, все опыты провел в условиях и режимах, обеспечивающих получение результатов и выводов с наибольшей точностью;
- в) в представленном отчете правильно и аккуратно выполнил все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления и сделал выводы;
- г) правильно выполнил анализ погрешностей;

д) соблюдал требования безопасности труда.

Оценка «4» ставится в том случае, если выполнены требования к оценке «5», но:

а) опыт проводился в условиях, не обеспечивающих достаточной точности измерений,

б) или было допущено два-три недочета, или не более одной негрубой ошибки и одного недочета.

Оценка «3» ставится, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы, или если в ходе проведения опыта и измерений были допущены следующие ошибки:

а) опыт проводился в нерациональных условиях, что привело к получению результатов с большей погрешностью,

б), или в отчете были допущены в общей сложности не более двух ошибок (в записях единиц, измерениях, в вычислениях, графиках, таблицах, схемах, анализе погрешностей и т. д.), не принципиального для данной работы характера, но повлиявших на результат выполнения,

в) или не выполнен совсем или выполнен неверно анализ погрешностей

г) или работа выполнена не полностью, однако объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы по основным, принципиально важным задачам работы.

Оценка «2» ставится в том случае, если:

а) работа выполнена не полностью, и объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов,

б) или опыты, измерения, вычисления, наблюдения производились неправильно,

в) или в ходе работы и в отчете обнаружились в совокупности все недостатки, отмеченные в требованиях к оценке «3».

Темы индивидуальных творческих заданий* по дисциплине *Физика*

1. Рассмотреть историю создания ракетных двигателей и их применение в современной жизни. Сделать макет ракеты, самолета
 2. Изучить направление кулинарии «Молекулярная кухня», выяснить секреты приготовления блюд молекулярной кухни. Отчет представить в виде готового рецепта, а так же технологии приготовления блюда
 3. Составить таблицу: «Влияние звука на приготовление некоторых блюд»
 4. Решение задач на различные виды соединения проводников
 5. Прodelать дома опыты по диффузии и силам молекулярного взаимодействия. Предоставить фотоотчет с описанием этапов смешивания в докладе. Просмотреть в каких блюдах, и каким образом используются данные процессы
 6. Составить сводную таблицу с формулами по основным разделам «Механики»:
 7. Составить сводную таблицу «Газовые законы и применение законов термодинамики к изопроцессам.
 8. Составить сводную таблицу: «Электрический ток в различных средах»
 9. Составить сводную таблицу: «Магнитные свойства вещества» (парамагнетики, диамагнетики, ферромагнетики)
-

10. Составить таблицу: «Электромагнитные волны».
11. Составить таблицу применение уравнения фотоэффекта в современном мире.
12. Обнаружить в окружающем нас мире картины интерференции, дифракции и дисперсии. Зарисовать или сфотографировать их.
13. Исследовать фон радиоактивности своего района. Выяснить наиболее зараженные места. Отчет предоставить в виде карты.

Критерии оценки:

Оценка «отлично» *выставляется студенту*, если работа выполнена в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности. Студенты работают полностью самостоятельно: подбирают необходимые для выполнения предлагаемых работ источники знаний, показывают необходимые для проведения практической работы теоретические знания, практические умения и навыки;

Оценка «хорошо» *выставляется студенту*, если задание выполнено в полном объеме и самостоятельно. Допускаются отклонения от необходимой последовательности выполнения, не влияющие на правильность конечного результата. Студенты используют указанные преподавателем источники знаний, включая страницы атласа, таблицы из приложения к учебнику, страницы из статистических сборников. Задание показывает знание учащихся основного теоретического материала и овладение умениями, необходимыми для самостоятельного выполнения работы. Могут быть неточности и небрежность в оформлении результатов работы.

Оценка «удовлетворительно» *выставляется студенту*, если практическая работа выполняется и оформляется студентами при помощи преподавателя или хорошо подготовленных и уже выполненных на «отлично» данную работу студентов. На выполнение задания затрачивается много времени (можно дать возможность доделать работу дома). Студенты показывают знания теоретического материала, но испытывают затруднение при самостоятельной работе с картами атласа, статистическими материалами, географическими приборами ;

Оценка «неудовлетворительно» *выставляется*, если студенты не подготовлены к выполнению работы. Полученные результаты не позволяют сделать правильных выводов и полностью расходятся с поставленной целью. Показывается плохое знание теоретического материала и отсутствие необходимых умений. Руководство и помощь со стороны преподавателя и хорошо подготовленных студентов неэффективны по причине плохой подготовки студента.

Темы презентаций

по дисциплине *Физика*

1. Анализ достижений древних ученых (Аристотель, Да Винчи и др.), широко используемых сейчас в технике. Отчет предоставить в виде презентации.
2. Подготовить презентацию о «Эволюции вселенной».
3. Сделать презентацию о строении звезд.

Критерии оценивания презентации по физике

Оценка отдельных параметров:

2 – данный параметр представлен в презентации в оптимальном объеме.

1 – недостаточно представлен в презентации.

0 – не представлен в презентации.

Презентации	Максимальная оценка по критерию оценивания	Ваша оценка
<u>Содержательность презентации.</u> 1. В презентации дан ответ на проблемный вопрос. 2. Порядок исследования и его результаты представлены полно и логично 3. Формулы и уравнения приведены с комментариями 4. Использование в презентации таблиц, графиков, диаграмм		
<u>Защита презентации</u> 1. Знание основных формул и определений по теме исследования 2. Рассказ о содержании презентации и работе над ней логичный, связный, интересный 3. На дополнительные вопросы по теме исследования даны развёрнутые, правильные ответы		
<u>Грамотность и работа с различными источниками информации</u> 1. В презентации использована информация из различных источников 2. Грамотность, отсутствие ошибок 3. В презентации указаны источники информации 4. Творческий подход к подборке и оформлению материалов		
<u>Дизайн презентации</u> 1. Доступность изложенного материала 2. Эффективность использования пространства презентации 3. Применение иллюстративного материала (необходимость и достаточность)		

Порядок перевода рейтинговой оценки в традиционную школьную оценку:

При получении суммарной оценки 26 – 28 баллов выставляется оценка – 5;

При получении суммарной оценки 22 – 25 баллов выставляется оценка – 4;

При получении суммарной оценки 16 – 21 балл выставляется оценка – 3;

При получении суммарной оценки менее 16 баллов предлагается доработать публикацию для повторной защиты.

**Темы эссе
(рефератов, докладов, сообщений)**

по дисциплине: *Физика*

1. Пронаблюдать процесс плавления и кристаллизации различных веществ, продуктов питания. Привести примеры этих процессов в технологических процессах в кулинарном и кондитерском производстве. Предоставить описания протекания этих процессов для различной продукции.
2. «Использование явлений электромагнитной индукции в современном мире»
3. «Тепловые двигатели и экология Земли»

Критерии оценки.

Оценка «отлично» выставляется студенту, если

Содержание и позиция:

- четкий тезис или ясное изложение позиции последовательно обосновывается;
- представлен взвешенный аргумент и поддерживающая его информация;
- затрагиваются все важные вопросы;
- дается анализ и убедительные выводы;
- нет концептуальных ошибок.

Полнота:

- равно уделяется внимание всем разделам темы;
- в случае необходимости анализируются и подытоживаются различные точки зрения

Доказательство:

- представляется необходимая и точная историческая и/или юридическая, и/или конституционная информация;
- проблема рассматривается глубоко;
- используется дополнительная относящаяся к делу информация.

Изложение:

- хорошо организованное эссе;
- эффективный стиль написания усиливает ответ;
- используется ясный, точный и/или живой язык

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если

Содержание и позиция:

- четкий тезис или ясное изложение позиции последовательно обосновывается;
- представлены убедительные аргументы;
- затрагиваются большинство важных вопросов;
- дается анализ и убедительные выводы;

Полнота:

- внимание всем разделам темы уделено несоразмерно;
- в случае необходимости анализ различных точек зрения отсутствует

Доказательство:

- в основном представляется необходимая и точная информация;
- проблема рассматривается не достаточно глубоко;
- используется дополнительная относящаяся к делу информация.

Изложение:

- хорошо организованное эссе;

- используется ясный, точный и/или живой язык

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если

Содержание и позиция:

- не дается контекста или не излагается определенная позиция.

Полнота:

- документы лишь упоминаются или приводятся выдержки из документов.

Доказательство:

- большая часть используемой информации неточна, проблема не понята.

Изложение:

- нет организации; механические ошибки серьезно затрудняют понимание.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если

Содержание и позиция:

- эссе не соответствует теме
- тема раскрыта поверхностно

Полнота:

- излишние повторения
- плагиат.

Доказательство:

- аргументы разбросаны, непоследовательны
- много сомнительных или неточных фактов
- недостаточное использование ключевых понятий (концепций)

Изложение:

- нет организации; механические ошибки серьезно затрудняют понимание.
- неопрятная и трудно читаемая работа

Темы групповых творческих заданий/проектов[†]

по дисциплине: *Физика*

1. Физика в моей профессии

Критерии оценивания проекта по физике

Оценка отдельных параметров:

2 – данный параметр представлен в проекте в оптимальном объёме.

1 – недостаточно представлен в проекте.

0 – не представлен в проекте.

	Максимальная оценка по критерию оценивания	Ваша оценка
<u>Содержательность проекта.</u> 1. В проекте дан ответ на проблемный вопрос. 2. Порядок исследования и его результаты представлены полно и логично 3. Формулы и уравнения приведены с комментариями 4. Использование в проекте таблиц, графиков,		

диаграмм		
<u>Защита проекта</u> 1. Знание основных формул и определений по теме исследования 2. Рассказ о содержании проекта и работе над ней логичный, связный, интересный 3. На дополнительные вопросы по теме исследования даны развёрнутые, правильные ответы		
<u>Грамотность и работа с различными источниками информации</u> 1. В проекте использована информация из различных источников 2. Грамотность, отсутствие ошибок 3. В проекте указаны источники информации 4. Творческий подход к подборке и оформлению материалов		
<u>Дизайн проекта</u> 1. Доступность изложенного материала 2. Эффективность использования пространства проекта 3. Применение иллюстративного материала (необходимость и достаточность)		

Порядок перевода рейтинговой оценки в традиционную школьную оценку:

При получении суммарной оценки 26 – 28 баллов выставляется оценка – 5;

При получении суммарной оценки 22 – 25 баллов выставляется оценка – 4;

При получении суммарной оценки 16 – 21 балл выставляется оценка – 3;

При получении суммарной оценки менее 16 баллов предлагается доработать публикацию для повторной защиты.

Примерный перечень оценочных средств

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
1	2	3	4
1	Зачет	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2	Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач	Комплект контрольных заданий по вариантам по темам: 1) Механика и

		определенного типа по теме или разделу	МКТ;2)Электричество и магнетизм;3)Оптика и квантовая физика.

3	Проект	Конечный продукт, получаемый в результате планирования и выполнения комплекса учебных и исследовательских заданий. Позволяет оценить умения обучающихся самостоятельно конструировать свои знания в процессе решения практических задач и проблем, ориентироваться в информационном пространстве и уровень сформированности аналитических, исследовательских навыков, навыков практического и творческого мышления. Может выполняться в индивидуальном порядке или группой обучающихся.	« Физика в моей профессии»

	Реферат	Продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой краткое изложение в письменном виде полученных результатов теоретического анализа определенной научной (учебно-исследовательской) темы, где автор раскрывает суть исследуемой проблемы, приводит различные точки зрения, а также собственные взгляды на нее.	Темы рефератов : 1. Пронаблюдать процесс плавления и кристаллизации различных веществ, продуктов питания. Привести примеры этих процессов в технологических процессах в кулинарном и кондитерском производстве. Предоставить описания протекания этих процессов для различной продукции. 2. «Использование явлений электромагнитной индукции в современном мире»
4	Творческое задание	Частично регламентированное задание, имеющее нестандартное решение и позволяющее диагностировать умения, интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения. Может выполняться в индивидуальном порядке или группой обучающихся.	Темы индивидуальных творческих заданий: 1. Анализ достижений древних ученых (Аристотель, Да Винчи и др.), широко используемых сейчас в технике. Отчет предоставить в виде презентации. 2. Рассмотреть историю создания ракетных двигателей и их применение в современной жизни. Сделать макет ракеты, самолета 3. Изучить направление кулинарии «Молекулярная кухня», выяснить секреты приготовления блюд молекулярной кухни. Отчет представить в виде готового рецепта, а так же технологии приготовления блюда 4. Составить таблицу: «Влияние звука на приготовление некоторых блюд» 5. Подготовить презентацию о «Эволюции вселенной». 6. Решение задач на различные виды соединения проводников 7. Прodelать дома опыты по диффузии и силам молекулярного

		взаимодействия. Предоставить фотоотчет с описанием этапов смешивания в докладе. Просмотреть в каких блюдах, и каким образом используются данные процессы. 8. Составить сводную таблицу с формулами по основным разделам «Механики» 9. Составить сводную таблицу «Газовые законы и применение законов термодинамики к изопроцессам. 10. Составить сводную таблицу: «Электрический ток в различных средах» 11. Составить сводную таблицу: «Магнитные свойства вещества» (парамагнетики, диамагнетики, ферромагнетики) 12. Составить таблицу: «Электромагнитные волны». 13. Составить таблицу применение уравнения фотоэффекта в современном мире. 14. Обнаружить в окружающем нас мире картины интерференции, дифракции и дисперсии. Зарисовать или сфотографировать их. 15. Сделать презентацию о строении звезд. 16. Исследовать фон радиоактивности своего района. Выяснить наиболее зараженные места. Отчет предоставить в виде карты.

5	Эссе	Средство, позволяющее оценить умение обучающегося письменно излагать суть поставленной проблемы, самостоятельно проводить анализ этой проблемы с использованием концепций и аналитического инструментария соответствующей дисциплины, делать выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме.	Тематика эссе 1.Тепловые двигатели и охрана окружающей среды.

III УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Основные печатные и/или электронные издания

Рекомендуемые источники информации

- 1.Кабардин О.Ф. Физика: Справ. материалы: Учебн. пособие для учащихся.- М.: Просвещение, 1991, с. 101 –114.
- 2.Касьянов В.А. Физика 10 кл.: Учеб. для общеобразоват. учреждений. – 5-е изд., дораб. –М.: Дрофа, 2003, с. 275-281.
- 3.Мякишев Г.Я., Буховцев Б.Б. Физика: учеб. для 10 кл., общеобразоват. учреждения. – М.: Просвещение, 2000, с. 257-285.
- 4.Физика: Школьный курс. - М.: АСТ-ПРЕСС, 2000, с. 507.

Дополнительные источники

1. Дмитриева В.Ф.. Физика. М: «Академия», 2006 г. 464с.
2. Дмитриева В.Ф.. Задачи по физике. М: «Академия», 2007 г. 336с
3. Самойленко П.И. , А.В.Сергеев. Физика. М: «Академия», 2007 г. 400с.
4. Самойленко П.И. , А.В.Сергеев. Сборник задач и вопросов по физике. М: «Академия», 2004г. 175с.
5. Трофимова Т.И.. Курс Физики. М: «Академия», 2007г. 558с

МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Башкирский государственный педагогический университет им.М.Акумуллы»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
к практическим занятиям студентов

специальность: 21.02.19 Землеустройство
дисциплина: БП.07 География

разработала: Липатова Д.И.
преподаватель Колледжа БГПУ им.М.Акумуллы

2026 г.

СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

по дисциплине БП.07 География

Раздел 3. Природопользование и геоэкология

Тема 3.1. Природные ресурсы и их виды

Практическая работа № 1

Оценка ресурсообеспеченности минеральным сырьем отдельных стран мира.

Цель работы: называть и показывать по контурной карте мировые регионы (страны) концентрации поле полезных ископаемых и давать оценку ресурсообеспеченности минеральным сырьем отдельных стран (регионов мира).

Оборудование: карта атласа мира «Минеральные ресурсы», учебник по географии 10 класс, контурная карта мира.

Ход практического занятия:

1. Вводная часть
2. Инструктаж: с помощью условных знаков отметьте на контурной карте страны, по которым проходят рудные пояса «железный», «медный», «оловянный», выделите страны, лидирующие по добыче и запасам нефти, природного газа, угля, выделить страны – члены ОПЕК, уметь объяснять закономерность размещения минеральных ресурсов.
3. Вопросы самоконтроля:
 - Что называют полезными ископаемыми?
 - Виды полезных ископаемых
 - Какова закономерность размещения полезных ископаемых?
 - Какая главная причина разнообразных видов минеральных ресурсов?
4. Выполнение практической работы.
5. Контроль над ходом выполнения практических работ и оценка работы.

Практическая работа № 2

Оценка ресурсообеспеченности земельными ресурсами и лесными ресурсами отдельных стран мира.

Цель работы: изучить особенности географии земельных ресурсов, структуру земельного фонда мира и давать оценку ресурсообеспеченности земельными ресурсами отдельных стран (регионов мира).

Оборудование: учебник географии 10 класс, карта атласа мира «Природные зоны мира», «Земельные ресурсы», контурная карта мира.

Ход практического занятия:

1. Вводная часть
2. Инструктаж: изучить структуру земельного фонда мира
 - По карте атласа «Земельные ресурсы» определите регионы (страны), в которых высокая ресурсообеспеченность земельными ресурсами и нанесите их на контурную карту мира
 - Выявите закономерности размещения земельных ресурсов (используйте физическую и почвенную карты мира)
 - Выделить на контурной карте размещение лесных ресурсов условными знаками (способом ареалов)
 - Знать страны, по которым проходят лесные пояса, страны, лидирующие по запасам лесных ресурсов
3. Вопросы самоконтроля:
 - Что такое земельные ресурсы?
 - Что входит в структуру земельного фонда мира?
 - Причины сокращения площадей обрабатываемых земель?
 - Перечислить мероприятия по улучшению плодородия почвы
 - Что входит в биологические ресурсы?
 - Какими главными показателями характеризуются лесные ресурсы?

- Что такое лесистость?
 - Каковы главные причины сокращения площади лесов?
4. Выполнение практической работы
 5. Контроль над ходом выполнения практических работ и оценка работы.

Практическая работа № 3

Оценка ресурсообеспеченности водными ресурсами отдельных стран мира.

Цель работы: изучить особенность географии водных ресурсов.

Оборудование: учебник по географии за 10 класс, карта атласа мира «Водные ресурсы», контурная карта мира, «Климатическая карта мира».

Ход практического занятия:

1. Вводная часть
2. Инструктаж:
 - Определите районы зеленого шара, выделяющиеся величиной запасов водных ресурсов; объяснить такое распределение
 - Выделить страны на контурной карте с высоким, средним и низким показателем ресурсообеспеченности водными ресурсами
3. Вопросы самоконтроля:
 - Что такое водные ресурсы?
 - Какая причина неравномерного распределения по земному шару запасов пресных вод?
 - Почему существует угроза возникновения дефицита пресной воды на земном шаре?
 - Каковы пути преодоления дефицита пресной воды?
4. Выполнение практической работы
5. Контроль над ходом выполнения практических работ и оценка работы

Практическая работа № 4.

Оценка природноресурсного капитала одной из стран (по выбору учащегося) по источникам географической информации.

Цель работы: дать оценку обеспеченности природными ресурсами одной из стран на основе использования географических карт и других источников географической информации.

Оборудование: учебник по географии за 10 класс, карта атласа мира, интернет-ресурсы.

Ход практического занятия:

1. Вводная часть
2. Инструктаж:
 - a. Определите обеспеченность природными ресурсами страны
 - b. Проанализируйте географические карты различной тематики и другие источники географической информации
3. Вопросы самоконтроля:
 - Что такое природно-ресурсный капитал (потенциал) страны?
 - Какая причина неравномерного распределения природных ресурсов территории страны?
4. Выполнение практической работы
5. Контроль над ходом выполнения практических работ и оценка работы

Раздел 4. Население мира

Тема 4.3. Размещение населения

Практическая работа № 5.

Сравнение и объяснение различий в соотношении городского и сельского населения разных регионов мира на основе анализа статистических данных.

Цель работы: выявить закономерности размещения и расселения населения.

Оборудование: карта атласа мира «Плотность населения мира», учебник географии за 10 класс.

Ход практического занятия:

1. Вводная часть

2. Инструктаж:
Нанесите границы стран, входящих в первую десятку по численности населения
Обозначьте на контурной карте крупнейшие мегалополисы мира.
3. Вопросы самоконтроля:
 - Перечислить факторы расселения людей
 - Что такое «урбанизация», субурбанизация?
 - Дать определение «город», «агломерация», «мегалополис»
 - Что такое миграция, иммиграция, эмиграция?
4. Выполнение практической работы
5. Контроль над ходом выполнения практических работ и оценка работы

Раздел 5. Мировое хозяйство

Тема 5.3. География главных отраслей мирового хозяйства. Промышленность мира

Практическая работа №6.

Определение особенностей размещения различных отраслей мирового хозяйства.

Определение хозяйственной специализации стран и регионов мира.

Определение основных направлений международной торговли товарами и факторов, формирующих международную хозяйственную специализацию стран и регионов мира.

Характеристика отраслей промышленности мира.

Цель работы: выявить основные черты и факторы размещения мировой отраслевой промышленности.

Оборудование: атлас и учебник географии для 10 класса, дополнительные литературные источники.

Ход практического занятия:

1. Вводная часть
2. Инструктаж: работа в группах
 - а) Для студентов 1 группы «география мировой топливно-энергетической промышленности».
 - Изучите карту «Энергетика» в атласе для 10 класса, сделайте выводы об особенностях географии ТЭП (угольной, нефтяной, газовой и электроэнергетики)
 - Какие регионы мира (страны) являются ведущими по добыче топлива и выработке электрической энергии, экспортерами и импортерами данной продукции.
 - Определите 3 группы стран со значительной долей в производстве энергии на 1) ТЭС; 2) ГЭС; 3) АЭС
 - Выделите основные грузопотоки нефти, газа, угля (название стран).
 - б) для студентов 2 группы «География мировой горнорудной промышленности и черной металлургии».
 - Изучите карту «Черная и цветная металлургия» в атласе для 10 класса, сделайте выводы об особенностях географии черной и цветной металлургии.
 - Определите ведущие регионы мира (страны) по добыче железной руды и руд цветных металлов (медь, олово, алюминий) для каких стран данная промышленность является отраслью международной специализации
 - Какие страны являются ведущими в мире по объемам производства стали
 - Определите страны экспортеры и импортеры черными и цветными металлами (меди, олова, алюминия)
 - в) для студентов 3 группы «География мирового машиностроения».
 - Изучите карту «Машиностроение и металлообработка» атласа для 10 класса, сделайте выводы об особенностях географии машиностроения
 - Какие регионы мира (страны) лидируют на развитии машиностроения, назовите страны, имеющие широкий набор отраслей машиностроения, страны экспортеры и импортеры данной отрасли

- По карте по данной атласа определите особенности размещения следующих отраслей машиностроения: Тяжелое машиностроение, судостроение, приборостроение и станкостроение, электротехника и радиоэлектроника.

- Изучите географию мирового автомобилестроения, назовите транснациональные корпорации мира в автомобильной промышленности (назовите страны – производители и марку автомобиля).

г) для студентов 4 группы «География мировой химической промышленности».

Изучите карту атласа «Химическая промышленность», сделайте выводы об особенностях географии химической промышленности.

Выделите регионы мира (страны) сосредоточения предприятий данной отрасли, назовите страны, имеющие широкий набор отраслей химической промышленности.

Определите направления экспорта химического сырья и готовой продукции, ведущие страны по добыче и экспорту химического сырья: фосфориты, апатитов, калийных солей, серы.

Изучите географию производства минеральных удобрений, сделайте вывод о размещении данного производства; географию производства синтетических смол и пластмасс, химических волокон.

3. Вопросы самоконтроля:

а) Для студентов 1 группы «география мировой топливно-энергетической промышленности».

- Что такое топливно-энергетический баланс (ТЭБ)?
- Этапы и пути развития мировой энергетики.
- Какие страны входят в ОПЕК?
- Какой тип электростанций лидирует по производству энергии?
- Что такое альтернативные источники энергии? Перечислить их.

б) для студентов 2 группы «География мировой горнорудной промышленности и черной металлургии».

- Каково значение горнорудной промышленности?
- Какое сырье используется в черной металлургии, в цветной металлургии?
- Какие рудные пояса в мире существует и по каким регионам (странам) они проходят?

в) для студентов 3 группы «География мирового машиностроения».

- Какие факторы влияют на развитие и размещение предприятий машиностроения?
- Какие страны входят в международную организацию «Большая восьмерка»

г) для студентов 4 группы «География мировой химической промышленности».

- Состав химической промышленности
- Каковы особенности сырьевой базы хим. промышленности?
- Какие факторы влияют на размещение хим. промышленности?

4. Выполнение практической работы

5. Контроль над ходом выполнения практических работ и оценка работы

Тема 5.4 География сельского хозяйства мира

Практическая работа № 7

Определение направления грузопотоков продовольствия на основе анализа статистических материалов и создание карты «Основные экспортёры и импортёры продовольствия»

Цель работы: знать основные черты размещения растениеводства и животноводства, изучить мировые сельскохозяйственные районы, районы рыболовства.

Оборудование: атлас и учебник по географии для 10 класса.

Ход практического занятия:

1. Вводная часть
2. Инструктаж:

- Выделите регионы мира, обладающие наиболее благоприятными условиями для развития отраслей сельского хозяйства, используя карты природных ресурсов атласа, карты «Природные зоны мира», «Климатическая карта мира».
- Выделите страны и регионы – крупнейшие производители сельскохозяйственной продукции (зерновые культуры – пшеница, рис, кукуруза; технические культуры – масличные, сахароносные, крахмалистые; чай, кофе, цитрусовые; крупного рогатого скота, свиноводство, овцеводство).
- Сделайте выводы об уровне развития сельского хозяйства в экономически развитых и развивающихся странах
- Изучите значение географии мирового рыболовства, выделите страны и регионы мира лидирующие по улову рыбы.

3. Вопросы самоконтроля:

- каково значение сельского хозяйства в экономике любой страны?
- какие основные отрасли и подотрасли составляют сельское хозяйство?
- какие природные условия и ресурсы оказывают влияние на развитие и размещение сельскохозяйственного производства?
- какое воздействие на развитие сельскохозяйственного производства оказала НТР? Что такое «зеленая революция»?
- Что такое АПК?
- Чем характеризуются экстенсивный и интенсивный пути развития сельского хозяйства?

4. Выполнение практической работы

5. Контроль над ходом выполнения практических работ и оценка работы

Раздел 6. Регионы и страны мира

Тема 6.1. Зарубежная Европа

Практическая работа № 8

Составление комплексной экономико-географической характеристики стран Зарубежной Европы.

Цель работы: изучить и сравнить по уровню социально-экономического развития стран различных субрегионов Зарубежной Европы с использованием источников географической информации (по выбору учителя)

Оборудование: атлас мира, «Экономическая карта Зарубежной Европы», учебник по географии для 10 класса, интернет ресурсы, контурная карта Зарубежной Европы.

Ход практического занятия:

1. Вводная часть
 2. Инструктаж:
 - Обозначьте границы государств Зарубежной Европы и их столицы.
 - С помощью круговых диаграмм покажите промышленную специализацию стран.
 - С помощью условных знаков покажите сельскохозяйственную специализацию стран.
 - Обозначьте наиболее крупные морские порты.
 - Штриховкой покажите страны-члены ЕС
 - Дайте характеристику ФГИ и ЭГИ, ПГП странам Зарубежной Европы.
 - Знать специализацию отраслей экономики стран Зарубежной Европы.
 3. Вопросы самоконтроля:
 - Почему в XX веке произошла утрата Зарубежной Европой исторического лидерства
 - В чем сильны позиции и слабые позиции Западно-Европейского региона в мировой экономике сегодня?
 - Какие отрасли определяют его хозяйственный облик?
 - Какова политико-географическая структура данного региона?
- Каковы внутрирегиональные различия стран Зарубежной Европы?
4. Выполнение практической работы

5. Контроль над ходом выполнения практических работ и оценка работы.

Тема 6.2. Зарубежная Азия

Практическая работа № 9

Составление комплексной экономико-географической характеристики стран Зарубежной Азии.

Цель работы: изучить и сравнить по уровню социально-экономического развития стран различных субрегионов Зарубежной Азии с использованием источников географической информации (по выбору учителя)

Оборудование: атлас мира, «Экономическая карта Зарубежной Азии», учебник по географии для 10 класса, интернет ресурсы, контурная карта Зарубежной Азии.

Ход практического занятия:

1. Вводная часть

2. Инструктаж: работа по контурной карте:

- Обозначьте границы стран Юго-Западной, Центральной, Восточной, Южной и Юго-Восточной Азии различными цветами, подпишите столицы государств.
- Различной штриховкой обозначьте страны- члены ОПЕК, АСЕАН и АТЭС.
- С помощью круговых диаграмм покажите промышленную специализацию стран Азии.
- С помощью условных знаков покажите сельскохозяйственную специализацию стран Азии.
- Обозначьте наиболее крупные морские порты, отметьте страны, лидирующие по количеству туристов, и города – центры туризма в Азии.
- Давать характеристику ФГП и ЭГИ, ПГП странам Азии.
- Знать специализацию отраслей экономики стран Азии.

3. Вопросы самоконтроля:

- Какие регионы и страны отличаются более быстрыми темпами социально-экономического развития?
- Как природные условия сказываются на хозяйственном облике отдельных азиатских стран?
- Каково политико-географическое положение стран Азии
- Что характерно для возрастных структур населения подавляющего большинства азиатских стран?
- Каким образом возрастные особенности населения сказываются на социально-экономическом развитии этих стран
- Каковы особенности религиозного состава данного региона?
- Какова роль стран Азии в международном разделении труда?

4. Выполнение практической работы

5. Контроль над ходом выполнения практических работ и оценка работы.

Тема 6.3. Африка

Практическая работа № 10

Составление комплексной экономико-географической характеристики стран Африки.

Цель работы: изучить и сравнить по уровню социально-экономического развития стран Африки с использованием источников географической информации (по выбору учителя)

Оборудование: атлас мира, «Экономическая карта Африки», учебник по географии для 10 класса, интернет ресурсы, контурная карта Африки.

Ход практического занятия:

1. Вводная часть

2. Инструктаж: работа по контурной карте:

- Обозначьте границы стран Северной, Центральной, Восточной, Южной Африки различными цветами и подпишите их столицы.
 - С помощью круговых диаграмм покажите промышленную специализацию стран Африки
 - С помощью условных знаков покажите сельскохозяйственную специализацию стран Африки.
 - Обозначьте наиболее крупные порты.
 - Выделите штриховкой самые населенные и самые богатые полезными ископаемыми страны.
 - Отметьте наиболее развитые страны Африки
 - Отметьте беднейшие страны Африки
 - Покажите страны-члены ОПЕК, БРИКС
 - Характеристика региональных различий стран Африки
3. Вопросы самоконтроля:
- Какие африканские страны в наибольшей степени вовлечены в международное разделение труда?
 - Почему развивающиеся страны Африки – наиболее отсталая часть мирового сообщества? Как проявляется отсталость в географии их хозяйства?
 - Какими особенностями характеризуется сельское хозяйство стран Африки?
 - Каковы особенности отраслевой и территориальной структуры промышленности стран Африки?
4. Выполнение практической работы
5. Контроль над ходом выполнения практических работ и оценка работы.

Тема 6.4. Северная Америка

Практическая работа № 11

Составление комплексной экономико-географической характеристики стран Северной Америки.

Цель работы: изучить и сравнить по уровню социально-экономического развития стран США и Канады с использованием источников географической информации (по выбору учителя).

Оборудование: атлас мира, «Экономическая карта США», «Экономическая карта Канады», учебник по географии для 10 класса, интернет ресурсы, контурная карта США и Канады.

Ход практического занятия:

1. Вводная часть
2. Инструктаж: работа по контурной карте:
 - Изучите карту атласа «США» и «Канады», обозначьте границы США и штатов, Канады.
 - С помощью круговых диаграмм покажите промышленную специализацию США и Канады.
 - С помощью условных знаков покажите сельскохозяйственную специализацию США и Канады.
 - Выделите наиболее крупные морские порты.
 - Давать характеристику ФГП и ЭГИ, ПГП США и Канады.
 - Знать специализацию экономического развития штатов США и экономическую специализацию Канады.
3. Вопросы самоконтроля.

Какова роль США в мире?

 - Чем можно объяснить могущество данной страны?
 - Каковы особенности политико- и экономико- географического положения США?
 - Какова роль иммиграции в формирование американской нации?

- Какие факторы способствовали перемещению в США центра мировой экономики?
 - Экспорт и импорт США.
 - Какова специфика отраслевой структуры канадской промышленности и как она влияет на роль страны в системе международного разделения труда?
 - Экспорт и импорт Канады
4. Выполнение практической работы
 5. Контроль над ходом выполнения практических работ и оценка работы.

Тема 6.5. Латинская Америка

Практическая работа № 12

Составление комплексной экономико-географической характеристики стран Латинской Америки.

Цель работы: изучить и сравнить по уровню социально-экономического развития стран Латинской Америки с использованием источников географической информации (по выбору учителя)

Оборудование: атлас мира, «Экономическая карта Латинской Америки», учебник по географии для 10 класса, интернет ресурсы, контурная карта Латинской Америки.

Ход практического занятия:

1. Вводная часть
2. Инструктаж: работа по контурной карте:
 - Обозначьте границы стран Латинской Америки и их столицы
 - С помощью круговых диаграмм покажите промышленную специализацию стран Латинской Америки.
 - Дать характеристику ФГП и ЭГИ, ПГП стран Латинской Америки.
 - С помощью условных знаков покажите сельскохозяйственную специализацию стран Латинской Америки.
 - Выделите границы регионов Латинской Америки
 - Знать специализацию экономического развития 4-х крупных регионов.
 - Выделите наиболее крупные морские порты.
3. Вопросы самоконтроля.
 - В какое интеграционное объединение входят страны Латинской Америки? Какую роль играет интеграция в их развитии?
 - Какие из языков распространены среди населения стран Латинской Америки и почему?
 - Какие страны определяют индустриальный облик стран Латинской Америки?
 - Экспорт и импорт стран Латинской Америки
 - Чем объяснить более высокий уровень социально-экономического развития стран Латинской Америки по сравнению с развивающимися странами Азии и Африки?
4. Выполнение практической работы
5. Контроль над ходом выполнения практических работ и оценка работы.

Тема 6.6. Австралия и Океания

Практическая работа № 13

Составление комплексной экономико-географической характеристики Австралии и Океании.

Цель работы: изучить и сравнить по уровню социально-экономического развития стран Австралии и Океании с использованием источников географической информации (по выбору учителя).

Оборудование: атлас мира, «Экономическая карта Австралии», «Экономическая карта Океании», учебник по географии для 10 класса, интернет ресурсы, контурная карта Австралии.

Ход практического занятия:

1. Вводная часть
2. Инструктаж: работа по контурной карте:
 - Обозначьте столицу Австралии и границу Океании
 - С помощью круговых диаграмм покажите промышленную специализацию Австралии и Океании.
 - С помощью условных знаков покажите сельскохозяйственную специализацию Австралии и Океании.
 - Дать характеристику ФГП и ЭГИ, ПГП Австралии и Океании.
 - С помощью условных знаков покажите сельскохозяйственную специализацию стран Австралии и Океании.
 - Знать специализацию групп островов Океании и внутренних различий районов Австралии
 - Отметьте страны (города), лидирующие по количеству туристов – центры туризма.
3. Вопросы самоконтроля.
 - В чем своеобразие природы Австралии и как оно сказывается на развитие и размещение хозяйства этой страны?
 - Какова роль иммиграции в расселении австралийцев, а также в их социально-экономической культурной жизни?
 - Какими возможностями экономического развития обладают страны Океании?
4. Выполнение практической работы
5. Контроль над ходом выполнения практических работ и оценка работы.

Приложение к практическим занятиям раздела 6.

План характеристики страны:

1. Название страны, столица и состав территории.
2. Физико-географическое положение страны, экономико-географическое положение страны, политико-географическое положение страны. Влияние ФГП, ЭГП и ПГП на развитие страны.
3. Природные ресурсы и их использование. Оценка природно-ресурсного потенциала для развития экономики страны. Центры Туризма.
4. Особенности населения. Демографическая политика.
5. Общая характеристика хозяйства. Причины, влияющие на темпы хозяйственного развития.
6. География промышленности.
7. Специализация сельскохозяйственного производства.
8. Развитие транспортного комплекса.
9. Социально-экономическое развитие районов внутри страны.
10. Внешние экономические связи. Экспорт. Импорт.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Основные печатные и/или электронные издания

1. География для колледжей: учебник и практикум для среднего профессионального образования / под редакцией А. В. Коломийца, А. А. Сафонова. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2026. — 362 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-16137-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/590571>
2. География мира. Социально-экономическая география мира: учебник и практикум для вузов / под редакцией Н. В. Каледина, Н. М. Михеевой. — 3-е изд., испр. и

доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 307 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-18600-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/584193>

3. Экономическая география : учебник и практикум для среднего профессионального образования / под общей редакцией Я. Д. Вишнякова. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 451 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-21619-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/583947>

Дополнительные источники

1. География мира. Регионы и страны мира : учебник и практикум для вузов / под редакцией Н. В. Каледина, Н. М. Михеевой. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 428 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-18597-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/584260>

2. География мира. Базовый и углубленный уровни: 10—11 классы : учебник для среднего общего образования / ответственные редакторы А. В. Коломиец, А. А. Сафонов. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 360 с. — (Общеобразовательный цикл). — ISBN 978-5-534-15652-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/589160>

МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Башкирский государственный педагогический университет
им.М.Акмуллы»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
к практическим занятиям студентов

специальность: 21.02.19 Землеустройство
дисциплина: БП.09 Химия

разработал: Давыдова Г.Х.
преподаватель Колледжа БГПУ им.М.Акмуллы

2026 г.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методическая рекомендация к выполнению практических занятий по дисциплине БП.09 Химия для студентов специальности 21.02.19 Землеустройство.

Содержание методических рекомендаций по учебному предмету БП.09Химия направлено на достижение следующих целей:

Результаты обучения	Показатели освоения компетенций
сформированность представлений: - о химической составляющей естественнонаучной картины мира, роли химии в познании явлений природы, в формировании мышления и культуры личности, ее функциональной грамотности, необходимой для решения практических задач и экологически обоснованного отношения к своему здоровью и природной среде;	- Владение и грамотное использование терминологии в области химии; - Раскрывать смысл изучаемых понятий (выявлять их характерные признаки), устанавливать их взаимосвязь, использовать соответствующие понятия при описании состава, строения и превращений органических соединений. - Использовать химическую символику для составления молекулярных и структурных (развернутой, сокращенной) формул органических веществ. - Раскрывать роль химии в решении энергетических, сырьевых и экологических проблем человечества, описывать основные направления развития химической науки и технологии. - Применять правила безопасного обращения с веществами, используемыми в повседневной жизни, правила поведения в целях сбережения здоровья и окружающей природной среды; понимать вред (опасность) воздействия на живые организмы определенных веществ смысл показателя ПДК, пояснять на примерах способы уменьшения и предотвращения их вредного воздействия. - Анализировать и критически оценивать информацию, связанную с химическими процессами и их влиянием на состояние окружающей среды. - Использовать полученные знания и представления о сферах деятельности, связанных с наукой и современными технологиями, как основу для ориентации в выборе своей будущей профессиональной деятельности. - Принимать участие в обсуждении проблем химической и экологической направленности, высказывать собственную позицию по проблеме и

владение системой химических знаний, которая включает: основополагающие понятия (химический элемент, атом, электронная оболочка атома, молекула, валентность, электроотрицательность, химическая связь, структурная формула (развернутая и сокращенная), моль, молярная масса, молярный объем, углеродный скелет, функциональная группа, радикал, изомерия, изомеры, гомологический ряд, гомологи, углеводороды, кислород и азотсодержащие соединения, мономер, полимер, структурное звено, высокомолекулярные соединения); теории и законы (теория строения органических веществ А.М. Бутлерова, закон сохранения массы веществ); закономерности, символический язык химии; - мировоззренческие знания, лежащие в основе понимания причинности и системности химических явлений, фактологические сведения о свойствах, составе, получении и безопасном использовании важнейших органических веществ в быту и практической деятельности человека; - химических знаний, которая включает: основополагающие понятия (химический элемент, атом, изотоп, s-, p-, d- электронные орбитали атомов, ион, молекула, моль, молярный объем, валентность, электроотрицательность, степень окисления, химическая связь (ковалентная, ионная, металлическая, водородная), кристаллическая решетка, типы химических реакций, раствор, электролиты, неэлектролиты, электролитическая диссоциация, окислитель, восстановитель, скорость химической реакции, химическое равновесие); теории и законы (теория электролитической диссоциации, периодический закон Д.И. Менделеева, закон сохранения массы веществ, закон сохранения и превращения энергии при химических реакциях), закономерности, символический язык химии, мировоззренческие знания, лежащие в основе понимания причинности и системности химических явлений, фактологические сведения о свойствах, составе, получении и безопасном использовании важнейших неорганических веществ в быту и практической деятельности	<u>предлагать возможные пути ее решения</u> - Раскрывать смысл изучаемых понятий (выявлять их характерные признаки), устанавливать их взаимосвязь. - Раскрывать смысл периодического закона Д. И. Менделеева и демонстрировать его систематизирующую, объяснительную и прогностическую функции. - Характеризовать электронное строение атомов химических элементов 1–4 периодов, используя понятия s-, p-, d- электронные орбитали, энергетические уровни. Объяснять закономерности изменения свойств химических элементов и их соединений по периодам и группам Периодической системы Д. И. Менделеева - Объяснять зависимость скорости химической реакции от различных факторов. - Определять характер смещения химического равновесия в зависимости от внешнего воздействия (принцип Ле Шателье). - Составлять уравнения реакций различных типов; полные и сокращенные уравнения реакций ионного обмена, учитывая условия, при которых эти реакции идут до конца. - Использовать естественно-научные методы познания – проведение, наблюдение и описание химического эксперимента (демонстрационные и лабораторные опыты, практические работы): по определению среды водных растворов веществ, реакций ионного обмена, влиянию различных факторов на скорость реакций. - Следовать правилам пользования химической посудой и лабораторным оборудованием.

человека;	
- сформированность умений: - выявлять характерные признаки понятий, устанавливать их взаимосвязь, использовать соответствующие понятия при описании состава, строения и превращений органических соединений; - использовать химическую символику для составления молекулярных и структурных (развернутой, сокращенной) формул органических веществ и уравнений химических реакций, изготавливать модели молекул органических веществ для иллюстрации их химического и пространственного строения; - устанавливать принадлежность изученных органических веществ по их составу и строению к определенному классу/группе соединений (углеводороды, кислород и азотсодержащие соединения, высокомолекулярные соединения), давать им названия по систематической номенклатуре (IUPAC), а также приводить тривиальные названия отдельных органических веществ (этилен, пропилен, ацетилен, этиленгликоль, глицерин, фенол, формальдегид, ацетальдегид, муравьиная кислота, уксусная кислота, олеиновая кислота, стеариновая кислота, глюкоза, фруктоза, крахмал, целлюлоза, глицин); - определять виды химической связи в органических соединениях (одинарные и кратные); умения применять положения теории строения органических веществ А.М. Бутлерова для объяснения зависимости свойств веществ от их состава и строения; закон сохранения массы веществ; - характеризовать состав, строение, физические и химические свойства типичных представителей различных классов органических веществ (метан, этан, этилен, пропилен, ацетилен, бутадиен-1,3, метилбутадиен-1,3, бензол, метанол, этанол, этиленгликоль, глицерин, фенол, ацетальдегид, муравьиная и уксусная кислоты, глюкоза, крахмал, целлюлоза, аминокислота), иллюстрировать генетическую связь между ними уравнениями соответствующих химических	- Раскрывать смысл изучаемых понятий (выявлять их характерные признаки), устанавливать их взаимосвязь. - Применять положения теории строения органических веществ А. М. Бутлерова для объяснения зависимости свойств веществ от их состава и строения. - Использовать химическую символику для составления молекулярных и структурных (развернутой, сокращенной) формул органических веществ. - Определять виды химической связи (одинарные, кратные) в органических соединениях. - Раскрывать роль органической химии в природе, характеризовать ее значение в жизни человека, иллюстрировать связь с другими науками. - Устанавливать принадлежность веществ к определенному классу углеводородов по составу и строению, называть их по систематической номенклатуре; приводить тривиальные названия отдельных представителей углеводородов. - Определять виды химической связи в молекулах углеводородов; характеризовать зависимость реакционной способности углеводородов от кратности ковалентной связи. - Характеризовать состав, строение, применение, физические и химические свойства, важнейшие способы получения типичных представителей различных классов углеводородов (метана, этана, этилена, ацетилена, бутадиена -1,3, бензола, толуола). - Выявлять генетическую связь между углеводородами и подтверждать ее наличие уравнениями соответствующих химических реакций с использованием структурных формул. - Характеризовать источники углеводородного сырья (нефть, природный газ, уголь), способы их переработки и практическое применение получаемых продуктов. - Использовать естественно-научные методы познания – проведение,

реакций с использованием структурных формул; - характеризовать источники углеводородного сырья (нефть, природный газ, уголь), способы их переработки и практическое применение продуктов переработки; проводить вычисления по химическим уравнениям (массы, объема, количества исходного вещества или продукта реакции по известным массе, объему, количеству одного из исходных веществ или продуктов реакции); - сформированность умений владеть системой знаний об основных методах научного познания, используемых в химии при изучении веществ и химических явлений (наблюдение, измерение, эксперимент, моделирование), использовать системные химические знания для принятия решений в конкретных жизненных ситуациях, связанных с веществами и их применением; - соблюдать правила пользования химической посудой и лабораторным оборудованием, а также правила обращения с веществами в соответствии с инструкциями по выполнению лабораторных химических опытов.	наблюдение и описание химического эксперимента (лабораторные опыты и практические работы). - Следовать правилам безопасной работы в лаборатории при использовании химической посуды и оборудования, а также правилам обращения с веществами в соответствии с инструкциями выполнения лабораторных опытов и практических работ по получению и изучению органических веществ. - Представлять результаты эксперимента в форме записи уравнений соответствующих реакций и делать выводы на их основе. - Проводить вычисления для определения молекулярной формулы органического вещества, по уравнению химической реакции. - Самостоятельно планировать и осуществлять свою познавательную деятельность; принимать активное участие в групповой учебной деятельности

СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

по дисциплине БП.09

Практическое занятие 1. Решение задач на использование химической символики и названий соединений

Практическое занятие 2. Моделирование построения периодической таблицы Д.И. Менделеева

Практическое занятие 3. Основные количественные законы в химии

Практическое занятие 4. Номенклатура органических соединений и классификация

Практическое занятие 5. Свойства органических соединений отдельных классов

Практическое занятие 6. Решение количественных задач по органической химии.

Практическое занятие 7. Решение заданий на анализ факторов, влияющих на изменение скорости

Практическое занятие 8. Приготовление растворов

Практическое занятие 9. Поиск и анализ кейсов о применении химических веществ и технологий

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ по дисциплине БП.09 Химия

Практическое занятие. Решение задач на использование химической символики и названий соединений

Цель работы: формирование умений обучающихся записывать электронные конфигурации атомов элементов I-IV периодов и определять элемент по электронной конфигурации атома:

1. заряд ядра атома;
2. формула состава атома (количество p ; n ; e);
3. количество энергетических уровней и размещение на них электронов;
4. формула электронной конфигурации (1S 2S 2P 3S 3P 4S 4P 5S 4D 5P 6S 5D 4F 6P 7S 6D 5F 7P);
5. квантовые ячейки (графическая формула);
6. число электронов на последнем слое $\Rightarrow$ металл или неметалл.

Задания	ВАРИАНТ I	ВАРИАНТ II
1. Напишите полную и краткую формулу атома: Укажите валентные электроны. Покажите графически валентные электроны.	магния	серы
2. Укажите из списка: 1) Fe; 2) Ca; 3) S; 4) Na; 5) Cl; 6) K; 7) Ge; 8) Sc. Напишите электронные конфигурации для первого из выбранных элементов.	p – элементы	s- элементы
3. Самый маленький атом имеет:	1) теллур; 2) селен; 3) сера; 4) полоний.	1) сурьма; 2) фосфор; 3) мышьяк; 4) висмут.
4. Укажите группу с одинаковой электронной формулой:	1) Li^+ , Be^{+2} , B^{+3} ; 2) Li, Na, K; 3) Li^+ , Na^+ , K^+ ; 4) H^+ , H, H^- .	1) Cl^- , K^+ , S^{-2} ; 2) Ar, Cl^- , S^{-2} ; 3) C^{+4} , N^{+3} , O^0 ; 4) C^{+4} , Li ⁰ , Be^{+2} .
5. Электронная конфигурация атома	углерода 1) $1\text{S}^2 2\text{S}^2 2\text{p}^6 3\text{S}^2 3\text{p}^4$ 2) $1\text{S}^2 2\text{S}^2 2\text{p}^5$ 3) $1\text{S}^2 2\text{S}^2 2\text{p}^2$ 4) $1\text{S}^2 2\text{S}^2 2\text{p}^6$	хлора 1) $1\text{S}^2 2\text{S}^2 2\text{p}^6 3\text{S}^2 3\text{p}^5$ 2) $1\text{S}^2 2\text{S}^2 2\text{p}^5$ 3) $1\text{S}^2 2\text{S}^2 2\text{p}^2 3\text{S}^2 3\text{p}^3$ 4) $1\text{S}^2 2\text{S}^2 2\text{p}^6 3\text{S}^2$
6. Для элемента с электронной конфигурацией атома, укажите: А. атомный номер элемента; Б. номер периода и номер группы в периодической системе;	$1\text{S}^2 2\text{S}^2 2\text{p}^6 3\text{S}^2 3\text{p}^3$	$1\text{S}^2 2\text{S}^2 2\text{p}^6 3\text{S}^2 3\text{p}^5$

В. число валентных электронов; Г. число неспаренных электронов;		
Д. семейство элемента; Е. максимальную степень окисления.		

Практическая работа. Моделирование построения периодической таблицы Д.И. Менделеева

Цель работы: ознакомиться с методами очистки неорганических веществ, находящихся в различных агрегатных состояниях.

1.1 Экспериментальная часть.

Задание 1.

Расположить химические элементы 2,3,4 периодов в порядке возрастания относительных атомных масс, разделить их на ряды, начинающиеся щелочным металлом и заканчивающиеся инертным газом.

Выявить:

1. Закономерности изменения свойств химических элементов в рядах, объяснить почему.
2. Закономерности изменения валентности в кислородных соединениях химических элементов, объяснить
3. Закономерности изменения валентности по в водородных соединениях химических элементов.

Задание 2

Ряды химических элементов в которых свойства изменяются последовательно (металлические усиливаются, а неметаллические ослабевают) расположить друг под другом.

Выявить:

1. Закономерности изменения свойств химических элементов от периода к периоду, объяснить почему.
2. Определить группы сходных элементов.

Задание № 3

Записать схемы строения атомов химических элементов, электронные формулы и их графическое изображение, дать общую характеристику химических элементов периодической таблицы Д.И. Менделеева.

алюминий

кремний

сера

цинк

кальций

бром

фосфор

1. Знаки химических элементов
2. Число e^- , p^+ , p^0
3. Аг (элемент)

4. Количество энергетических уровней
5. Формула высшего оксида
6. Формула летучего водородного соединения
7. Количество валентных электронов
8. Номер группы, подгруппа
9. Схема строения атомов химических элементов
10. Электронная формула химических элементов
11. Графическое изображение электронной формулы

1.2 Контрольные вопросы:

1. Формулировка периодического закона Д.И. Менделеева.
2. Что называется периодом?
3. Что такое группа?
4. Как изменяются свойства химических элементов в периодах и почему?
5. Как изменяются свойства химических элементов в группах и почему?

Содержание отчета:

1. Напишите номер, тему и цель работы.
2. Напишите решение заданий, результаты представьте в виде таблицы №1
3. Устно ответьте на контрольные вопросы.

Практическая работа. Решение задач на использование химической символики. Основные количественные законы в химии

Химическая учебная задача – это модель проблемной ситуации, решение которой требует от учащихся мыслительных и практических действий на основе знания законов, теорий и методов химии, направленная на закрепление, расширение знаний и развитие химического мышления.

Классификация задач

На сегодняшний день не существует единого подхода к классификации химических задач. Общепризнанной является классификация химических задач на качественные и количественные, которые решаются устным, письменным и экспериментальным способом:

Химические расчетные задачи можно условно разделить на три группы:

1. Задачи, решаемые с использованием химической формулы вещества или на вывод формулы.
2. Задачи, для решения которых используют уравнение химической реакции.
3. Задачи, связанные с растворами веществ.

Простейшие расчетные задачи

I. Задачи, которые решаются без использования уравнений реакций:

1. Расчеты соотношений масс элементов в веществах.
2. Расчеты массовой доли элемента в соединении по его формуле.
3. Расчеты по соотношениям “масса – моль”.
4. Расчеты по соотношениям “объем – моль”.
5. Расчеты с использованием относительной плотности газов.
6. Выведение простейшей формулы вещества.
7. Выведение истинной формулы вещества.
8. Расчеты с использованием числа Авогадро.
9. Задачи, связанные с растворами веществ.
10. Задачи на смеси.

II. Задачи, решаемые с использованием уравнений химических реакций.

1. Расчет массы веществ по известной массе другого вещества.
2. Расчеты по соотношению “масса – моль”.
3. Расчеты по соотношению “объем – моль”.
4. Задачи с использованием понятия “избыток”.
5. Задачи с использованием веществ, одно из которых содержит примеси.
6. Задачи на выход продукта реакции и на производственные потери.
7. Задачи на нахождение химической формулы.
8. Задачи, в которых вещества даны в виде растворов.
9. Задачи на смеси.

Каждый из этих видов задач включает еще несколько типов задач.

Анализ задачи

Каждая задача складывается из совокупности данных – условия задачи – и вопроса (задания). Кроме этого, в ней есть система зависимостей, которые связывают искомое с данными и данные между собой. Задачи анализа: 1) выявить все данные; 2) выявить зависимости между данными и условиями; 3) выявить зависимости между данным и искомым.

Пример. Вычислить массу твердого гидроксида, который необходимо растворить для получения 95,2 мл 6,4% раствора едкого натра плотностью 1,05 г/см³.

Итак, выясняем:

Решение задач и выполнение различных упражнений – эффективная и увлекательная форма учебной работы, которая помогает лучше освоить теоретический курс химии. Умение решать задачи необходимо не только в учебной деятельности, но и в производственной. Химические процессы являются основой многих производств, где требуются детальные расчеты материального баланса: расход сырья, выход продукции, производственные потери и т.п. Бывает, с подобными расчетами мы сталкиваемся и в повседневной жизни. Поэтому при изучении химии уделяется большое внимание решению задач, способствующих систематизации полученных знаний и развитию логического мышления.

Для решения расчетных задач необходимо знание основных

физических характеристик вещества (напр. масса, объем, плотность), параметров состояния реагирующей системы (напр. температура, концентрация), а также единицы измерения этих величин (таблица 1).

Выполнение расчетов основано на понимании и умении использовать взаимосвязи между физическими характеристиками и параметрами состояния, которые отражены в основных законах химии: *закон сохранения массы вещества и энергии, закон постоянства состава вещества, закон Авогадро и др.*

Для успешного решения задач необходимо также владение навыками выполнения математических операций: умение составлять и решать уравнения и пропорции, производить действия с числами и т.п.

Чтобы решить химическую задачу, рекомендуется следующий порядок действий:

1. Изучите внимательно условие задачи: определите с какими величинами необходимо проводить вычисления, обозначьте их буквами, установите единицы измерения, числовые значения, определите какая величина искомая и запишите все это в кратком условии (Дано/Найти).
2. Составьте уравнение реакции, расставьте в нем коэффициенты.
3. Выясните количественные соотношения между данными задачи и искомыми величинами. Если в исходных данных не хватает каких либо величин, подумайте, как их можно вычислить, т.е. определите предварительные этапы расчета.
4. Определите последовательность всех этапов расчета, запишите необходимые расчетные формулы.
5. Подставьте соответствующие числовые значения, проверьте размерность величин, произведите вычисления.

Таблица 1

Физические величины, используемые при решении задач

Наименование величин	Рекомендуемое обозначение	Единицы измерения
Время	τ (тау)	с, мин
Количество вещества	ν (ню)	моль
Масса	m	мг, г, кг
Массовая доля вещества в растворе, смеси	ω (омега)	%
Молярная концентрация	c	моль/л, М
Молярная масса	M	г/моль
Молярный объем газа	V_m	л/моль
Объем	V	мл, л
Объемная доля газа	ϕ (фи)	%
Относительная атомная масса	A_r	безразмерная
Относительная плотность газа по другому	D	безразмерная

Плотность	ρ (ро)	г/мл, г/см
Практический выход продукта	η (эта)	%
Температура	t	°C

Тип задачи: Вычисление по химическим уравнениям объёма газообразного вещества по известной массе одного из вступающих или образующихся в реакции веществ.

Условие:

Определить объём водорода, необходимый для восстановления меди из 16г её оксида.

Алгоритм решения:

1. Записать краткое условие. Составить уравнение реакции и определить по нему количества интересующих веществ.

Дано:	
$m(\text{CuO}) = 16\text{г}$	$\text{CuO} + \text{H}_2 = \text{Cu} + \text{H}_2\text{O}$
$V(\text{H}_2) - ?$	1 моль 1 моль

2. По известной массе найти количество вещества:

$$v = m / M \quad M(\text{CuO}) = 64 + 16 = 80\text{г/моль}$$

$$v(\text{CuO}) = 16\text{г} / 80\text{г/моль} = 0,2\text{моль}$$

3. По соотношению в уравнении реакции определить количество газообразного вещества:



$$1 \text{ моль} - \quad 1 \text{ моль}$$

$$0,2\text{моль} \quad \quad \quad 0,2\text{моль}$$

4. Найти объём газообразного вещества:

$$V = v \cdot V_m; \quad V_m = 22,4 \text{ л/моль}$$

$$V(\text{H}_2) = 0,2\text{моль} \cdot 22,4\text{л/моль} = 4,48\text{л}$$

$$\text{Ответ: } V(\text{H}_2) = 4,48\text{л}$$

Тип задачи: Вычисление по химическим уравнениям массы вещества по известной массе одного из вступающих или образующихся в реакции веществ.

Условие:

Определить массу карбоната натрия, полученного при пропускании углекислого газа через раствор, содержащий 3,2 г гидроксида натрия.

Алгоритм решения:

1. Записать краткое условие. Составить уравнение реакции и определить по нему количества интересующих веществ.

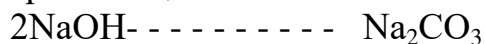
Дано:	Решение:
$m(\text{NaOH}) = 3,2\text{г}$	$2\text{NaOH} + \text{CO}_2 = \text{Na}_2\text{CO}_3 + \text{H}_2\text{O}$
$m(\text{Na}_2\text{CO}_3) - ?$	2 моль 1 моль

2. По известной массе найти количество вещества;

$$v = m / M \quad M(\text{NaOH}) = 23 + 16 + 1 = 40\text{г/моль}$$

$$v(\text{NaOH}) = 3,2\text{г} / 40\text{г/моль} = 0,8\text{моль}$$

3. По соотношению в уравнении реакции определить количество второго вещества:



2моль 1моль

0,8моль **0,4моль**

4. Найти массу нужного вещества:

$$m = v \cdot M \quad M(\text{Na}_2\text{CO}_3) = 23 \cdot 2 + 12 + 16 \cdot 3 = 106 \text{ г/моль}$$

$$m(\text{Na}_2\text{CO}_3) = 0,4\text{моль} \cdot 106\text{г/моль} = 42,4\text{г}$$

Ответ: $m(\text{Na}_2\text{CO}_3) = 42,4\text{г}$

Тип задачи: Вычисление по химическим уравнениям массы вещества по известному объёму одного из вступающих или образующихся в реакции газообразных веществ.

Условие:

Определить массу карбоната натрия, полученного при пропускании 1,12л углекислого газа через раствор гидроксида натрия.

Алгоритм решения:

1. Записать краткое условие. Составить уравнение реакции и определить по нему количества интересующих веществ.

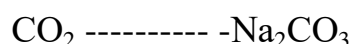
Дано:	Решение:
$V(\text{CO}_2) = 1,12\text{л}$	$2\text{NaOH} + \text{CO}_2 = \text{Na}_2\text{CO}_3 + \text{H}_2\text{O}$
	1моль 1моль
$m(\text{Na}_2\text{CO}_3) - ?$	

2. По известному объёму найти количество вещества:

$$V = V/V_m \quad V_m = 22,4 \text{ л/моль}$$

$$v(\text{CO}_2) = 1,12\text{л} / 22,4\text{л/моль} = 0,05\text{моль}$$

3. По соотношению в уравнении реакции определить количество второго вещества:



1 моль ----- 1 моль

0,05моль ----- **0,05моль**

4. Найти массу нужного вещества:

$$m = v \cdot M \quad M(\text{Na}_2\text{CO}_3) = 23 \cdot 2 + 12 + 16 \cdot 3 = 106\text{г/моль}$$

$$m(\text{Na}_2\text{CO}_3) = 0,05\text{моль} \cdot 106\text{г/моль} = 5,3\text{г}$$

Ответ: $m(\text{Na}_2\text{CO}_3) = 5,3 \text{ г}$

Тип задачи: Расчеты по химическим уравнениям, если одно из реагирующих веществ дано в избытке.

Условие задачи:

Вычислите массу сульфата бария, выпавшего в осадок при сливании растворов, один из которых содержит 522г нитрата бария, а второй - 500г сульфата натрия.

1. Записать краткое условие. Составить уравнение реакции и определить по нему количества интересующих веществ.

2. По известной массе найти количество вещества:
 $\nu = m/M$ $M(\text{Na}_2\text{SO}_4) = 23 \cdot 2 + 32 + 16 \cdot 4 = 142 \text{ г/моль}$
 $M(\text{Ba}(\text{NO}_3)_2) = 137 + 14 \cdot 2 + 16 \cdot 6 = 261 \text{ г/моль}$
 $\nu(\text{Na}_2\text{SO}_4) = 500 \text{ г} / 142 \text{ г/моль} = 3,5 \text{ моль}$
 $\nu(\text{Ba}(\text{NO}_3)_2) = 522 \text{ г} / 261 \text{ г/моль} = 2 \text{ моль}$

$$\begin{array}{ccccc} \text{Na}_2\text{SO}_4 & \text{-----} & \text{Ba}(\text{NO}_3)_2 & \text{-----} & \text{BaSO}_4 \\ 1 \text{ моль} & \text{-----} & 1 \text{ моль} & \text{-----} & 1 \text{ моль} \\ \underline{3,5 \text{ моль}} & \text{-----} & 2 \text{ моль} & \text{-----} & \underline{2 \text{ моль}} \\ (\text{избыток}) & & & & \end{array}$$

Ответ: $m(\text{BaSO}_4) = 466\text{г}$

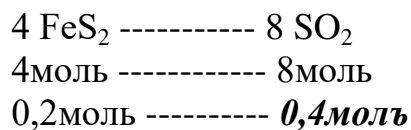
Какой объём оксида серы (IV) образуется при обжиге пирита массой 30г, который кроме сульфида железа FeS_2 содержит 20% (по массе) примесей?

1. Записать краткое условие. Составить уравнение реакции и определить по нему количества интересующих веществ.

2. Определить массу чистого вещества:
 $m(\text{FeS}_2) = m(\text{пирита}) - m(\text{примесей})$
 $m(\text{примесей}) = m(\text{пирита}) \cdot \omega(\text{примес}) / 100\%$
 $m(\text{примесей}) = (30\text{г} \cdot 20\%) / 100\% = 6\text{г}$

3. По известной массе найти количество вещества:
 $\nu = m / M \quad M(\text{FeS}_2) = 56 + 32 \cdot 2 = 120\text{г/моль}$
 $\nu(\text{FeS}_2) = 24\text{г} / 120\text{г/моль} = 0,2\text{моль}$

3. По соотношению в уравнении реакции определить количество второго вещества:



4. Найти объём газообразного вещества:
 $V = \nu \cdot V_m$; $V_m = 22,4 \text{ л/моль}$
 $V(\text{SO}_2) = 0,4 \text{ моль} \cdot 22,4 \text{ л/моль} = 8,96 \text{ л}$
 Ответ: $V(\text{SO}_2) = 8,96 \text{ л}$

Тип задачи: Определение массовой (или объёмной) доли выхода продукта от теоретически возможного выхода.

Условие:

При действии раствора, содержащего в избытке азотную кислоту, на 100г медных стружек получили после выпаривания 250г безводной соли. Рассчитайте практический выход соли в процентах от теоретически возможного,

Алгоритм решения:

1. Записать краткое условие. Составить уравнение реакции и определить по нему количества интересующих веществ.

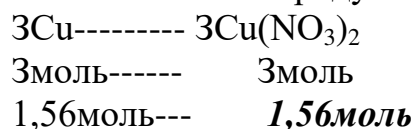
Дано:	Решение:
$m(\text{Cu}) = 100 \text{ г}$ $m(\text{Cu}(\text{NO}_3)_2)_{\text{практ}} = 250 \text{ г}$ $\eta(\text{Cu}(\text{NO}_3)_2) - ?$	$3\text{Cu} + 8\text{HNO}_3 = 3\text{Cu}(\text{NO}_3)_2 + 4\text{H}_2\text{O}$ 3 моль 3 моль

2. По известной массе найти количество исходного вещества:

$$\nu = m / M \quad M(\text{Cu}) = 64 \text{ г/моль}$$

$$\nu(\text{Cu}) = 100 \text{ г} / 64 \text{ г/моль} = 1,56 \text{ моль}$$

3. По соотношению в уравнении реакции определить, какое вещество дано в избытке и количество продукта реакции:



4. Найти теоретическую массу нужного вещества:

$$m = \nu \cdot M \quad M(\text{Cu}(\text{NO}_3)_2) = 64 + 14 \cdot 2 + 16 \cdot 6 = 188 \text{ г/моль}$$

$$m(\text{Cu}(\text{NO}_3)_2)_{\text{теорет}} = 1,56 \text{ моль} \cdot 188 \text{ г/моль} = 293,3 \text{ г}$$

5. Найти практический выход продукта:

$$\eta = (m_{\text{практ}} / m_{\text{теорет}}) \cdot 100\%$$

$$\eta(\text{Cu}(\text{NO}_3)_2) = (250 \text{ г} / 293,3 \text{ г}) \cdot 100\% = 85,2\%$$

Ответ: $\eta(\text{Cu}(\text{NO}_3)_2) = 85,2\%$

Тип задачи: Определение массы продукта по известному практическому выходу реакции.

Условие:

Определить массу аммиака, полученного из 5,6 кг азота, если практический выход реакции составил 65% от теоретически возможного.

Алгоритм решения:

1. Записать краткое условие. Составить уравнение реакции и определить по нему количества интересующих веществ.

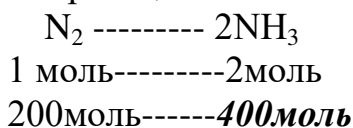
Дано:	Решение:
$m(\text{N}_2) = 5,6 \text{ кг} = 5600 \text{ г}$ $\eta(\text{NH}_3) = 65\%$ $m(\text{NH}_3) - ?$	$\text{N}_2 + 3\text{H}_2 = 2\text{NH}_3$ 1моль 2моль

2. По известной массе найти количество исходного вещества:

$$\nu = m / M \quad M(\text{N}_2) = 14 \cdot 2 = 28 \text{ г/моль}$$

$$\nu(\text{N}_2) = 5600 \text{ г} / 28 \text{ г/моль} = 200 \text{ моль}$$

3. По соотношению в уравнении реакции определить количество продукта реакции:



4. Найти теоретическую массу нужного вещества:

$$m = \nu \cdot M \quad M(\text{NH}_3) = 14 + 1 \cdot 3 = 17 \text{ г/моль}$$

$$m(\text{NH}_3)_{\text{теор}} = 400 \text{ моль} \cdot 17 \text{ г/моль} = 6800 \text{ г} = 6,8 \text{ кг}$$

5. Найти практическую массу продукта:

$$m_{\text{практ}} = (m_{\text{теор}} \cdot \eta) / 100\%$$

$$m(\text{NH}_3)_{\text{практ}} = (6,8 \text{ кг} \cdot 65\%) / 100\% = 4,42 \text{ кг}$$

$$\text{Ответ: } m(\text{NH}_3)_{\text{практ}} = 4,42 \text{ кг}$$

Тип задачи: Вычисление по химическим уравнениям массы вещества, если известна массовая доля в растворе одного из вступающих в реакцию веществ.

Условие:

К 40 г раствора гидроксида натрия с массовой долей NaOH 15% прилили достаточное количество раствора сульфата меди. Определите массу выпавшего осадка.

Алгоритм решения:

1. Записать краткое условие, Составить уравнение реакции и определить по нему количества интересующих веществ.

Дано:	Решение:
$m(\text{р-ра}) = 40 \text{ г}$ $\omega(\text{NaOH}) = 15\%$ $m(\text{Cu(OH)}_2) - ?$	$2\text{NaOH} + \text{CuSO}_4 = \text{Cu(OH)}_2 + \text{Na}_2\text{SO}_4$ 2моль 1моль

2. Определить массу растворенного вещества:

$$m(\text{в-ва}) = (m(\text{р-ра}) \cdot \omega) / 100\%$$

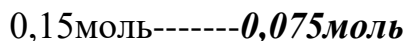
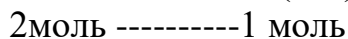
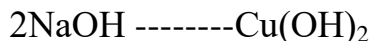
$$m(\text{NaOH}) = (40 \text{ г} \cdot 15\%) / 100\% = 6 \text{ г}$$

3. По известной массе найти количество вещества:

$$v = m / M \quad M(\text{NaOH}) = 23 + 16 + 1 = 40 \text{ г/моль}$$

$$v(\text{NaOH}) = 6 \text{ г} / 40 \text{ г/моль} = 0,15 \text{ моль}$$

3. По соотношению в уравнении реакции определить количество второго вещества:



4. Найти массу нужного вещества:

$$m = v \cdot M \quad M(\text{Cu}(\text{OH})_2) = 64 + 16 \cdot 2 + 1 \cdot 2 = 98 \text{ г/моль}$$

$$m(\text{Cu}(\text{OH})_2) = 0,075 \text{ моль} \cdot 98 \text{ г/моль} = 7,35 \text{ г}$$

$$\text{Ответ: } m(\text{Cu}(\text{OH})_2) = 7,35 \text{ г}$$

Практическая работа. Номенклатура органических соединений и классификация

Цель - познакомить учащихся с тривиальными названиями и рациональной номенклатурой;

дать общее представление об основных принципах формирования названий органических соединений по международной номенклатуре;

формировать умение называть органические соединения по международной номенклатуре.

Номенклатура — это система названий, употребляющихся в какой-либо науке.

Мы будем знакомиться с основами формирования названий органических соединений по международной номенклатуре.

1. Историческая справка.

Кроме международной номенклатуры в органической химии используются: **тривиальные** (исторически сложившиеся) названия: уксусная кислота, глицерин (от греч. glykys - сладкий), формальдегид (от лат. formika — муравей). Химики и сейчас редко называют ацетилен этином, а муравьиную кислоту — метановой.

Рациональная номенклатура, согласно которой соединение рассматривалось как производное наиболее типичного представителя класса: метилацетилен, димитилэтилен и др.

Число органических соединений растёт в геометрической прогрессии. Химикам разных стран стало трудно общаться, поскольку одни и те же вещества имели разные названия, а под одним названием подразумевали несколько веществ. Химики всех стран, входящих в Международный союз теоретической и прикладной химии (ИЮПАК) создали специальный комитет, который выработал основы *единой для всех органических веществ* номенклатуры.

Эту номенклатуру называют **международной** или **номенклатурой ИЮПАК**.

2. Основы международной номенклатуры органических соединений.

Для того чтобы уметь пользоваться ею, нужно совсем немного:

- Знать сведения таблицы 3. «Основные классы органических соединений» и уметь ими пользоваться. (Перепишите на плотную бумагу эту таблицу, сделайте себе карточку-подсказку).
- Хорошо знать названия первых представителей гомологического ряда предельных углеводородов (от метана до декана) и радикалов. (Сделайте на обратной стороне другую карточку-подсказку):

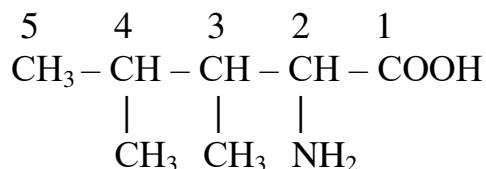
Названия алканов и их радикалов

Состав алкана	Название	Радикал	Название
$C_n H_{2n+2}$	алкан	$-C_n H_{2n+1}$	алкил
CH_4	метан	$-CH_3$	<i>метил</i>
$C_2 H_6$	этан	$-C_2 H_5$	этил
$C_3 H_8$	пропан	$-C_3 H_7$	пропил
$C_4 H_{10}$	бутан	$-C_4 H_9$	бутил
$C_5 H_{12}$	пентан	$-C_5 H_{11}$	амил
$C_6 H_{14}$	гексан	$-C_6 H_{13}$	гексил
$C_7 H_{16}$	гептан	$-C_7 H_{15}$	гептил
$C_8 H_{18}$	октан	$-C_8 H_{17}$	октил
$C_9 H_{20}$	нонан	$-C_9 H_{19}$	нонил
$C_{10} H_{22}$	декан	$-C_{10} H_{21}$	децил

Хорошо знать **алгоритм названия веществ ациклического строения**:

1. Выбрать самую длинную углеродную цепь.
 2. Пронумеровать её с той стороны, к которой ближе радикалы, или старший заместитель, или кратная связь (в зависимости от класса вещества).
- Порядок старшинства основных групп указан на странице 36 учебника.
3. Указать в *префиксе* (те же приставки, но специфические, химические) **положение** (номер атома углерода) и **название** радикала, заместителя, функциональной группы в алфавитном порядке.
 4. **Записать корень**, соответствующий числу атомов углерода в главной цепи.
 5. Если есть **двойная связь**, то после корня поставить *суффикс -ен* с указанием **положения связи в цепи**; для **тройной связи** использовать *суффикс -ин*. Если кратных связей нет – *суффикс -ан*.
 6. После этого указать **суффикс**, соответствующий кетону, альдегиду или кислоте, если есть соответствующие функциональные группы. Для кетонов указывается положение функциональной группы.
 7. Если в веществе несколько одинаковых радикалов, заместителей, связей или функциональных групп, то они называются вместе, с использованием числительных:
- 2 – **ди**, 3 – **три**, 4 – **тетра** и т.д.
8. При написании названия все цифры отделяются друг от друга запятыми, а от букв – дефисами.

Пример:



2 -амино – 3,4 – диметилпентановая кислота.

1. Поскольку в главной цепи пять атомов углерода, основа названия - пентан.

2. В молекуле есть функциональная группа – -COOH карбоксильная . На её присутствие указывает **-овая кислота**

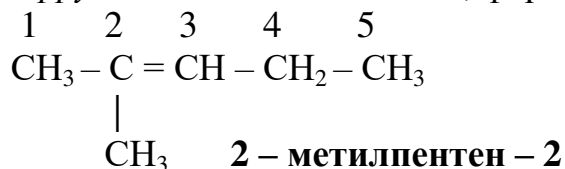
3. В главной цепи есть три заместителя:

амино – группа, её положение указывается цифрой **2**,

и две **метильные группы**. На число метильных групп указывает частица **ди-**, а на положение в цепи цифры **3,4**. Между цифрами есть запятая, цифры от букв отделены дефисом.

III Закрепление.

1. *Расшифруйте* название вещества, формула которого:



1. В главной цепочке **5** углеродных атомов, поэтому основа названия – **пентан** (по названию соответствующего алкана).

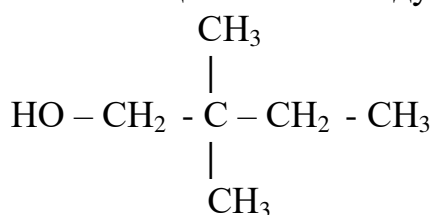
2. Так как в молекуле имеется **двойная связь**, суффикс **-ан** в основе названия изменяется на – **ен**.

3. После основы названия указано положение двойной связи в цепи: она начинается от **второго** углеродного атома.

4. В главной цепи имеется один заместитель - **метил CH₃**. Он называется перед основой названия с указанием положения в цепи: при **втором** атоме углерода.

Работа в парах.

2. Назовите вещество по международной номенклатуре:



3. Составьте формулу вещества: 2,3 – диметилбутен – 1.

Практическое занятие . Свойства органических соединений отдельных классов

Цель: сформировать целостное представление о качественном составе предельных и непредельных углеводородов.

1. Теоретическая часть

Алканы представляют собой нециклические углеродные соединения, в

которых атомы углерода связаны простыми насыщенными связями. Эти вещества представляют собой целый ряд с определенными свойствами и характеристиками. Общая формула алканов выглядит следующим образом:
 C_nH_{2n+2}

Алканы являются малоактивными — они практически не взаимодействуют со щелочами и кислотами. Кстати, именно химическими свойствами определяется применение алканов. Тем не менее, для этих соединения характерны некоторые реакции, включая замещение атомов водорода, а также процессы расщепления молекул. Самой характерной реакцией считается галогенирование, при котором атомы водорода заменяются галогенами.

Большое значение имеют реакции хлорирования и бромирования этих соединений.

Нитрование — замещение водородного атома нитрогруппой при реакции с разбавленной азотной кислотой. В обычных условиях алканы не взаимодействуют с кислотами. Для того чтобы провести подобную реакцию, нужна температура 140 °С.

Окисление — при нормальных условиях алканы не поддаются воздействию кислорода. Тем не менее, после поджигания на воздухе эти вещества вступают в реакцию горения, окончательными продуктами которой являются вода и углекислый газ.

Крекинг — эта реакция проходит лишь при наличии необходимых катализаторов. В процессе происходит расщепление стойких гомологических связей между атомами углерода. Например, при крекинге бутана в результате реакции можно получить этан и этилен.

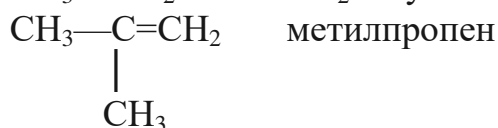
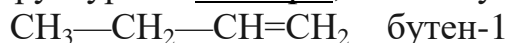
Изомеризация — в результате воздействия некоторых катализаторов возможна некая перестройка углеродного скелета алкана.

Алкены — ациклические углеводороды, содержащие в молекуле, помимо одинарных связей, одну двойную связь между атомами углерода и соответствующие общей формуле C_nH_{2n} .

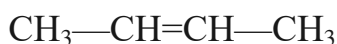
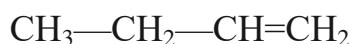
Неразветвленные алкены составляют гомологический ряд этена (этилена).

C_2H_4 — этен, C_3H_6 — пропен, C_4H_8 — бутен, C_5H_{10} — пентен, C_6H_{12} — гексен.

Для алкенов, так же как и для алканов, характерна структурная изомерия. Структурные изомеры, как вы помните, отличаются друг от друга строением углеродного скелета. Простейший алкен, для которого характерны структурные изомеры, — это бутен.



Особым видом структурной изомерии является изомерия положения двойной связи:



бутен-1

бутен-2

Первые три представителя гомологического ряда алкенов — газы, вещества состава C_5H_{10} — $C_{16}H_{32}$ — жидкости, высшие алкены — твердые вещества.

Температуры кипения и плавления закономерно повышаются при увеличении молекулярной массы соединений.

Для алкенов характерны реакции присоединения, гидрирования, галогенирования (присоединение галогенов), гидрогалогенирования (присоединение галогеноводорода), гидратация (присоединение воды).

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

1. Каковы общие формулы алканов и алкенов?
2. Привести гомологический ряд предельных и непредельных УВ.
3. Какие физические и химические свойства характерны для представителей класса алканов и алкенов?

Практическая работа. Решение количественных задач по органической химии.

Практическая часть

Задание №1. Решите задачу: Вещество состоит из 87,5% углерода и 14,3% водорода. Плотность паров этого вещества по водороду равна 14. Определите формулу вещества.

Задание №2. Решите задачу: Углеводород имеет состав: С-82,76%; Н-17,24%. 1,12л (н.у.) этого углеводорода в газообразном состоянии имеет массу 2,9г. Определите строение исходного углеводорода.

Задание №3. Решите задачу: Выведете молекулярную формулу вещества, содержащего 2,22% водорода, 26,67% углерода и 71,11% кислорода, если молярная масса вещества 90г/моль.

Задание №4. Решите задачу: Углеводород содержит в массовых долях 0,8889 или 88,89% углерода. Его плотность по воздуху равна 1,862. Найдите молекулярную формулу этого углеводорода, напишите формулы и названия возможных изомеров. $M(\text{возд})=29$.

Задание №5. Выполните блиц- тест «Мишень». Словами «да» или «нет» вы должны подтвердить или опровергнуть утверждение.

Блиц- тест «Мишень».

№ П /п		алканы	алкены
1	C_2H_4 и C_2H_8 являются гомологами данного ряда		
2	Эти УВ можно получить реакцией Вюрца.		
3	Для этих УВ характерны реакции горения		
4	C_5H_{12} и C_3H_8 являются гомологами данного ряда		
5	Эти УВ взаимодействуют с металлами.		
6	Эти УВ можно получить при крекинге		

	нефтепродуктов.		
7	Эти УВ обесцвечивают бромную воду		
8	Для этих УВ характерна реакция Коновалова		
9	При галогенировании этих УВ получается только одно вещество.		

Алгоритм решения задач на установление формулы вещества

Задача. В состав органического вещества входят (в массовых долях): углерода- 0,5217, кислорода-0,3478 и водорода -0, 1305. Плотность этого вещества по водороду 23. Выведите молекулярную формулу этого вещества зная, что данное вещество взаимодействует с натрием с выделением водорода.

Решение:

1. Определяем простейшую формулу вещества. Для этого находят количества элементов $n(C)$, $n(H)$, $n(O)$ и т.д. в любом количестве вещества и выражают их отношения в виде целых чисел, не имеющих общего делителя:

$$C_x H_y O_z \quad X: Y: Z = n(C) : n(H) : n(O)$$

2. Находим простейшую молекулярную формулу. Для этого требуется знать относительную молекулярную массу:

$$\begin{aligned} X: Y: Z &= 0,5217/12 : 0,1305/1 : 0,3478/16 = \\ &= 0,0435:0,1305: 0,0217 = 4,35 : 13,05 : 2,17 = 2:6:1 \end{aligned}$$

Следовательно, простейшая формула вещества $C_2 H_6 O_1$

3. Вычисляем истинную формулу вещества. Для этого надо определить молекулярные массы простейшей и истинной формул:

$$M(C_2 H_6 O) = 46 \text{ г/моль}$$

$$M(C_x H_y O_z) = 2D_{(H_2)} = 2 \cdot 23 = 46 \quad M(H_2) = 2 \text{ г/моль}$$

Вывод: простейшая формула является молекулярной формулой.

Формула $C_2 H_6 O$ может отвечать этиловому спирту и диэтиловому эфиру. Зная, что заданное вещество взаимодействует с натрием с выделением водорода, можно сделать вывод, что данное вещество является этиловым спиртом.

Ответ: этиловый спирт.

Инструкция по выполнению практической работы

1. Прочитайте краткий теоретический материал по теме практической работы.

2. Устно ответьте на вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию.

3. Внимательно прочитайте условие каждого задания.

4. Выполните задания на черновике.

5. Проверьте правильность выполнения задания.

6. Убедившись, что задания выполнены правильно на черновике (в рабочей тетради), аккуратно спишите их в чистовик.

Указания по выполнению заданий:

1. При выполнении задания №1-№4 необходимо решить задачи по

нахождению молекулярную формулу вещества.

2. При выполнении задания №5 словами «да» или «нет» вы должны подтвердить или опровергнуть данное утверждение.

Практическое занятие. Решение заданий на анализ факторов, влияющих на изменение скорости

Цель: углубить и обобщить теоретические знания обучающихся о скорости химической реакции, закрепить знание формул выражения скорости реакций, научиться выполнять расчеты, используя данные формулы.

Теоретическая часть

Известно, что одни химические реакции протекают за доли секунды, другие – за минуты, часы, сутки. Например, при сливании растворов хлорида бария и серной кислоты мгновенно образуется белый осадок сульфата бария:



Наоборот, реакция ржавления железа (коррозия) идет так медленно, что проследить за ее результатами можно лишь по истечении длительного времени. Чтобы характеризовать быстроту течения химической реакции, пользуются понятием **скорость химической реакции**, которую обозначают буквой v .

Скорость химической реакции (v) определяется изменением концентрации одного из реагирующих веществ или одного из продуктов реакции в единицу времени:

где C_1 и C_2 – молярные концентрации реагирующих (или образующихся) веществ в момент времени t_1 и t_2 соответственно.

Количество вещества в единице объема называют **молярной концентрацией**; она измеряется в молях на литр (моль/л). Так как время измеряется в секундах (минутах, часах), то можно вывести и единицы измерения скорости химической реакции: 1 моль/ (л·с); 1 кмоль/(м³·мин) и т.д.

Факторы, определяющие скорость химической реакции:

1. Природа реагирующих веществ.

2. Концентрация реагирующих веществ. Увеличение концентрации веществ обуславливает рост скорости реакции.

3. Температура. Известно, что при нагревании скорость химической реакции увеличивается. В конце XIX в. голландский химик Я. Вант-Гофф сформулировал правило:

При увеличении температуры на каждые 10 градусов скорость химической реакции увеличивается в 2 – 4 раза:

где v_2 – скорость реакции при конечной температуре t_2 ;

v_1 – скорость реакции при начальной температуре t_1 .

Величину Q называют **температурным коэффициентом реакции**. Его физический смысл заключается в том, что он показывает, во сколько раз возрастает скорость реакции при увеличении температуры на каждые 10 градусов. Именно значение температурного коэффициента для

большинства реакций составляет от 2 до 4.

4. Поверхность соприкосновения реагирующих веществ. Скорость гетерогенных реакций, т. е. реакций, протекающих на границе раздела фаз, зависит при прочих равных условиях от свойств поверхности веществ. Например, растертый в порошок мел быстрее растворяется в соляной кислоте, чем равный по массе кусочек мела.

5. Использование катализаторов.

Скорость химической реакции

1 Вычисление скорости химической реакции

Задача. Вычислите среднюю скорость химической реакции, если через 20 с от начала реакции концентрация веществ составляла 0,05 моль/л, а через 40 с – 0,04 моль/л.

1.1 Зависимость скорости химической реакции от концентрации реагентов

Задача. Как изменится скорость химической реакции:

$2\text{CO} + \text{O}_2 = 2\text{CO}_2$, если уменьшить объем газовой смеси в 2 раза?

1.2 Зависимость скорости реакции от температуры

Задача. Во сколько раз увеличится скорость химической реакции при повышении температуры от 300 до 350 °С, если температурный коэффициент равен 2?

Задачи для практической работы.

1. Как изменится скорость реакции:

$2\text{Fe} + 3\text{Cl}_2 = 2\text{FeCl}_3$, если давление системы увеличить в 5 раз?

Ответ. Увеличится в 125 раз.

2. Скорость реакции при охлаждении от 80 до 60 °С уменьшилась в 4 раза. Найти температурный коэффициент скорости реакции.

Ответ. 2.

3. Реакция при 50 °С протекает за 2 мин 15 с. За какое время закончится эта реакция при $t = 70$ °С, если температурный коэффициент равен 3?

Ответ. 15 с.

2 Термохимические уравнения

В термохимических уравнениях в отличие от химических указывается тепловой эффект химической реакции и между левой и правой частями уравнения принято ставить знак равенства (=).

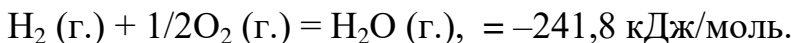
Тепловой эффект Q измеряется в килоджоулях (кДж), в случае экзотермических реакций он положителен, а в случае эндотермических реакций отрицателен.

Энтальпия (ΔH) – величина, характеризующая внутреннюю энергию вещества, обратная по знаку тепловому эффекту, имеет размерность кДж на моль (кДж/моль).

Две возможные формы записи термохимического уравнения:



или



Закон Гесса: тепловой эффект реакции равен разности между суммой теплот образования продуктов реакции и суммой теплот образования исходных веществ:

$$Q = \sum Q_{\text{обр. прод}} - \sum Q_{\text{обр. реак}}$$

При химической реакции теплота выделяется или поглощается. Реакции, протекающие с выделением теплоты, называются экзотермическими реакциями, а сопровождающиеся поглощением теплоты – эндотермическими.

Эндотермические и экзотермические реакции

2.1 Вычисление теплового эффекта реакции по известному термохимическому уравнению

Задача. По термохимическому уравнению:



вычислите, сколько поглотится теплоты при вступлении в реакцию 5,6 л азота (н. у.).

2.2 Составление термохимического уравнения

Задача. При сжигании 3 г магния выделилось 75,15 кДж теплоты. Составьте термохимическое уравнение реакции горения магния.

2.3 Вычисление теплоты сгорания вещества

Задача. По термохимическому уравнению реакции



вычислите теплоту сгорания оксида углерода(II).

2.4 Вычисление теплоты образования вещества

Задача. При сжигании 93 г белого фосфора выделилось 2322 кДж теплоты. Рассчитайте теплоту образования оксида фосфора(V).

Задания для практической работы.

1. Составьте термохимическое уравнение реакции разложения карбоната кальция, если при разложении 40 г карбоната кальция поглощается 70,8 кДж теплоты.

Ответ. $\text{CaCO}_3 = \text{CaO} + \text{CO}_2 - 177 \text{ кДж/моль.}$

2. Сколько теплоты выделится при полном сгорании 1 м³ смеси, состоящей из 30% (по объему) этилена и 70% ацетилена, если при сгорании 1 моль этих веществ выделяется соответственно 1400 и 1305 кДж?

Ответ. 59 531 кДж.

3. Вычислите теплоту сгорания ацетилена C_2H_2 , если теплота образования углекислого газа 393,5 кДж/моль, водяного пара – 242 кДж/моль, ацетилена – 226,8 кДж/моль.

Ответ. 1604,4 кДж.

3 Химическое равновесие

Принцип Ле Шателье: если на систему, находящуюся в равновесии,

производится внешнее воздействие (изменяется температура, давление или концентрация), то равновесие смещается в том направлении, которое ослабляет это воздействие.

Влияние температуры

а) $A + B \rightleftharpoons C + Q$. При экзотермической реакции увеличение температуры приводит к тому, что скорость обратной реакции $v_{\text{обр}}$ становится больше скорости прямой реакции $v_{\text{пр}}$, т. е. $v_{\text{обр}} > v_{\text{пр}}$.

б) $A + B \rightleftharpoons C - Q$. При эндотермической реакции увеличение температуры приводит к тому, что $v_{\text{обр}} < v_{\text{пр}}$.

Влияние давления (для газов)

Увеличение давления приводит к смещению равновесия в сторону реакции, ведущей к образованию меньшего числа молекул.

Увеличение давления $v_{\text{пр}} > v_{\text{обр}}$.

Влияние концентрации реагентов

а) Увеличение концентрации исходных веществ приводит к росту скорости прямой реакции: $v_{\text{пр}} > v_{\text{обр}}$.

б) Увеличение концентрации продуктов реакции $v_{\text{пр}} < v_{\text{обр}}$.

Влияние катализатора

Катализатор не смещает химическое равновесие, а только ускоряет его достижение.

Константа равновесия K для реакции $aA + bB \rightleftharpoons cC + dD$ равна:

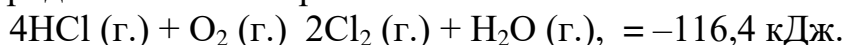
где $[A]$, $[B]$, $[C]$, $[D]$ – равновесные концентрации веществ в моль/л;
 a , b , c , d – стехиометрические коэффициенты в уравнении реакции.

Равновесная концентрация: $c_{\text{равн}} = c_{\text{исх}} - c_{\text{прореагир.}}$

Исходная концентрация: $c_{\text{исх}} = c_{\text{равн}} + c_{\text{прореагир.}}$

3.1 Использование принципа Ле Шателье

Задание. При определенных условиях реакция хлороводорода с кислородом является обратимой:

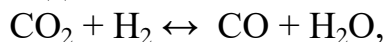


Какое влияние на равновесное состояние системы окажут:

- а) увеличение давления;
- б) повышение температуры;
- в) увеличение концентрации кислорода;
- г) введение катализатора?

3.2 Вычисление константы равновесия реакции

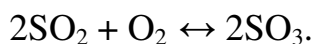
Задача. Вычислите константу равновесия для реакции



если равновесная концентрация углекислого газа равна 0,02 моль/л, водорода – 0,005 моль/л, а угарного газа и воды – по 0,01 моль/л.

3.3 Вычисление исходных концентраций веществ

Задача. Обратимая реакция выражается уравнением



Известны равновесные концентрации: для оксида серы(IV) – 0,0002 моль/л, для кислорода – 0,004 моль/л, для оксида серы(VI) – 0,003 моль/л. Найдите исходные концентрации кислорода и сернистого газа

Задания для практической работы.

1. Уравнение реакции: $\text{H}_2 + \text{I}_2 \leftrightarrow 2\text{HI}$

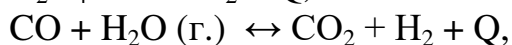
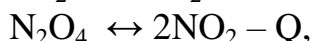
Даны равновесные концентрации: водорода – 0,004 моль/л, йода – 0,25 моль/л, йодоводорода – 0,08 моль/л. Вычислить исходные концентрации водорода и йода и константу равновесия.

Ответ. $[\text{H}_2] = 0,044$ моль/л,
 $[\text{I}_2] = 0,29$ моль/л,
 $K = 6,4$.

2. Как изменится давление к моменту наступления равновесия в реакции: $\text{N}_2 + 3\text{H}_2 \leftrightarrow 2\text{NH}_3$, протекающей в закрытом сосуде при постоянной температуре, если начальные концентрации азота и водорода равны соответственно 2 и 6 моль/л и если равновесие наступает тогда, когда прореагирует 10% первоначального количества азота?

Ответ. Уменьшится в 1,05 раза.

3. В какую сторону сместится равновесие реакций:

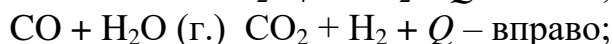
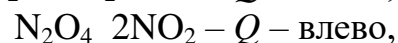


а) при понижении температуры;

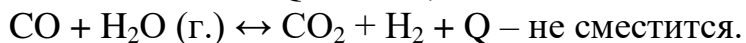
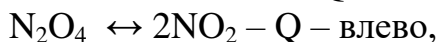
б) при повышении давления?

Ответ. Смещение равновесия в реакциях:

а) при понижении температуры:



б) при повышении давления:



Практическое занятие. Приготовление растворов

Цель работы: научиться проводить расчет массы вещества для приготовления необходимого объема раствора заданной концентрации, освоить методики приготовления растворов и экспериментального определения их концентрации.

Экспериментальная часть

При выполнении данной работы необходимо будет приготовить три водных раствора, используя для этого твердое вещество, твердое вещество в виде кристаллогидрата и жидкость в виде концентрированного раствора кислоты. Перед экспериментальным проведением работы необходимо рассчитать массы веществ и объемы растворителя, необходимые для выполнения поставленной задачи. **Опыт 1. Приготовление растворов с нормальной концентрацией.** Приготовьте 100 мл раствора бихромата калия с определенной нормальной (эквивалентной) концентрацией, с учетом того, что эквивалентная масса $K_2Cr_2O_7$ равна $M_{K_2Cr_2O_7}/2$. Для проведения расчетов необходимой массы бихромата калия воспользуйтесь формулой (3.3), приведенной в теоретической части. Из формулы следует, что

$$m_{в-ва} = C_N \cdot \text{Эв-ва} \cdot V_{р-ра}.$$

Подставив числовые значения необходимой нормальной (эквивалентной) концентрации, эквивалентной массы бихромата калия и объем раствора (в литрах) можно получить массу $K_2Cr_2O_7$.

На теххимических весах взвесьте необходимую массу бихромата калия, перенесите ее в мерную колбу на 100 мл и добавьте 30–35 мл воды. Взбалтывая колбочку, добейтесь полного растворения соли. Затем осторожно долейте воду в мерную колбу до метки и размешайте полученный раствор. Измерьте плотность полученного раствора при помощи ареометра. Для этого полученный раствор перелейте в высокий цилиндр и опустите в него ареометр.

Ареометр – это стеклянный поплавоч, имеющий сверху шкалу, градуированную в единицах плотности. Действие ареометра основано на выполнении закона Архимеда. Определение плотности раствора проводят по нижнему краю мениска жидкости.

Сопоставьте полученное значение плотности приготовленного раствора, со справочным значением для данной концентрации раствора. Проведите пересчет нормальной (эквивалентной) концентрации в массовый процент (ω , %), используя для этого значение плотности раствора.

Опыт 2. Приготовление растворов с массовой концентрацией. Приготовьте 100 г раствора заданной массовой (ω , %) концентрации сульфата меди, используя для этого необходимую массу медного купороса. Для приготовления раствора с заданной массовой долей необходимо предварительно рассчитать массу кристаллогидрата и массу воды. Расчет усложняется тем, что в составе кристаллогидрата содержится вода ($CuSO_4 \cdot 5H_2O$). Для учета воды, содержащейся в кристаллогидрате, используют различные подходы. На первом этапе рассчитайте массу соли, необходимую для приготовления раствора заданной концентрации, воспользовавшись формулой.

$$\omega \% = \frac{m_{\text{в-ва}}}{m_{\text{р-ра}}} \cdot 100 \%; m_{\text{в-ва}} = (\omega \% \cdot m_{\text{р-ра}}) / 100 \%$$

Массу кристаллогидрата рассчитайте по формуле

$$m_{\text{кр-г-та}} = (m_{\text{в-ва}} \cdot M_{\text{кр-г-та}}) / M_{\text{в-ва}}$$

Расчет количества воды, которую необходимо добавить к рассчитанной массе кристаллогидрата, проведите по формуле

$$m_{\text{воды}} = m_{\text{р-ра}} - m_{\text{кр-г-та}}$$

На технoхимических весах взвесьте необходимую массу кристаллогидрата, перенесите его в химический стакан. Исходя из того, что плотность воды при комнатных условиях равна 1 г/мл, необходимую массу воды определите через ее объем. Половину рассчитанного объема воды прилейте в стакан с кристаллогидратом и, перемешивая стеклянной палочкой, добейтесь его полного растворения. Затем в стакан добавьте оставшуюся воду и снова раствор перемешайте. Используя ареометр, определите плотность приготовленного раствора. Сравните полученное значение со справочными данными. Рассчитайте ошибки эксперимента. Пересчитайте массовый процент (ω , %) в молярную концентрацию, используя данные о плотности раствора.

Опыт 3. Приготовление растворов с молярной концентрацией. Приготовьте 100 мл серной кислоты определенной молярной концентрации, используя для этого концентрированный раствор H_2SO_4 ($\omega = 94 \%$, $\rho = 1,831 \text{ г/мл}$). Сначала рассчитайте массу серной кислоты, необходимую для приготовления раствора, воспользовавшись формулой (3.1), $m_{\text{кисл.}} = C_M \cdot M_{\text{кисл.}} \cdot V_{\text{р-ра}} = C_M \cdot 98 \cdot 0,1$. Затем, используя формулу (3.5) $V_{\text{кисл.}} = m_{\text{кисл.}} / (\omega_{\text{кисл.}} \cdot \rho_{\text{кисл.}})$, рассчитайте объем концентрированной H_2SO_4 . Рассчитанный объем концентрированной серной кислоты внесите в мерную колбу на 100 мл, наполовину заполненную дистиллированной водой. После внесения кислоты раствор перемешайте взбалтыванием колбы. К полученному раствору аккуратно прилейте воду до метки и снова перемешайте раствор. Определите концентрацию полученного раствора титрованием.

Титрование проводите 0,1 н. раствором гидроксида натрия (NaOH). Момент нейтрализации определяйте по изменению окраски индикатора (фенолфталеин, метилоранж). Последовательность операций титрования должна быть следующей:

- в конические колбы емкостью 100 мл внесите мерной пипеткой по 10 мл (*аликвота*) приготовленного раствора серной кислоты и добавьте по 2–3 капли раствора метилового оранжевого;
- добавьте в конические колбы по 20 мл дистиллированной воды и тщательно взболтайте раствор;
- заполните бюретку 0,1 н. раствором гидроксида натрия;

– в конические колбы с раствором кислоты приливайте из бюретки небольшими порциями раствор щелочи, непрерывно помешивая содержимое пробирки. Для этого держите конические колбы за горлышко пальцами правой руки, а зажим бюретки открывайте левой рукой;

– установите конец титрования по едва заметной, не исчезающей в течение 30 с, окраске раствора;

- отметьте показания бюретки с точностью до 0,05 мл. Для проверки достижения точки эквивалентности, добавьте к раствору еще одну каплю раствора NaOH. Появление заметной окраски раствора будет указывать, что эта капля является избыточной;

- снова заполните бюретку раствором щелочи до нулевого деления и повторите титрование со следующей конической колбой.

Допустимое расхождение между двумя последовательными титрованиями не должно превышать 0,05 мл.

Результаты титрования используйте для расчета нормальной (эквивалентной) концентрации приготовленного раствора серной кислоты по соотношению

$$V_1 \cdot C_{H1} = V_2 \cdot C_{H2},$$

где V_1 и C_{H1} – объем и нормальная концентрация раствора щелочи, а V_2 и C_{H2} – объем и нормальная концентрация раствора кислоты.

Для перевода нормальной (эквивалентной) концентрации раствора кислоты воспользуйтесь формулой

$$C_M \cdot M = C_H \cdot \Xi,$$

где C_M и C_H – значения молярной и нормальной (эквивалентной) концентраций, а M и Ξ – молярная и эквивалентная массы растворенного вещества.

Варианты индивидуальных заданий

Вариант 1

а) Приготовить 100 мл 0,20 н. раствора бихромата калия и пересчитать в массовую концентрацию (ω , %), используя для этого плотность раствора.

б) Приготовить 100 г 2,5 % раствора сульфата меди (CuSO_4) из медного купороса ($\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$). Измерить плотность раствора. Сопоставить с литературными данными о плотности раствора такой же концентрации. Рассчитать ошибки эксперимента.

в) Из концентрированного раствора серной кислоты H_2SO_4 ($\omega = 94\%$, $\rho = 1,831$ г/мл) приготовить 100 мл разбавленного 0,2 М раствора. Определить точную концентрацию раствора титрованием раствором щелочи. Задания по другим вариантам сведены в таблицу 1.

Таблица 1 – Варианты заданий для приготовления растворов

В ариант	Приготовлен ие C_H водного раствора $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$	Приготовление ω , % раствора CuSO_4 из $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$	Приготовление C_M раствора из концентрированной H_2SO_4
2	0,17	2,0	0,10

3	0,13	1,0	0,05
4	0,15	1,5	0,15
5	0,10	3,0	0,25
6	0,23	3,5	0,30

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте понятие «раствор»? На какие виды по агрегатному состоянию делятся растворы? По какому принципу компоненты раствора относят к растворителю и растворенному веществу?
2. От каких факторов зависит растворимость веществ? Какой раствор считается насыщенным?
3. Дайте определение разбавленных, концентрированных и насыщенных растворов. Может ли раствор быть одновременно насыщенным и разбавленным, концентрированным и ненасыщенным?
4. Дайте определение концентрации раствора и приведите основные способы выражения концентрации жидких растворов.
5. Напишите математическое выражение закона эквивалентов для реакции в растворах. Чему при расчетах целесообразнее использовать молярную концентрацию эквивалента (нормальную концентрацию)?
6. Выведите формулы для пересчета массовой доли (ω , %) в молярную, молярную концентрацию эквивалента, молярную концентрацию, используя только плотность раствора и молярную массу растворенного вещества.
7. Можно ли в расчетах по «правилу креста» использовать молярность, нормальность и мольную долю?

Содержание отчета:

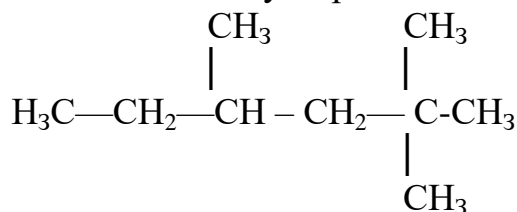
1. Напишите номер, тему и цель работы.
2. Напишите решение заданий, результаты представьте в виде таблицы.
3. Устно ответьте на контрольные вопросы.
- 4.

Практическое занятие. Поиск и анализ кейсов о применении химических веществ и технологий

Кейс №1

Атомы углерода могут соединяться с различным числом других атомов углерода — с одним, двумя, тремя, четырьмя. В связи с этим атом бывает первичным, вторичным, третичным и четвертичным. Например, в 2,2,4-триметилгексана имеются пять первичных (два концевых углерода углерода в радикалах), два вторичных (3-й и 5-й атомы углерода), один – третичный (4 атом углерода) и один четвертичный (2-й атом углерода) атомы углерода. В приведенной ниже формуле четвертичный атом углерода обведен квадратом, третичный атом углерода — треугольником, вторичные — кружком,

первичные а—атомы углерода никак не помечены:



Атомы углерода, находящиеся на концах углеводородной цепи, т. е. концевые атомы, являются первичными. Вторичные, третичные и четвертичные атомы углерода располагаются между концевыми. Обычно третичные и четвертичные атомы располагаются в наиболее разветвленных местах цепи. Углеводородные радикалы тоже делятся на первичные, вторичные и третичные.

Вопросы к кейсу:

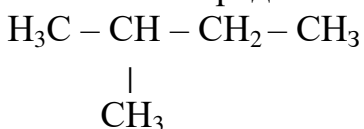
1. Изобразите структуры алкана – 2,2,5 – триэтилоктан, таким образом, чтобы присутствовали первичные, вторичные, третичные, четвертичные атомы углерода

2. Изобразите алкан в виде структурной формулы.

Отчет предоставить в форме мини-доклада с презентацией.

Кейс №2

По рациональной номенклатуре углеводороды рассматриваются как производные метана, у которого один или несколько атомов водорода замещены на радикалы. Если в соединении имеется несколько одинаковых заместителей (радикалов), то их называют греческими числительными и-, три-, тетра- и т. д. В качестве основы выбирают атом углерода, у которого наибольшее число радикалов (наиболее разветвленный атом углерода):



Диметилэтилметан

Вопросы для кейса:

1. Чем отличается названия соединений по рациональной и международной номенклатуре?

2. Дайте названия всем 10 алканам по рациональной номенклатуре.

Отчет предоставить в произвольной форме

Какими физическими свойствами обладают алканы? (На интерактивной доске на слайде презентации перечислены физические свойства алканов. Учащиеся, выбрав физическое свойство алкана, используя различные дополнительные источники информации, в течение 5-8 минут подбирают информацию и выполняют лабораторную работу по этому свойству, а выводы оформляют в виде слайда презентации (3-5 минут).

Кейс № 4

Газ без запаха, вкуса и цвета. Горит с образованием воды и углекислого газа. Это вещество находит широкое применение в быту в качестве топлива,

сельском хозяйстве, металлургии.

Задание:

1. Назовите это вещество.
 2. К какому классу соединений относится данное вещество?
 3. Каков качественный и количественный состав этого вещества?
 4. Какие вещества образуются при взаимодействии кислорода с этим веществом? Запишите уравнения возможных реакций и назовите продукты реакций.
 5. Почему эту реакцию называют горением?
- Отчет предоставить в виде презентации

Кейс № 5 «Детонационная стойкость бензина»

Вы знаете, что сгорание бензина со взрывом в двигателе называется детонацией (франц. *detoner* — «взрыв»)

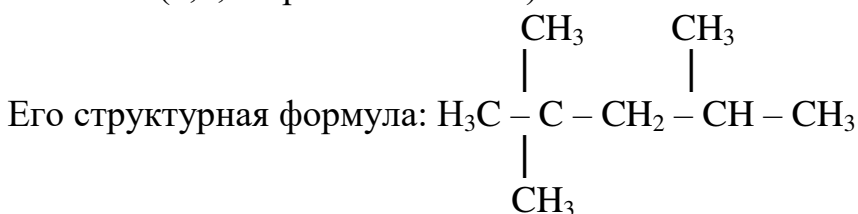
В результате детонации нарушается нормальная работа мотора, что приводит к излишнему расходу топлива, быстрому износу мотора.

Детонационные свойства бензина зависят от его состава. Если в бензине преобладают ароматические и разветвленные углеводороды, то он отличается высоким качеством и не подвергается детонации.

Если в составе бензина присутствуют в основном углеводороды линейного строения, то такой бензин имеет низкое качество.

Бензин условно рассматривают как смесь изооктана и н-гептана. Качество бензина определяется количеством изооктана — октановым числом.

Изооктан(2,2,4- триметилпентан) является составной частью бензина.



Качество бензина определяется количеством изооктана — октановым числом.

Например, если в составе бензина имеется 76% изоактана и 24% н 0 гептана, то октановое число такого бензина равно 76.

Запись разных марок бензина в виде АИ-72, АИ-76, А14-93, АИ-96, АИ-98 показывает, что они имеют разное октановое число. В бензине марки АИ-72 отсутствует тетраэтил свинца, а в бензине марки АИ-76 он содержится. Он ускоряет воспламенение бензина.

Задание к кейсу:

От чего зависит качество бензина?

1. Какие способы существуют для повышения октанового числа бензина?
2. Какие свойства приобретает бензин, после повышения октанового числа?
3. Рассмотрите известные марки бензина и определите октановое число.
4. Отчет предоставить в виде реферата или презентации.

Кейс №6 «Очистка нефтепродуктов»

Наличие легкоосмоляющихся ненасыщенных углеводородов и кислород-, азот- и серосодержащих соединений в составе нефтепродуктов снижает качество полученных из них продуктов. Поэтому они подвергаются очистке.

Способы очистки: обработка кислотой и основанием, затем гидроочистка, адсорбция и абсорбция.

Очистка кислотами. Для очистки от ненасыщенных углеводородов и азотистых оснований нефтепродукты обрабатывают небольшим количеством серной кислоты. Затем для очистки от нафтеновых кислот и остатков серной кислоты их обрабатывают щелочью, а после этого промывают водой. Остаток после обработки кислотой называется кислым гудроном, а остаток после обработки щелочью — нафтом, (натриевая соль нафтеновых кислот).

Сущность очистки нефтепродуктов методами адсорбции и абсорбции заключается в селективной адсорбции адсорбентами вредных примесей, имеющих в составе нефтепродуктов.

С целью повышения устойчивости и качества в нефтепродукты добавляют небольшое количество антиокислителей (ингибиторов). В качестве ингибиторов используются фенолы, ароматические амины, аминифенолы и т. д.

Задание кейсу:

1. Изучить способы очистки нефти (адсорбция и абсорбция)
2. Чем один способ отличается от другого?
3. Какие способы очистки нефти можете предложить вы?

Отчет предоставить в виде презентации.

Кейс № 7

В эвкалиптовом масле содержится альдегид состава $C_7H_{14}O$, обладающий запахом лимона. Вещество $C_7H_{14}O$ образует оксим, при окислении перманганатом калия в кислой фазе превращается в смесь кислот и кетонов, при взаимодействии с бромом образует 2, 3, 6, 7 - тетрабром - 3, 7 - диметиллоктаналь - 1.

Задание к кейсу:

1. Определите строение этого вещества.

Отчет предоставить в форме мини-доклада с презентацией.

Кейс №8

Запах фиалок обусловлен веществом состава $C_9H_{14}O$.

Задание к кейсу:

1. Какова структурная формула этого вещества, если при бромировании образуется 2, 3, 6, 7 - тетрабром нонаналь - 1?

Отчет предоставить в форме мини-доклада с презентацией.

Кейс № 9

Кортизол (гидрокортизон) относится к классу спиртов. Его называют

еще «гормоном стресса», за то, что он способен повышать артериальное давление и сахар в организме человека, который переживает стресс. При повышенном количестве в организме кортизол может губительно действовать на отдел памяти, отвечающий за запоминание материала и его выдачу.

Задание к кейсу:

1. Выдвинете гипотезу, как будет влиять кортизол в большом количестве на память человека, если он в течение нескольких лет, каждый день будет испытывать стресс

2. Какие процессы еще регулирует кортизол в организме человека

3. Как можно снизить уровень кортизола в организме человека

Отчет предоставить в письменном виде.

Кейс №10

Как работают вейпы, и безопаснее ли они сигарет?

Технически вейп – это электронная сигарета, которая состоит из аккумулятора (большой блок внизу, куда вставляют батарейки) и испарителя (то, где плещется жидкость и откуда идёт сладкий дым). Аккумулятор генерирует электрический ток. В испарителе есть нагревательный элемент, который под воздействием тока превращает жидкость в пар.

1. Что входит в компоненты жидкости для парения?

2. Отчет предоставить в форме мини-доклада с презентацией.

Кейс № 11

Тип задания: расчетное

Информация-подсказка

Крупнейший французский химик Антуан-Лоран Лавуазье (1743–1794) посвятил свою дипломную работу исследованию состава гипса и алебаstra, которые до сих пор широко используются в строительстве, изготовлении копий скульптур, а также для фиксирующих повязок при переломах. В частности, Лавуазье определял содержание кристаллизационной воды в этих солях.

Задание

Рассчитайте массу воды, содержащуюся в 100 г кристаллогидрата сульфата кальция состава: а) $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ (гипс); б) $2\text{CaSO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$ (алебастр).

Кейс № 12

Тип задания: экспериментально-теоретическое¹

Информация-подсказка

В середине марта, т.е. за месяц до посева, начинают готовить семена огурцов. Их подвешивают для прогревания над батареей. Затем на 10 мин. помещают в раствор поваренной соли NaCl с массовой долей 0,05 или 5%. Для посева отбирают лишь потонувшие семена, всплывшие выбрасывают. Обработка раствором соли не только помогает отобрать полноценные

семена, но и удаляет с их поверхности возбудителей заболеваний.

Задание

Выполните расчеты и приготовьте 100 мл такого раствора.

Кейс № 13

Тип задания: расчетное

Информация-подсказка

Промежуточным продуктом обмена у теплокровных животных является молочная кислота. Запах этой кислоты кровососущие насекомые улавливают на значительном расстоянии.

Задание

1. Почему насекомые (комары) быстро находят свою жертву?
2. Установите формулу молочной кислоты, которая помогает насекомым находить теплокровных животных, если массовые доли элементов в ней составляют: углерода – 40,00%, водорода – 6,67%, кислорода – 53,33%.
3. Составьте структурную формулу молочной кислоты. Назовите кислоту по номенклатуре ИЮПАК.
4. На основании строения молочной кислоты сделайте вывод о ее химических свойствах.
5. Найдите в интернете или других источниках информацию о применении молочной кислоты.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Основные печатные и/или электронные издания

1. Рудзитис Г.Е., Фельдман Ф.Г. Химия: базовый уровень: учебник для образовательных организаций, реализующих образовательные программы среднего профессионального образования; 1-е издание, Акционерное общество "Издательство "Просвещение", 2025 г.
2. Радецкий А.М., Химия: базовый уровень: тренировочные и проверочные работы: учебное пособие, разработанное в комплекте с учебником для образовательных организаций, реализующих образовательные программы среднего профессионального образования; 1-е издание; Акционерное общество "Издательство "Просвещение", 2025 г.

3.2.2. Дополнительные источники

1. Габриелян О.С., Остроумов И.Г. Химия. Технологический профиль: учебник для образовательных организаций, реализующих образовательные программы среднего профессионального образования; 1-е издание Общество с ограниченной ответственностью "ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР "АКАДЕМИЯ"
2. Габриелян О.С., Химия. Естественно-научный профиль: учебник для образовательных организаций, реализующих образовательные программы среднего профессионального образования; 1-е издание, Габриелян О.С., Остроумов И.Г., Остроумова Е.Е. и другие; под редакцией Габриеляна О.С. Общество с ограниченной ответственностью "ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР "АКАДЕМИЯ".

МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Башкирский государственный педагогический университет
им.М.Акмуллы»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
к практическим занятиям студентов

специальность: 21.02.19 Землеустройство
дисциплина: БП.10 Биология

разработала: Цветкова Юлия Владиславовна
преподаватель Колледжа БГПУ им. М.Акмуллы

2026 г.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цель предмета «БП.10 Биология»»: овладение обучающимися знаниями о структурно-функциональной организации живых систем разного ранга и приобретение умений использовать эти знания для грамотных действий в отношении объектов живой природы и решения различных жизненных проблем.

Достижение цели изучения учебного предмета «БП.10 Биология» на базовом уровне обеспечивается решением следующих задач:

- освоение обучающимися системы знаний о биологических теориях, учениях, законах, закономерностях, гипотезах, правилах, служащих основой для формирования представлений о естественно-научной картине мира, о методах научного познания, строении, многообразии и особенностях живых систем разного уровня организации, выдающихся открытиях и современных исследованиях в биологии;
- формирование у обучающихся познавательных, интеллектуальных и творческих способностей в процессе анализа данных о путях развития в биологии научных взглядов, идей и подходов к изучению живых систем разного уровня организации;
- становление у обучающихся общей культуры, функциональной грамотности, развитие умений объяснять и оценивать явления окружающего мира живой природы на основании знаний и опыта, полученных при изучении биологии;
- формирование у обучающихся умений иллюстрировать значение биологических знаний в практической деятельности человека, развитии современных медицинских технологий и агробιοтехнологий;
- воспитание убеждённости в возможности познания человеком живой природы, необходимости бережного отношения к ней, соблюдения этических норм при проведении биологических исследований;
- осознание ценности биологических знаний для повышения уровня

экологической культуры, для формирования научного мировоззрения;

- применение приобретённых знаний и умений в повседневной жизни для оценки последствий своей деятельности по отношению к окружающей среде, собственному здоровью, обоснование и соблюдение мер профилактики заболеваний.

Учебный предмет «БП.10 Биология» является частью обязательной предметной области Естественные ФГОС среднего общего образования.

Учебный предмет «БП.10 Биология» является частью образовательной программы среднего общего образования, реализуемой в пределах ППССЗ СПО по специальности 21.02.19 Землеустройство.

Учебный предмет «БП.10 Биология» изучается в цикле базовых предметов учебного плана на базе основного общего образования с получением среднего общего образования (ППССЗ).

РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Согласно ФГОС СОО, устанавливаются требования к результатам освоения обучающимися программ среднего общего образования: личностным, метапредметным и предметным.

В рамках программы общеобразовательного предмета ««БП.10 Биология»» обучающимися осваиваются личностные результаты в части:

гражданского воспитания:

- сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества;

- осознание своих конституционных прав и обязанностей, уважение закона и правопорядка;

- готовность к совместной творческой деятельности при создании учебных проектов, решении учебных и познавательных задач, выполнении биологических экспериментов;

- способность определять собственную позицию по отношению к явлениям современной жизни и объяснять её;

- умение учитывать в своих действиях необходимость конструктивного взаимодействия людей с разными убеждениями, культурными ценностями и социальным положением;

- готовность к сотрудничеству в процессе совместного выполнения учебных, познавательных и исследовательских задач, уважительного отношения к мнению оппонентов при обсуждении спорных вопросов биологического содержания;

- готовность к гуманитарной и волонтерской деятельности;

патриотического воспитания:

- сформированность российской гражданской идентичности, патриотизма, уважения к своему народу, чувства ответственности перед Родиной, гордости за свой край, свою Родину, свой язык и культуру, прошлое и настоящее многонационального народа России;

- ценностное отношение к природному наследию и памятникам природы, достижениям России в науке, искусстве, спорте, технологиях, труде;

- способность оценивать вклад российских учёных в становление и развитие биологии, понимания значения биологии в познании законов природы, в жизни человека и современного общества;

- идейная убежденность, готовность к служению и защите Отечества, ответственность за его судьбу;

- духовно-нравственного воспитания:

- осознание духовных ценностей российского народа;

- сформированность нравственного сознания, этического поведения;

способность оценивать ситуацию и принимать осознанные решения, ориентируясь на морально-нравственные нормы и ценности;

- осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

- ответственное отношение к своим родителям, созданию семьи на основе осознанного принятия ценностей семейной жизни в соответствии с традициями народов России;

эстетического воспитания:

- эстетическое отношение к миру, включая эстетику быта, научного и технического творчества, спорта, труда, общественных отношений;

- понимание эмоционального воздействия живой природы и её ценности;

- готовность к самовыражению в разных видах искусства, стремление проявлять качества творческой личности;

физического воспитания, формирования культуры здоровья и эмоционального благополучия:

- понимание и реализация здорового и безопасного образа жизни (здоровое питание, соблюдение гигиенических правил и норм, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), бережного, ответственного и компетентного отношения к собственному физическому и психическому здоровью;

- понимание ценности правил индивидуального и коллективного безопасного поведения в ситуациях, угрожающих здоровью и жизни людей;

- осознание последствий и неприятия вредных привычек (употребления алкоголя, наркотиков, курения);

трудового воспитания:

- готовность к труду, осознание ценности мастерства, трудолюбие;

- готовность к активной деятельности технологической и социальной направленности, способность инициировать, планировать и самостоятельно выполнять такую деятельность;

- интерес к различным сферам профессиональной деятельности, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы;

- готовность и способность к образованию и самообразованию на протяжении всей жизни;

экологического воспитания:

- экологически целесообразное отношение к природе как источнику жизни на Земле, основе её существования;

- повышение уровня экологической культуры: приобретение опыта

планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;

- осознание глобального характера экологических проблем и путей их решения;

- способность использовать приобретаемые при изучении биологии знания и умения при решении проблем, связанных с рациональным природопользованием (соблюдение правил поведения в природе, направленных на сохранение равновесия в экосистемах, охрану видов, экосистем, биосферы);

- активное неприятие действий, приносящих вред окружающей природной среде, умение прогнозировать неблагоприятные экологические последствия предпринимаемых действий и предотвращать их;

- наличие развитого экологического мышления, экологической культуры, опыта деятельности экологической направленности, умения руководствоваться ими в познавательной, коммуникативной и социальной практике, готовности к участию в практической деятельности экологической направленности;

ценности научного познания:

- сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, основанного на диалоге культур, способствующего осознанию своего места в поликультурном мире;

- совершенствование языковой и читательской культуры как средства взаимодействия между людьми и познания мира;

- понимание специфики биологии как науки, осознания её роли в формировании рационального научного мышления, создании целостного представления об окружающем мире как о единстве природы, человека и общества, в познании природных закономерностей и решении проблем сохранения природного равновесия;

- убеждённость в значимости биологии для современной цивилизации: обеспечения нового уровня развития медицины, создание перспективных биотехнологий, способных решать ресурсные проблемы развития человечества, поиска путей выхода из глобальных экологических проблем и обеспечения

перехода к устойчивому развитию, рациональному использованию природных ресурсов и формированию новых стандартов жизни;

- заинтересованность в получении биологических знаний в целях повышения общей культуры, естественно-научной грамотности, как составной части функциональной грамотности обучающихся, формируемой при изучении биологии;

- понимание сущности методов познания, используемых в естественных науках, способности использовать получаемые знания для анализа и объяснения явлений окружающего мира и происходящих в нём изменений, умение делать обоснованные заключения на основе научных фактов и имеющихся данных с целью получения достоверных выводов;

- способность самостоятельно использовать биологические знания для решения проблем в реальных жизненных ситуациях;

- осознание ценности научной деятельности, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе;

- готовность и способность к непрерывному образованию и самообразованию, к активному получению новых знаний по биологии в соответствии с жизненными потребностями.

В рамках программы общеобразовательного предмета «БП.10 Биология» обучающимися осваиваются метапредметные результаты, которые отражают:

1) базовые логические действия:

- самостоятельно формулировать и актуализировать проблему, рассматривать её всесторонне;
- использовать при освоении знаний приёмы логического мышления (анализа, синтеза, сравнения, классификации, обобщения), раскрывать смысл биологических понятий (выделять их характерные признаки, устанавливать связи с другими понятиями);
- определять цели деятельности, задавая параметры и критерии их достижения, соотносить результаты деятельности с поставленными целями;

- использовать биологические понятия для объяснения фактов и явлений живой природы;
- строить логические рассуждения (индуктивные, дедуктивные, по аналогии), выявлять закономерности и противоречия в рассматриваемых явлениях, формулировать выводы и заключения;
- применять схемно-модельные средства для представления существенных связей и отношений в изучаемых биологических объектах, а также противоречий разного рода, выявленных в различных информационных источниках;
- разрабатывать план решения проблемы с учётом анализа имеющихся материальных и нематериальных ресурсов;
- вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям, оценивать риски последствий деятельности;
- координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;
- развивать креативное мышление при решении жизненных проблем.

2) базовые исследовательские действия:

- владеть навыками учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем, способностью и готовностью к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
- использовать различные виды деятельности по получению нового знания, его интерпретации, преобразованию и применению в учебных ситуациях, в том числе при создании учебных и социальных проектов;
- формировать научный тип мышления, владеть научной терминологией, ключевыми понятиями и методами;
- ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
- выявлять причинно-следственные связи и актуализировать задачу,

выдвигать гипотезу её решения, находить аргументы для доказательства своих утверждений, задавать параметры и критерии решения;

- анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность, прогнозировать изменение в новых условиях;
- давать оценку новым ситуациям, оценивать приобретённый опыт;
- осуществлять целенаправленный поиск переноса средств и способов действия в профессиональную среду;
- уметь переносить знания в познавательную и практическую области жизнедеятельности;
- уметь интегрировать знания из разных предметных областей;
- выдвигать новые идеи, предлагать оригинальные подходы и решения, ставить проблемы и задачи, допускающие альтернативные решения.

3) работа с информацией:

- ориентироваться в различных источниках информации (тексте учебного пособия, научно-популярной литературе, биологических словарях и справочниках, компьютерных базах данных, в Интернете), анализировать информацию различных видов и форм представления, критически оценивать её достоверность и непротиворечивость;
- формулировать запросы и применять различные методы при поиске и отборе биологической информации, необходимой для выполнения учебных задач;
- приобретать опыт использования информационно-коммуникативных технологий, совершенствовать культуру активного использования различных поисковых систем;
- самостоятельно выбирать оптимальную форму представления биологической информации (схемы, графики, диаграммы, таблицы, рисунки и другое);
- использовать научный язык в качестве средства при работе с

биологической информацией: применять химические, физические и математические знаки и символы, формулы, аббревиатуру, номенклатуру, использовать и преобразовывать знаково-символические средства наглядности;

- владеть навыками распознавания и защиты информации, информационной безопасности личности.

Овладение универсальными коммуникативными действиями:

1) общение:

- осуществлять коммуникации во всех сферах жизни, активно участвовать в диалоге или дискуссии по существу обсуждаемой темы (умение задавать вопросы, высказывать суждения относительно выполнения предлагаемой задачи, учитывать интересы и согласованность позиций других участников диалога или дискуссии);

- распознавать невербальные средства общения, понимать значение социальных знаков, предпосылок возникновения конфликтных ситуаций, уметь смягчать конфликты и вести переговоры;

- владеть различными способами общения и взаимодействия, понимать намерения других людей, проявлять уважительное отношение к собеседнику и в корректной форме формулировать свои возражения;

- развёрнуто и логично излагать свою точку зрения с использованием языковых средств.

2) совместная деятельность:

- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении биологической проблемы, обосновывать необходимость применения групповых форм взаимодействия при решении учебной задачи;

- выбирать тематику и методы совместных действий с учётом общих интересов и возможностей каждого члена коллектива;

- принимать цели совместной деятельности, организовывать и

координировать действия по её достижению: составлять план действий, распределять роли с учётом мнений участников, обсуждать результаты совместной работы;

- оценивать качество своего вклада и каждого участника команды в общий результат по разработанным критериям;
- предлагать новые проекты, оценивать идеи с позиции новизны, оригинальности, практической значимости;
- осуществлять позитивное стратегическое поведение в различных ситуациях, проявлять творчество и воображение, быть инициативным.

Овладение универсальными регулятивными действиями:

1) самоорганизация:

- использовать биологические знания для выявления проблем и их решения в жизненных и учебных ситуациях;
- выбирать на основе биологических знаний целевые и смысловые установки в своих действиях и поступках по отношению к живой природе, своему здоровью и здоровью окружающих;
- самостоятельно осуществлять познавательную деятельность, выявлять проблемы, ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
- самостоятельно составлять план решения проблемы с учётом имеющихся ресурсов, собственных возможностей и предпочтений;
- давать оценку новым ситуациям;
- расширять рамки учебного предмета на основе личных предпочтений;
- делать осознанный выбор, аргументировать его, брать ответственность за решение;
- оценивать приобретённый опыт;
- способствовать формированию и проявлению широкой эрудиции в

разных областях знаний, постоянно повышать свой образовательный и культурный уровень.

2) самоконтроль:

- давать оценку новым ситуациям, вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям;
- владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, использовать приёмы рефлексии для оценки ситуации, выбора верного решения;
- уметь оценивать риски и своевременно принимать решения по их снижению;
- принимать мотивы и аргументы других при анализе результатов деятельности;

3) принятие себя и других:

- принимать себя, понимая свои недостатки и достоинства;
- принимать мотивы и аргументы других при анализе результатов деятельности;
- признавать своё право и право других на ошибки;
- развивать способность понимать мир с позиции другого человека.

В рамках программы общеобразовательного предмета «БП.10 Биология» обучающимися осваиваются предметные результаты:

Знать/понимать

- место и роль биологии в системе естественных наук, в формировании современной естественнонаучной картины мира, в познании законов природы и решении жизненно важных социально-этических, экономических, экологических проблем человечества;
- основополагающие биологические термины и понятия (жизнь, клетка, ткань, орган, организм, вид, популяция, экосистема, биоценоз,

биосфера; метаболизм, гомеостаз, клеточный иммунитет, биосинтез белка, биополимеры, дискретность);

- биологические теории: клеточная теория Т. Шванна, М Шлейдена, Р. Вирхова; клонально- селективного иммунитета П. Эрлих, И.И. Мечникова, хромосомная теория наследственности Т. Моргана;

- законы (единообразия потомков первого поколения, расщепления признаков, независимого наследования признаков Г. Менделя;

- об основных методах научного познания, используемых в биологических исследованиях живых объектов и экосистем (описание, измерение, проведение наблюдений);

- строения органов и систем органов растений, животных, человека.

СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

БИОЛОГИЯ

КЛЕТКА

Тема: Сравнительная характеристика клеток.

Цель работы: пронаблюдать строение клеток растений и животных на рисунках; сравнить строение клеток растительных и животных организмов; выявить особенности строения клеток растений и животных и единство их строения; пронаблюдать строение клеток прокариот и эукариот.

Задание:

1. Рассмотрите предложенные рисунки растительных и животных клеток.

2. Зарисуйте одну клетку растений и одну клетку животных. Подпишите структуры клеток.

3. Сравните строение растительной и животной клетки, опираясь на имеющиеся у вас знания и наблюдения. Заполните таблицу «Сравнение клеток животных, растений и грибов».

4. Сравните строение клеток прокариот и эукариот, опираясь на имеющиеся у вас знания и наблюдения. Заполните таблицу «Сравнение клеток прокариот и эукариот».

5. Сделайте вывод в соответствии с целью работы, опираясь на имеющиеся у вас знания.

Контрольные вопросы

1. О чем свидетельствует сходство клеток растений, грибов и животных?
2. О чем свидетельствуют различия между клетками представителей различных царств природы? Приведите примеры.
3. Какое из положений клеточной теории можно обосновать проведенной работой.
4. Дайте определение терминам – плазмолиз, деплазмолиз, осмос, тургор.

Форма контроля: выполненные рисунки клеток с подписанными структурами, таблицы «Сравнение клеток животных, растений и грибов», «Сравнение клеток прокариот и эукариот», ответы на контрольные вопросы.

ОРГАНИЗМ. РАЗМНОЖЕНИЕ И ИНДИВИДУАЛЬНОЕ РАЗВИТИЕ ОРГАНИЗМОВ

Тема: Выявление и описание признаков сходства зародышей человека и других позвоночных как доказательство их эволюционного родства

Цель: Выявить и описать признаки сходства зародышей человека и других позвоночных как доказательство их эволюционного родства

Задание:

1. Прочитать текст «Зародышевое сходство» (см. Приложение), рассмотреть рисунок. Выявить черты сходства зародышей человека и других позвоночных. Выявите черты сходства зародышей человека с зародышами свиньи. О чем свидетельствуют сходства зародышей? Сформулируйте суть биогенетического закона.

2. Изучите этапы индивидуального развития зародыша. Сделайте рисунки основных этапов (учебник А.А. Каменский и др Общая биология 10-11 классы, из Дрофа, стр.131-135). Запишите какие системы органов формируются из эктодермы, энтодермы, мезодермы.

3. Изучите этапы индивидуального развития человека, репродуктивное здоровье человека. Дайте определение понятий: эмбриональный период развития, постэмбриональный период развития, репродуктивное здоровье. Заполните таблицу:

Этапы индивидуального развития человека

Этап	Характеристика

4. Соотнесите органы и структуры организма человека с зародышевыми листками, из которых они формируются в процессе дифференцировки клеток. Внесите в таблицу соответствующие цифры.

Зародышевый листок	Органы и структуры организма
Эктодерма	
Энтодерма	
Мезодерма	

1. Блуждающий нерв	9. Почки
2. Головной мозг	10. Сердце
3. Желудок	11. Скелет
4. Кровеносные сосуды	12. Слюнные железы
5. Легкие	13. Спинной мозг
6. Мышцы	14. Толстый кишечник
7. Печень	15. Эпидермис кожи.
8. Половые железы	

Контрольные вопросы:

1. Какое влияние оказывает алкоголь, никотин, наркотические вещества на развитие зародыша человека?
2. Что понимают под здоровым образом жизни?
3. Каково биологическое значение смерти как финальной стадии онтогенеза?
4. Какие типы постэмбрионального развития существуют. Чем отличаются эти типы развития? Приведите примеры животных, для которых они характерны?

Форма контроля: таблицы, ответы на контрольные вопросы.

Приложение

Зародышевое сходство

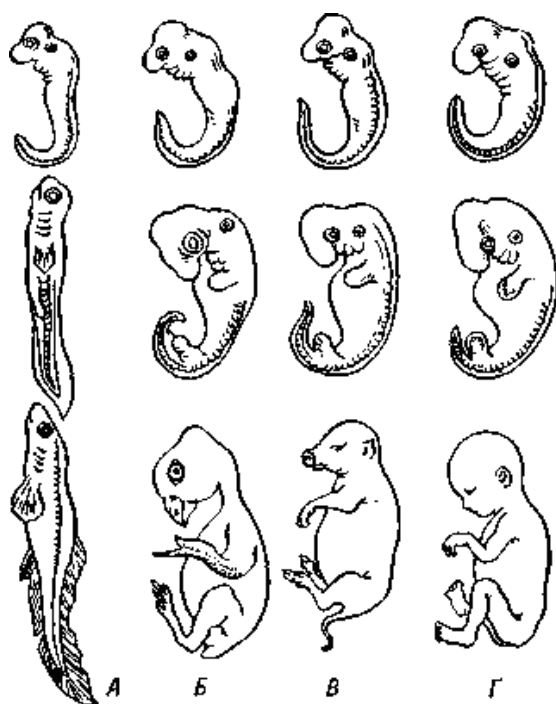
Эмпирическое обобщение К. М. Бэра (1828), т. н. закон зародышевого сходства в онтогенезе всех животных сначала выявляются признаки высших таксономических категорий (типа, класса), в ходе дальнейшей эмбриональной дифференцировки развиваются особенности отряда, семейства, рода, вида и особи. В силу этой закономерности представители разных групп организмов (например, классов подтипа позвоночных) на ранних стадиях эмбриогенеза обычно более сходны друг с другом, чем взрослые особи. Например, в онтогенезе курицы прежде всего обозначаются характерные черты типа хордовых, позднее — подтипа позвоночных, затем класса птиц, отряда курообразных и т. д. В основе действия закона

зародышевого сходства лежит большая жизнеспособность тех мутантов, у которых фенотипический эффект мутаций проявляется на более поздних стадиях онтогенеза; рано проявляющиеся мутации чаще приводят к нарушениям работы сложных корреляционных систем в развивающемся организме, что ведёт к гибели зародыша. Поэтому онтогенез в целом проявляет тенденцию оставаться консервативным (особенно на ранних стадиях). З. с. разных видов есть следствие их филогенетического родства и указывает на общность происхождения, что впервые подчеркнул Ч. Дарвин.

На ранних стадиях развития эмбрионы свиньи и человека имеют большое сходство. На более поздних стадиях зародыши все более и более отличаются по внешнему и внутреннему строению. Так, в ходе развития зародыша свиньи вначале появляются свойства позвоночных, затем – класса млекопитающих, и лишь потом свойства данного конкретного вида – свиньи. Сходство зародышей разных систематических групп свидетельствует об общности их происхождения.

Биогенетический закон: Эмбрионы обнаруживают, уже начиная с самых ранних стадий, известное общее сходство в пределах типа.

Рис.1 Последовательные стадии развития зародышей рыбы (А), курицы (Б), свиньи (В), человека (Г). (Источник: «Биологический энциклопедический словарь.» Гл. ред. М. С. Гиляров; Редкол.: А. А. Бабаев, Г. Г. Винберг, Г. А. Заварзин и др. — 2-е изд., исправл. — М.: Сов. Энциклопедия, 1986.)



У животных встречаются циклы развития с полным и неполным превращением. Цикл развития с полным превращением включает с себя несколько личиночных стадий. Например, яйцо, гусеница, куколка, бабочка. Цикл развития с неполным превращением включает в себя только одну личиночную стадию. Например, икринка, головастик, лягушка.

Индивидуальное развитие человека. Репродуктивное здоровье человека

Эмбриональный период развития – период, начинающийся с оплодотворения и представляющий собой процесс формирования сложного многоклеточного организма, в котором представлены все системы органов.

Постэмбриональный период развития – период, начинающийся с завершения эмбрионального и включающий в себя половое созревание, взрослое состояние, старость и заканчивающийся смертью.

Репродуктивное здоровье – состояние полного физического и социального благополучия, а не только отсутствие заболеваний репродуктивной системы, нарушения ее функций и/или процессов в ней, а также способность к воспроизведению.

Этапы индивидуального развития человека

Этап	Характеристика
Эмбриональный	Начинается с момента оплодотворения яйцеклетки, заканчивается с рождением ребенка. Во внутриутробном периоде развития закладываются все органы человека.
Новорожденность	Продолжается 8-10 дней от момента рождения. В это время ребенок вскармливается молозивом.
Грудной	Продолжается до года. Ребенок вскармливается молоком. Интенсивно увеличивается длина и масса тела, прорезаются зубы.
Раннее детство	От 1 года до 4 лет. Заканчивается прорезывание зубов. Ребенок растёт, но уже медленнее, чем в грудном возрасте.
Первое детство	От 4 до 7 лет. Идет рост организма, появляются первые постоянные зубы.
Второе детство	От 8 до 12 лет. Выявляются половые различия в размерах и форме тела, начинается усиленный рост тела в длину. Развиваются вторичные половые признаки (у девочек раньше и быстрее).
Подростковый	От 12 до 16 лет. Наблюдается дальнейшее увеличение скоростей тела – пубертатный скачок. У мальчиков рост происходит быстрее и дольше по времени. Формируются вторичные половые признаки.

Юношеский	От 17 до 21 года. Заканчивается процесс роста и формирование организма. Все основные размерные признаки достигают окончательной величины. Завершается формирование половой системы. Человек становится половозрелым.
Зрелость	От 22 до 55-60 лет. Форма и строение тела изменяются мало. В этот период человек способен к воспроизведению потомства.
Пожилой возраст	От 60 до 75 лет. Форма и строение тела не изменяются, а в конце длина тела начинает уменьшаться. В этот период человек перестает быть способным к воспроизведению потомства.
Старость	От 75 до 90 лет. В этот период происходят дегенеративные изменения организма. Период заканчивается смертью.

Клетки зародыша очень чувствительны к неблагоприятным воздействиям из окружающей среды. Особо опасным является никотин, алкоголь и наркотики, проникающие в эмбрион через плаценту от матери. Ребенок рождается с алкогольной или никотиновой зависимостью, с поврежденной нервной или эндокринной системой, иногда – с уродствами. Здоровый образ жизни — образ жизни человека, направленный на профилактику болезней и укрепление здоровья.

Смерть – это прекращение жизнедеятельности организма. Однако смерть необходима для эволюционного процесса. Без смерти не происходила бы смена поколений – одна из основных движущих сил эволюции.

ОСНОВЫ ГЕНЕТИКИ И СЕЛЕКЦИИ

Тема: Составление простейших схем скрещивания и решение генетических задач.

Цель: Закрепить основные генетические законы и понятия, научиться составлять простейшие схемы скрещивания для решения генетических задач, на конкретных примерах показать, как наследуются признаки при моногибридном и дигибридном скрещивании.

Задание:

- I. Вспомните генетическую символику и допишите символы:

P – родители,

G – гаметы,

F – потомство

A – доминантные признаки

a – рецессивные признаки

X – женский пол,

Y – мужской пол,

× – скрещивание

II. Решите задачи совместно с преподавателем:

1) У гусей признак красные лапы доминирует над желтой окраской лап. Гетерозиготного гуся с красной окраской лап скрестили с гусихой с желтыми лапами. Определите генотип и фенотип возможного потомства?

2) У человека длинные ресницы и карие глаза доминируют над короткими ресницами и голубыми глазами. Женщина с длинными ресницами и карими глазами, гомозигота по генотипу, вышла замуж за мужчину с короткими ресницами и голубыми глазами. Определите фенотип их возможных детей?

III. Самостоятельно решите задачи:

1) У томатов красная окраска доминирует над оранжевой окраской. Определите генотип и фенотип потомства от скрещивания гетерозиготного мужского томата с красной окраской с женским томатом с оранжевой окраской?

2) У человека римский нос и веснушки доминируют над прямым носом и отсутствием веснушек. Женщина по генотипу – гомозигота рецессивная (по двум признакам) вышла замуж за мужчину по генотипу – гетерозигота (по двум признакам). Определите фенотип родителей и их возможных детей?

Форма контроля: задачи.

Тема: Составление простейших схем моногибридного и дигибридного скрещивания. Решение генетических задач

Цель: Изучить алгоритм решения задач на моногибридное и дигибридное скрещивание, применение основных законов наследования

Задание:

1. Вспомнить основные законы наследования признаков (использовать текст учебника А.А. Каменский, Е.А. Криксунов, В.В. Пасечник Общая биология, 10-11 кл и дополнительный материал)
2. Ознакомиться с правилами оформления генетических задач
3. Коллективный разбор задач на моногибридное и дигибридное скрещивание
4. Самостоятельно решить задачи на моногибридное и дигибридное скрещивание, подробно описывая ход решения и сформулировать полный ответ
5. Решить предложенные тесты с оформлением задачи. Провести взаимопроверку
6. Обсудить результаты в группе: что вызвало сложности, что осталось непонятным.

Задачи на моногибридное скрещивание

Задача № 1. У крупного рогатого скота ген, обуславливающий черную окраску шерсти, доминирует над геном, определяющим красную окраску. Какое потомство можно ожидать от скрещивания гомозиготного черного быка и красной коровы?

Разберем решение этой задачи. Вначале введем обозначения. В генетике для генов приняты буквенные символы: доминантные гены обозначают прописными буквами, рецессивные — строчными. Ген черной окраски доминирует, поэтому его обозначим А. Ген красной окраски шерсти рецессивен — а. Следовательно, генотип черного гомозиготного быка будет АА. Каков же генотип у красной коровы? Она обладает рецессивным признаком, который может проявиться фенотипически только в гомозиготном состоянии (организме). Таким образом, ее генотип аа. Если бы

в генотипе коровы был хотя бы один доминантный ген А, то окраска шерсти у нее не была бы красной.

Теперь, когда генотипы родительских особей определены, необходимо составить схему теоретического скрещивания.

Черный бык образует один тип гамет по исследуемому гену — все половые клетки будут содержать только ген А. Для удобства подсчета выписываем только типы гамет, а не все половые клетки данного животного. У гомозиготной коровы также один тип гамет — а. При слиянии таких гамет между собой образуется один, единственно возможный генотип — Аа, т.е. все потомство будет единообразно и будет нести признак родителя, имеющего доминантный фенотип — черного быка. Таким образом, можно записать следующий ответ: при скрещивании гомозиготного черного быка и красной коровы в потомстве следует ожидать только черных гетерозиготных телят.

Следующие задачи следует решить самостоятельно, подробно описав ход решения и сформулировав полный ответ (варианты определяет преподаватель).

Задача № 2. Какое потомство можно ожидать от скрещивания коровы и быка, гетерозиготных по окраске шерсти?

Задача № 3. У морских свинок вихрастая шерсть определяется доминантным геном, а гладкая — рецессивным.

1. Скрещивание двух вихрастых свинок между собой дало 39 особей с вихрастой шерстью и 11 гладкошерстных животных. Сколько среди особей, имеющих доминантный фенотип, должно оказаться гомозиготных по этому признаку?

2. Морская свинка с вихрастой шерстью при скрещивании с особью, обладающей гладкой шерстью, дала в потомстве 28 вихрастых и 26 гладкошерстных потомков. Определите генотипы родителей и потомков.

Задача № 4. На звероферме получен приплод в 225 норок. Из них 167 животных имеют коричневый мех и 58 норок голубовато-серой окраски.

Определите генотипы исходных форм, если известно, что ген коричневой окраски доминирует над геном, определяющим голубовато-серый цвет шерсти.

Задача № 5. У человека ген карих глаз доминирует над геном, обуславливающим голубые глаза. Голубоглазый мужчина, один из родителей которого имел карие глаза, женился на кареглазой женщине, у которой отец имел карие глаза, а мать — голубые. Какое потомство можно ожидать от этого брака?

Задача № 6. Альбинизм наследуется у человека как рецессивный признак. В семье, где один из супругов альбинос, а другой имеет пигментированные волосы, есть двое детей. Один ребенок альбинос, другой — с окрашенными волосами. Какова вероятность рождения следующего ребенка-альбиноса?

Задачи на дигибридное скрещивание

Задача № 1. Выпишите гаметы организмов со следующими генотипами: AABV; aabb; AABЬ; aaBV; AaBV; Aabb; AaBЬ; AABVCC; AABЬCC; AaBЬCC; AaBЬCc.

Разберем один из примеров. При решении подобных задач необходимо руководствоваться законом чистоты гамет: гамета генетически чиста, так как в нее попадает только один ген из каждой аллельной пары. Возьмем, к примеру, особь с генотипом AaBbCc. Из первой пары генов — пары А — в каждую половую клетку попадает в процессе мейоза либо ген А, либо ген а. В ту же гамету из пары генов В, расположенных в другой хромосоме, поступает ген В или в. Третья пара также в каждую половую клетку поставляет доминантный ген С или его рецессивный аллель — с. Таким образом, гамета может содержать или все доминантные гены — ABC, или же рецессивные — abc, а также их сочетания: ABc, AbC, Abe, aBC, aBc, a bC.

Чтобы не ошибиться в количестве сортов гамет, образуемых организмом с исследуемым генотипом, можно воспользоваться формулой $N = 2^n$, где N — число типов гамет, а n — количество гетерозиготных пар

генов. В правильности этой формулы легко убедиться на примерах: гетерозигота Aa имеет одну гетерозиготную пару; следовательно, $N = 2^1 = 2$. Она образует два сорта гамет: A и a . Дигетерозигота $AaBb$ содержит две гетерозиготные пары: $N = 2^2 = 4$, формируются четыре типа гамет: AB , Ab , aB , ab . Тригетерозигота $AaBbCc$ в соответствии с этим должна образовывать 8 сортов половых клеток $N = 2^3 = 8$), они уже выписаны выше.

Задача № 2. У крупного рогатого скота ген комолости доминирует над геном рогатости, а ген черного цвета шерсти — над геном красной окраски. Обе пары генов находятся в разных парах хромосом.

1. Какими окажутся телята, если скрестить гетерозиготных по обоим парам признаков быка и корову?

2. Какое потомство следует ожидать от скрещивания черного комолого быка, гетерозиготного по обоим парам признаков, с красной рогатой коровой?

Задача №3. У собак черный цвет шерсти доминирует над кофейным, а короткая шерсть — над длинной. Обе пары генов находятся в разных хромосомах.

1. Какой процент черных короткошерстных щенков можно ожидать от скрещивания двух особей, гетерозиготных по обоим признакам?

2. Охотник купил черную собаку с короткой шерстью и хочет быть уверен, что она не несет генов длинной шерсти кофейного цвета. Какого партнера по фенотипу и генотипу надо подобрать для скрещивания, чтобы проверить генотип купленной собаки?

Задача № 4. У человека ген карих глаз доминирует над геном, определяющим развитие голубой окраски глаз, а ген, обуславливающий умение лучше владеть правой рукой, преобладает над геном, определяющим развитие леворукости. Обе пары генов расположены в разных хромосомах. Какими могут быть дети, если родители их гетерозиготны?

Дополнительный материал

I. Основные результаты при различных видах скрещивания:

Моногибридные расщепления

1) Расщепления нет (все дети одинаковые) – скрещивали двух гомозигот $AA \times aa$ (первый закон Менделя).

2) Расщепление 3:1 (75% / 25%) – скрещивали двух гетерозигот $Aa \times Aa$ (второй закон Менделя).

3) Расщепление 1:2:1 (25% / 50% / 25%) – скрещивали двух гетерозигот $Aa \times Aa$ при неполном доминировании (промежуточном характере наследования).

4) Расщепление 1:1 (50% / 50%) – скрещивали гетерозиготу и рецессивную гомозиготу $Aa \times aa$ (анализирующее скрещивание).

Первый закон Менделя

(закон единообразия, закон доминирования)

При скрещивании чистых линий (гомозигот) все потомство получается одинаковое (единообразие первого поколения, расщепления нет).

P	$AA \times aa$
G	$(A) \quad (a)$
F ₁	Aa

У всех потомков первого поколения (F_1) проявляется доминантный признак (желтый горох), а рецессивный признак (зеленый горох) находится в скрытом состоянии.

Второй закон Менделя (закон расщепления)

При самоопылении гибридов первого поколения (при скрещивании двух гетерозигот) в потомстве получается расщепление 3:1 (75% доминантного признака, 25% рецессивного признака).

F ₁	$Aa \times Aa$
G	$(A) (a) \quad (A) (a)$
F ₂	$AA; 2Aa; aa$

Неполное доминирование

Если две гетерозиготы скрещиваются при неполном доминировании (промежуточном характере наследования), то гетерозигота Aa имеет признак,

промежуточный между доминантным и рецессивным (например, у ночной красавицы АА красные лепестки, Аа розовые, аа белые). Получается расщепление по фенотипу 1:2:1 (25% / 50% / 25%).

Анализирующее скрещивание

При скрещивании гетерозиготы Аа с рецессивной гомозиготой аа получается расщепление 1:1 (50% / 50%).

P	Aa	x	aa
G	(A) (a)		(a)
F ₁	Aa; aa		

Дигибридные расщепления

1) Расщепления нет (все дети одинаковые) – скрещивали двух гомозигот ААВВ х ааbb (или ААbb х ааВВ).

2) Расщепление 9:3:3:1 – скрещивали двух гетерозигот АаВb х АаВb (третий закон Менделя).

3) Расщепление 1:1:1:1 – скрещивали дигетерозиготу и рецессивную гомозиготу АаВb х ааbb (анализирующее скрещивание)

II. Правила оформления генетических задач

Используйте при составлении схем скрещивания специальные принятые международные символы:

P - перента - родители. Родительские организмы, взятые для скрещивания отличающиеся наследственными задатками.

F — филис — дети. Гибридное потомство.

F₁ - гибриды I поколения.

F₂ — гибриды II поколения.

G - гаметы А а.

A, B - доминантные гены, отвечающие за доминантные признаки (пример, желтую окраску и гладкую поверхность семян гороха).

a, b — рецессивные гены, отвечающие за развитие рецессивных признаков (пример, зеленой окраски семян гороха и морщинистой поверхности семян гороха)

A, a — аллельные гены, определяющие конкретный признак.

B, b - аллельные гены, определяющие другой какой-либо признак.

AA, BB - доминантные гомозиготы.

aa, bb — рецессивные гомозиготы.

Aa — гетерозигота при моногибридном скрещивании.

X — скрещивание.

♀ - символ, обозначающий женский пол особи (символ Венеры — зеркало с ручкой).

♂ - символ, обозначающий мужской пол особи (символ Марса - копье и щит).

Решая любую задачу по генетике, необходимо придерживаться следующего алгоритма:

1. Прочитать условие задачи от начала до конца.
2. Перевести данные задачи в генетические символы.
3. Записать условие задачи в краткой форме.
4. Осуществить решение, опираясь на соответствующую закономерность.
5. Прочитать условие задачи еще раз и сверить с решением, то ли найдено.
6. Написать ответ в согласии с условием задачи. Образец решения задачи.

Форма контроля: задачи, контрольная работа.

Тема: Анализ фенотипической изменчивости.

Цель: изучить и проанализировать особенности модификационной изменчивости, выявить ее причины.

Оборудование: линейка, листья, простой карандаш, калькулятор.

Задание:

1. Измерьте длину листьев в миллиметрах и запишите данные.
2. Составьте таблицу, где укажите длину листьев по возрастанию и их количество.
3. По данным таблицы постройте график вариационной кривой длины листьев.

По оси X – длина листьев в мм, по оси V - количество листьев.

4. По формуле найдите среднюю длину листьев

$$M =$$

M - средняя длина листьев

n – общее число листьев

p - частота встречаемости, шт

V – длина листа

- знак суммы

5. Сформулируйте и запишите определение «модификационная изменчивость».

6. Сделайте вывод об особенностях и причинах модификационной изменчивости, используя текст учебника

Форма контроля: таблицы, ответы на контрольные вопросы.

ПРОИСХОЖДЕНИЕ И РАЗВИТИЕ ЖИЗНИ НА ЗЕМЛЕ. ЭВОЛЮЦИОННОЕ УЧЕНИЕ

Тема: Описание особей по морфологическому критерию.

Цель работы: усвоить понятие морфологический критерий вида, закрепить умения составлять описательную характеристику растений, работать с различными источниками информации.

Оборудование: гербарные материалы растений разных видов или наглядный раздаточный материал (рисунок), карточка - определитель.

Задание:

1. Пользуясь карточкой-определителем, определите названия видов растений, предложенных для работы.

2. Сравните растения двух видов, выявите черты сходства и различия. Чем объясняются сходства (различия) растений?

3. Сделайте вывод о достоинстве и недостатках морфологического критерия в определении вида.

Форма контроля: таблица.

Тема: Анализ и оценка различных гипотез происхождения жизни.

Цель: изучить и проанализировать различные гипотезы происхождения жизни на Земле.

Задание:

1. Прочитать текст «Многообразие теорий возникновения жизни на Земле».

2. Заполнить таблицу, используя опорный конспект и текст учебника.

3. Сделайте вывод: Какая теория является наиболее правдоподобной с вашей точки зрения? Почему?

Многообразие теорий возникновения жизни на Земле

1. Теория креационизма.

Согласно этой теории жизнь возникла в результате какого-то сверхъестественного события в прошлом всемогущим Творцом. Ее придерживаются последователи почти всех наиболее распространенных религиозных учений.

Традиционное иудейско-христианское представление о сотворении мира, изложенное в Книге Бытия, вызывало и продолжает вызывать споры. Хотя все христиане признают, что Библия — это завет Господа людям, по вопросу о длине «дня», упоминавшегося в Книге Бытия, существуют разногласия.

Некоторые считают, что мир и все населяющие его организмы были созданы за 6 дней по 24 часа. Другие христиане не относятся к Библии как к научной книге и считают, что в Книге Бытия изложено в понятной для людей форме теологическое откровение о сотворении всех живых существ всемогущим Творцом.

Процесс божественного сотворения мира мыслится как имевший место лишь однажды и потому недоступный для наблюдения. Этого достаточно, чтобы вынести всю концепцию божественного сотворения за рамки научного исследования. Наука занимается только теми явлениями, которые поддаются

наблюдению, а потому она никогда не будет в состоянии ни доказать, ни опровергнуть эту концепцию.

Теория креационизма и в настоящее время достаточно широко распространена, причем не только в религиозных, но и в научных кругах. Обычно ее используют для объяснения наиболее сложных, не имеющих на сегодняшний день решения вопросов биохимической и биологической эволюции

2. Теория панспермии.

Эта теория не предлагает никакого механизма для объяснения первичного возникновения жизни, а выдвигает идею о ее внеземном происхождении. Поэтому ее нельзя считать теорией возникновения жизни как таковой; она просто переносит проблему в какое-то другое место во Вселенной.

Согласно гипотезе панспермии жизнь существует вечно и переносится с планеты на планету метеоритами. Простейшие организмы или их споры («семена жизни»), попадая на новую планету и найдя здесь благоприятные условия, размножаются, давая начало эволюции от простейших форм к сложным. Возможно, что жизнь на Земле возникла из одной-единственной колонии микроорганизмов, заброшенных из космоса.

Для обоснования этой теории используются многократные появления НЛО, наскальные изображения предметов, похожих на ракеты и «космонавтов», а также сообщения якобы о встречах с инопланетянами. При изучении материалов метеоритов и комет в них были обнаружены многие «предшественники живого» — такие вещества, как цианогены, синильная кислота и органические соединения, которые, возможно, сыграли роль «семян», падавших на голую Землю.

Сторонниками этой гипотезы были лауреаты Нобелевской премии Ф. Крик, Л. Оргел. Ф. Крик основывался на двух косвенных доказательствах:

- универсальности генетического кода;
- необходимости для нормального метаболизма всех живых существ молибдена, который встречается сейчас на планете крайне редко.

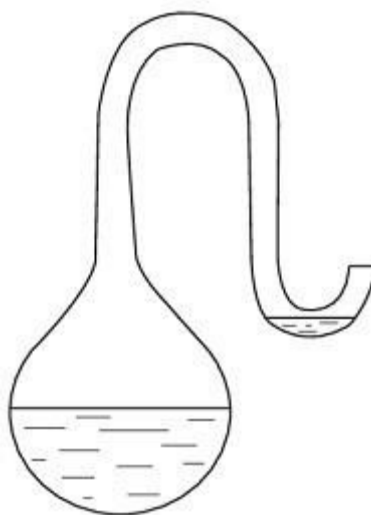
3. Теория самопроизвольного (спонтанного) зарождения.

Теория самопроизвольного зарождения жизни была широко распространена в Древнем мире — Вавилоне, Китае, Древнем Египте и Древней Греции (этой теории придерживался, в частности, Аристотель).

Ученые Древнего мира и средневековой Европы верили в то, что живые существа постоянно возникают из неживой материи: черви — из грязи, лягушки — из тины, светлячки — из утренней росы и т.п. Так, известный голландский ученый 17 в. Ван-Гельмонт совершенно серьезно описывал в своем научном трактате опыт, в котором он за 3 недели получил в запертом темном шкафу мышей непосредственно из грязной рубашки и горсти пшеницы. Впервые широко распространенную теорию решился подвергнуть экспериментальной проверке итальянский ученый Франческо Реди (1688). Он поместил несколько кусков мяса в сосуды и часть из них закрыл кисеей. В открытых сосудах на поверхности гниющего мяса появились белые червячки — личинки мух. В сосудах же, прикрытых кисеей, личинки мух отсутствовали. Таким образом Ф. Реди удалось доказать, что личинки мух появляются не из гниющего мяса, а из яиц, отложенных мухами на его поверхность. В 1862 г. знаменитый французский химик и микробиолог Луи Пастер опроверг эту теорию, он прокипятил питательный бульон в стеклянной колбе, но колба была не обычная, а с горлышком в виде S-образной трубки. Воздух, а следовательно и «жизненная сила», могли проникать в колбу, но пыль, а вместе с ней и микроорганизмы,

присутствующие в воздухе, оседали в нижнем колене S-образной трубки, и бульон в колбе оставался стерильным (рис.1). Однако стоило сломать горло колбы или ополоснуть стерильным бульоном нижнее колено S-образной трубки, как бульон начинал быстро мутнеть — в нем появлялись микроорганизмы.

Таким образом, благодаря работам Луи Пастера теория самозарождения была признана.



Пастеровская колба

5. Гипотеза биохимической эволюции.

Из всех теорий происхождения жизни наиболее распространенной и признанной в научном мире является теория биохимической эволюции, предложенная в 1924 г. советским биохимиком академиком А.И. Опариным (в 1936 г. он подробно изложил ее в своей книге «Возникновение жизни»).

Сущность этой теории состоит в том, что биологической эволюции — т.е. появлению, развитию и усложнению различных форм живых организмов, предшествовала химическая эволюция — длительный период в истории Земли, связанный с появлением, усложнением и совершенствованием

взаимодействия между элементарными единицами, «кирпичиками», из которых состоит все живое — органическими молекулами.

Предбиологическая (химическая) эволюция

По мнению большинства ученых (в первую очередь астрономов и геологов), Земля сформировалась как небесное тело около 5 млрд лет т.н. путем конденсации частиц вращавшегося вокруг Солнца газопылевого облака.

Под влиянием сил сжатия частицы, из которых формируется Земля, выделяют огромное количество тепла. В недрах Земли начинаются термоядерные реакции. В результате Земля сильно разогревается. Таким образом, 5 млрд лет т.н. Земля представляла собой несущийся в космическом пространстве раскаленный шар, температура поверхности которой достигала 4000-8000°С .

Постепенно, за счет излучения тепловой энергии в космическое пространство, Земля начинает остывать. Около 4 млрд лет т.н. Земля остывает настолько, что на ее поверхности формируется твердая кора; одновременно из ее недр вырываются легкие, газообразные вещества, поднимающиеся вверх и формирующие первичную атмосферу. По составу первичная атмосфера существенно отличалась от современной. Свободный кислород в атмосфере древней Земли, по-видимому, отсутствовал, а в ее состав входили вещества в восстановленном состоянии, такие, как водород (H_2), метан (CH_4), аммиак (NH_3), пары воды (H_2O), а возможно, также азот (N_2), окись и двуокись углерода (CO и CO_2).

Восстановительный характер первичной атмосферы Земли чрезвычайно важен для зарождения жизни, поскольку вещества в восстановленном состоянии обладают высокой реакционной способностью и в определенных условиях способны взаимодействовать друг с другом,

образуя органические молекулы. Отсутствие в атмосфере первичной Земли свободного кислорода (практически весь кислород Земли был связан в виде окислов) также является важной предпосылкой возникновения жизни, поскольку кислород легко окисляет и тем самым разрушает органические соединения. Поэтому при наличии в атмосфере свободного кислорода накопление на древней Земле значительного количества органических веществ было бы невозможно.

Около 5 млрд лет т.п. — возникновение Земли как небесного тела; температура поверхности — 4000-8000°C

Около 4 млрд лет т.н. - формирование земной коры и первичной атмосферы.

Когда температура первичной атмосферы достигает 1000°C, в ней начинается синтез простых органических молекул, таких, как аминокислоты, нуклеотиды, жирные кислоты, простые сахара, многоатомные спирты, органические кислоты и др. Энергию для синтеза поставляют грозовые разряды, вулканическая деятельность, жесткое космическое излучение и, наконец, ультрафиолетовое излучение Солнца, от которого Земля еще не защищена озоновым экраном, причем именно ультрафиолетовое излучение ученые считают основным источником энергии для абиогенного (т.е. проходящего без участия живых организмов) синтеза органических веществ. Признанию и широкому распространению теории А.И. Опарина во многом способствовало то, что процессы абиогенного синтеза органических молекул легко воспроизводятся в модельных экспериментах.

Однако возможность абиогенного синтеза органических веществ в условиях, близких к условиям древней Земли, была впервые показана в опыте С. Миллера.

В 1953 г. Стенли Миллер воспроизвел в стеклянной колбе с впаянными в неё электродами первичную атмосферу Земли, которая, по мнению ученых того времени, состояла из водорода метана CH_4 , аммиака NH_3 и паров воды. Через эту газовую смесь С. Миллер в течение недели пропускал электрические разряды, имитирующие грозовые. По окончании эксперимента в колбе были обнаружены α -аминокислоты, органические кислоты и мочевины. При повторении опыта С. Миллеру удалось получить отдельные нуклеотиды и короткие полинуклеотидные цепочки из пяти-шести звеньев.

В дальнейших опытах по абиогенному синтезу, проводимых различными исследователями, использовались не только электрические разряды, но и другие виды энергии, характерные для древней Земли, — космическое, ультрафиолетовое и радиоактивное излучения, высокие температуры, присущие вулканической деятельности, а также разнообразные варианты газовых смеси, имитирующих первичную атмосферу. В результате был получен практически весь спектр органических молекул, характерных для живого: аминокислоты, нуклеотиды, жироподобные вещества, простые сахара, органические кислоты.

Когда температура первичной атмосферы опустилась ниже 100°C , на Землю обрушились горячие дожди и появился первичный океан. С потоками дождя в первичный океан поступали абиогенно синтезированные органические вещества, что превратило его, по образному выражению английского биохимика Джона Холдейна, в разбавленный «первичный бульон». По-видимому, именно в первичном океане начинаются процессы образования из простых органических молекул — мономеров сложных органических молекул — биополимеров (белков, нуклеиновых кислот).

Жизнь всех современных живых существ — это процесс непрерывного взаимодействия важнейших биополимеров живой клетки — белков и нуклеиновых кислот.

Белки — это «молекулы-рабочие», «молекулы-инженеры» живой клетки.

Таким образом, тайна зарождения жизни — это тайна возникновения механизма взаимодействия белков и нуклеиновых кислот. Какими же сведениями об этом процессе располагает современная наука? Какие молекулы явились первичной основой жизни — белки или нуклеиновые кислоты?

Ученые полагают, что, несмотря на ключевую роль белков в обмене веществ современных живых организмов, первыми «живыми» молекулами были не белки, а нуклеиновые кислоты, а именно рибонуклеиновые кислоты (РНК).

Исключительно сложный, не до конца понятный современной науке процесс возникновения жизни на Земле прошел с исторической точки зрения чрезвычайно быстро. Уже 3,5 млрд лет т.н. химическая эволюция завершилась появлением первых живых клеток и началась биологическая эволюция.

Форма контроля: таблица.

ПРОИСХОЖДЕНИЕ ЧЕЛОВЕКА

Тема: Анализ и оценка различных гипотез происхождения человека.

Цель работы: научиться анализировать и давать оценку различным гипотезам происхождения человека, аргументировать свой ответ.

Ход работы:

1. Изучите опорный конспект «Многообразие теорий о происхождении человека».

2. Используя опорный конспект, заполните таблицу:

№	Теория	Суть теории (ее основная идея)
1	Библейская гипотеза (гипотеза креационизма)	
2	Космическая гипотеза	
3	Естественнонаучное происхождение человека	
4	Гипотеза эволюционная	
5	Теория полуводного происхождения человека	
6	Трудовая теория	
7	Мутационная теория	
8	Тарзиальная гипотеза	

3. Укажите ту точку зрения, которую вы разделяете. Аргументируйте свой ответ.

4. Сделайте выводы о решении проблемы происхождения человека.

Дополнительное задание

1) Человек – биосоциальное существо. Перечислите, проводя самоанализ, какие свои характеристики вы считаете биологическими, а какие социальными. Можно ли их изменить?

«Многообразие теорий о происхождении человека».

1. Библейская гипотеза (гипотеза креационизма).

Его последователи отрицают все основные теории происхождения человека. Считается, что людей сотворил Бог, который является высшим звеном в мире.

Человек был создан по его подобию из небиологического материала. Библейская версия теории гласит, что первыми людьми были Адам и Ева. Их Бог сотворил из небиологического материала, например из глины. Подавляющее большинство скептиков считают эту теорию невозможной, оценивая ее вероятность в миллиардные доли процента. Версия сотворения всего живого Богом не требует доказательства, она просто существует и имеет на это право.

2. Теория космического вмешательства.

В основе этой версии происхождения человека стоит деятельность посторонних цивилизаций.

Считается, что люди являются потомками инопланетных созданий, которые высадились на Землю миллионы лет назад. Такая история происхождения человека имеет сразу несколько развязок. По мнению одних, люди появились в результате скрещивания инопланетян с прародителями.

Другие считают, что всему виной генная инженерия высших форм разума, которые вывели гомо сапиенс из колбы и собственных ДНК.

Кто-то уверен, что люди произошли в результате ошибки опытов над животными. С другой стороны, весьма интересной и вероятной является версия об инопланетном вмешательстве в эволюционное развитие гомо сапиенса.

Не секрет, что археологи до сих пор находят в различных уголках планеты многочисленные рисунки, записи и прочие свидетельства о том, что античным людям помогали какие-то сверхъестественные силы. Это касается

и индейцев Майя, которых якобы просвещали внеземные создания с крыльями на странных небесных колесницах.

Также существует теория о том, что вся жизнь человечества от происхождения до пика эволюции протекает по давно прописанной программе, заложенной инопланетным разумом. Есть и альтернативные версии о переселении землян с планет таких систем и созвездий, как Сириус, Скорпион, Весы и т. д.

Естественнонаучные теории происхождения человека.

3. Эволюционная гипотеза.

Последователи этой версии полагают, что появление человека на Земле связано с видоизменением приматов в процессе естественного отбора.

Исходя из нее, люди произошли от некоторых видов обезьян (шимпанзе). По Дарвину причиной преобразования обезьяны в человека послужили медленные эволюционные изменения. Эволюция началась под влиянием естественного отбора и прочих внешних факторов. Последователи этого движения сходятся во мнении, что все типы представителей фауны и флоры на Земле изменчивы и происходят из других, ранее существовавших, видов. Таким образом, теория основывается на непостоянстве всего живого в природе. На планете выживают только сильнейшие формы, которые способны приспосабливаться к текущим условиям среды. Человек как раз и является таким существом. Благодаря эволюции и стремлению выживать люди стали развивать свои умения и познания. Теория эволюции действительно имеет ряд интересных доказательств и свидетельств, как археологических, палеонтологических, генетических, так и психологических.

4. Полуводная теория.

Эту гипотезу отстаивает доцент кафедры философии Марийского государственного университета Леонард Иванович Ибраев. Согласно его гипотезе люди произошли не от "волосатых, маломозглых и неуклюжих на земле человекообразных обезьян, а ведут свой род от бесшерстных, большеголовых и двуногих прибрежных полуводных обезьян (нияпитеков), которые обитали три – два миллиона лет назад, по берегам рек, ручьёв и озёр.

В качестве подтверждений гипотезы автор приводит следующие особенности строения и жизнедеятельности современного человека:

— ребёнок до 3-х месяцев способен плавать в воде, затаивая дыхание, а лишь позднее учится ходить;

— ноздри у человека направлены вниз, что является приспособлением к защите дыхательных путей от волн при плавании (направленность ноздрей у человекообразных обезьян вперёд крайне неудобна для полуводного образа жизни);

— волосяной покров на теле современного человека редуцирован, потому что мокрая шерсть при выходе на сушу была у полуводных обезьян существенной помехой в терморегуляции (у всех обезьян шерстный покров сохранился, т.к. ночью в тропиках достаточно холодно);

— волосы, лучше развитые на голове у современных женщин, чем у мужчин, являются наследием мощного волосяного покрова самок нияпитеков, который способствовал удержанию на голове детёнышей при плавании;

— питание нияпитеков мягкими моллюсками, водорослями, полуводными растениями благоприятствовало формированию современного типа зубной системы человека.

5. Трудовая теория.

Энгельс, в книге «Роль труда в процессе превращения обезьяны в человека» объяснил, что именно труд превратил обезьяноподобных предков в людей. Начало изготовления орудия труда совпадает с возникновением речи и мышления. Около 5 млн. лет назад австралопитеки начали трудиться и при этом развивали свои руки и мозг. Прямхождение перестроило организм, освободив передние конечности, тем самым было создано условие для совершения труда, изменения положения головы и глаз. Это привело к возрастанию зрительной информации. Труд привел к зарождению и развитию социальных отношений, сознания, мышления, языка, и тем самым превратил обезьяну в человека.

Жизненный опыт в познании природы совершенствовался от поколения к поколению, из-за чего существующие инстинкты (генетически заложенные программы поведения в определенных условиях) постепенно отмирали. Поэтому возникла необходимость в небиологическом способе хранения и передачи информации. Так появилась символическая деятельность – применение символов в качестве образов объектов при хранении и передаче информации и при речи. Все это развивало мозг, и привело к возникновению абстрактного мышления.

С появлением труда, человек перестал подчиняться биологическим факторам эволюции, т.е. триадам Дарвина. В дальнейшем эволюция человека начала зависеть от социальных факторов: трудовой деятельности, общественного образа жизни, речи и мышления. Социальные факторы начали влиять на человека современного вида (кроманьонца) около 40 тысяч лет назад.

6. Мутационная теория.

В начале XX века, появилась мутационная теория эволюции нидерландского ученого Хуго де Фриза. Согласно этой теории, новые виды

возникают скачкообразно, в результате крупных единичных мутаций в геноме.

Ученые считают, что биологическая основа появления человека – это полезные мутации. Причины возникновения полезных мутаций могут быть разными. Еще в 30 годы XX века, ученый А. А. Чижевский доказал, что периодические колебания интенсивности излучения Солнца влияют на биосферу Земли.

Причиной мутаций могла стать геологическая активность Земли. Например, в Восточной Африке около 20 млн. лет назад в земной коре образовались трещины. Благодаря этим трещинам, на поверхности Земли возникли залежи урановых руд. Урановые руды значительно повышают естественную радиацию в Восточной Африке. Вероятно, радиация положительно влияла на приматов, живших в пещерах, расположенных вблизи урановых руд, вызывая мутации разного рода.

Следующей причиной возникновения мутаций ученые считают нервные запредельные нагрузки, т.е. стресс. Стресс – это острая гормональная реакция организма на внешние раздражения. При этом возникают резко отрицательные эмоции, вспышки страха, гнева и т. д.

Согласно мутационной теории, человек – это обезьяний мутант. Однако мутанта в природных условиях ждала неминуемая гибель. Но мутант сумел выжить, используя орудия труда, живя в обществе, творя культуру, и стал человеком.

7. Тарзиальная гипотеза, изложенная английским биологом Ф. Вудом Джонсом (1929), заключается в замене положения о развитии человека из ископаемых человекообразных приматов идеей о его происхождении от других приматов, в частности, от древнетропического долгопята. Единственными представителями последних являются маленькие долгопяты,

живущие в глухих тропических лесах на островах Индо-Малайской области и составляющие характеристический элемент местной фауны. По внешнему виду они напоминают тушканчиков: у них огромные глаза, типичные для ночного животного, очень длинные задние и очень короткие передние конечности, а также длинный хвост, который служит им не только рулём и противовесом при ловких прыжках с ветки на ветку, но и опорой при сидении. Передвигается долгопят в более или менее вертикальном положении с помощью задних конечностей. Пяточная и ладьевидная кости стопы у него очень длинные, откуда и название долгопят, или тарзит.

В обосновании гипотезы Ф. Вуд Джонс указывает на тот факт, что пропорции тела у человека отличны от всех человекообразных обезьян и более сходны с пропорциями тела долгопята, а также выделяет некоторые особенности волосяного покрова, укороченность лицевого отдела черепа, особенности формы и строения наружных половых органов у самки и другие черты видимого сходства человека с долгопятом. Гипотеза Вуда Джонса встретила резкую критику отечественных и зарубежных авторов. Её несостоятельность аргументировалась в первую очередь тем, что долгопяты не являются общественными животными: они встречаются поодиночке или парами и никогда не живут стадами. Существенные возражения, которые вызывает тарзиальная гипотеза антропогенеза Вуда Джонса, её явное несоответствие многочисленным фактам сравнительной анатомии, приматологии, палеонтологии и антропологии указывают на недостаточную обоснованность этой гипотезы.

Форма контроля: таблица.

ОСНОВЫ ЭКОЛОГИИ

Тема: Описание антропогенных изменений в естественных природных ландшафтах. Сравнительное описание одной из естественных природных

систем и какой-нибудь агроэкосистемы. Составление схем передачи веществ и энергии по цепям питания в природной экосистеме и в агроценозе.

Цель: Закрепление знаний о строении, свойствах и устойчивости природных и антропогенных экосистем. Определить основные экологические изменения природы своей местности, составить прогноз возможного состояния окружающей среды в будущем.

Задание:

1. Выберите определённую территорию в своей местности и оцените экологическое состояние природы по примерному плану:

1. Название – Географическое положение.
2. Общая характеристика природных условий.
3. Определить влияние природных условий своей местности на материальную, культурную и духовную жизнь населения.

4. Установите особенности между взаимодействием общества и природы.

5. Охарактеризуйте основные направления хозяйственного использования территории.

6. Выявите факторы антропогенного воздействия.

2. Опишите экономическое положение, проанализируйте причины, опишите изменения, и обоснуйте нерациональное природопользование на данной территории.

3. Составьте прогноз возможного состояния природы своей местности, сделав вывод по необходимости рационального использования данного региона.

4. Сравните данные на фотографиях экосистемы и заполните таблицу

Экосистема	Характеристика	Разнообразие видов	Наличие трофических уровней	Как поддерживается устойчивость системы
Природная экосистема				

Агроэкосистема				

5. Составьте примеры пищевых цепей для данных экосистем. Определите экологическую роль каждого участника цепи.

Контрольные вопросы:

1. Что такое экосистема? Агроценоз?
2. Чем определяется устойчивость экосистемы?
3. В чем проявляется антропогенное воздействие на экосистемы?
4. Что такое пищевые цепи? Какие виды пищевых цепей вам известны?
5. Раскройте сущность понятий: «продуценты», «консументы», «редуценты».

Форма контроля: таблица, пищевая цепь, ответы на контрольные вопросы.

Тема: Решение экологических задач

Цель: Научиться решать экологические задачи на применение правила экологической пирамиды, комплексные задачи с применением знаний по биологии, экологии.

Задание:

1. Разобрать коллективно пример экологической задачи
2. Самостоятельно решить аналогичные задачи. Оформить решение в тетради.
3. Предложить решение комплексной экологической задачи (работа в группах), представить устную защиту.

Задача (Пример) На основании правила экологической пирамиды определите, сколько нужно планктона, что бы в море вырос один дельфин массой 300 кг, если цепь питания имеет вид: планктон, нехищные рыбы, хищные рыбы, дельфин.

Решение: Дельфин, питаясь хищными рыбами, накопил в своем теле только 10% от общей массы пищи, зная, что он весит 300 кг, составим пропорцию.

$$300\text{кг} - 10\%,$$

$$X - 100\%.$$

Найдем чему равен X. $X=3000$ кг. (хищные рыбы) Этот вес составляет только 10% от массы нехищных рыб, которой они питались. Снова составим пропорцию

$$3000\text{кг} - 10\%$$

$$X - 100\%$$

$$X=30\,000 \text{ кг (масса нехищных рыб)}$$

Сколько же им пришлось съесть планктона, для того чтобы иметь такой вес? Составим пропорцию

$$30\,000\text{кг.} - 10\%$$

$$X = 100\%$$

$$X = 300\,000\text{кг}$$

Ответ: Для того что бы вырос дельфин массой 300 кг необходимо 300 000 кг планктона

Задачи

1. На основании правила экологической пирамиды определите, сколько нужно зерна, чтобы в лесу вырос один филин массой 3.5 кг, если цепь питания имеет вид: зерно злаков -> мышь -> полевка -> хорек -> филин.

2. На основании правила экологической пирамиды определите, сколько орлов может вырасти при наличии 100 т злаковых растений, если цепь питания имеет вид: злаки -> кузнечики -> лягушки -> змеи -> орел.

3. На основании правила экологической пирамиды определите, сколько орлов может вырасти при наличии 100 т злаковых растений, если цепь питания имеет вид: злаки -> кузнечики -> насекомоядные птицы -> орел.

4. Какие из перечисленных организмов экосистемы тайги относят к продуцентам, первичным консументам, вторичным консументам: бактерии

гниения, лось, ель, заяц, волк, лиственница, рысь? Составьте цепь питания из 4 или 5 звеньев.

Комплексная экологическая задача

1. Как спасти Каракумский канал

Каракумский канал протяженностью более 1000 километров был построен для орошения. Но уже в первый год эксплуатации, в 1955 году, он оказался в катастрофическом положении – полностью зарос. Упала скорость течения воды. Сотни тысяч гектаров хлопчатника не получили влаги и засохли. Положение казалось безвыходным.

2. Как победить кроликов?

В 1859 году один из фермеров привез в Австралию 24 диких кролика, которые раньше здесь не водились. В то время австралийский континент начали заселять европейцы, и новых поселенцев нужно было обеспечивать мясом. Вскоре кролики расплодились так, что стали бичом для всего континента. Естественных врагов у них не было, и одичавшие кролики опустошали посевы и пастбища, сады и леса. Никакие охотники не могли с ними справиться. Хотели использовать волков, но от этой идеи благоразумно отказались – ведь эти хищники будут нападать не только на кроликов. Что делать? Для борьбы с кроликами решили использовать вирус болезни миксоматоза. Этот вирус, опасный только для кроликов, передается через кровь. Его специально привезли из Бразилии. Но как заразить вирусом диких кроликов

3. Как уберечь семена от птиц

Во время сева много бед приносят птицы, которые налетают на поля и клюют очень много семян. В старые времена римляне пугали птиц чучелами. Как быть сейчас, ведь поля огромные?

Необходимо устранить вредное действие поедания семян на полях птицами. Используйте посредник что-то необычное, отпугивающее птиц.

4. Браконьеры и нерпы

Активистов движения "Зеленый мир" встревожило уменьшение поголовья нерп из-за уничтожения детенышей нерп - бельков. Браконьеры убивали нерпят с целью добычи их шкурок, отличающихся от шкур взрослых особей своей ослепительной белизной. Попытки "зеленых" бороться с охотниками силой не привели к успеху - силы не равны, да и Закон не на их стороне... А впереди новый охотничий сезон: через месяц возобновится жуткая бойня только-только подросшего молодняка. Как быть? Как сделать бессмысленной для охотников добычу бельков?

Форма контроля: задачи.

МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Башкирский государственный педагогический университет им.М.Акумуллы»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
к практическим занятиям студентов

специальность: 21.02.19 Землеустройство
учебный предмет: ПП.11 Математика

разработал: Нигматзянова К.О.
преподаватель Колледжа БГПУ им.М.Акумуллы

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методическая рекомендация к выполнению практических занятий по предмету ПП.11 Математика для студентов специальности 21.02.19 Землеустройство

Содержание методических рекомендаций по учебному предмету ПП.11 Математика направлено на достижение следующих целей:

1. актуализировать знания студентов из курса математики по теме занятия;
2. создать условия для развития творческой активности, самостоятельности и критичности мышления, умения работать в коллективе.
3. содействовать развитию у студентов общенаучных компетенций (аналитико-синтетической, прогностической, проектировочной);
4. создать условия для развития коммуникативной, адаптивной и информационной компетенций.

СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

По предмету ПП.11 Математика

Практическое занятие 1. Действия над положительными и отрицательными числами, с обыкновенными и десятичными дробями. Действия со степенями, применение формул сокращенного умножения.

Практическое занятие 2. Вычисления и преобразования. Уравнения и неравенства. Текстовые задачи.

Практическое занятие 3. Расположение прямых и плоскостей в пространстве. Перпендикулярность и параллельность прямых и плоскостей.

Практическое занятие 4. Взаимное расположение прямых в пространстве. Параллельность прямой и плоскости, параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей. Расположение прямых и плоскостей в окружающем мире (природе, архитектуре, технике). Решение практико-ориентированных задач.

Практическое занятие 5. Декартовы координаты в пространстве. Векторы в пространстве. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Координаты вектора

Практическое занятие 6. Тригонометрические тождества. Преобразования простейших тригонометрических выражений.

Практическое занятие 7. Формулы двойного аргумента, суммы и разности аргументов. Преобразования простейших тригонометрических выражений .

Практическое занятие 8. Правила и формулы приведения. Преобразования простейших тригонометрических выражений.

Практическое занятие 9. Построение графиков тригонометрических функций.

Практическое занятие 10. Преобразование графиков тригонометрических функций. Исследование.

Практическое занятие 11. Построение и преобразование графиков обратных тригонометрических функций

Практическое занятие 12. Решение простейших тригонометрических уравнений.

Практическое занятие 13. Решение тригонометрических уравнений сводящиеся к квадратным.

Практическое занятие 14. Решение тригонометрических уравнений, решаемые разложением на множители. Решение однородных тригонометрических уравнений.

Практическое занятие 15. Решение простейших тригонометрических неравенств.

Практическое занятие 16. Нахождение производной по правилам и формулам дифференцирования. Нахождение производной сложной функции

Практическое занятие 17. Нахождение промежутков возрастания и убывания функции.

Практическое занятие 18. Нахождение точек экстремумов функции.

Практическое занятие 20. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции.

Практическое занятие 21. Нахождение оптимального результата с помощью производной в практических задачах

Практическое занятие 22. Нахождение определенного интеграла.

Практическое занятие 23. Решение задач на применение интеграла для вычисления физических величин и площадей.

Практическое занятие 24. Вычисление элементов многогранников: ребра, диагонали, углы.

Практическое занятие 25. Построение сечений, нахождение площади поверхностей и элементов тел вращения.

Практическое занятие 26. Объемы многогранников. Объемы тел вращения.

Практическое занятие 27. Преобразование иррациональных выражений.

Практическое занятие 28. Решение иррациональных уравнений.

Практическое занятие 29. Решение показательных уравнений и неравенств.

Практическое занятие 30. Преобразование логарифмических выражений.

Практическое занятие 31. Решение логарифмических уравнений и неравенств.

Практическое занятие 32. Применение логарифма. Логарифмическая спираль в природе. Ее математические свойства.

Практическое занятие 33 Событие, вероятность события. Сложение и умножение вероятностей.

Практическое занятие 34. Относительная частота события, свойство ее устойчивости. Статистическое определение вероятности. Оценка вероятности события.

Практическое занятие 35. Дискретная случайная величина. Первичная обработка статистических данных.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

По предмету ПП.13 Математика

Практическое занятие 1-2. Решение уравнений: разложение на множители, введение новых переменных, подстановка

Цель работы: студент должен:

знать:

- способы решения уравнений;

уметь:

- решать уравнения различными способами.

Метод разложения на множители

Суть данного метода в том, чтобы путем равносильных преобразований представить левую часть исходного уравнения, содержащую неизвестную величину в какой-либо степени, в виде произведения двух выражений, содержащих неизвестную величину в меньшей степени. При этом справа от знака равенства должен оказаться ноль. Проще всего уяснить эту идею на конкретном примере.

Пример

Решите уравнение методом разложения на множители: $2,5x^2 + 4x = 0$.

Решение:

осуществим разложение на множители (представим исходное выражение в виде произведения). Для этого вынесем переменную x за скобки:

$$x(2,5x + 4) = 0.$$

Произведение равно нулю тогда и только тогда, когда хотя бы один из множителей равен нулю.

Следовательно,

$$x = 0 \text{ или } 2,5x + 4 = 0.$$

Из последнего уравнения получаем:

$$2,5x = -4 \text{ или } x = -1,6.$$

Ответ: $x = 0$ и $x = -1,6$.

Задача для самостоятельного решения №1. Решите уравнение методом разложения на множители: $3x^2 + 1,5x = 0$.

Метод замены переменной

Суть данного метода в том, чтобы удачным образом заменить сложное выражение, содержащее неизвестную величину, новой переменной, в результате чего уравнение принимает более простой вид. Далее полученное уравнение решается относительно новой переменной, после чего происходит возврат к исходной переменной. Все эти идеи проще осознать на конкретном примере.

Пример

Решите уравнение методом замены переменной: $x^4 + 4x^2 - 5 = 0$.

Решение:

такие уравнения называются биквадратными. Перепишем его в виде:

$$(x^2)^2 + 4x^2 - 5 = 0.$$

Введем новую переменную $t = x^2$. Тогда исходное уравнение примет следующий простой вид:

$$t^2 + 4t - 5 = 0.$$

Решая полученное квадратичное уравнение, получаем, что:

$$t = -5 \text{ или } t = 1.$$

Возвращаемся теперь к старой переменной (обратная замена):

$$x^2 = -5 \text{ или } x^2 = 1.$$

Решений у первого уравнения нет, поскольку не существует такого действительного числа, квадрат которого был бы отрицателен. Второе уравнение имеет два корня ± 1 .

Ответ: ± 1 .

Задача для самостоятельного решения №2. Решите уравнение методом замены переменной: $9x^4 - 24x^2 + 7 = 0$.

Пример

Решите уравнение методом замены переменной: $\frac{4x}{4x^2 - 8x + 7} + \frac{3x}{4x^2 - 10x + 7} = 1$.

Решение: обращаем внимание на то, что $x = 0$ не является корнем данного уравнения. Следовательно, без потери или приобретения лишних корней можно разделить числитель и знаменатель обеих дробей на x . Тогда уравнение принимает вид:

$$\frac{4}{4x - 8 + \frac{7}{x}} + \frac{3}{4x - 10 + \frac{7}{x}} = 1.$$

Введем новую переменную: $t = 4x + \frac{7}{x}$. Тогда уравнение примет вид:

$$\frac{4}{t - 8} + \frac{3}{t - 10} = 1.$$

Выполнив элементарные преобразования: приведем дроби к общему знаменателю, приведем подобные слагаемые, получим:

$$\frac{t^2 - 25t + 144}{(t - 8)(t - 10)} = 0.$$

Дробь равна нулю, если нулю равен ее числитель, а знаменатель при этом не равен нулю. То есть уравнение равносильно следующей системе:

$$\begin{cases} t^2 - 25t + 144 = 0 \\ t \neq 8 \\ t \neq 10 \end{cases}.$$

Решив первое уравнение системы, имеем: $t = 16$ или $t = 9$.

Переходя к обратной подстановке, получаем:

1. $4x + \frac{7}{x} = 16$, что при $x \neq 0$ равносильно уравнению $4x^2 - 16x + 7 = 0$, решая которое,

получаем $x = \frac{1}{2}$ или $x = \frac{7}{2}$.

2. $4x + \frac{7}{x} = 9$ что при $x \neq 0$ равносильно уравнению $4x^2 - 9x + 7 = 0$, у которого решений нет, поскольку его дискриминант отрицателен.

Ответ: $\frac{1}{2}, \frac{7}{2}$.

Задача для самостоятельного решения №3. Решите уравнение методом разложения на

множители: $x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x} = 0$.

Контрольные вопросы:

1. В чем суть решения уравнения методом разложения на множители?
2. В чем суть решения уравнения методом замены переменной?

Решение уравнений графическим методом. Нестандартные способы решения уравнений

Цель работы: студент должен:

знать:

- этапы решения уравнений графическим методом;

уметь:

- строить графики элементарных функций;
- решать уравнения различными способами.

Метод оценки области значений

Суть данного метода в сравнении областей значений выражений, входящих в уравнение. Часто такой анализ позволяет легко решать сложные уравнения, содержащие различные выражения (рациональные, тригонометрические, логарифмические, показательные и др.). Разберем это на конкретном примере.

Пример

Решите уравнение, используя метода оценки области значений: $\cos^2 x = x^2 + 1$.

Решение: рассмотрим функцию $f(x) = \cos^2 x$. Известно, что $-1 \leq \cos x \leq 1$, поэтому $0 \leq \cos^2 x \leq 1$. Итак, функция $f(x) = \cos^2 x$ может принимать значения только из промежутка $[0; 1]$.

Рассмотрим теперь функцию $g(x) = x^2 + 1$. Графиком данной функции является парабола, ветви которой направлены вверх, а вершина расположена в точке $(0; 1)$.

Т.е. область значений данной функции (те значения, которые может принимать переменная y) представляет собой промежуток $[1; +\infty)$.

Т.о. выражения, стоящие справа и слева от знака равенства в исходном уравнении, могут оказаться равными, только если их значения окажутся равными 1, причем при одном и том же значении x . Непосредственной подстановкой убеждаемся, что это условие выполняется при $x = 0$.

Действительно, $f(0) = \cos^2 0 = 1$ и $g(0) = 0^2 + 1 = 1$. При всех остальных значениях x функция $g(x) = x^2 + 1$ больше 1. Значит $x = 0$ – единственный корень уравнения.

Ответ: 0.

Задача для самостоятельного решения №1. Решите уравнение с использованием метода

оценки области значений: $\sin^2 x = \left| x - \frac{\pi}{2} \right| + 1$.

Пример

Решите уравнение: $\sqrt{2x - x^2 + 8} + \sqrt{x^2 - 4x} = \sqrt{-x - 2} + 1$.

Решение: определим область допустимых значений (те значения, которые может принимать переменная x в данном уравнении). Исходим из того, что подкоренное выражение не может быть отрицательным:

$$\begin{cases} 2x - x^2 + 8 \geq 0, \\ x^2 - 4x \geq 0, \\ -x - 2 \geq 0 \end{cases}.$$

Решая систему методом интервалов, получаем:

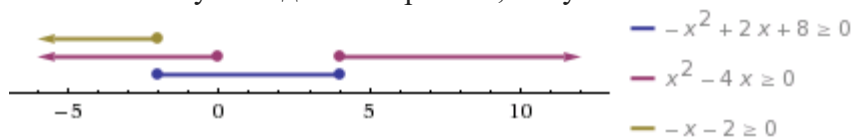


Рисунок 23. Изображение решений системы неравенств на числовой прямой

Т.о. область допустимых значений содержит одно единственное значение $x=-2$. Является ли это значение корнем уравнения, проще всего проверить прямой подстановкой:

$$\sqrt{2(-2) - (-2)^2 + 8} + \sqrt{(-2)^2 - 4(-2)} = \sqrt{-(-2) - 2 + 1},$$

$$\sqrt{12} \neq 1.$$

Т.е. $x=-2$ не является корнем уравнения.

Ответ: корней нет.

Задача для самостоятельного решения №2. Решите уравнение:

$$\sqrt{x^2 - x} + \sqrt{2 - x - x^2} = \sqrt{x} - 1.$$

Пример

Решите уравнение: $\sqrt{x^2 + 3x - 2} - \sqrt{x^2 + 2x} = 2 - x$.

Решение: помножим уравнение на $\sqrt{x^2 + 3x - 2} + \sqrt{x^2 + 2x}$.

Вообще говоря, это преобразование не является равносильным, даже в области допустимых значений. Ведь могут найтись такие значения x при которых это выражение обратится в нуль. При таком преобразовании могут появиться посторонние корни, поэтому полученные ответы нужно будет проверить непосредственной подстановкой. Но главное, что в результате такого преобразования не произойдет потери корней.

Итак,

$$\begin{aligned} x^2 + 3x - 2 - x^2 - 2x &= (2 - x)(\sqrt{x^2 + 3x - 2} + \sqrt{x^2 + 2x}) \\ (x - 2) + (x - 2)(\sqrt{x^2 + 3x - 2} + \sqrt{x^2 + 2x}) &= 0, \\ (x - 2)(1 + \sqrt{x^2 + 3x - 2} + \sqrt{x^2 + 2x}) &= 0. \end{aligned}$$

Выражение во вторых скобках не может быть равно нулю. Действительно, оба корня, по крайней мере, неотрицательны, поэтому если к их сумме прибавить 1, получится положительное выражение. То есть остается, что $x - 2 = 0$ или $x = 2$.

Непосредственной подстановкой убеждаемся, что это корень данного уравнения:

$$\sqrt{2^2 + 3 \cdot 2 - 2} - \sqrt{2^2 + 2 \cdot 2} = 2 - 2, 0 = 0.$$

Ответ: 2.

Задача для самостоятельного решения №3. Решите уравнение: $\frac{x}{\sqrt{x+1}+1} = \sqrt{x+10} - 4$.

Контрольные вопросы:

1. Поясните суть метода оценки области значений при решении уравнений.

2. Какие нестандартные способы решения уравнений вы знаете?

Решение неравенств методом интервалов

Цель работы: студент должен:

знать: правила решения простых, дробно-рациональных неравенств с одной переменной;

уметь: решать неравенства методом интервалов.

Пусть заданное неравенство имеет вид: $\frac{f(x)}{g(x)} \vee 0$. Для решения этого неравенства используется так называемый *метод интервалов*, который состоит в следующем.

1. На числовую ось наносят точки $x_1, \dots, x_n$ разбивающие ее на промежутки, в которых выражение $\frac{f(x)}{g(x)}$ определено и сохраняет знак («плюс» или «минус»). Такими точками могут быть корни уравнений $f(x) = 0$ и $g(x) = 0$. Соответствующие этим корням точки отмечают на числовой оси: закрашенными кружками – точки, удовлетворяющие заданному неравенству, а светлыми кружками – не удовлетворяющие ему.

2. Определяют и отмечают на числовой оси знак выражения $\frac{f(x)}{g(x)}$ для значений, принадлежащих каждому из полученных промежутков. Достаточно определить знак функции $\frac{f(x)}{g(x)}$ в любом таком промежутке, а в остальных промежутках знаки «плюс» и «минус» будут чередоваться.

Изменение знаков удобно иллюстрировать с помощью волнообразной кривой (*кривой знаков*), проведенной через отмеченные точки и лежащей выше или ниже числовой оси в соответствии со знаком дроби $\frac{f(x)}{g(x)}$ в рассматриваемом промежутке. Промежутки, которые содержат точки, удовлетворяющие данному неравенству, иногда покрывают штрихами. Заштрихованная область в совокупности с полученными точками будет являться ответом к неравенству:

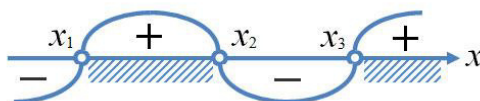


Рисунок 24. Кривая знаков

Пример

Решите неравенство: $\frac{1}{x^2 - 5x + 6} \leq \frac{1}{2}$.

Решение: упрощаем неравенство путем равносильных преобразований: при умножении или делении обеих частей неравенства на отрицательное число, знак неравенства меняется на противоположный:

$$\frac{1}{x^2 - 5x + 6} - \frac{1}{2} \leq 0.$$

Приведем дроби к общему знаменателю:

$$\frac{2 - (x^2 - 5x + 6)}{x^2 - 5x + 6} \leq 0,$$

$$\frac{-x^2 + 5x - 4}{x^2 - 5x + 6} \leq 0,$$

$$\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 5x + 6} \geq 0.$$

Выражения, стоящие в числителе и знаменателе, можно разложить на множители, тогда неравенство примет вид:

$$\frac{(x-4)(x-1)}{(x-2)(x-3)} \geq 0.$$

Далее находим корни уравнений $(x-4)(x-1)=0$ и $(x-2)(x-3)=0$.

Из первого получаем $x_1=4, x_2=1$. Из второго получаем $x_3=2, x_4=3$.

Наносим на числовую прямую получившиеся точки, причем точки x_1, x_2 обозначаем закрашенными кружочками (для них неравенство выполняется), а точки x_3, x_4 светлыми (при этих значениях, выражение, стоящее слева от знака неравенства, не имеет смысла).

Определяем теперь знаки выражения $\frac{(x-4)(x-1)}{(x-2)(x-3)}$ на полученных промежутках (подставляем любое значение x из каждого полученного промежутка в данное выражение), изображаем кривую знаков, заштриховываем те промежутки, на которых исходное неравенство выполняется:

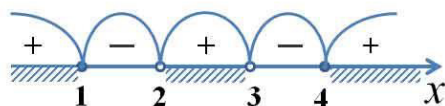


Рисунок 25. Кривая знаков выражения $\frac{(x-4)(x-1)}{(x-2)(x-3)}$

Итак, исходному неравенству удовлетворяют следующие значения: $x \in (-\infty; 1] \cup (2; 3) \cup [4; +\infty)$.

Задача для самостоятельного решения №1. Решите неравенство: $\frac{x+17}{x^2-x-6} \geq 0$.

Пример

Решите неравенство: $\frac{\sqrt{x}-3}{x-2} > 0$.

Решение: подкоренное выражение, как известно, не может принимать отрицательных значений, также не допускается нахождение в знаменателе дроби нуля. Следовательно, область допустимых значений данного неравенства определяется неравенством $x \geq 0$ и тем условием, что $x \neq 2$.

Решаем уравнения $\sqrt{x}-3=0$ и $x-2=0$.

Из первого уравнения получаем, что $x_1=9$.

Из второго уравнения получаем, что $x_2=2$.

Наносим область допустимых значений неравенства и полученные точки на числовую прямую, причем эти точки будут светлыми, поскольку ни одно из значений не удовлетворяет неравенству. Сразу определяем знаки выражения $\frac{\sqrt{x}-3}{x-2}$ в каждом из

полученных промежутков и рисуем кривую знаков:

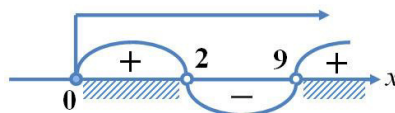


Рисунок 26. Кривая знаков выражения $\frac{\sqrt{x-3}}{x-2}$

Верхней стрелкой на рисунке обозначена область допустимых значений неравенства. Ответом к неравенству будет являться промежуток, соответствующий на рисунке заштрихованной области.

Ответ: $x \in [0; 2) \cup (9; +\infty)$.

Задача для самостоятельного решения №2. Решите неравенство: $\frac{\sqrt{17-15x-2x^2}}{x+3} > 0$.

Пример

Решите неравенство: $\frac{1-\sqrt{1-8x^2}}{x} < 2$.

Решение: подкоренное выражение не может принимать отрицательных значений, а в знаменателе дроби не должно быть нуля. Следовательно, область допустимых значений неравенства определяется следующей системой:

$$\begin{cases} 1-8x^2 \geq 0, \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{8}} \leq x \leq \frac{1}{\sqrt{8}}, \\ x \neq 0 \end{cases}.$$

Решаем уравнение $\frac{1-\sqrt{1-8x^2}}{x} - 2 = 0$.

Получаем, что $x_1=0$ и $x_2=\frac{1}{3}$. Наносим полученные точки на числовую прямую, не забывая о том, какие из них следует закрасить, а какие осветлить. Изображаем также на ней область допустимых значений и изображаем кривую знаков:

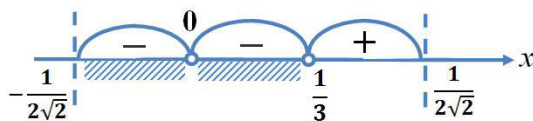


Рисунок 27. Кривая знаков выражения $\frac{1-\sqrt{1-8x^2}}{x} - 2$

Пунктирные линии на рисунке ограничивают область допустимых значений неравенства. Заштрихованная область соответствует решению неравенства.

Ответ: $x \in \left[-\frac{1}{2\sqrt{2}}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1}{3}\right)$.

Задача для самостоятельного решения №3. Решите неравенство: $\sqrt{2x+1} < \frac{2x+1}{2-x}$.

Контрольные вопросы:

1. Дайте определение неравенства с одной переменной.
2. В чем суть метода интервалов?

Изображение на координатной плоскости множества решений неравенства с двумя переменными и их систем

Цель работы: студент должен:

знать: способы решения неравенства с двумя переменными и их систем;

уметь: изображать на координатной плоскости множества решений неравенства с двумя переменными и их систем.

Решение неравенства с двумя переменными, а тем более **системы неравенства с двумя переменными**, представляется достаточно сложной задачей. Однако есть простой алгоритм, который помогает легко и без особых усилий решать на первый взгляд очень сложные задачи такого рода.

Пусть мы имеем неравенство с двумя переменными одного из следующих видов:
 $y > f(x); y \geq f(x); y < f(x); y \leq f(x)$.

Для изображения множества решений такого неравенства на координатной плоскости поступают следующим образом:

1. Строим график функции $y = f(x)$, который разбивает плоскость на две области.
2. Выбираем любую из полученных областей и рассматриваем в ней произвольную точку. Проверяем выполнимость исходного неравенства для этой точки. Если в результате проверки получается верное числовое неравенство, то заключаем, что исходное неравенство выполняется во всей области, которой принадлежит выбранная точка. Таким образом, множеством решений неравенства – область, которой принадлежит выбранная точка. Если в результате проверки получается неверное числовое неравенство, то множеством решений неравенства будет вторая область, которой выбранная точка не принадлежит.
3. Если неравенство строгое, то границы области, то есть точки графика функции $y = f(x)$, не включают в множество решений и границу изображают пунктиром. Если неравенство нестрогое, то границы области, то есть точки графика функции $y = f(x)$, включают в множество решений данного неравенства и границу в таком случае изображают сплошной линией.

Пример

Какое множество точек задается неравенством $x \cdot y \leq 4$?

Решение:

1) строим график уравнения $x \cdot y = 4$. Для этого сначала преобразуем его. Очевидно, что x в данном случае не обращается в нуль, т. к. иначе мы бы имели $0 \cdot y = 4$, что неверно. Значит, можем разделить наше уравнение на x . Получим: $y = 4/x$. Графиком данной функции является гипербола. Она разбивает всю плоскость на две области: ту, что между двумя ветвями гиперболы и ту, что снаружи их.

2) выберем из первой области произвольную точку, пусть это будет точка $(4; 2)$. Проверяем неравенство: $4 \cdot 2 \leq 4$ – неверно.

Значит, точки данной области не удовлетворяют исходному неравенству. Тогда можем сделать вывод о том, что множеством решений неравенства будет вторая область, которой выбранная точка не принадлежит.

3) т. к. неравенство нестрогое, то граничные точки, то есть точки графика функции $y = 4/x$, рисуем сплошной линией.

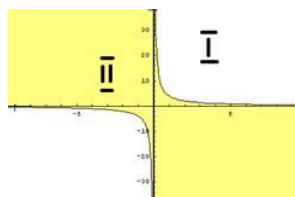


Рисунок 28. График функции $y = 4/x$

Закрасим множество точек, которое задает исходное неравенство цветом.

Задача для самостоятельного решения №1. Какое множество точек задается неравенством $x \cdot y \leq -6$?

Пример

Изобразить область, заданную на координатной плоскости системой

$$\begin{cases} y > x^2 + 2 \\ y + x > 1 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}.$$

Решение:

строим графики всех функций:

$y = x^2 + 2$ – парабола, $y + x = 1$ – прямая, $x^2 + y^2 = 9$ – окружность.

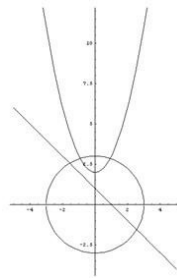


Рисунок 29. Графики функций $y = x^2 + 2$, $y + x = 1$, $x^2 + y^2 = 9$

Теперь разбираем каждое неравенство в отдельности:

1) $y > x^2 + 2$.

Берем точку $(0; 5)$, которая лежит выше графика функции. Проверяем неравенство: $5 > 0^2 + 2$ – верно.

Следовательно, все точки, лежащие выше данной параболы, удовлетворяют первому неравенству системы. Закрасим их желтым цветом.

2) $y + x > 1$.

Берем точку $(0; 3)$, которая лежит выше графика функции. Проверяем неравенство: $3 + 0 > 1$ – верно.

Следовательно, все точки, лежащие выше прямой, удовлетворяют второму неравенству системы. Закрасим их зеленой штриховкой.

3) $x^2 + y^2 \leq 9$.

Берем точку $(0; -4)$, которая лежит вне окружности. Проверяем неравенство: $0^2 + (-4)^2 \leq 9$ – неверно.

Следовательно, все точки, лежащие вне окружности, не удовлетворяют третьему неравенству системы. Тогда можем сделать вывод о том, что все точки, лежащие внутри окружности, удовлетворяют третьему неравенству системы. Закрасим их фиолетовой штриховкой.

Не забываем о том, что если неравенство строгое, то соответствующую граничную линию следует рисовать пунктиром. Получаем следующую картинку:

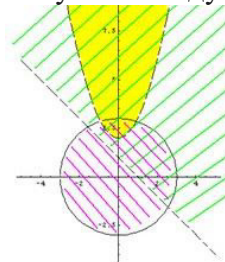


Рисунок 30. Решения неравенств $y > x^2 + 2$, $y + x > 1$, $x^2 + y^2 \leq 9$

Искомая область – это область, где все три раскрашенных области пересекаются друг с другом:

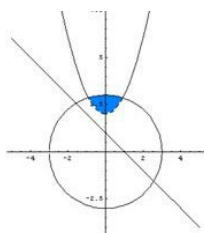


Рисунок 31. Решение системы неравенств

$$\begin{cases} y > x^2 + 2 \\ y + x > 1 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$$

Задача для самостоятельного решения №2. Изобразить область, заданную на

$$\begin{cases} y^2 + x^2 \geq 4 \\ x \geq -y \\ x^2 + y^2 \leq 16 \end{cases}$$

координатной плоскости системой:

Контрольные вопросы:

1. Дайте определение неравенства с одной переменной.
2. В чем суть метода интервалов?

Практическое занятие 3. Прямые и плоскости. Геометрические преобразования пространства: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости

Цель работы: студент должен:

знать:

- признаки параллельности прямой и плоскости;
- признаки параллельности плоскостей;
- признаки параллельности прямых в пространстве;
- определение параллельного переноса и его свойства;
- формулы для параллельного переноса.

уметь:

- строить параллельные прямые, плоскости в пространстве;
- выполнять геометрические преобразования пространства: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости.

Признаки параллельности прямой и плоскости

- 1) Если прямая, лежащая вне плоскости, параллельна какой-либо прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна этой плоскости.
- 2) Если прямая и плоскость перпендикулярны одной и той же прямой, то они параллельны.

Признаки параллельности плоскостей

- 1) Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.
- 2) Если две плоскости перпендикулярны одной и той же прямой, то они параллельны.

Признаки параллельности прямых в пространстве

- 1) Если две прямые перпендикулярны одной и той же плоскости, то они параллельны.
- 2) Если в одной из пересекающихся плоскостей лежит прямая, параллельная другой плоскости, то она параллельна линии пересечения плоскостей.

Параллельные прямые

Возьмём, например, две такие прямые AB и DE , из которых одна пересекает некоторую плоскость P , а другая лежит на ней, но не проходит через точку (C) пересечения первой прямой и плоскости P .

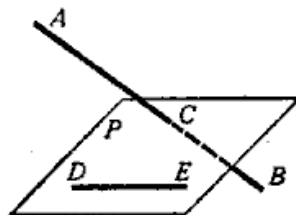


Рисунок 40. Непересекающиеся прямые

Через такие две прямые нельзя провести плоскость, потому что в противном случае через прямую и точку C проходили бы две различные плоскости: одна P , пересекающая прямую AB , и другая, содержащая её, а это невозможно.

Две прямые, не лежащие в одной плоскости, конечно, не пересекаются, сколько бы их ни продолжали; однако их не называют параллельными.

Две прямые, не лежащие в одной плоскости, называются *скрещивающимися*.

Прямая и плоскость параллельные между собой

Плоскость и прямая, не лежащая в этой плоскости, называются параллельными, если они не пересекаются, сколько бы их ни продолжали.

Если прямая (AB) параллельна какой-нибудь прямой (CD), расположенной в плоскости (P), то она параллельна самой плоскости.

Если плоскость (R) проходит через прямую (AB), параллельную другой плоскости (P), и пересекает эту плоскость, то линия пересечения (CD) параллельна первой прямой (AB).

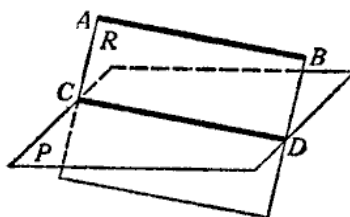


Рисунок 41. Прямая и плоскость параллельные между собой

Если прямая (AB) параллельна каждой из двух пересекающихся плоскостей (P и Q), то она параллельна линии их пересечения (CD).

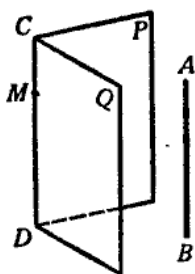


Рисунок 42. Параллельность прямой линии пересечения плоскостей

Если две прямые (AB и CD) параллельны третьей прямой (EF), то они параллельны между собой.

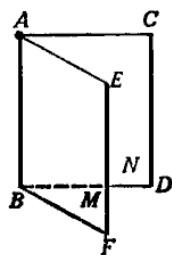


Рисунок 43. Параллельность трех прямых

Параллельные плоскости

Две плоскости называются *параллельными*, если они не пересекаются, сколько бы их ни продолжали.

Если две пересекающиеся прямые (AB и AC) одной плоскости (P) соответственно параллельны двум прямым (A_1B_1 и A_1C_1) другой плоскости (Q), то эти плоскости параллельны. Прямые AB и AC параллельны плоскости Q .

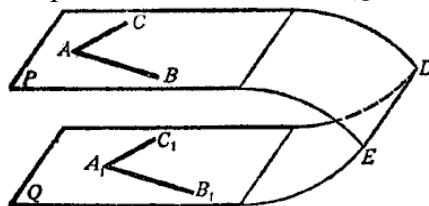


Рисунок 44. Параллельные плоскости

Параллельный перенос и его свойства

Наглядно *параллельный перенос* определяется как преобразование, при котором точки смещаются в одном и том же направлении на одно и то же расстояние. Такое определение не является математически строгим, потому что в нем употребляется выражение «в одном и том же направлении», которое само нуждается в точном определении. В связи с этим параллельному переносу мы дадим другое, отвечающее тому же наглядному представлению, но уже строгое определение.

Введем на плоскости декартовы координаты x, y . Преобразование фигуры F , при котором произвольная ее точка $(x; y)$ переходит в точку $(x+a; y+b)$, где a и b одни и те же для всех точек $(x; y)$, называется параллельным переносом. Параллельный перенос задается формулами $x'=x+a, y'=y+b$.

Эти формулы выражают координаты x', y' точки, в которую переходит точка $(x; y)$ при параллельном переносе.

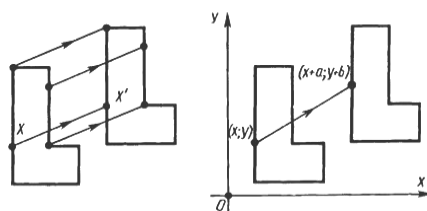


Рисунок 45. Параллельный перенос

Параллельный перенос есть движение

Действительно, две произвольные точки $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ переходят при параллельном переносе в точки $A'(x_1+a; y_1+b)$ и $B'(x_2+a; y_2+b)$.

Поэтому

$$AB^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2,$$

$$A'B'^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2.$$

Отсюда $AB = A'B'$. Т. о., параллельный перенос сохраняет расстояния, а значит, является движением, что и требовалось доказать.

Название «*параллельный перенос*» оправдывается тем, что при параллельном переносе точки смещаются по параллельным (или совпадающим) прямым на одно и то же расстояние.

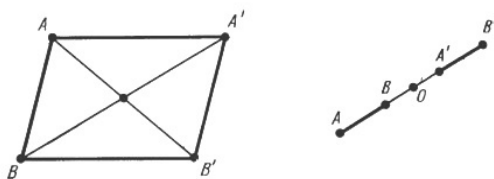


Рисунок 46. Параллельный перенос

Симметрия относительно плоскости

Симметрия относительно плоскости – это такое свойство геометрической фигуры, когда любой точке, расположенной по одну сторону плоскости, всегда будет соответствовать точка, расположенная по другую сторону плоскости, а отрезки, соединяющие эти точки, будут перпендикулярны плоскости симметрии и делятся ею пополам.

Следует отметить, что две симметричные фигуры или две симметричные части одной фигуры при всем их сходстве, равенстве объемов и площадей поверхностей, в общем случае, неравны, т.е. их нельзя совместить друг с другом. Это разные фигуры, их нельзя заменить друг другом, например, правая перчатка, ботинок и т.д. не годятся для левой руки, ноги. Предметы могут иметь одну, две, три и т.д. плоскостей симметрии.

Например, прямая пирамида (рис. 47а, 48а), основанием которой является равнобедренный треугольник, симметрична относительно одной плоскости P . Призма с таким же основанием (рис. 47б, 48б) имеет две плоскости симметрии. У правильной шестиугольной призмы (рис. 47в, 48в) их семь. Тела вращения: шар, тор, цилиндр, конус и т.д. имеют бесконечное количество плоскостей симметрии.

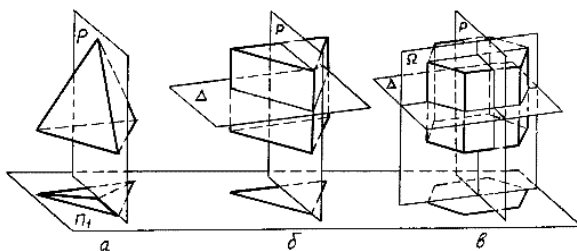


Рисунок 47. Плоскости симметрии

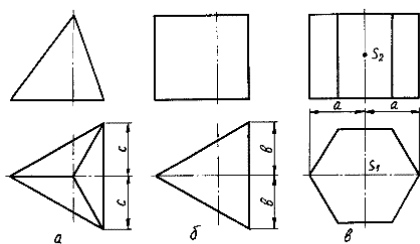


Рисунок 48. Изображение плоскостей симметрии

На чертежах плоскости симметрии изображаются тонкими штрихпунктирными линиями, являющимися как бы следами этих плоскостей. Если такой след совпадает с другой линией чертежа, например, с контурной, то она проводится в виде тонких штрихов, выводимых за контур изображения на 5 – 8 мм. На чертеже наносятся следы только тех плоскостей симметрии, которые перпендикулярны плоскости проекций данного изображения.

При наличии нескольких подобно расположенных плоскостей симметрии, как у призмы (рис. 47в), на чертеже изображается только одна взаимно перпендикулярная пара следов, по возможности тех, которые параллельны плоскостям проекций.

Для геометрических тел с плоскостями симметрии, параллельными их основаниям, например для призм, следы плоскостей симметрии на чертежах показывать не принято.

Задания для самостоятельного решения:

Решите следующие задачи (выполнить чертеж, дать подробные пояснения):

1) Сторона AC треугольника ABC параллельна плоскости a , а стороны AB и BC пересекаются с этой плоскостью в точках M и N . Докажите, что треугольники ABC и MBN подобны.

2) Сколько существует плоскостей, проходящих через данные прямую и точку в пространстве?

3) В пространстве даны прямая a и точка M . Сколько существует прямых, проходящих через M и параллельных прямой a ?

4) Даны плоскость и точка M вне плоскости. Сколько существует прямых, проходящих через M и параллельных плоскости?

5) В пространстве даны две параллельные прямые a и b . Сколько существует плоскостей, проходящих через прямую a и параллельных прямой b ?

6) Даны две скрещивающиеся прямые a и b . Сколько существует пар параллельных плоскостей, одна из которых проходит через a , а другая – через b ?

7) В пространстве даны две пересекающиеся прямые a , b и не лежащая на них точка M . Сколько существует плоскостей, проходящих через M и параллельных прямой a и b ?

Решите задачи:

1) Докажите, что при движении параллельные прямые отображаются на параллельные прямые.

2) Докажите, что при движении: а) параллелограмм отображается на параллелограмм; б) трапеция отображается на трапецию; в) ромб отображается на ромб; г) прямоугольник отображается на прямоугольник, а квадрат – на квадрат.

3) На сторонах AB и CD параллелограмма $ABCD$ построены квадраты (плоскости квадратов перпендикулярны плоскости параллелограмма). Используя параллельный перенос, докажите, что отрезок, соединяющий центры этих квадратов, равен и параллелен стороне AD .

Контрольные вопросы:

1. Сформулируйте признаки параллельности прямой и плоскости.
2. Сформулируйте признаки параллельности плоскостей.
3. Сформулируйте признаки параллельности прямых в пространстве.
4. Дайте определение параллельного переноса и перечислите его свойства.
5. Запишите формулы для параллельного переноса.

Параллельное проектирование. Изображения пространственных фигур

Цель работы: студент должен:

знать: свойства параллельного проектирования;

уметь:

- строить фигуры с помощью параллельного проектирования;
- изображать пространственные фигуры на плоскости с помощью параллельного проектирования.

Параллельное проектирование

Пусть даны плоскость α и прямая l , пересекающая плоскость α . Возьмем произвольную точку пространства A_1 и проведем через эту точку прямую l_1 , параллельную l . Прямая l_1 пересечет плоскость α в некоторой точке A . Полученная таким образом точка A называется проекцией точки A_1 на плоскость α при проектировании параллельно прямой

1. Обычно кратко говорят, что точка A есть параллельная проекция точки A_1 .

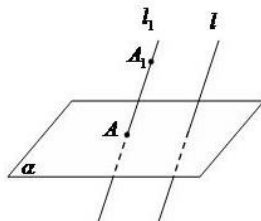


Рисунок 49. Параллельное проектирование

Параллельной проекцией пространственной фигуры Φ_1 называется множество Φ параллельных проекций всех точек данной фигуры.

Свойства параллельного проектирования

- 1) Проекция прямой есть прямая.
- 2) Проекции параллельных прямых параллельны.
- 3) Отношение проекций двух параллельных отрезков равно отношению проектируемых отрезков.

Ортогональное проектирование

Частным случаем параллельного проектирования является *ортогональное проектирование*

Пусть даны плоскость α и прямая l , перпендикулярная α . Возьмем произвольную точку пространства A_1 и проведем через нее прямую l_1 параллельную l (и, следовательно, перпендикулярную плоскости α). Прямая l_1 пересечет плоскость α в некоторой точке A .

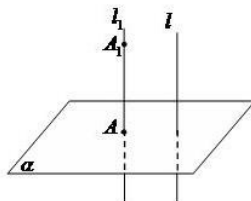


Рисунок 50. Ортогональное проектирование

Полученная точка A называется ортогональной проекцией точки A_1 на плоскость α .

Ортогональной проекцией фигуры Φ_1 на плоскость α называется множество Φ ортогональных проекций всех точек данной фигуры Φ_1 . Как частный случай параллельного проектирования, ортогональное проектирование обладает всеми свойствами параллельного проектирования.

Свойство ортогональной проекции плоского многоугольника

Площадь s ортогональной проекции плоского многоугольника на плоскость α равна площади S проектируемого многоугольника, умноженной на косинус угла γ между плоскостью многоугольника и плоскостью α :

$$s = S \cdot \cos(\gamma).$$

Пример

Через сторону основания правильной треугольной призмы проведена плоскость под углом $\gamma = 30^\circ$ к плоскости ее основания. Найти площадь образующегося сечения, если сторона основания равна 6 см.

Решение:

т.к. призма правильная, то ее боковые ребра перпендикулярны плоскости основания. Следовательно, плоскость основания есть проекция плоскости сечения.

Т.к. в основании правильный треугольник, то его площадь равна:

$$s = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}.$$

Используя свойство ортогональной проекции, имеем:

$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4 \cos \gamma}.$$

Зная, что сторона основания равна 6 см и угол $\gamma = 30^\circ$, вычислим площадь:

$$S = \frac{6^2 \sqrt{3}}{4 \cos 30} = \frac{36 \sqrt{3}}{4 \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{36}{2} = 18.$$

Изображение пространственных фигур на плоскости

Для изображения пространственных фигур на плоскости обычно пользуются параллельным проектированием.

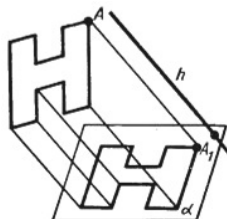


Рисунок 51. Изображение пространственных фигур на плоскости

Прямолинейные отрезки фигуры изображаются на плоскости чертежа отрезками.

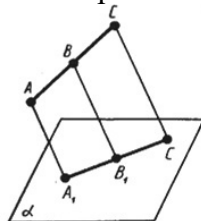


Рисунок 52. Изображение отрезка на плоскости

Действительно, все прямые, проектирующие точки отрезка AC , лежат в одной плоскости, пересекающей плоскость α по прямой A_1C_1 . Произвольная точка B отрезка AC изображается точкой B_1 отрезка A_1C_1 .

Отношение отрезков одной прямой или параллельных прямых сохраняется при параллельном проектировании:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{A_1B_1}{B_1C_1}.$$

Пример

Дана параллельная проекция треугольника. Как построить проекции медиан этого треугольника?

Решение:

при параллельном проектировании сохраняется отношение отрезков прямой. Поэтому середина стороны треугольника проектируется в середину проекции этой стороны. Следовательно, проекции медиан треугольника будут медианами его проекции.

Задания для самостоятельного решения:

Решите задачи:

- 1) Каковы проекции двух прямых на плоскость, если: а) прямые пересекаются; б) прямые скрещиваются; в) прямые параллельны.
- 2) На модели куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ укажите проекции на плоскость грани $AA_1 B_1 B$ отрезков $C_1 D_1$, AD , $C_1 D$ и DB_1 , треугольников $C_1 CD$ и ACD , квадрата $BB_1 C_1 C$.
- 3) Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 10 см, а острый угол 60° . Найдите

площадь проекции этого треугольника на плоскость, составляющую с плоскостью треугольника угол 30° .

4) Стороны треугольника равны 3,9 см, 4,1 см и 2,8 см. Найдите площадь его проекции на плоскость, составляющую с плоскостью треугольника угол 60° .

5) Построить изображение правильного треугольника ABC , изображение высоты BH и биссектрисы AK .

6) Трапеция $ABCD$ – параллельная проекция равнобедренной трапеции. Построить ось симметрии и высоту данной трапеции.

7) Начертите параллельную проекцию ромба $ABCD$, имеющего угол $A=60^\circ$. Постройте изображение высоты этого ромба, проведенной из вершины острого угла.

Контрольные вопросы:

1. Что называется параллельной проекцией?
2. Перечислите свойства параллельного проектирования.
3. Что называется ортогональной проекцией фигуры?
4. Что является параллельной проекцией отрезка, треугольника, прямоугольника, квадрата, окружности?
5. Какие величины не изменяются при параллельном проецировании? (длина отрезка, градусная мера углов, отношения длин отрезков, отношение площадей двух фигур)?
6. Может ли при параллельном проецировании параллелограмма получиться трапеция и наоборот?

Практическое занятие 4. Расстояние между двумя точками. Вычисление координат середины отрезка. Решение задач координатным методом

Цель работы: студент должен:

знать:

- формулы для вычисления расстояния между двумя точками;
- формулы для вычисления координат середины отрезка;

уметь:

- вычислять расстояние между двумя точками, координаты середины отрезка.
- использовать формулы расстояния между двумя точками и формулу для вычисления координат середины отрезка при решении задач координатным методом.

Сведения из теории:

Длиной отрезка AB называется расстояние между точками A и B при заданном масштабе (отрезке единичной длины). Длину отрезка AB будем обозначать как $|AB|$.

Расстояние между двумя точками $A_1(x_1; y_1)$ и $A_2(x_2; y_2)$ в прямоугольной системе координат выражается формулой:

$$|A_1A_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

Точка C называется *серединой отрезка AB* , если она лежит на отрезке AB и находится на одинаковом расстоянии от его концов, т. е. $|AC| = |CB|$.

Координаты середины отрезка на плоскости

Введем прямоугольную декартову систему координат Oxy на плоскости. Пусть нам даны две точки $A(x_A; y_A)$ и $B(x_B; y_B)$ и известно, что точка C – середина отрезка AB . Найдём координаты x_C и y_C точки C .

Рассмотрим случай, когда точки A и B не совпадают и не лежат одновременно на одной из координатных осей или на прямой, перпендикулярной одной из координатных осей.

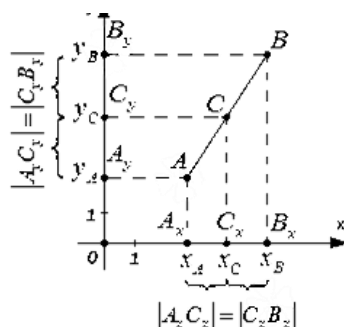


Рисунок 33. Координаты середины отрезка

По построению:

$$x_C = \frac{x_A + x_B}{2}, \quad y_C = \frac{y_A + y_B}{2}.$$

Т. о., середина отрезка AB на плоскости с концами в точках $A(x_A; y_A)$ и $B(x_B; y_B)$ имеет координаты $\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

Пример

На плоскости заданы координаты двух точек $A(-7; 3)$, $B(2; 4)$. Найдите координаты середины отрезка AB .

Решение:

пусть точка C – середина отрезка AB . Ее координаты равны полусуммам соответствующих координат точек A и B :

$$x_C = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-7 + 2}{2} = -\frac{5}{2},$$

$$y_C = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3 + 4}{2} = \frac{7}{2}.$$

Т. о., середина отрезка AB имеет координаты $\left(-\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right)$.

Часто с нахождением координат середины отрезка связаны задачи, в которых фигурирует термин «медиана».

Пример

Найдите длину медианы AM в треугольнике ABC , если известны координаты его вершин $A(-1; 0)$, $B(3; 2)$, $C(9; -8)$.

Решение:

т. к. AM – медиана, то точка M является серединой стороны BC . Найдем координаты середины этого отрезка по известным координатам его концов:

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{3 + 9}{2} = 6,$$

$$y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{2 - 8}{2} = -3.$$

Т. о., $M(6; -3)$.

Осталось воспользоваться формулой для вычисления расстояния между точками A и M :

$$|AM| = \sqrt{(6 - (-1))^2 + (-3 - 0)^2} = \sqrt{58}.$$

Существуют различные задачи, в которых известны координаты середины отрезка и одного из его концов, а требуется найти координаты другого конца. Рассмотрим решение одной из них.

Пример

В прямоугольной системе координат трехмерного пространства дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Известно, что $C_1(1; 1; 0)$, а $M(4; 2; -4)$ – середина диагонали BD_1 . Найдите координаты точки A .

Решение:

диагонали параллелограмма пересекаются в одной точке, и эта точка является серединой каждой из этих диагоналей. Таким образом, мы можем утверждать, что точка M является серединой отрезка AC_1 . Из формул для нахождения координат середины отрезка имеем:

$$x_M = \frac{x_A + x_{C_1}}{2} \Rightarrow x_A = 2x_M - x_{C_1} = 8 - 1 = 7,$$

$$y_M = \frac{y_A + y_{C_1}}{2} \Rightarrow y_A = 2y_M - y_{C_1} = 4 - 1 = 3,$$

$$z_M = \frac{z_A + z_{C_1}}{2} \Rightarrow z_A = 2z_M - z_{C_1} = -8 - 0 = -8.$$

Итак, точка A имеет координаты $(7; 3; -8)$.

Вычисление координат точки, равноудаленной от заданных точек рассмотрим на следующем примере

Пример

Найти координаты точки O_1 , которая равноудалена от трех точек $A(7; -1)$ и $B(-2; 2)$ и $C(-1; -5)$.

Решение:

из формулировки условия задачи следует, что $O_1A = O_1B = O_1C$.

Пусть искомая точка O_1 имеет координаты $(a; b)$. По формуле:

$$d = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2},$$

найдем:

$$O_1A = \sqrt{(a - 7)^2 + (b + 1)^2},$$

$$O_1B = \sqrt{(a + 2)^2 + (b - 2)^2},$$

$$O_1C = \sqrt{(a + 1)^2 + (b + 5)^2}.$$

Составим систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{(a - 7)^2 + (b + 1)^2} = \sqrt{(a + 2)^2 + (b - 2)^2} \\ \sqrt{(a - 7)^2 + (b + 1)^2} = \sqrt{(a + 1)^2 + (b + 5)^2} \end{cases}.$$

После возведения в квадрат левой и правой частей уравнений запишем:

$$\begin{cases} (a - 7)^2 + (b + 1)^2 = (a + 2)^2 + (b - 2)^2 \\ (a - 7)^2 + (b + 1)^2 = (a + 1)^2 + (b + 5)^2 \end{cases}.$$

Упростив, запишем:

$$\begin{cases} -3a + b + 7 = 0 \\ -2a - b + 3 = 0 \end{cases}.$$

Решив систему, получим: $a=2$; $b=-1$.

Точка $O_1(2; -1)$ равноудалена от трех заданных в условии точек, которые не лежат на одной прямой. Эта точка – есть центр окружности, проходящей через три заданные точки.

Вычисление абсциссы (ординаты) точки, которая лежит на оси абсцисс (ординат) и находится на заданном расстоянии от данной точки, рассмотрим на следующем примере

Пример

Расстояние от точки $B(-5; 6)$ до точки A , лежащей на оси Ox равно 10. Найти координаты точки A .

Решение:

из формулировки условия задачи следует, что ордината точки A равна нулю и $AB = 10$.

Обозначив абсциссу точки A через a , запишем $A(a; 0)$.

По формуле

$$d = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2},$$

находим:

$$AB = \sqrt{(a+5)^2 + (0-6)^2} = \sqrt{(a+5)^2 + 36}.$$

Получаем уравнение

$$\sqrt{(a+5)^2 + 36} = 10.$$

Упростив его, имеем

$$a^2 + 10a - 39 = 0.$$

Корни этого уравнения $a_1 = -13$; $a_2 = 3$.

Получаем две точки $A_1(-13; 0)$ и $A_2(3; 0)$ – рис.34.

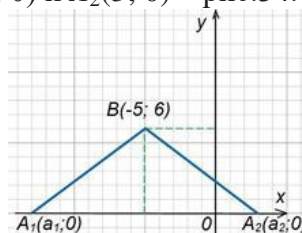


Рисунок 34.

Вычисление абсциссы (ординаты) точки, которая лежит на оси абсцисс (ординат) и находится на одинаковом расстоянии от двух заданных точек, рассмотрим на следующем примере

Пример Найти на оси Oy точку, которая находится на одинаковом расстоянии от точек $A(6; 12)$ и $B(-8; 10)$.

Решение:

пусть координаты нужной по условию задачи точки, лежащей на оси Oy , будут $O_1(0; b)$ (у точки, лежащей на оси Oy , абсцисса равна нулю). Из условия следует, что $O_1A = O_1B$.

По формуле

$$d = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2},$$

находим:

$$O_1A = \sqrt{(0-6)^2 + (b-12)^2} = \sqrt{36 + (b-12)^2},$$

$$O_1B = \sqrt{+8^2 + (b-10)^2} = \sqrt{64 + (b-10)^2}.$$

Имеем уравнение

$$\sqrt{36 + (b - 12)^2} = \sqrt{64 + (b - 10)^2}.$$

Выполняя элементарные преобразования при решении иррациональных уравнений, получим $b=4$.

Необходимая по условию задачи точка $O_1(0; 4)$ – рис. 35.

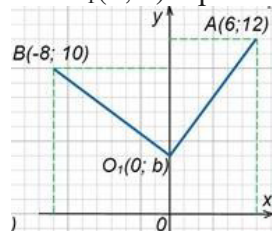


Рисунок 35.

Деление отрезка в данном отношении

Координаты x, y, z точки M , которая делит отрезок M_1M_2 , ограниченный точками $M_1(x_1, y_1, z_1)$ и $M_2(x_2, y_2, z_2)$, в отношении λ , определяется по формулам:

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, \quad y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}, \quad z = \frac{z_1 + \lambda z_2}{1 + \lambda}.$$

Пример

Даны концы отрезка AB : $A(-2; 5)$ и $B(4; 17)$. На этом отрезке расположена точка C , расстояние от которой до точки A в два раза больше расстояния от точки B . Вычислить координаты точки C .

Решение:

по условию задачи $AC=2BC$, тогда $\lambda=2$.

По формулам:

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, \quad y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda},$$

вычислим координаты точки C :

$$x = \frac{-2 + 2 \cdot 4}{1 + 2} = \frac{-2 + 8}{3} = 2,$$

$$y = \frac{5 + 2 \cdot 17}{1 + 2} = \frac{5 + 34}{3} = 13.$$

Т.о., $C(2; 13)$.

Пример

Доказать, что треугольник ABC : $A(-3; -3)$, $B(-1; 3)$, $C(11; -1)$ – прямоугольный.

Решение:

вычислим длины сторон треугольника по формуле:

$$d = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2},$$

$$AB = \sqrt{(-1 + 3)^2 + (3 + 3)^2} = \sqrt{40},$$

$$BC = \sqrt{(11 + 2)^2 + (-1 - 3)^2} = \sqrt{160},$$

$$AC = \sqrt{(11 + 3)^2 + (-1 + 3)^2} = \sqrt{200}.$$

Т.к. $AB^2=40$, $BC^2=160$, $AC^2=200$, то $AB^2+BC^2=AC^2$.

Т.о., сумма квадратов длин двух сторон треугольника равна квадрату длины третьей стороны. Из этого следует, что треугольник ABC прямоугольный и сторона AC является его гипотенузой.

Задания для самостоятельного решения:

- 1) Вычислите периметр треугольника ABC , если $A(4; 0)$, $B(12; -2)$, $C(5; -9)$.
- 2) Вычислите длину медианы AM треугольника ABC , вершины которого имеют

координаты $A(0; 1)$, $B(1; -4)$, $C(5; 2)$.

3) Докажите, что треугольник ABC – равнобедренный и вычислите его площадь, если вершины которого имеют координаты $A(-4; 1)$, $B(-2; 4)$, $C(0; 1)$.

4) Докажите, что четырехугольник $ABCD$ является параллелограммом, и вычислите его диагонали, если $A(1; 1)$, $B(6; 1)$, $C(7; 4)$, $D(2; 4)$.

5) Докажите, что четырехугольник $ABCD$ является прямоугольником, и вычислите его площадь, если $A(-3; -1)$, $B(1; -1)$, $C(1; -3)$, $D(-3; -3)$.

6) Доказать, что треугольник с вершинами $A(3; -1; 2)$, $B(0; -2; 2)$, $C(-3; 2; 1)$ равнобедренный.

7) На оси абсцисс найти точку, расстояние от которой до точки $A(-3; 4; 8)$ равно 12.

8) На оси ординат найти точку, равноудаленную от точек $A(1; -3; 7)$ и $B(5; 7; -5)$.

9) Даны вершины $A(2; -1; 4)$, $B(3; 2; -6)$, $C(-5; 0; 2)$ треугольника. Вычислить длину его медианы, проведенной из вершины A .

10) Даны две вершины $A(2; -3; -5)$, $B(-1; 3; 2)$ параллелограмма $ABCD$ и точка пересечения его диагоналей $E(4; -1; 7)$. Определить две другие вершины этого параллелограмма.

11) Вычислить координаты концов отрезка, который разделен точками $C(2; 0; 2)$ и $D(5; -2; 0)$ на три равные части.

Контрольные вопросы:

1. Запишите формулу для вычисления координат середины отрезка.
2. Запишите формулу для вычисления расстояния между двумя точками.
3. Запишите формулы деления отрезка в данном отношении.

Правила сложения векторов, умножение вектора на число, скалярное произведение векторов, векторное задание прямых и плоскостей в пространстве, проекция вектора на ось

Цель работы: студент должен:

знать:

- правила сложения векторов;
- правило умножения векторов;
- формулы для вычисления скалярного произведения векторов;
- определение направляющего вектора прямой;
- канонические уравнения прямой;
- параметрические уравнения прямой;
- что называется числовой характеристикой проекции вектора на ось.

уметь:

- строить сумму векторов по правилу треугольника, параллелограмма;
- вычислять координаты суммы векторов.
- строить произведение вектора на число;
- вычислять координаты вектора $k\vec{a}$.
- вычислять скалярное произведение векторов, угол между векторами.
- составлять уравнение прямой по двум точкам, по направляющему вектору.
- вычислять числовую проекцию вектора на ось.
- применять правила действия над векторами при решении математических и прикладных задач.

Линейные операции над векторами

Суммой двух векторов $\vec{a} + \vec{b}$ называется вектор, который идет из начала вектора $\vec{a}$ в конец вектора $\vec{b}$ при условии, что вектор $\vec{b}$ приложен к концу вектора $\vec{a}$ (правило треугольника).

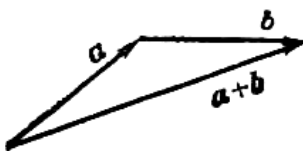


Рисунок 36. Правило треугольника

Наряду с правилом треугольника часто пользуются (равносильным ему) *правилом параллелограмма*: если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ приведены к общему началу и на них построен параллелограмм, то сумма $\vec{a} + \vec{b}$ есть вектор, совпадающий с диагональю этого параллелограмма, идущей из общего начала $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Отсюда сразу следует, что $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$.

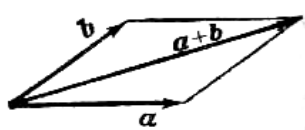


Рисунок 37. Правило параллелограмма

Сложение многих векторов производится при помощи последовательного применения правила треугольника, построим сумму четырех векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$.

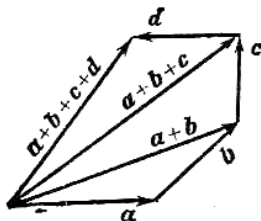


Рисунок 38. Правило многоугольника

Разность двух векторов $\vec{a} - \vec{b}$ называется вектор, который в сумме с вектором $\vec{b}$ составляет вектор $\vec{a}$. Если два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ приведены к общему началу, то разность их есть вектор, идущий из конца $\vec{b}$ («вычитаемого») к концу $\vec{a}$ («уменьшаемого»). Два вектора равной длины, лежащие на одной прямой и направленные в противоположные стороны, называются *взаимно обратными*: если один из них обозначен символом $\vec{a}$, то другой обозначается символом $-\vec{a}$. Легко видеть, что $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$. Т. о., построение разности равносильно прибавлению к «уменьшаемому» вектора, обратного «вычитаемого».

Три вектора в пространстве можно складывать по *правилу параллелепипеда*: если на трех векторах $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, как на ребрах, построить параллелепипед, то его диагональ, выходящая из общего начала данных векторов, и будет их суммой $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$:

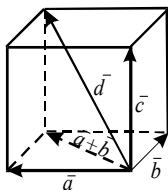


Рисунок 39. Правило параллелепипеда

При сложении векторов складываются их соответствующие координаты, при вычитании

вычитаются соответствующие координаты, т.е. если даны координаты векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, $\vec{a}=(x_1, y_1, z_1)$, $\vec{b}=(x_2, y_2, z_2)$ и $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$; $\vec{d}=\vec{a}-\vec{b}$, то координаты векторов $\vec{c}$ и $\vec{d}$ вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned}\vec{c} &= (x_1+x_2; y_1+y_2; z_1+z_2), \\ \vec{d} &= (x_1-x_2; y_1-y_2; z_1-z_2).\end{aligned}$$

Пример

Вычислить координаты векторов $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$; $\vec{d}=\vec{a}-\vec{b}$, если $\vec{a}=(-3; 5; 1)$, $\vec{b}=(4; -2; 8)$.

Решение:

по формулам

$$\begin{aligned}\vec{c} &= (x_1+x_2; y_1+y_2; z_1+z_2), \\ \vec{d} &= (x_1-x_2; y_1-y_2; z_1-z_2),\end{aligned}$$

имеем

$$\begin{aligned}\vec{c} &= (-3+4; 5+(-2); 1+8)=(1; 3; 9), \\ \vec{d} &= (-3-4; 5-(-2); 1-8)=(-7; 7; -7).\end{aligned}$$

Произведение $k\vec{a}$ вектора $\vec{a}$ на число k называется вектор, модуль которого равен произведению модуля вектора $\vec{a}$ на модуль числа k ; он параллелен вектору $\vec{a}$ или лежит с ним на одной прямой и направлен так же, как вектор $\vec{a}$, если k – число положительное, и противоположно вектору $\vec{a}$, если k – число отрицательное.

Если $k=0$, для любого вектора $\vec{a}$ произведение $k\vec{a}$ равно нуль-вектору: $0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$.

Если $k=1$, то $1 \cdot \vec{a} = \vec{a}$.

Если $k=-1$, то $(-1) \cdot \vec{a} = -\vec{a}$ – вектор, противоположный вектору $\vec{a}$.

Пример

Даны векторы, совпадающие со сторонами треугольника ABC : $\vec{CB} = \vec{a}$, $\vec{CA} = \vec{b}$.

Выразить через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ вектор $\vec{AO}$, где O – точка пересечения медиан треугольника. Выполните рисунок.

Решение:

известно, что точка O пересечения медиан треугольника делит отрезок медианы в отношении 2:1, считая от вершины. Поэтому $\vec{AO} = \frac{2}{3}\vec{AD}$, где точка D – середина стороны CB .

Но вектор $\vec{CD} = \frac{1}{2}\vec{CB} = \frac{1}{2}\vec{a}$; $\vec{DC} = -\frac{1}{2}\vec{a}$.

В треугольнике CAD вектор $\vec{DA} = \vec{DC} + \vec{CA} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$.

Искомый вектор $\vec{AO} = -\frac{2}{3}\left(-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}\right) = \frac{1}{3}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$.

Скалярным произведением двух векторов называется число, равное произведению модулей этих векторов на косинус угла между ними.

Скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ обозначается символом $\vec{a}\vec{b}$ (порядок записи сомножителей безразличен, то есть $\vec{a}\vec{b} = \vec{b}\vec{a}$).

Если угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ обозначить через ϕ , то их скалярное произведение можно выразить формулой:

$$\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\phi.$$

Скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ можно выразить также формулой:

$$\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}|np_a\vec{b}$$

или

$$\vec{a}\vec{b} = |\vec{b}|np_b\vec{a}.$$

Из формулы $\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\phi$ следует, что $\vec{a}\vec{b} > 0$, если ϕ – острый угол, $\vec{a}\vec{b} < 0$,

если ϕ – тупой угол; $\vec{a}\vec{b} = 0$ в том и только в том случае, когда векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны.

Скалярное произведение $\vec{a}\vec{a}$ называется скалярным квадратом вектора и обозначается символом $\vec{a}^2$. Скалярный квадрат вектора равен квадрату его модуля:

$$\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2.$$

Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ заданы своими координатами: $\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$ и $\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$, то их скалярное произведение может быть вычислено по формуле:

$$\vec{a}\vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2.$$

Отсюда следует необходимое и достаточное условие перпендикулярности двух векторов:

$$x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0.$$

Угол ϕ между векторами $\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$ и $\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$ задается формулой

$$\cos\phi = \frac{\vec{a}\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}, \text{ или в координатах } \cos\phi = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}.$$

Проекция произвольного вектора $\vec{S} = (x, y, z)$ на какую-нибудь ось u определяется формулой:

$$np_u\vec{S} = \vec{S}\vec{e},$$

где $\vec{e}$ – единичный вектор, направленный по оси u .

Если даны α, β, γ , которые оси u составляют соответствующие углы с координатными осями, то $\vec{e} = (\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$ и для вычисления вектора $\vec{S}$ может служить формула:

$$np_u\vec{S} = x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma.$$

Пример

Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\varphi = \frac{2\pi}{3}$, зная, что $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, вычислить: $\vec{a}\vec{b}$, $|\vec{a}|^2$, $|\vec{b}|^2$, $(\vec{a} + \vec{b})^2$, $(3\vec{a} + 2\vec{b})^2$, $(\vec{a} - \vec{b})^2$, $(3\vec{a} - 2\vec{b})(\vec{a} + 2\vec{b})$.

Решение:

из формулы $\cos\varphi = \frac{\vec{a}\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$, выразим $\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\varphi$, тогда

$$\vec{a}\vec{b} = 12\cos\frac{2\pi}{3} = 12\left(-\frac{1}{2}\right) = -6;$$

т.к. $\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$, то $|\vec{a}|^2 = 3^2 = 9$, $|\vec{b}|^2 = 4^2 = 16$;

по формуле сокращенного умножения квадрата суммы, имеем

$$(\vec{a} + \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a}\vec{b} + \vec{b}^2 = 9 + 2(-6) + 16 = 13;$$

аналогично

$$(3\vec{a} + 2\vec{b})^2 = 9\vec{a}^2 + 12\vec{a}\vec{b} + 4\vec{b}^2 = 81 + 12(-6) + 64 = 73;$$

по формуле сокращенного умножения квадрата разности, имеем

$$(\vec{a} - \vec{b})^2 = \vec{a}^2 - 2\vec{a}\vec{b} + \vec{b}^2 = 9 - 2(-6) + 16 = 37;$$

раскроем скобки

$$(3\vec{a} - 2\vec{b})(\vec{a} + 2\vec{b}) = 3\vec{a}^2 + 6\vec{a}\vec{b} - 2\vec{a}\vec{b} - 4\vec{b}^2 = 3\vec{a}^2 + 4\vec{a}\vec{b} - 4\vec{b}^2 = 27 + 4(-6) - 64 = -61.$$

Направляющий вектор прямой. Канонические уравнения прямой. Параметрические уравнения прямой

Каждый не равный нулю вектор, лежащий на данной прямой или параллельный ей, называется *направляющим вектором* этой прямой.

Направляющий вектор произвольной прямой в дальнейшем обозначается буквой $\vec{a}$, его координаты – буквами l, m, n : $\vec{a} = (l; m; n)$.

Если известна одна точка $M(x_0, y_0, z_0)$ прямой и направляющий вектор $\vec{a} = (l; m; n)$, то прямая может быть определена уравнением вида:

$$\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}.$$

В таком виде уравнение прямой называется *каноническим*.

Каноническое уравнение прямой, проходящей через данные точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$ и $M_2(x_2, y_2, z_2)$ имеет вид:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}.$$

Обозначим буквой t каждое из равных отношений в канонических уравнениях:

$$\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n} = t,$$

отсюда

$$\begin{cases} x = x_0 + lt, \\ y = y_0 + mt, \\ z = z_0 + nt. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = x_0 + lt, \\ y = y_0 + mt, \\ z = z_0 + nt. \end{cases} \quad - \text{ параметрическое уравнение прямой, проходящей через точку } M(x_0, y_0, z_0)$$

в направлении вектора $\vec{a} = (l; m; n)$.

Пример

Составить канонические уравнения прямой, проходящей через данные точки: (1; -2; 1), (3; 1; -1).

Решение:

воспользуемся формулой $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}$, тогда получим

$$\frac{x-1}{3-1} = \frac{y-(-2)}{1-(-2)} = \frac{z-1}{-1-1},$$

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{-2}.$$

Числовая проекция вектора на ось – это число, которое равно произведению длины данного вектора на косинус угла между этим вектором и вектором, определяющим направление оси.

Числовую проекцию вектора $\overrightarrow{AB}$ на ось L обозначают как $np_L \overrightarrow{AB}$, а числовую проекцию вектора $\vec{a}$ на ось, определяемую вектором $\vec{b}$ – $np_{\vec{b}} \vec{a}$.

В этих обозначениях определение числовой проекции вектора $\vec{a}$ на прямую, направленную как вектор $\vec{b}$, примет вид $np_{\vec{b}} \vec{a} = |\vec{a}| \cos \angle(\vec{a}, \vec{b})$.

Эта формула применяется, когда известны длина вектора $\vec{a}$ и угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Пример

Вычислите числовую проекцию вектора $\vec{a}$ на прямую, направленную как вектор $\vec{b}$, если длина вектора $\vec{a}$ равна 8, а угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 60° .

Решение: по формуле $np_{\vec{b}} \vec{a} = |\vec{a}| \cos \angle(\vec{a}, \vec{b})$, имеем

$$np_{\vec{b}} \vec{a} = 8 \cos 60^\circ = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4.$$

Известно, что $\cos \phi = \frac{\overrightarrow{ab}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$. Тогда формула $np_{\vec{b}} \vec{a} = |\vec{a}| \cos \angle(\vec{a}, \vec{b})$, позволяющая найти

числовую проекцию вектора $\vec{a}$ на прямую, направленную как вектор $\vec{b}$, примет вид

$$np_{\vec{b}} \vec{a} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|}.$$

Т. о. числовая проекция вектора $\vec{a}$ на ось, направление которой совпадает с направлением вектора $\vec{b}$, – это отношение скалярного произведения векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ к длине вектора $\vec{b}$.

Полученную формулу вида $np_{\vec{b}} \vec{a} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|}$ удобно применять для нахождения числовой проекции вектора $\vec{a}$ на прямую, направление которой совпадает с направлением вектора $\vec{b}$, когда известны координаты векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Пример

Известно, что вектор $\vec{b} = (-3, 4)$ задает направление оси L . Найдите числовую проекцию вектора $\vec{a} = (1, 7)$ на ось L .

Решение:

запишем формулу $np_{\vec{b}} \vec{a} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|}$ в координатной форме, тогда

$$np_{\vec{b}} \vec{a} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|} = \frac{x_a x_b + y_a y_b}{\sqrt{x_b^2 + y_b^2}}. \text{ Используем ее для нахождения требуемой числовой}$$

проекции вектора $\vec{a}$ на ось L :

$$np_{\vec{b}} \vec{a} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|} = \frac{1 \cdot (-3) + 7 \cdot 4}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2}} = \frac{25}{\sqrt{25}} = 5$$

Пример

Относительно прямоугольной системы координат $Oxyz$ в трехмерном пространстве заданы два вектора $\vec{a} = (-2; 3; 1)$ и $\vec{b} = (3; -2; 6)$. Найдите числовую проекцию вектора $\vec{a}$ на ось L , направление которой совпадает с направлением вектора $\vec{b}$.

Решение:

по координатам векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ вычислим скалярное произведение этих векторов:
 $\vec{a}\vec{b} = x_a x_b + y_a y_b + z_a z_b.$

Длина вектора $\vec{b}$ по его координатам вычисляется по следующей формуле
 $|\vec{b}| = \sqrt{x_b^2 + y_b^2 + z_b^2}.$ Тогда формула для определения числовой проекции вектора $\vec{a}$ на ось L в координатах имеет вид

$$np_{\vec{b}} \vec{a} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|} = \frac{x_a x_b + y_a y_b + z_a z_b}{\sqrt{x_b^2 + y_b^2 + z_b^2}}.$$

Подставим в полученную формулу заданные координаты:

$$np_{\vec{b}} \vec{a} = \frac{(-2) \cdot 3 + 3 \cdot (-2) + 1 \cdot 6}{\sqrt{3^2 + (-2)^2 + 6^2}} = \frac{-6}{\sqrt{49}} = -\frac{6}{7}.$$

Для проекции выполняются следующие теоремы:

1. Проекция равных векторов на одну и ту же ось равны между собой:

$$\vec{a} = \vec{b}, \text{ тогда } np_L \vec{a} = np_L \vec{b}.$$

2. Проекция суммы двух векторов на произвольную ось равна сумме проекций этих векторов:

$$np_L(\vec{a} + \vec{b}) = np_L \vec{a} + np_L \vec{b}.$$

3. Проекция произведения скаляра на вектор на произвольную ось равна произведению этого скаляра на проекцию вектора:

$$np_L(k\vec{a}) = knp_L \vec{a}.$$

Задания для самостоятельного решения:

1) По данным векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$ построить каждый из следующих векторов: 1) $\vec{a} + \vec{b}$, 2) $\vec{a} - \vec{b}$, 3) $-\vec{a} + \vec{b}$, 4) $-\vec{a} - \vec{b}$; 5) $3\vec{a}$, 6) $-\frac{1}{2}\vec{b}$, 7) $2\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$, 8) $\frac{1}{2}\vec{a} - 3\vec{b}$.

2) Вычислить координаты векторов $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{h}$; $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{h}$, если $\vec{a} = (4; -3; 10)$, $\vec{b} = (-4; 12; -1)$, $\vec{h} = (3; -7; -11)$.

3) Точка O является точкой пересечения медиан треугольника ABC . Доказать, что $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 0$.

4) В правильном пятиугольнике $ABCDE$ заданы векторы, совпадающие с его ребрами: $\vec{AB} = \vec{m}$, $\vec{BC} = \vec{n}$, $\vec{CD} = \vec{p}$, $\vec{DE} = \vec{q}$, $\vec{EA} = \vec{r}$. Построить векторы: $\vec{m} - \vec{n} + \vec{p} - \vec{q} + \vec{r}$, $\vec{m} + 2\vec{p} + \frac{1}{2}\vec{r}$, $2\vec{m} + \frac{1}{2}\vec{n} - 3\vec{p} - \vec{q} + 2\vec{r}$.

5) Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ взаимно перпендикулярны; вектор $\vec{c}$ образует с ними углы, равные $\varphi = \frac{\pi}{3}$; зная, что $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $|\vec{c}| = 8$, вычислить: $(3\vec{a} - 2\vec{b})(\vec{b} + 3\vec{c})$, $(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2$, $(\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c})^2$.

6) Векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ попарно образуют друг с другом углы, каждый из которых равен 60° . Зная, что $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 6$, определить модуль вектора $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

7) Даны векторы $\vec{a} = (4; -2; 4)$ и $\vec{b} = (6; -3; 2)$. Вычислить: $\vec{ab}$, $\sqrt{\vec{a}^2}$, $\sqrt{\vec{b}^2}$, $(2\vec{a} - 3\vec{b})(\vec{a} + 2\vec{b})$, $(\vec{a} + \vec{b})^2$, $(\vec{a} - \vec{b})^2$.

8) Даны точки $A(-1; 3; -7)$, $B(2; -1; 5)$, $C(0; 1; -5)$. Вычислить: $\sqrt{\vec{AB}^2}$, $\sqrt{\vec{AC}^2}$, $(2\vec{AB} - \vec{CB})(2\vec{BC} + \vec{BA})$.

9) Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M_1(2; 0; -3)$

параллельно: вектору $\vec{a} = (2; -3; 5)$, прямой $\frac{x-1}{5} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{-1}$, оси Ox , оси Oy , оси Oz .

10) Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_1(1; -1; -3)$

параллельно: вектору $\vec{a} = (2; -3; 4)$; прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{0}$, прямой $\begin{cases} x = 3t - 1, \\ y = -2t + 3, \\ z = 5t + 2. \end{cases}$

11) Докажите, что для любых точек A, B, C, D справедливо равенство:

$$np_L \overrightarrow{AB} + np_L \overrightarrow{BC} + np_L \overrightarrow{CD} = np_L \overrightarrow{AD}.$$

12) Дано: $np_L \vec{a} = -1$, $np_L \vec{b} = 3$. Вычислите: $np_L(\vec{a} + 2\vec{b})$; $np_L(-\vec{a} + 2\vec{b})$, $np_L(3\vec{a} - 2\vec{b})$, $np_L(\vec{a} - \vec{b})$.

13) Вектор $\vec{a}$ образует с осью Ox угол α и имеет длину $|\vec{a}|$. Определите координаты вектора $\vec{a}$ если:

а) $\alpha = 90^\circ$, $|\vec{a}| = 2$; б) $\alpha = 180^\circ$, $|\vec{a}| = \frac{3}{2}$; в) $\alpha = -90^\circ$, $|\vec{a}| = \frac{1}{2}$; г) $\alpha = 45^\circ$, $|\vec{a}| = 1$.

Контрольные вопросы:

1. Сформулируйте правило треугольника для сложения векторов.
2. Сформулируйте правило параллелограмма для сложения векторов.
3. Запишите формулы сложения (разности) векторов в координатах.
4. Сформулируйте правило умножения вектора на число.
5. Запишите формулы для вычисления скалярного произведения векторов.
6. Запишите формулу для вычисления угла между векторами.
7. Запишите в общем виде каноническое уравнение прямой.
8. Запишите в общем виде параметрическое уравнение прямой.
9. Что называется числовой характеристикой проекции вектора на ось?

Практическое занятие 6-11. Радианная мера угла. Вращательное движение

Цель работы: студент должен:

знать:

- определения радиана, синуса, косинуса, тангенса и котангенса числового аргумента;

- значения тригонометрических функций некоторых аргументов;
- знаки значений тригонометрических функций по координатным четвертям;

уметь:

- переводить значения углов из радианной меры угла в градусную меру и наоборот;
- вычислять простейшие тригонометрические выражения.

Радианная мера

Угол в 1 радиан – это такой центральный угол, длина дуги которого равна радиусу окружности.

Радианная и градусная меры связаны между собой зависимостью $180^\circ = \pi$ радиан; угол в $n^\circ =$

$$\frac{\pi}{180^\circ} \text{ радиан.}$$

Значения тригонометрических функций могут быть найдены так, как это делалось в курсе геометрии, из прямоугольного треугольника с гипотенузой равной 1 и по очереди задаваемых углов: 30^0 , 45^0 , 60^0 .

Знаки тригонометрических функций по координатным четвертям:

Номер координатной четверти	I	II	III	IV
$\sin \alpha$	+	+	–	–
$\cos \alpha$	+	–	–	+
$\operatorname{tg} \alpha$	+	–	+	–
$\operatorname{ctg} \alpha$	+	–	+	–

Единственная четная функция – косинус

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha.$$

Все остальные основные тригонометрические функции нечетные:

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha;$$

$$\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha.$$

Таблица 2. Значения основных тригонометрических функций

Радианная мера угла	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
Градусная мера угла	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0	120^0	135^0	150^0	180^0
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	–

Радианная мера угла	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
Градусная мера угла	210^0	225^0	240^0	270^0	300^0	315^0	330^0	360^0
$\sin \alpha$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\cos \alpha$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1

$tg\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
$ctga$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	–

Пример

Вычислите: $\sin 405^\circ$.

Решение:

полный круг -360° можно «отбросить»:

$$\sin 405^\circ = \sin(405^\circ - 360^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Пример

Выразите в радианной мере значение угла 36° .

Решение:

чтобы «перевести» градусную меру угла в радианную, необходимо заданное значение

умножить на $\frac{\pi}{180^\circ}$, т.о. получим

$$36^\circ = \frac{36^\circ \pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{5}.$$

Пример

Выразите в градусной мере значение угла $\frac{2\pi}{5}$.

Решение:

чтобы «перевести» радианную меру угла в градусную, необходимо заданное значение

умножить на $\frac{180^\circ}{\pi}$, т. о. получим

$$\frac{2\pi}{5} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ.$$

Задания для самостоятельного решения:

1 вариант №1. Выразите в радианной (градусной) мере значение угла: 60° ; $\frac{\pi}{6}$. №2. Вычислите: $\sin 2010^\circ + 4tg(-855^\circ) + \sqrt{3} \cos(-1590^\circ)$.	2 вариант №1. Выразите в радианной (градусной) мере значение угла: 180° ; $\frac{3\pi}{5}$. №2. Вычислите: $\sqrt{2} \sin\left(-\frac{5\pi}{4}\right) - 6 \cos\left(-\frac{22\pi}{3}\right) + 2tg \frac{15\pi}{4} - \sqrt{3} ctg \frac{23\pi}{6}$.	3 вариант №1. Выразите в радианной (градусной) мере значение угла: 270° ; $\frac{5\pi}{36}$. №2. Вычислите: $\sin(-390^\circ) + 4tg(-405^\circ) + \sqrt{3} \cos^2(-420^\circ)$.
4 вариант №1. Выразите в радианной (градусной)	5 вариант №1. Выразите в радианной (градусной) мере значение	6 вариант №1. Выразите в радианной (градусной)

мере значение угла: 120^0; $\frac{3\pi}{4}$. №2. Вычислите: $\sin 1500^0 + \operatorname{tg}(-765^0) +$ $+ \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(1845^0).$	угла: 310^0; $\frac{\pi}{3}$. №2. Вычислите: $\sqrt{2} \sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) - 6 \cos\left(-\frac{11\pi}{3}\right) +$ $+ 2 \operatorname{tg} \frac{9\pi}{4} - \sqrt{3} \operatorname{ctg}\left(-\frac{23\pi}{6}\right).$	мере значение угла: 360^0; $\frac{5\pi}{4}$. №2. Вычислите: $\cos 2160^0 + \operatorname{ctg}(855^0) +$ $+ \sqrt{3} \sin(-1590^0).$
7 вариант №1. Выразите в радианной (градусной) мере значение угла: 1500^0; $\frac{3\pi}{18}$. №2. Вычислите: $\sin 2190^0 + \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2(-405^0) +$ $+ \sqrt{3} \cos(-420^0).$	8 вариант №1. Выразите в радианной (градусной) мере значение угла: 216^0; $\frac{7\pi}{12}$. №2. Вычислите: $\sqrt{2} \sin\left(-\frac{7\pi}{4}\right) - 6 \cos^2\left(\frac{22\pi}{3}\right) +$ $+ 2 \operatorname{tg}\left(-\frac{15\pi}{4}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{ctg} \frac{13\pi}{3}.$	9 вариант №1. Выразите в радианной (градусной) мере значение угла: 90^0; $\frac{9\pi}{5}$. №2. Вычислите: $\cos 405^0 + \sqrt{3} \operatorname{tg}(750^0) +$ $+ \frac{\sqrt{3}}{2} \cos^2(-1590^0).$

Контрольные вопросы:

1. Что называется углом в 1 радиан?
2. В каких единицах измеряются углы?
3. Перечислите значения некоторых тригонометрических функций.

Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения

Цель работы: студент должен:

знать:

- основные тригонометрические тождества;
- формулы приведения;

уметь:

- выполнять преобразования тригонометрических выражений, используя основные тригонометрические тождества, формулы приведения.

Основные формулы тригонометрии

Из определений синуса, косинуса, тангенса и котангенса следуют *основные тригонометрические тождества*:

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1; \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}; \\ \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha &= 1; \\ \operatorname{tg}^2 \alpha + 1 &= \frac{1}{\cos^2 \alpha}; \quad \operatorname{ctg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}. \end{aligned}$$

Основой для остальных формул являются *формулы сложения*:

$$\begin{aligned} \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta; \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta; \\ \sin(\alpha - \beta) &= \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta; \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta; \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}; \quad \operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}.$$

Из формул сложения, полагая $\beta = \frac{\pi n}{2}$, где $n \in \mathbb{Z}$, получаем формулы приведения преобразования выражений вида:

$$\sin\left(\frac{\pi n}{2} \pm \alpha\right), \cos\left(\frac{\pi n}{2} \pm \alpha\right), \operatorname{tg}\left(\frac{\pi n}{2} \pm \alpha\right), \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi n}{2} \pm \alpha\right), n \in \mathbb{Z}.$$

Для запоминания этих формул удобно пользоваться мнемоническим правилом:

1. Перед приведенной функцией ставится тот знак, который имеет исходная функция в соответствующей координатной четверти:
2. Функция меняется на «кофункцию», если n нечетно; функция не меняется, если n четно. (Кофункциями синуса, косинуса, тангенса и котангенса называются соответственно косинус, синус, котангенс, тангенс).

Пример

Могут ли синус и косинус одного и того же числа быть равными соответственно: 0,4 и 0,7.

Решение:

используя основное тригонометрическое тождество $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, имеем:

$$0,4^2 + 0,7^2 = 0,16 + 0,49 = 0,65.$$

Т.к. $0,65 \neq 1$ значения синуса и косинуса одного и того же числа не могут быть равными соответственно: 0,4 и 0,7.

Пример

Найдите значения других трех основных тригонометрических функций, если: $\sin\alpha = -0,8$ и $\pi < \alpha < 1,5\pi$.

Решение:

используя основное тригонометрическое тождество $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, имеем:

$$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha, \text{ тогда } \cos^2\alpha = 1 - (-0,8)^2 = 1 - 0,64 = 0,36.$$

Т. к. $\pi < \alpha < 1,5\pi$ (III координатная четверть), то $\cos\alpha = -0,6$.

$$\text{По формуле } \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \text{ вычисляем } \operatorname{tg}\alpha = \frac{-0,8}{-0,6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}.$$

$$\text{По формуле } \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1 \text{ вычисляем } \operatorname{ctg}\alpha = 1 : \frac{4}{3} = \frac{3}{4}.$$

Задания для самостоятельного решения:

1 вариант 1) Могут ли синус и косинус одного и того же числа быть равными соответственно: 0,5 и 0,5. 2) Найдите значения других трех основных тригонометрических функций, если: $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{6}}{4}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.	2 вариант 1) Могут ли синус и косинус одного и того же числа быть равными соответственно: 0,2 и -0,8. 2) Найдите значения других трех основных тригонометрических функций, если: $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.	3 вариант 1) Могут ли синус и косинус одного и того же числа быть равными соответственно: 0,6 и -0,8. 2) Найдите значения других трех основных тригонометрических функций, если: $\cos\alpha = \frac{15}{17}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

4 вариант 1) Могут ли синус и косинус одного и того же числа быть равными соответственно: $-\frac{7}{25}$ и $\frac{24}{25}$. 2) Найдите значения других трех основных тригонометрических функций, если: $\sin \alpha = 0,5$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.	5 вариант 1) Могут ли синус и косинус одного и того же числа быть равными соответственно: $-\frac{\sqrt{6}}{3}$ и $\frac{\sqrt{5}}{3}$. 2) Найдите значения других трех основных тригонометрических функций, если: $\cos \alpha = 0,4$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.	6 вариант 1) Могут ли синус и косинус одного и того же числа быть равными соответственно: $\frac{2}{\sqrt{5}}$ и $-\frac{1}{\sqrt{5}}$. 2) Найдите значения других трех основных тригонометрических функций, если: $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{5}$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.
7 вариант 1) Могут ли тангенс и котангенс одного и того же числа быть равными соответственно: $-\frac{3}{5}$ и $-\frac{5}{3}$. 2) Найдите значения других трех основных тригонометрических функций, если: $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{5}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.	8 вариант 1) Могут ли тангенс и котангенс одного и того же числа быть равными соответственно: 2,4 и $-\frac{5}{12}$. 2) Найдите значения других трех основных тригонометрических функций, если: $\sin \alpha = 0,7$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.	9 вариант 1) Могут ли тангенс и котангенс одного и того же числа быть равными соответственно: $\frac{\sqrt{5}}{2}$ и $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. 2) Найдите значения других трех основных тригонометрических функций, если: $\cos \alpha = 0,9$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

Контрольные вопросы:

1. Перечислите основные тригонометрические тождества.
2. Сформулируйте мнемоническое правило.

Синус, косинус двойного угла

Цель работы: студент должен:

знать:

- формулы двойного угла тригонометрических функций;
- формулы половинного аргумента тригонометрических функций;

уметь:

- выполнять преобразования тригонометрических выражений, используя формулы двойного угла.

Формулы двойного угла тригонометрических функций:

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha,$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha,$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha},$$

$$\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} \alpha}.$$

Подставляя в формулы $\cos 2t = 1 - 2\sin^2 t$ и $\cos 2t = 2\cos^2 t - 1$ значение $t = \frac{\alpha}{2}$, получаем формулы *половинного аргумента*:

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2},$$

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}.$$

Разделив $\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$ на $\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$ получаем формулу

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}.$$

Пример

Выразите функции данного угла через функции вдвое меньшего угла, $\sin 42^\circ$.

Решение:

используя формулу $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, имеем
 $\sin 42^\circ = \sin(2 \cdot 21^\circ) = 2 \sin 21^\circ \cos 21^\circ.$

Пример

Вычислите $2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ$.

Решение:

используя формулу $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, имеем
 $2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ = \sin(2 \cdot 15^\circ) = \sin 30^\circ = 0,5.$

Пример

Вычислите $\sin(\pi/12)$.

Решение:

по формуле $\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$, имеем

$$\sin^2 \frac{\pi}{12} = \frac{1 - \cos \frac{\pi}{6}}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4} \approx 0,068.$$

Задания для самостоятельного решения:

1 вариант 1) Выразите функции данного угла через функции вдвое меньшего угла: $\sin 54^\circ$.	2 вариант 1) Выразите функции данного угла через функции вдвое меньшего	3 вариант 1) Выразите функции данного угла через функции вдвое меньшего угла: $\cos 16^\circ$.

2) Вычислите: $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 75^\circ}{2 \operatorname{tg} 75^\circ}$.	угла: $\operatorname{tg} \frac{\pi}{2}$. 2) Вычислите: $\frac{2 \operatorname{tg} 22^\circ 30'}{1 - \operatorname{tg}^2 22^\circ 30'}$.	2) Вычислите: $\frac{2 \operatorname{tg} 15^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 15^\circ}$.
4 вариант 1) Выразите функции данного угла через функции вдвое меньшего угла: $\operatorname{ctg} \frac{5}{2} \pi$. 2) Вычислите $\cos \alpha$, если $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{24}{25}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.	5 вариант 1) Выразите функции данного угла через функции вдвое меньшего угла: $\sin \frac{7}{12} \pi$. 2) Вычислите $\sin \frac{\alpha}{2}$, если $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.	6 вариант 1) Выразите функции данного угла через функции вдвое меньшего угла: $\operatorname{tg} 68^\circ$. 2) Вычислите $\sin 2\alpha$, если $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.
7 вариант 1) Выразите функции данного угла через функции вдвое меньшего угла: $\cos \frac{5}{4} \pi$. 2) Вычислите $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.	8 вариант 1) Выразите функции данного угла через функции вдвое меньшего угла: $\operatorname{ctg} 102^\circ$. 2) Вычислите $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, если $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.	9 вариант 1) Выразите функции данного угла через функции вдвое меньшего угла: $\operatorname{tg} 162^\circ$. 2) Вычислите $\cos \frac{\alpha}{2}$, если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

Контрольные вопросы:

1. Запишите формулы двойного угла тригонометрических функций.
2. Запишите формулы половинного аргумента тригонометрических функций.

Преобразование тригонометрических выражений с использованием тригонометрических тождеств

Цель работы: студент должен:

знать:

- формулы преобразования суммы тригонометрических функций в произведение;
- формулы преобразования произведения тригонометрических функций в сумму;

уметь:

- выполнять преобразования тригонометрических выражений, используя тригонометрические тождества.

Формулы преобразования суммы тригонометрических функций в произведение:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2},$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2},$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2},$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}.$$

$$\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}, \quad \alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad \beta \neq \frac{\pi}{2} + \pi k,$$

$$\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}, \quad \alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad \beta \neq \frac{\pi}{2} + \pi k.$$

Для преобразования произведения тригонометрических функций в сумму применяются формулы:

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)),$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)),$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)).$$

Пример

Преобразуйте в алгебраическую сумму $\sin 5x \sin 3x$.

Решение:

по формуле $\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$ имеем

$$\sin 5x \sin 3x = \frac{1}{2} (\cos(5x - 3x) - \cos(5x + 3x)) = \frac{1}{2} (\cos 2x - \cos 8x) = \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{1}{2} \cos 8x.$$

Пример

Вычислите: $\sin 40^\circ + \sin 20^\circ$.

Решение:

по формуле $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ имеем

$$\sin 40^\circ + \sin 20^\circ = 2 \sin \frac{40^\circ + 20^\circ}{2} \cos \frac{40^\circ - 20^\circ}{2} = 2 \sin 30^\circ \cos 10^\circ = 2 \cdot 0,5 \cdot 0,98 \approx 0,98.$$

Задания для самостоятельного решения:

1 вариант 1) Упростите: $\frac{2 \cos \alpha - \sin 2\alpha}{\sin^2 \alpha - \sin \alpha + \cos^2 \alpha}.$ 2) Вычислите: $\sin 75^\circ + \sin 15^\circ.$ 3) Вычислите:	2 вариант 1) Упростите: $\frac{1 - \sin\left(2\alpha + \frac{3\pi}{2}\right)}{\sin(\pi - 3\alpha) - \sin(-\alpha)}.$ 2) Вычислите: $\sin 75^\circ + \sin 105^\circ.$	3 вариант 1) Упростите: $\frac{\cos(2\pi - 2\alpha)}{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1} - \sin^2 \alpha.$ 2) Вычислите: $\cos 75^\circ + \cos 15^\circ.$ 3) Вычислите:

$\sin 52^{\circ} 30' \cdot \cos 7^{\circ} 30'$.	3) Вычислите: $\sin 37^{\circ} 30' \cdot \sin 7^{\circ} 30'$.	$8 \cos 7\alpha \cdot \cos 3\alpha$.
4 вариант 1) Упростите: $\frac{2 \sin^2 \alpha}{1 + \cos(\pi - 2\alpha)} - \sin^2 \alpha$. 2) Вычислите: $\cos \frac{5\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12}$. 3) Вычислите: $\cos 75^{\circ} \cdot \cos 105^{\circ}$.	5 вариант 1) Упростите: $\frac{2 \sin \alpha - \sin 2\alpha}{\cos \alpha - \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$. 2) Вычислите: $\cos \frac{\pi}{12} + \cos \frac{7\pi}{12}$. 3) Вычислите: $2 \sin(x+\alpha) \cdot \cos(x-\alpha)$.	6 вариант 1) Упростите: $\frac{2 \cos^2 \alpha}{1 - \sin(1,5\pi + 2\alpha)} - \cos^2 \alpha$. 2) Вычислите: $\sin \frac{5\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12}$. 3) Вычислите: $12 \sin(-9\alpha) \cdot \sin 4\alpha$.
7 вариант 1) Упростите: $\frac{\sin \alpha - 0,5 \sin(\pi + 2\alpha)}{1 + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}$. 2) Вычислите: $\operatorname{tg} 22^{\circ} 30' - \operatorname{tg} 67^{\circ} 30'$. 3) Вычислите: $4 \sin 16\alpha \cdot \sin 4\alpha$.	8 вариант 1) Упростите: $\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} + 2\alpha\right)}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} - \cos^2 \alpha$. 2) Вычислите: $\operatorname{tg} 13^{\circ} 30' + \operatorname{tg} 76^{\circ} 30'$. 3) Вычислите: $4 \cos(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta)$.	9 вариант 1) Упростите: $\frac{2 \cos \alpha - \sin 2\alpha}{\sin^2 \alpha - \sin \alpha + \cos^2 \alpha}$. 2) Вычислите: $\operatorname{tg} 30^{\circ} + \operatorname{tg} 60^{\circ}$. 3) Вычислите: $4 \cos 15^{\circ} \sin 20^{\circ} \sin 40^{\circ}$.

Контрольные вопросы:

1. Перечислите основные тригонометрические тождества.
2. Перечислите формулы двойного угла тригонометрических функций.
3. Какие есть формулы для преобразования суммы тригонометрических функций?

Практическое занятие 5. Тригонометрические функции, их графики и свойства

Цель работы: студент должен:

знать:

- определение тригонометрических функций;
- свойства тригонометрических функций;

уметь:

- строить графики тригонометрических функций.

Функции синус и косинус

Числовые функции, заданные формулами $y = \sin x$ и $y = \cos x$, называют соответственно синусом и косинусом (и обозначают $\sin$ и $\cos$).

Область определения этих функций – множество всех действительных чисел. Областью значений функций синус и косинус является отрезок $[-1; 1]$. Т.е. $D(\sin) = D(\cos) = R$; $E(\sin) = E(\cos) = [-1; 1]$.

Свойства функций синус и косинус:

для любого x справедливы равенства:

- 1) $\sin(-x) = -\sin x$, $\cos(-x) = \cos x$;
- 2) $\sin(x + 2\pi n) = \sin x$, $\cos(x + 2\pi n) = \cos x$, где n – произвольное целое число.

Синусоида

Построим график функции синус на отрезке $[0; 2\pi]$. Для этого отметим на оси ординат точки $(0; -1)$ и $(0; 1)$, а на оси абсцисс точку с абсциссой 2π (длина отрезка $[0; 2\pi]$ шесть клеток $\sim 6,28$). Далее пользуясь вычисленными значениями синуса построим

график функции на отрезке $[0; 2\pi]$. Вне этого отрезка заметим, что $\sin(x+2\pi n)=\sin x$ и с помощью параллельных переносов вдоль оси Ox влево и вправо построим график функции на отрезках $[-4\pi; -2\pi]$, $[-2\pi; 0]$, $[2\pi; 4\pi]$. График синуса называется синусоидой.

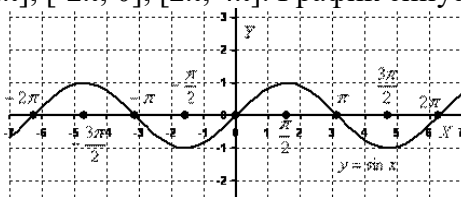


Рисунок 19. График функции $y=\sin x$

Для построения графика косинуса необходимо воспользоваться формулой $\cos x=\sin(x+\pi/2)$. Это означает, что график косинуса получается из графика синуса с помощью параллельного переноса на расстояние $\pi/2$ влево вдоль оси Ox . Поэтому график функции $y=\cos x$ также является синусоидой.

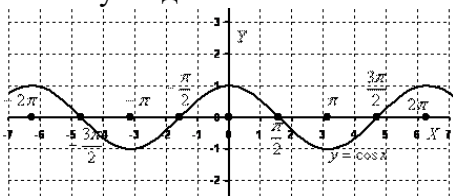


Рисунок 20. График функции $y=\cos x$

Сведем известные свойства функций в таблицу (всюду полагая, что n – произвольное целое число).

	Функция	
	$y=\sin x$	$y=\cos x$
1.1 Область определения	R	R
1.2 Область значений	$[-1; 1]$	$[-1; 1]$
2.1 Четность (нечетность)	Нечетная	Четная
2.2 Наименьший положительный период	2π	2π
3.1 Координаты точек пересечения графика с осью Ox	$(\pi n; 0)$	$(\pi/2+\pi n; 0)$
3.2 Координаты точек пересечения графика с осью Oy	$(0; 0)$	$(0; 1)$
4.1 Промежутки, на которых функция принимает положительные значения	$(2\pi n; \pi+2\pi n)$	$(-\pi/2+2\pi n; \pi/2+2\pi n)$
4.2 Промежутки, на которых функция принимает отрицательные значения	$(-\pi+2\pi n; 2\pi n)$	$(\pi/2+2\pi n; 3\pi/2+2\pi n)$
5.1 Промежутки возрастания	$[-\pi/2+2\pi n; \pi/2+2\pi n]$	$[-\pi+2\pi n; 2\pi n]$
5.2 Промежутки убывания	$[\pi/2+2\pi n; 3\pi/2+2\pi n]$	$[2\pi n; \pi+2\pi n]$
6.1 Точки минимума	$-\pi/2+2\pi n$	$\pi+2\pi n$
6.2 Минимумы функции	-1	-1
6.3 Точки максимума	$\pi/2+2\pi n$	$2\pi n$
6.4 Максимумы функции	1	1

Числовые функции, заданные формулами $y=\operatorname{tg} x$ и $y=\operatorname{ctg} x$, называют соответственно тангенсом и котангенсом (и обозначают tg и ctg).

Областью определения функции тангенс является множество всех чисел x , для

которых $\cos x \neq 0$, т.е. все числа $x \neq \pi/2 + \pi n$, где n - произвольное целое число. Областью определения функции котангенс является множество всех чисел x , для которых $\sin x \neq 0$, т.е. все числа $x \neq \pi n$, где n - произвольное целое число.
Область значений тангенса (котангенса) – вся числовая прямая.

Свойства функций тангенс и котангенс:

для любого x справедливы равенства:

- 1) $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$, $\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x$;
- 2) $\operatorname{tg}(x + \pi n) = \operatorname{tg} x$, $\operatorname{ctg}(x + \pi n) = \operatorname{ctg} x$, где n – произвольное целое число.

Построение графика тангенса на интервале $(-\pi/2; \pi/2)$ аналогично построению синуса. Вследствие тождества $\operatorname{tg}(x + \pi n) = \operatorname{tg} x$ график тангенса на всей области определения получается из графика на интервале $(-\pi/2; \pi/2)$ параллельным переносом вдоль оси Ox влево и вправо на π , 2π и т.д. График функции тангенс называют тангенсоидой.

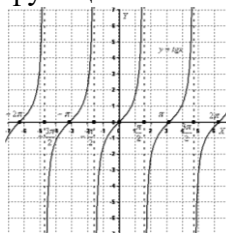


Рисунок 21. График функции $y = \operatorname{tg} x$

Для построения графика $y = \operatorname{ctg} x$ воспользуемся тождеством $\operatorname{ctg} x = -\operatorname{tg}(x + \pi/2)$. Из этого тождества следует, что для построения графика котангенса необходимо сдвинуть график тангенса на $\pi/2$ влево вдоль оси Ox и отразить полученную кривую относительно оси Ox .

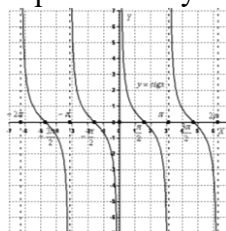


Рисунок 22. График функции $y = \operatorname{ctg} x$

Сведем известные свойства функций в таблицу (всюду полагая, что n – произвольное целое число).

	Функция	
	$y = \operatorname{tg} x$	$y = \operatorname{ctg} x$
1.1 Область определения	$(-\pi/2 + \pi n; \pi/2 + \pi n)$	$(\pi n; \pi + \pi n)$
1.2 Область значений	R	R
2.1 Четность (нечетность)	Нечетная	Нечетная
2.2 Наименьший положительный период	π	π
3.1 Координаты точек пересечения графика с осью Ox	$(\pi n; 0)$	$(\pi/2 + \pi n; 0)$
3.2 Координаты точек пересечения графика с осью Oy	$(0; 0)$	Нет
4.1 Промежутки, на которых функция принимает положительные значения	$(\pi n; \pi/2 + \pi n)$	$(\pi n; \pi/2 + \pi n)$
4.2 Промежутки, на которых функция принимает отрицательные значения	$(-\pi/2 + \pi n; \pi n)$	$(-\pi/2 + \pi n; \pi n)$
5.1 Промежутки возрастания	$(-\pi/2 + \pi n; \pi/2 + \pi n)$	Нет
5.2 Промежутки убывания	Нет	$(\pi n; \pi + \pi n)$
6.1 Точки минимума	Нет	Нет

6.2 Точки максимума	Нет	Нет

Задания для самостоятельного решения:

№1. Построить схематически косинусоиду на интервале $[-3\pi; 3\pi]$ и выполнить следующие упражнения:

- 1) Проиллюстрировать по графику, что:
 - а) функция $\cos x$ не может принимать значений, превосходящих по абсолютной величине единицу, т. е. $-1 \leq \cos x \leq 1$;
 - б) каждому действительному значению x соответствует только одно значение $\cos x$ (свойство однозначности косинуса);
 - в) при замене произвольного значения аргумента x противоположным ему значением $-x$ значение функции не изменяется, т. е. $\cos(-x) = \cos x$ (свойство четности косинуса). Как можно использовать свойство четности косинуса при построении его графика;
 - г) при изменении произвольного значения аргумента на число, кратное числу 2π , значение функции $\cos x$ не изменяется, т. е. $\cos(x+2\pi k) = \cos x$ (свойство периодичности косинуса). Как можно использовать периодичность косинуса при построении его графика;
 - д) при изменении произвольного значения аргумента на число π значение функции y заменяется противоположным ему значением $-y$, т. е. $\cos(x \pm \pi) = -\cos x$;
 - е) уравнение $\cos x = 0,5$ имеет бесчисленное множество решений. Назвать несколько частных решений этого уравнения.

2) Указать интервалы, в которых функция $y = \cos x$ принимает:

- а) положительные значения;
- б) отрицательные значения.

Какие четверти единичной окружности соответствуют этим интервалам.

3) Выделить на оси абсцисс и на единичной окружности интервалы, в которых функция $y = \cos x$:

- а) возрастает;
- б) убывает.

Проиллюстрировать на графике, что в любом интервале монотонности косинус последовательно принимает все свои возможные значения, каждому из которых соответствует только одно значение аргумента в рассматриваемом интервале.

№2. По графику функции $y = \cos x$ ответить на следующие вопросы:

- 1) Как изменяется $\cos x$, если аргумент x :
 - а) увеличивается от -2π до π ;
 - б) уменьшается от $2,5\pi$ до $1,5\pi$?
- 2) Чему равен косинус числа: а) π ; б) 2π ; в) $-0,5\pi$; г) -2π ?
- 3) Что меньше: а) $\cos 0,7$ или $\cos 1$; б) $\cos(\pi/2+1)$ или $\cos(\pi/2-1)$?
- 4) При каких значениях x функция $\cos x$ равна: а) 0; б) 1; в) -1?
- 5) Проиллюстрировать на графике, что не существует значений аргумента x , при которых функция $\cos x$ была равна 2.

№3. Построить схематически тангенсоиду на интервале $(-3\pi/2; 3\pi/2)$. При построении:

- 1) отметить на оси абсцисс точки, соответствующие числам: $-1,5\pi$; $-\pi$; $-0,5\pi$; $0,5\pi$; π ; $1,5\pi$ (за единицу масштаба принять отрезок, равный 1 см);
- 2) через точки $(-1,5\pi; 0)$; $(-0,5\pi; 0)$; $(0,5\pi; 0)$ и $(1,5\pi; 0)$ провести (пунктиром) прямые, параллельные оси ординат;
- 3) отметить точки тангенсоиды с ординатами ± 1 ;
- 4) вычертить (от руки) тангенсоиду.

№4. Пользуясь схематическим графиком функции $y=\operatorname{tg} x$ выполнить следующие упражнения:

1) Указать интервалы, в которых функция принимает: а) положительные значения; б) отрицательные значения.

2) Определить, при каких значениях x на интервале $(-\pi/2; \pi/2)$ функция $y=\operatorname{tg} x$: а) убывает; б) возрастает; в) принимает значение, равное нулю; г) теряет смысл.

Выразить формулой множество таких значений x , при которых $y=\operatorname{tg} x$ теряет смысл.

3) Убедиться, что каждому допустимому значению аргумента x соответствует только одно значение функции.

4) Проиллюстрировать на графике, что функция $y=\operatorname{tg} x$ есть периодическая функция с периодом π , т. е. $\operatorname{tg}(x+\pi k)=\operatorname{tg} x$.

5) Показать, что каждому значению функции y соответствует бесчисленное множество определенных значений аргумента x .

6) Решить неравенства: а) $\operatorname{tg} x > -1$; б) $|\operatorname{tg} x| < 1$.

№5. Построить на одном чертеже графики функций: $y=x$; $y=\sin x$ и $y=\operatorname{tg} x$, если $0 < x < \pi/2$. Пользуясь чертежом, проиллюстрировать неравенство $\sin x < x < \operatorname{tg} x$.

Контрольные вопросы:

1. Какие функции называют синусом и косинусом?
2. Что является графиком функций синус и косинус?
3. Перечислите свойства функций синус и косинус.
4. Какие функции называют тангенсом и котангенсом?
5. Что является графиком функций тангенс и котангенс?
6. Перечислите свойства функций тангенс и котангенс.

Параллельный перенос, симметрия относительно осей ординат, растяжение, сжатие

Цель работы: студент должен:

знать:

- графики элементарных функций;
- формулы преобразования графиков;

уметь:

- выполнять построение графиков функций с помощью параллельного переноса, симметрии относительно осей ординат;
- выполнять построение графиков функций с помощью параллельного переноса, растяжения, сжатия.

Параллельный перенос на вектор $(0; b)$ вдоль оси ординат.

Обозначая через $(x'; y')$ координаты точки, в которую переходит произвольная точка $(x; y)$ плоскости при данном преобразовании, получим формулы:

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = y + b \end{cases}$$

Для построения графика функции $f(x)+b$, где b – постоянное число, надо «перенести» график функции $f(x)$ на вектор $(0; b)$ вдоль оси Оу вверх если $b > 0$, вниз – если $b < 0$.

Пример

Построить графики функций: а) $y=\sin x+2$; б) $y=x^2-5$.

Решение:

а) в соответствии с правилом график функции $y=\sin x+2$ получается из $y=\sin x$ параллельным переносом вдоль оси Оу вверх на две единицы;

б) график функции $y=x^2-5$ получается из $y=x^2$ параллельным переносом вдоль оси Оу вниз

на пять единиц.

Параллельный перенос вдоль оси абсцисс на вектор $(a; 0)$ задается формулами:

$$\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y \end{cases}.$$

График функции $y=f(x-a)$ получается из графика функции $y=f(x)$ переносом вдоль оси абсцисс на a единиц вправо, если $a>0$, влево – если $a<0$.

Пример

Построить графики функций: а) $y=\cos(x-\pi/4)$; б) $y=\sqrt{x+1}$.

Решение:

а) в соответствии с правилом график функции $y=\cos(x-\pi/4)$ получается из $y=\cos(x)$ параллельным переносом вдоль оси Ox вправо на $\pi/4$;

б) график функции $y=\sqrt{x+1}$ получается из $y=\sqrt{x}$ параллельным переносом вдоль оси Ox влево на одну единицу.

При осевой симметрии относительно оси Ox точка $(x; y)$ переходит в точку $(x; -y)$.

При осевой симметрии относительно оси Oy точка $(x; y)$ переходит в точку $(-x; y)$.

При центральной симметрии относительно начала координат $(x; y)$ переходит в точку $(-x; -y)$.

Растяжение вдоль оси Oy с коэффициентом k , которое задается формулами:

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = ky \end{cases}.$$

Для построения графика функции $y=kf(x)$ надо «растянуть» график функции $y=f(x)$ в k раз вдоль оси ординат ($|k|>1$).

Если $0<|k|<1$, то растяжение с коэффициентом k называют сжатием.

Пример

Построить графики функций: а) $y=\frac{1}{3}\cos x$; б) $y=-2x^2$.

Решение:

а) в соответствии с правилом график функции $y=\frac{1}{3}\cos x$ получается из $y=\cos x$ сжатием вдоль оси ординат с коэффициентом 3;

б) график функции $y=-2x^2$ получается из $y=x^2$ растяжением вдоль оси ординат с коэффициентом 2.

Растяжение вдоль оси Ox с коэффициентом k , которое задается формулами:

$$\begin{cases} x' = kx \\ y' = y \end{cases}.$$

Для построения графика функции $y=f(x/k)$ надо подвергнуть график функции $y=f(x)$ растяжению с коэффициентом k вдоль оси абсцисс.

Пример

Построить графики функций: а) $y=\sin(x/3)$; б) $y=\cos(2x)$.

Решение:

а) в соответствии с правилом график функции $y=\sin(x/3)$ получается из $y=\sin x$ растяжением вдоль оси Ox с коэффициентом 3;

б) график функции $y=\cos(2x)$ получается из $y=\cos x$ сжатием вдоль оси Ox с коэффициентом 2.

Задания для самостоятельного решения:

№1. Дана точка $A(4; 6)$. Построить точку B , симметричную точке A относительно оси абсцисс, и найти координаты этой точки. Показать, что если точки A и B симметричны относительно оси абсцисс, то их абсциссы равны, а ординаты отличаются только знаками.

№2. Построить точку $A(-3; 5)$ и точку B , симметричную точке A относительно оси ординат. Показать, что если точки A и B симметричны относительно оси ординат, то их ординаты равны, а абсциссы отличаются только знаками.

№3. Построить в одной системе координат графики функций (записать цепочку движения):

1 вариант $y=\sin x$, $y=\sin(x-\pi/6)$, $y=\sin x+2$.	2 вариант $y=\cos x$, $y=\cos x-2$, $y=\cos(x+\pi/3)$.	3 вариант $y=\operatorname{tg} x$, $y=\operatorname{tg}(x-\pi/2)$, $y=\operatorname{tg} x+3$.
4 вариант $y=x^2$, $y=x^2+4$, $y=(x-3)^2$.	5 вариант $y=x^2$, $y=(x+1)^2$, $y=x^2-2$.	6 вариант $y=x^3$, $y=x^3+1$, $y=(x-2)^3$.
7 вариант $y= x $, $y= x-2 $, $y= x +6$.	8 вариант $y=\sqrt[3]{x}$, $y=\sqrt[3]{x}-4$, $y=\sqrt[3]{x+1}$.	9 вариант $y= x $, $y= x+1 $, $y= x -2$.

№4. Построить в одной системе координат графики функций (записать цепочку движения):

1 вариант $y=\frac{1}{x}$, $y=\frac{2}{x}+2$, $y=\frac{1}{2x-3}$.	2 вариант $y=\cos x$, $y=2\cos x-3$, $y=\frac{1}{2}\cos(x+\frac{\pi}{4})$.	3 вариант $y=-x^2$, $y=4-\frac{x^2}{3}$, $y=-(2x-2)^2$.
4 вариант $y=\sin x$, $y=\frac{1}{3}\sin x+2$, $y=2\sin(x+\frac{\pi}{3})$.	5 вариант $y=-\frac{1}{x}$, $y=2-\frac{3}{x}$, $y=-\frac{3}{2x+4}$.	6 вариант $y=\sin x$, $y=\sin 3x-1$, $y=\frac{1}{2}\sin(x-\frac{\pi}{3})$.
7 вариант $y=x^3$,	8 вариант $y=\sqrt{x}$, $y=4-\sqrt{2x}$,	9 вариант $y=\cos x$, $y=1+\cos 2x$,

$y = \frac{x^3}{2} + 2,$ $y = -(x-1)^3.$	$y = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{x}.$	$y = 1 - \frac{1}{3}\cos x.$

Контрольные вопросы:

1. Какими формулами задается параллельный перенос?
2. Как построить точку симметричную относительно осей координат?
3. Какими формулами задается растяжение (сжатие)?

Практическое занятие № 12-15. Решение тригонометрических уравнений

Цель работы: студент должен:

знать:

- формулы для решения тригонометрических уравнений в общем виде и частные случаи решения;

уметь:

- решать простейшие тригонометрические уравнения.

Сведения из теории:

Решение простейших тригонометрических уравнений

Уравнение $\cos t = a$

Очевидно, что если $|a| > 1$, то уравнение $\cos t = a$ не имеет решений, т.к. $|\cos t| \leq 1$ для любого t .

Пусть $|a| \leq 1$. Надо найти все такие числа t , что $\cos t = a$. На отрезке $[0; \pi]$ существует только одно решение уравнения $\cos t = a$ – это число $\arccos a$.

Косинус – четная функция, и, значит на отрезке $[-\pi; 0]$ уравнение также имеет единственное решение – это число $-\arccos a$.

Итак, уравнение $\cos t = a$ на отрезке $[-\pi; \pi]$ длиной 2π имеет два решения $t = \pm \arccos a$ (совпадающие при $a=1$).

Вследствие периодичности функции косинус все остальные решения отличаются от найденных на $2\pi n$, ($n \in \mathbb{Z}$), т.е. формула корней уравнения $\cos t = a$ имеет вид:

$$t = \pm \arccos a + 2\pi n, (n \in \mathbb{Z}).$$

Пример

Решите уравнение: $\cos t = 1/2$.

Решение:

по формуле $t = \pm \arccos (1/2) + 2\pi n$, ($n \in \mathbb{Z}$).

Поскольку $\arccos (1/2) = \pi/3$ приходим к ответу $t = \pm \pi/3 + 2\pi n$, ($n \in \mathbb{Z}$).

Пример

Решите уравнение: $\cos t = -0,2756$.

Решение:

по формуле $t = \pm \arccos (-0,2756) + 2\pi n$, ($n \in \mathbb{Z}$).

Значение $\arccos (-0,2756)$ находим с помощью калькулятора или по таблице В.М. Брадиса, оно примерно равно 1,85.

Итак, приходим к ответу $t = \pm 1,85 + 2\pi n$, ($n \in \mathbb{Z}$).

Пример

Решите уравнение: $\cos (2x - \pi/4) = 1/2$.

Решение:

по формуле

$$2x - \pi/4 = \pm \arccos(1/2) + 2\pi n, (n \in \mathbf{Z}).$$

Поскольку $\arccos(1/2) = \pi/3$ получаем

$$2x - \pi/4 = \pm \pi/3 + 2\pi n, (n \in \mathbf{Z})$$

$$2x = \pi/4 \pm \pi/3 + 2\pi n, (n \in \mathbf{Z}).$$

Разделив обе части уравнения на 2 получим ответ: $x = \pi/8 \pm \pi/6 + \pi n, (n \in \mathbf{Z})$.

Уравнение $\sin t = a$

Очевидно, что если $|a| > 1$, то уравнение $\sin t = a$ не имеет решений, т.к. $|\sin t| \leq 1$ для любого t .

При $|a| \leq 1$ на отрезке $[-\pi/2; \pi/2]$ уравнение $\sin t = a$ имеет одно решение $t_1 = \arcsin a$. На отрезке $[\pi/2; 3\pi/2]$ функция синус убывает и принимает все значения от -1 до 1. По теореме о корне уравнение и на этом отрезке имеет одно решение.

Это решение есть число $t_2 = \pi - \arcsin a$, т.к. $\sin t_2 = \sin(\pi - t_1) = \sin t_1 = a$.

Кроме того, поскольку $-\pi/2 \leq t_1 \leq \pi/2$,

имеем $-\pi/2 \leq -t_1 \leq \pi/2$

и $\pi - \pi/2 \leq \pi - t_1 \leq \pi + \pi/2$,

т.е. $\pi/2 \leq t_2 \leq 3\pi/2$, $t_2 \in [\pi/2; 3\pi/2]$.

Итак, уравнение $\sin t = a$ на отрезке $[\pi/2; 3\pi/2]$ имеет два решения $t_1 = \arcsin a$ и $t_2 = \pi - \arcsin a$ (совпадающие при $a = 1$). Учитывая, что период синуса равен 2π , получаем формулу для решения уравнения $\sin t = a$:

$$t = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in \mathbf{Z}.$$

Пример

Решите уравнение: $\sin t = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Решение:

по формуле $t = (-1)^k \arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \pi k, (k \in \mathbf{Z})$.

Поскольку $\arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \pi/4$ приходим к ответу $t = (-1)^k \pi/4 + \pi k, (k \in \mathbf{Z})$.

Пример

Решите уравнение: $\sin t = 0,3714$.

Решение:

по формуле $t = (-1)^k \arcsin(0,3714) + \pi k, (k \in \mathbf{Z})$.

Значение $\arcsin(0,3714)$ находим с помощью калькулятора или по таблице В.М. Брадиса, оно примерно равно 0,3805.

Итак, приходим $t = (-1)^k 0,3805 + \pi k, (k \in \mathbf{Z})$.

Пример

Решите уравнение: $\sin\left(\frac{\pi}{10} - \frac{x}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Решение:

функция синус нечетная, поэтому $\sin\left(\frac{\pi}{10} - \frac{x}{2}\right) = -\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{10}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Тогда по формуле: $\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{10}\right) = (-1)^k \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \pi k, (k \in \mathbf{Z})$.

Т.к. $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=-\frac{\pi}{4}$, имеем

$$\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{10}\right)=(-1)^k\left(-\frac{\pi}{4}\right)+\pi k, (k \in \mathbf{Z})$$

или

$$\frac{x}{2}=\frac{\pi}{10}+(-1)^k\left(-\frac{\pi}{4}\right)+\pi k, (k \in \mathbf{Z}).$$

Умножив обе части уравнения на 2, получим ответ:

$$x=\frac{\pi}{5}+(-1)^{k+1}\left(\frac{\pi}{2}\right)+2\pi k, (k \in \mathbf{Z}).$$

Уравнение $\operatorname{tg} x=a$

При любом a на интервале $(-\pi/2; \pi/2)$ существует одно число t , что $\operatorname{tg} t=a$, – это $\operatorname{arctg} a$. Поэтому уравнение $\operatorname{tg} x=a$ имеет на интервале $(-\pi/2; \pi/2)$ длиной π единственный корень. Функция тангенс имеет период π . Следовательно, остальные корни уравнения $\operatorname{tg} t=a$ отличаются от найденного на πn , ($n \in \mathbf{Z}$), т.е.

$$t=\operatorname{arctg} a+\pi n, (n \in \mathbf{Z}).$$

Пример

Решите уравнение: $\operatorname{tg} t=\sqrt{3}$.

Решение:

по формуле $t=\operatorname{arctg}(\sqrt{3})+\pi n, (n \in \mathbf{Z})$.

Поскольку $\operatorname{arctg}(\sqrt{3})=\frac{\pi}{3}$ приходим к ответу $t=\frac{\pi}{3}+\pi n, (n \in \mathbf{Z})$.

Пример

Решите уравнение: $\operatorname{tg} t=5,177$.

Решение:

по формуле $t=\operatorname{arctg}(5,177)+\pi n, (n \in \mathbf{Z})$.

Значение $\operatorname{arctg}(5,177)$ находим с помощью калькулятора или по таблице В.М. Брадиса, оно примерно равно 1,38.

Итак, приходим $t=1,38+\pi n, (n \in \mathbf{Z})$.

Сводная таблица решения простейших тригонометрических уравнений

Уравнение	Решение
$\sin x=a$	$x=(-1)^k \arcsin a+\pi k, k \in \mathbf{Z}$
$\cos x=a$	$x=\pm \arccos a+2\pi k, k \in \mathbf{Z}$
$\operatorname{tg} x=a$	$x=\operatorname{arctg} a+\pi k, k \in \mathbf{Z}$
$\operatorname{ctg} x=a$	$x=\operatorname{arcctg} a+\pi k, k \in \mathbf{Z}$

Частные случаи решения простейших тригонометрических уравнений

Уравнение	Частные случаи		
	$a=-1$	$a=0$	$a=1$
$\sin x=a$	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$	$x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
$\cos x=a$	$x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$	$x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
$\operatorname{tg} x=a$	$x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$	$x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$	$x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
$\operatorname{ctg} x=a$	$x = \frac{3\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$	$x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

Задания для самостоятельного решения:

Решите уравнения:

1 вариант 1) $\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 0$; 2) $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$; 3) $\operatorname{tg} 2x = \sqrt{3}$.	2 вариант 1) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $\cos 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; 3) $\operatorname{tg} 2x = -\sqrt{3}$.	3 вариант 1) $\sin 2x = \frac{1}{2}$; 2) $2\cos x = \sqrt{2}$; 3) $\operatorname{tg}\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$.
4 вариант 1) $\sin\left(\frac{x}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) $\cos \frac{x}{4} = \frac{4}{5}$; 3) $\operatorname{tg}\left(2x - \frac{\pi}{10}\right) = 0$.	5 вариант 1) $\sin x = \frac{3}{5}$; 2) $\cos(1-x) = \frac{1}{2}$; 3) $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 3$.	6 вариант 1) $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$; 2) $\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = -1$; 3) $\operatorname{ctg} \frac{x}{2} = -\sqrt{3}$.
7 вариант 1) $2\sin x = -\sqrt{2}$; 2) $\cos 3x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; 3) $3\operatorname{tg}\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = -\sqrt{3}$.	8 вариант 1) $2\sin 2x = -1$; 2) $\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2}$; 3) $\operatorname{ctg} \frac{x}{2} = \sqrt{3}$.	9 вариант 1) $2\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{3}$; 2) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; 3) $\operatorname{ctg}(2x + 45^\circ) = -1$.

Контрольные вопросы:

1. Перечислите формулы для решения простейших тригонометрических уравнений в общем виде.

2. Перечислите формулы частных случаев решения простейших тригонометрических уравнений.

Решение тригонометрических неравенств

Цель работы: студент должен:

знать:

- формулы для решения простейших тригонометрических неравенств;

уметь:

- решать простейшие тригонометрические неравенства.

Простейшими тригонометрическими неравенствами называются неравенства $\sin x < m$, $\sin x > m$, $\cos x < m$, $\cos x > m$, $\operatorname{tg} x < m$, $\operatorname{tg} x > m$, $\operatorname{ctg} x < m$, $\operatorname{ctg} x > m$, где m – данное число. Решить простейшее тригонометрическое неравенство – значит найти множество всех значений аргумента, которые обращают данное неравенство в верное числовое неравенство.

Пример

Решить неравенство: 1) $\sin x > \frac{1}{2}$; 2) $\cos x > -\frac{1}{2}$.

Решение:

1) решение иллюстрируется рисунком 1 слева: здесь точке M_1 соответствует угол $\frac{\pi}{6}$, M_2 – угол $\frac{5\pi}{6}$, M_3 – угол $\frac{\pi}{6} + \pi$, M_4 – угол $\frac{5\pi}{6} + \pi$.

Неравенство выполняется для $\frac{\pi}{6} < x < \frac{5\pi}{6}$ и $\frac{\pi}{6} + \pi < x < \frac{5\pi}{6} + \pi$. Общим решением служит неравенство:

$$\frac{\pi}{6} + \pi k < x < \frac{5\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

2) Данное неравенство иллюстрируется рисунком 1 справа: здесь точке M_1 соответствует угол $\frac{2\pi}{3}$, M_2 – угол $-\frac{2\pi}{3}$. Общим решением неравенства является

$$-\frac{2\pi}{3} + 2\pi k < x < \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

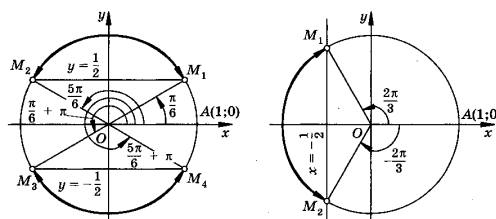


Рисунок 1. Решение тригонометрического неравенства.

Задания для самостоятельного решения:

Решить неравенство:

1 вариант 1) $\sin(2x) < 1$; 2) $\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) > -1$;	2 вариант 1) $2\sin 2x > -1$; 2) $\cos\left(\frac{x}{2}\right) < -\frac{1}{2}$;	3 вариант 1) $2\sin x < -\sqrt{2}$; 2) $\cos 3x > -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

3) $\operatorname{ctg} \frac{x}{2} \leq -\sqrt{3}$.	3) $\operatorname{ctg} \frac{x}{2} \geq \sqrt{3}$.	3) $3\operatorname{tg}\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) \geq -\sqrt{3}$.
4 вариант 1) $2\sin\left(\frac{x}{2}\right) > \sqrt{3}$; 2) $\cos x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$; 3) $\operatorname{ctg}(2x + 45^\circ) \leq -1$.	5 вариант 1) $\sin x < \frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $\cos 3x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$; 3) $\operatorname{tg} 2x > -\sqrt{3}$.	6 вариант 1) $\sin\left(\frac{x}{2}\right) > 0$; 2) $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) < 1$; 3) $\operatorname{tg} 2x \geq \sqrt{3}$.
7 вариант 1) $\sin 2x > \frac{1}{2}$; 2) $2\cos x < \sqrt{2}$; 3) $\operatorname{tg}(3x) \geq \frac{\sqrt{3}}{3}$.	8 вариант 1) $\sin x \leq \frac{3}{5}$; 2) $\cos(1-x) > \frac{1}{2}$; 3) $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) < 3$.	9 вариант 1) $\sin\left(\frac{x}{2}\right) > -\frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) $\cos \frac{x}{4} < \frac{4}{5}$; 3) $\operatorname{tg}\left(2x - \frac{\pi}{10}\right) \geq 0$.

Контрольные вопросы:

1. Что называется простейшими тригонометрическими неравенствами?
2. Проиллюстрируйте решение неравенства $\sin x > t$ на окружности.

Практическое занятие 16-Способы задания последовательностей, свойства числовых последовательностей

Цель работы: студент должен:

знать:

- способы задания последовательностей;
- свойства числовых последовательностей;

уметь:

- вычислять члены последовательностей по общему члену;
- задавать формулой общий член последовательности.

Числовая последовательность – функция вида $y=f(x)$, $x \in \mathbb{N}$, где $\mathbb{N}$ – множество натуральных чисел (или функция натурального аргумента), обозначается $y=f(n)$ или $y_1, y_2, \dots, y_n, \dots$

Значения $y_1, y_2, y_3, \dots$ называют соответственно первым, вторым, третьим, ... членами последовательности.

Пример

Вычислить первые три значения для функции $y=n^2$.

Решение:

подставляя в $y=n^2$ значения $n=1, n=2, n=3$ получим первые три значения функции:

$$y_1=1^2=1;$$

$$y_2=2^2=4;$$

$$y_3=3^2=9.$$

Способы задания последовательностей

Последовательности можно задавать различными способами, среди которых особенно

важны три: аналитический, описательный и рекуррентный.

1. Последовательность задана аналитически, если задана формула ее n -го члена: $y_n=f(n)$.
Например, $y_n=2n-1$ – последовательность нечетных чисел: 1, 3, 5, 7, 9, ...

2. Описательный способ задания числовой последовательности состоит в том, что объясняется, из каких элементов строится последовательность.

Например, «Все члены последовательности равны 1». Это значит, речь идет о стационарной последовательности 1, 1, 1, ..., 1, ...

Или, например, «Последовательность состоит из всех простых чисел в порядке возрастания». Таким образом, задана последовательность 2, 3, 5, 7, 11, ... При таком способе задания последовательности в данном примере трудно ответить, чему равен, скажем, 1000-й элемент последовательности.

3. Рекуррентный способ задания последовательности состоит в том, что указывается правило, позволяющее вычислить n -й член последовательности, если известны ее предыдущие члены.

Например, $y_1=3$; $y_n=y_{n-1}+4$, если $n=2, 3, 4, \dots$

Здесь $y_1=3$; $y_2=3+4=7$; $y_3=7+4=11$;

Можно видеть, что полученная в этом примере последовательность, может быть задана и аналитически: $y_n=4n-1$.

Пример

Вычислить следующие четыре члена последовательности $y_1=1$; $y_2=1$; $y_n=y_{n-2}+y_{n-1}$.

Решение:

из формулы $y_n=y_{n-2}+y_{n-1}$ видно, что каждый следующий член последовательности равен сумме двух предыдущих, поэтому:

$$y_1=1; y_2=1; y_3=1+1=2; y_4=1+2=3; y_5=2+3=5; y_6=3+5=8.$$

Последовательность, составленную в этом примере, специально изучают в математике, поскольку она обладает рядом интересных свойств и приложений. Ее называют последовательностью Фибоначчи – по имени итальянского математика 13в. Задать формулой последовательность Фибоначчи рекуррентно очень легко, а аналитически – очень трудно. n -е число Фибоначчи выражается через его порядковый номер следующей формулой:

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right).$$

Свойства числовых последовательностей

Числовая последовательность – частный случай числовой функции, поэтому ряд свойств функций рассматриваются и для последовательностей.

Последовательность $\{y_n\}$ называют *возрастающей*, если каждый ее член (кроме первого) больше предыдущего:

$$y_1 < y_2 < y_3 < \dots < y_n < y_{n+1} < \dots$$

Последовательность $\{y_n\}$ называют *убывающей*, если каждый ее член (кроме первого) меньше предыдущего:

$$y_1 > y_2 > y_3 > \dots > y_n > y_{n+1} > \dots$$

Возрастающие и убывающие последовательности объединяют общим термином – *монотонные последовательности*.

Например, $y_1=1$; $y_n=n^2$ – возрастающая последовательность, а $y_1=1$; $y_n=\frac{1}{n}$ – убывающая последовательность.

Последовательность называется *периодической*, если существует такое натуральное число T , что начиная с некоторого n , выполняется равенство $y_n = y_{n+T}$. Число T называется длиной периода.

Например, последовательность $y_n = (-1)^n$ периодична с длиной периода $T=2$.

Задания для самостоятельного решения:

1 вариант 1) Найдите первые пять членов последовательности, и определите ее вид по его заданному общему члену: $u_n = \frac{n}{n+1}$ 2) Найдите n-й член последовательности по ее данным первым членам: $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{8} + \dots$	2 вариант 1) Найдите первые пять членов последовательности, и определите ее вид по его заданному общему члену: $u_n = \frac{1 + (-1)^{n+1}}{n}$ 2) Найдите n-й член последовательности по ее данным первым членам: $\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \dots$	3 вариант 1) Найдите первые пять членов последовательности, и определите ее вид по его заданному общему члену: $u_n = \frac{1}{(3n-1)(2n+1)}$ 2) Найдите n-й член последовательности по ее данным первым членам: $\frac{2}{4} - \frac{4}{9} + \frac{6}{16} - \frac{8}{25} + \dots$
4 вариант 1) Найдите первые пять членов последовательности, и определите ее вид по его заданному общему члену: $u_n = \frac{2n}{2n+1}$ 2) Найдите n-й член последовательности по ее данным первым членам: $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{\sqrt[3]{2}}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{\sqrt[3]{3}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots$	5 вариант 1) Найдите первые пять членов последовательности, и определите ее вид по его заданному общему члену: $u_n = \frac{(n+1)!}{2n}$ 2) Найдите n-й член последовательности по ее данным первым членам: $\frac{1}{3 \cdot 6} + \frac{1}{5 \cdot 8} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots$	6 вариант 1) Найдите первые пять членов последовательности, и определите ее вид по его заданному общему члену: $u_n = \frac{(-1)^{n+1}}{2^n}$ 2) Найдите n-й член последовательности по ее данным первым членам: $\frac{2}{5} - \frac{3}{8} + \frac{4}{11} - \frac{5}{14} + \dots$
7 вариант 1) Найдите первые пять членов последовательности, и определите ее вид по его заданному общему члену: $u_n = \frac{2^n + 3}{2^{n+1}}$ 2) Найдите n-й член последовательности по ее данным первым членам: $\frac{1}{9} - \frac{1 \cdot 2}{25} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{49} - \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{81} + \dots$	8 вариант 1) Найдите первые пять членов последовательности, и определите ее вид по его заданному общему члену: $u_n = (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$ 2) Найдите n-й член последовательности по ее данным первым членам: $\frac{2}{1} + \frac{4}{4} + \frac{8}{9} + \frac{16}{16} + \dots$	9 вариант 1) Найдите первые пять членов последовательности, и определите ее вид по его заданному общему члену: $u_n = \frac{3^{-n}}{(2n+1)^2}$ 2) Найдите n-й член последовательности по ее данным первым членам: $\frac{2}{2} + \frac{3}{4} - \frac{4}{8} + \frac{5}{16} - \dots$

Контрольные вопросы:

1. Что называется числовой последовательностью?
2. Перечислите способы задания последовательностей.
3. Перечислите свойства числовых последовательностей.

Вычисление пределов функции в точке, на бесконечности

Цель работы: студент должен:

знать:

- определение предела функции;
- свойства и правила вычисления пределов функции;

уметь:

- вычислять пределы функции в точке, на бесконечности.

Предел функции

Число A называют пределом функции $f(x)$ в точке a если при $x \rightarrow a, f(x) \rightarrow A$.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A.$$

Бесконечно малые и бесконечно большие функции

Функция $f(x)$ называется бесконечно малой при $x \rightarrow a$, если

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$$

Функция $f(x)$ называется бесконечно большой при $x \rightarrow a$, если

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$$

Свойства бесконечно малых и бесконечно больших функций

Если функции $f(x)$ и $g(x)$ бесконечно малые при $x \rightarrow a$, то $(f(x)+g(x))$ бесконечно малая при $x \rightarrow a$.

Если функция $f(x)$ бесконечно малая при $x \rightarrow a$ и $g(x)$ – ограниченная, то $(f(x) \cdot g(x))$ – бесконечно малая.

Если существует $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$, а $g(x)$ – бесконечно большая при $x \rightarrow a$, то

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \infty; \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = 0.$$

Если при $x \rightarrow a, f(x)$ – бесконечно малая, то $\frac{1}{f(x)}$ – бесконечно большая.

Если при $x \rightarrow a, f(x)$ – бесконечно большая, то $\frac{1}{f(x)}$ – бесконечно малая.

Теоремы о пределах

Если существуют пределы функций $f(x)$ и $g(x)$, то существует предел суммы (разности) этих функций, который равен сумме (разности) пределов функций $f(x)$ и $g(x)$:

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x).$$

Если существуют пределы функций $f(x)$ и $g(x)$, то существует предел произведения этих функций, который равен произведению пределов этих функций:

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x).$$

Если существуют пределы функций $f(x)$ и $g(x)$ при $x \rightarrow a$ и предел $g(x) \neq 0$, то существует предел частного этих функций, который равен отношению их пределов:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}.$$

Следствие: постоянный множитель можно вынести за знак предела:

$$\lim_{x \rightarrow a} (kf(x)) = k \lim_{x \rightarrow a} f(x).$$

Пример

Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{9x^2 + 8x - 1}{9x - 1}$.

Решение:

здесь применима теорема о пределе частного.

Разложим на множители квадратный трехчлен, для этого достаточно найти корни x_1 и x_2 квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = a(x - x_1) \cdot (x - x_2)$:

$$9x^2 + 8x - 1 = 9 \cdot \left(x - \frac{1}{9}\right) \cdot (x + 1).$$

Под знаком предела сократим одинаковые множители и перейдем к пределу:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{9x^2 + 8x - 1}{9x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{9 \left(x - \frac{1}{9}\right) (x + 1)}{9x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(9x - 1)(x + 1)}{9x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 1 + 1 = 2.$$

Пример

Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$.

Решение.

обнаружив неопределенность $\frac{0}{0}$, раскладываем многочлены в числителе и в знаменателе на множители:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^3 - x^2 - x + 1} = \left(\frac{0}{0}\right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 2)}{(x^2 - 1)(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 2}{x^2 - 1} = \infty.$$

Числитель дроби стремится к конечному пределу, равному 3, а знаменатель при $x \rightarrow 1$ является бесконечно малой, тогда дробь при $x \rightarrow 1$ является бесконечно большой.

Для раскрытия неопределенности $\frac{\infty}{\infty}$ следует числитель и знаменатель разделить на одну и ту же старшую степень переменной.

Пример

Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + 5x^2 - 7x + 3}{5x^3 - 3x - 10}$.

Решение:

в заданном пределе $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + 5x^2 - 7x + 3}{5x^3 - 3x - 10}$ числитель и знаменатель не имеют конечных

пределов, имеем неопределенность $\frac{\infty}{\infty}$. Поделив одновременно числитель и знаменатель на x^3 , получим

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 5x^2 - 7x + 3}{5x^3 - 3x - 10} = \left(\frac{\infty}{\infty} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{5}{x} - \frac{7}{x^2} + \frac{3}{x^3}}{5 - \frac{3}{x^2} - \frac{10}{x^3}} = \frac{2}{5},$$

т. к. каждая из дробей $\frac{5}{x}, \frac{7}{x^2}, \frac{3}{x^3}, \frac{3}{x^2}, \frac{10}{x^3}$ является бесконечно малой и стремится к нулю.

Задания для самостоятельного решения:

Вычислите пределы:

1 вариант 1) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1};$ 2) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9};$ 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2}{x^2 - 1};$ 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{x+1}}{x}.$	2 вариант 1) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - 25}{x + 5};$ 2) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 5x + 6};$ 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 8};$ 4) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{x+2} - 2}.$	3 вариант 1) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3};$ 2) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 11x - 3}{3x^2 - 8x - 3};$ 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 2x + x^3}{10x^3 + x^2 - 80};$ 4) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{6 - x}{3 - \sqrt{x+3}}.$
4 вариант 1) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{2(x^2 - 1)};$ 2) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 17x + 10}{3x^2 - 16x + 5};$ 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x^2 + 11}{x^2 - 1 + 3x^3};$ 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}}.$	5 вариант 1) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 64}{x + 4};$ 2) $\lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}} \frac{3x^2 + 5x + 2}{3x^2 + 8x + 4};$ 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x + 6}{-3x^3 + x^2 - 26};$ 4) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} - 3}{x^2 - 49}.$	6 вариант 1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{1 - x^2};$ 2) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 7x - 4}{3x^2 - 13x + 4};$ 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - x^4}{1 - x^2 - 8x^4};$ 4) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{2 - \sqrt{x-1}}.$
7 вариант 1) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{5}} \frac{x^4 - 25}{x^2 - 5};$ 2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - 7x + 3}{3x^2 - 2x - 1};$ 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^2 - x - 6}{3x - x^2};$ 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}.$	8 вариант 1) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3};$ 2) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 11x - 3}{5x^2 - 16x + 3};$ 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{20x^2 - 5x + 4}{20x - 5};$ 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{2-x} - \sqrt{2+x}}.$	9 вариант 1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 2x}{2x^2 - 5x};$ 2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3};$ 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 2x^2 + 3}{3x^3 - 5};$ 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{5-x} - \sqrt{5+x}}.$

Контрольные вопросы:

1. Что называется пределом функции в точке.
2. Сколько пределов может иметь функция в точке?
3. Сформулируйте теоремы о пределах.

Правила вычисления производных

Цель работы: студент должен:

знать:

- систему и определение производной;

- табличные решения производных элементарных функций, в том числе обратных тригонометрических функций;

- правила дифференцирования функций;

уметь:

- находить производную функции;

- находить дифференциал функции;

- дифференцировать элементарные функции.

Сведения из теории:

Табличные значения производных элементарных функций, тригонометрических и обратных тригонометрических функций:

$c' = 0$	$(\sin x)' = \cos x$	$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$(x^n)' = nx^{n-1}$	$(\cos x)' = -\sin x$	$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$(kx+b)' = k$	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$
$(e^x)' = e^x$	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$
$(a^x)' = a^x \ln a$		
$(\ln x)' = \frac{1}{x}$		
$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$		

Правила вычисления производных:

$$1. (x \pm y)' = x' \pm y',$$

$$2. (xy)' = x'y + xy',$$

$$3. \left(\frac{x}{y}\right)' = \frac{x'y - xy'}{y^2}.$$

Пример

Вычислите производную функции $f(x) = -2x^2 - \frac{1}{3}x^3 + 5x$.

Решение:

воспользуемся формулами и правилом 1 вычисления производных:

$$f'(x) = \left(-2x^2 - \frac{1}{3}x^3 + 5x\right)' = -2 \cdot 2x^{2-1} - \frac{1}{3} \cdot 3x^{3-1} + 5 \cdot 1x^{1-1} = -4x - x^2 + 5.$$

Пример

Вычислите производную функции $f(x) = \sqrt{x}(x-3)$.

Решение:

воспользуемся формулами и правилом 2 вычисления производных:

$$f'(x) = \left(\sqrt{x}(x-3)\right)' = \left(\sqrt{x}\right)'(x-3) + \sqrt{x}(x-3)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}(x-3) + \sqrt{x} \cdot 1.$$

Приведем дроби к общему знаменателю:

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}(x-3) + \sqrt{x} = \frac{x-3+2x}{2\sqrt{x}} = \frac{3x-3}{2\sqrt{x}}.$$

Задания для самостоятельного решения:

Вычислите производную функции:

1 вариант 1) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 5$; 2) $f(x) = (x+1)\sqrt{x}$; 3) $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x}$; 4) $f(x) = \frac{(x^2-1)(x+3)}{15}$.	2 вариант 1) $f(x) = 3x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 4x$; 2) $f(x) = (x-2)\sqrt{3x}$; 3) $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x^2}$; 4) $f(x) = (x^2+3)(x-4)$.
3 вариант 1) $f(x) = 2x^2\sqrt{x} - 4x + 11 + \frac{1}{x}$; 2) $f(x) = (x-2)^3\sqrt{x}$; 3) $f(x) = \frac{e^x + 1}{x}$; 4) $f(x) = \ln x(x+3)$.	4 вариант 1) $f(x) = 3x^3\sqrt{x} - 2x + 5 + \frac{2}{\sqrt{x}}$; 2) $f(x) = \sqrt{x+1}(x^3-5)$; 3) $f(x) = \frac{9x+1}{\sqrt[3]{x^2}}$; 4) $f(x) = (x^2-1)\sqrt{x+3}$.
5 вариант 1) $f(x) = 3x^3\sqrt{x} - 2x + 2 + \frac{2}{x^2\sqrt{x}}$; 2) $f(x) = 0,5(x+1)^2$; 3) $f(x) = \frac{6x}{x^2+1}$; 4) $f(x) = \frac{(x+2)(x-5)}{12}$.	6 вариант 1) $f(x) = \frac{3x^3}{\sqrt[3]{x}} - \frac{2x^2}{\sqrt{x}} + 5$; 2) $f(x) = (x^3+1)\sqrt{x}$; 3) $f(x) = \frac{x^3-3x}{x+2}$; 4) $f(x) = (x^2-1)(x+3)$.
7 вариант 1) $f(x) = \frac{-2x^3}{\sqrt[3]{x}} + \frac{3x^2}{\sqrt{x}} + 5x - 1$; 2) $f(x) = (x^3-2)\sqrt{x+1}$; 3) $f(x) = \frac{\frac{1}{3}x^3 - 2}{4x}$; 4) $f(x) = \ln x(e^x - 1)$.	8 вариант 1) $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x}} + \frac{1}{4}x^4 - 0,5x^2 - 5$; 2) $f(x) = \sqrt{x}(\sqrt[3]{x} - x)$; 3) $f(x) = \frac{1 + \sqrt{x} + x\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$; 4) $f(x) = \frac{\ln x}{1 + \ln x}$.
9 вариант 1) $f(x) = 2x^3 - 4x^2 - 5x + 3$; 2) $f(x) = (x-1)\sqrt{x+1}$; 3) $f(x) = \frac{x-2}{x+3}$; 4) $f(x) = (x^3-1)(x^2+1)$.	

Контрольные вопросы:

1. Перечислите значения производных некоторых табличных функций.

2. Сформулируйте правила вычисления производных.

Вычисление производных сложной функции

Цель работы: студент должен:

знать:

- систему и определение производной, второй производной и производных высших порядков;
- табличные решения производных элементарных функций, в том числе обратных тригонометрических функций;
- правила вычисления производной сложной функции;

уметь:

- находить производную сложной функции;
- находить вторую производную и производную высших порядков.

Сведения из теории:

Производная сложной функции

Пусть функция $y = f(x)$, $x \in (a; b)$, имеет производную в точке $x_0 \in (a; b)$, а функция $z = f(y)$ имеет производную в точке $y_0 = f(x_0)$. Тогда сложная функция $z(x) = f(f(x))$ имеет производную в точке x_0 , которая вычисляется по формуле:

$$z'(x_0) = (f(f(x_0)))' = f'(y_0) \cdot g'(x_0).$$

Пример

Вычислите производную функции $y = (x^2 + 3x + 10)^2$.

Решение:

представим заданную функцию как композицию квадратичной функции и степенной

$$y = (x^2 + 3x + 10)^2;$$

$$g(x) = x^2 + 3x + 10;$$

$$f(x) = (g(x))^2;$$

$$f'(x) = ((g(x))^2)' = 2g(x) \cdot (g(x))';$$

$$y' = 2(x^2 + 3x + 10) \cdot (x^2 + 3x + 10)' = 2(x^2 + 3x + 10)(2x + 3).$$

Производные высших порядков

Вторая производная это производная от первой производной, т.е. $y'' = (y')'$, и т.д.

Производные высших порядков обозначаются римскими цифрами.

Пример

Найти четвертую производную $y = x^6 + 4x + 12$.

Решение:

вычисляем последовательно производные:

$$y' = 6x^5 + 4;$$

$$y'' = 30x^4;$$

$$y''' = 120x^3;$$

$$y^{IV} = 360x^2.$$

Задания для самостоятельного решения:

Вычислите значение «сложной» производной в указанной точке:

1 вариант 1) $f(x) = \sin^2 x; f'(\pi/4);$ 2) $f(x) = \ln \cos x; f'(-\pi/3);$ 3) $f(x) = \sin 2x - \cos^2 x; f'(0);$ 4) $f(x) = \ln \operatorname{tg} x; f'(\pi/4);$ 5) $f(x) = e^{\sin x}; f'(0).$	2 вариант 1) $f(x) = \cos^2 x; f'(-\pi/4);$ 2) $f(x) = \ln \sin x; f'(\pi/6);$ 3) $f(x) = \sin^2 x + \cos 2x; f'(0);$ 4) $f(x) = \ln \operatorname{ctg} x; f'(-\pi/4);$ 5) $f(x) = e^{\cos 2x}; f'(\pi/4).$
3 вариант 1) $f(x) = \ln \sin^2 x; f'(\pi/4);$ 2) $f(x) = \cos^2 x^2; f'(\sqrt{\pi}/2);$ 3) $f(x) = 2 \sin^2 x \cos x; f'(\pi/2);$ 4) $f(x) = \operatorname{tg}^2 3x; f'(0);$ 5) $f(x) = e^{\sin 2x} - 3e^{\cos 2x}; f'(0).$	4 вариант 1) $f(x) = -2 \sin^2 x; f'(-\pi/4);$ 2) $f(x) = \ln \cos x; f'(\pi/3);$ 3) $f(x) = 2 \sin 2x + 3 \cos 3x; f'(0);$ 4) $f(x) = \ln \operatorname{tg} x; f'(\pi/4);$ 5) $f(x) = e^{-2 \sin x}; f'(0).$
5 вариант 1) $f(x) = \ln \cos^2 2x; f'(\pi/8);$ 2) $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x; f'(\pi/4);$ 3) $f(x) = \ln \sqrt{\cos 2x}; f'(\pi/8);$ 4) $f(x) = \ln \operatorname{tg} 2x; f'(\pi/8);$ 5) $f(x) = e^{\cos 2x} - 2e^{\sin 2x}; f'(\pi/4).$	6 вариант 1) $f(x) = \ln \operatorname{tg}^2 2x; f'(\pi/24);$ 2) $f(x) = \cos^3 x; f'(\pi/4);$ 3) $f(x) = \sin^4 x - \cos^4 x; f'(\pi/4);$ 4) $f(x) = e^{-\sin x} - e^{-\cos x}; f'(\pi/2);$ 5) $f(x) = \ln \sqrt{\sin x}; f'(\pi/4).$
7 вариант 1) $f(x) = \ln \cos^2 4x; f'(\pi/16);$ 2) $f(x) = 4 \cos^2 x; f'(\pi/4);$ 3) $f(x) = 4 \sin^5 2x; f'(\pi/8);$ 4) $f(x) = \ln \operatorname{tg} 3x; f'(\pi/12);$ 5) $f(x) = e^{\sin x} + e^{\cos x}; f'(\pi/2).$	8 вариант 1) $f(x) = \ln \sqrt{\sin x}; f'(\pi/8);$ 2) $f(x) = \cos^4 3x; f'(\pi/6);$ 3) $f(x) = \ln \sqrt{\operatorname{tg} 3x}; f'(\pi/12);$ 4) $f(x) = \arcsin 4x + e^{3x}; f'(0);$ 5) $f(x) = 5 \arccos \sqrt{x}; f'(1/2).$
9 вариант 1) $f(x) = \ln \sqrt{\cos 2x}; f'(-\pi/8);$ 3) $f(x) = \ln \sqrt{\operatorname{ctg} 3x}; f'(-\pi/12);$ 5) $f(x) = 5 \arccos \sqrt{1-x}; f'(1/2).$	2) $f(x) = \sin^4 6x; f'(\pi/3);$ 4) $f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{x}; f'(1/4);$

Контрольные вопросы:

1. Сформулируйте правила вычисления производных сложной функции.
2. Что называется второй производной данной функции?

Практическое занятие 20. Нахождение наименьшего, наибольшего значения функции на отрезке

Цель работы: студент должен:

знать:

- определение точек максимума (минимума) функции;
- зависимость поведения функции от знака первой производной;

уметь:

- применять первую производную для нахождения промежутков монотонности функции;
- находить наименьшее, наибольшее значение функции на отрезке.

Сведения из теории:

Для нахождения наименьшего и наибольшего значений функции, непрерывной в некотором промежутке, необходимо:

- 1) найти критические точки, принадлежащие заданному промежутку, и вычислить значения функции в этих точках;
- 2) найти значения функции на концах промежутка;
- 3) сравнить полученные значения; тогда наименьшее и наибольшее из них являются соответственно наименьшим и наибольшим значениями функции в рассматриваемом промежутке.

Пример

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = 3x + 2x^2 + \frac{1}{3}x^3$ на промежутке $[-2; 0]$.

Решение:

вычислим критические точки функции, принадлежащие заданному промежутку, с помощью первой производной:

$$y' = 3 + 4x + x^2;$$

$$x^2 + 4x + 3 = 0;$$

$$D = 16 - 12 = 4;$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 2}{2};$$

$$x_1 = -1; \quad x_2 = -3.$$

Т.к. $-3 \notin [-2; 0]$, $x = -1$ – критическая точка.

$$y(-1) = 3(-1) + 2(-1)^2 + \frac{1}{3}(-1)^3 = -3 + 2 - \frac{1}{3} = -1\frac{1}{3}, \quad \underline{y(-1) = -1\frac{1}{3}}.$$

Вычислим значения функции на концах промежутка:

$$y(-2) = 3(-2) + 2(-2)^2 + \frac{1}{3}(-2)^3 = -6 + 8 - \frac{8}{3} = 2 - \frac{8}{3} = -\frac{2}{3}, \quad \underline{y(-2) = -\frac{2}{3}}.$$

$$\underline{y(0) = 0}.$$

Сравним полученные значения: наименьшее значение функции равно $-1\frac{1}{3}$ и достигается ею во внутренней точке промежутка, а наибольшее значение равно 0 и достигается на правом конце промежутка.

Задания для самостоятельного решения:

Найдите наименьшее и наибольшее значения функций в заданных промежутках:

- 1) $y = -6x + x^2 + 13$ на промежутке $[0; 6]$;
- 2) $y = 8 - 0,5x^2$ на промежутке $[-2; 2]$;
- 3) $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3$ на промежутке $[1; 3]$;
- 4) $y = 6x^2 - x^3$ на промежутке $[-1; 6]$;
- 5) $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ на промежутке $[-4; 4]$;
- 6) $y = -24x + 9x^2 - x^3 + 10$ на промежутке $[0; 3]$;
- 7) $y = x - 2x^2 + \frac{1}{3}x^3$ на промежутке $[-4; -1]$;
- 8) $y = \frac{3}{5}x - \frac{2}{5}x^2 - \frac{1}{3}x^3$ на промежутке $[-3; 1]$;
- 9) $y = -3x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3$ на промежутке $[-5; 0]$.

Контрольные вопросы:

1. Сформулируйте правила вычисления наименьшего и наибольшего значения функции на промежутке.

Построение графиков функций

Цель работы: студент должен:

знать:

- общую схему построения графиков функций;

уметь:

- исследовать функцию с помощью первой, второй производной;
- строить графики функций.

Сведения из теории:

Общая схема построения графиков функций:

- 1) найти область определения функции;
- 2) найти точки пересечения графика функции с осями координат;
- 3) найти промежутки монотонности функции и экстремумы функции;
- 4) найти промежутки выпуклости и точки перегиба;
- 5) построить график функции, используя полученные результаты исследования.

Пример

Исследовать функцию $y = (x + 1) \cdot (x - 2)^2$ и построить ее график.

Решение:

1) Данная функция является многочленом (можно раскрыть скобки, получим многочлен третьей степени), поэтому она определена, непрерывна и дифференцируема при любых x . Поэтому область определения функции – вся числовая прямая.

2) Вычислим точки пересечения графика функции с осями координат: график функции $y=(x+1) \cdot (x-2)^2$ пересекает ось Ox при $y=0$, т. е.

$$\begin{aligned}(x+1) \cdot (x-2)^2 &= 0; \\ x+1 &= 0 \text{ или } (x-2)^2 = 0; \\ x &= -1 \text{ или } x = 2.\end{aligned}$$

График функции $y=(x+1) \cdot (x-2)^2$ пересекает ось Oy при $x=0$, т. е.

$$y=(0+1) \cdot (0-2)^2 = 1 \cdot 4 = 4.$$

Т.о. мы получили три точки: $(-1; 0)$, $(2; 0)$, $(0; 4)$.

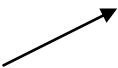
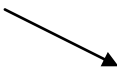
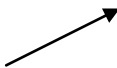
3) Найдем промежутки монотонности функции и ее экстремумы с помощью первой производной:

$$y' = ((x+1) \cdot (x-2)^2)' = 3x \cdot (x-2).$$

Из уравнения $y' = 0$ найдем критические точки:

$$\begin{aligned}3x \cdot (x-2) &= 0; \\ x_1 &= 0, x_2 = 2.\end{aligned}$$

Результаты решения занесем в таблицу:

x	$(-\infty, 0)$	0	$(0; 2)$	2	$(2; +\infty)$
y'	+	0	–	0	+
y		4		0	
	возрастает	max	убывает	min	возрастает
	T				T

Функция возрастает на интервалах $(-\infty, 0)$ и $(2, +\infty)$, убывает на интервале $(0; 2)$, имеет максимум при $x=0$ и минимум при $x=2$: $y_{\max}=y(0)=4$; $y_{\min}=y(2)=0$.

4) Найдем промежутки выпуклости и точки перегиба с помощью второй производной:

$$y'' = (3x \cdot (x-2))' = 6 \cdot (x-1).$$

Кривая выпукла там, где $y'' < 0$, т. е.

$$\begin{aligned}6 \cdot (x-1) &< 0, \\ x &< 1.\end{aligned}$$

Кривая вогнута там, где $y'' > 0$, т. е. $x > 1$.

На интервале $(-\infty, 1)$ кривая выпукла; на интервале $(1, +\infty)$ – вогнута.

Точку перегиба найдем из уравнения $y''=0$. Т. о., $x=1$ – абсцисса точки перегиба, т.к. эта точка разделяет интервалы выпуклости и вогнутости кривой. Ордината точки перегиба: $y(1)=2$.

Результаты решения занесем в таблицу:

x	$(-\infty, 1)$	1	$(1; +\infty)$
y''	–	0	+
y		2	
	выпукла	перегиб	вогнута

5) По полученным точкам строим график:

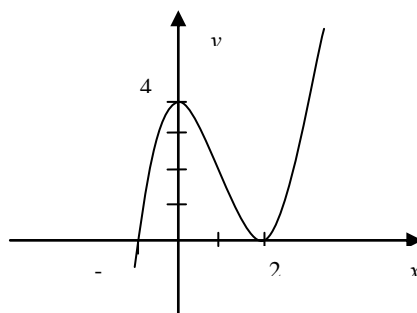


Рисунок 32. График функции $y=(x+1) \cdot (x-2)^2$

Задания для самостоятельного решения:

Исследуйте следующие функции и постройте их графики:

1 вариант $y = -x^4 + 8x^2 + 9.$	2 вариант $y = x^3 - 3x.$	3 вариант $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 8.$
4 вариант $y = x^4 - 5x^2 + 4.$	5 вариант $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3.$	6 вариант $y = x^3 - 12x + 4.$
7 вариант $y = -x^3 + x.$	8 вариант $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2.$	9 вариант $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2.$

Контрольные вопросы:

1. Что называется областью определения и областью значений функции?
2. Приведите примеры применения первой производной к исследованию функции.
3. Приведите примеры применения второй производной к исследованию функции.
4. Расскажите общую схему исследования и построения графика функции.

Практическое занятие 22. Вычисление неопределенных интегралов методом замены переменной

Цель работы: студент должен:

знать:

- таблицу значений неопределенных интегралов;
- суть метода замены переменной в неопределенном интеграле;

уметь:

- вычислять неопределенные интегралы методом замены переменной.

Сведения из теории:

Табличные значения неопределенных интегралов

$\int dx = x + c$ $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$ $\int \frac{dx}{x} = \ln x + c$ $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$ $\int e^x dx = e^x + c$	$\int \sin x dx = -\cos x + c$ $\int \cos x dx = \sin x + c$ $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + c$ $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + c$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + c$ $\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + c$

Интегрирование методом замены переменной

Сущность интегрирования методом замены переменной (способом подстановки) заключается в преобразовании интеграла $\int f(x)dx$ в интеграл $\int F(t)dt$, который легко вычисляется по таблице значений неопределенных интегралов.

Для нахождения интеграла $\int f(x)dx$ заменяем переменную x новой переменной t . Дифференцируя равенство, получаем выражение dx . После того как интеграл относительно новой переменной t будет найден, с помощью обратной подстановки он приводится к переменной x .

Пример

Вычислите интеграл методом замены переменной: $\int \cos(5x+3)dx$.

Решение:

с помощью замены части подынтегрального выражения приведем заданный интеграл к табличному виду:

$$\int \cos(5x+3)dx = \left| \begin{array}{l} t = 5x+3 \\ (5x+3)'dx = dt \\ 5dx = dt \\ dx = \frac{dt}{5} \end{array} \right| = \frac{1}{5} \int \cos t dt = \frac{\sin t}{5} + c = \frac{\sin(5x+3)}{5} + c.$$

Пример

Вычислите интеграл методом замены переменной: $\int (2x+1)^{10} dx$.

Решение:

с помощью замены части подынтегрального выражения приведем заданный интеграл к табличному виду:

$$\int (2x+1)^{10} dx = \left| \begin{array}{l} t = 2x+1 \\ (2x+1)'dx = dt \\ 2dx = dt \\ dx = \frac{dt}{2} \end{array} \right| = \frac{1}{2} \int t^{10} dt = \frac{t^{11}}{2 \cdot 11} + c = \frac{(2x+1)^{11}}{22} + c.$$

Задания для самостоятельного решения:

Вычислите следующие интегралы методом замены переменной:

1 вариант 1) $\int (x^2 + 3)^5 x dx;$ 2) $\int \frac{x}{x^2 - 1} dx;$ 3) $\int \cos^3 x dx;$ 4) $\int \frac{\sin 3x dx}{2 + \cos 3x}.$	2 вариант 1) $\int 4(x^4 - 1)^2 x^3 dx;$ 2) $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx;$ 3) $\int \frac{dx}{(4 - 3x)^2};$ 4) $\int \sqrt[3]{(3x + 1)^2} dx.$	3 вариант 1) $\int \frac{6x^2 dx}{(1 - 2x^3)^4};$ 2) $\int \frac{x dx}{4x^2 + 1};$ 3) $\int (7 - 2x)^3 dx;$ 4) $\int \frac{3}{x + 5} dx.$
4 вариант 1) $\int \frac{dx}{(5x + 1)^3};$ 2) $\int \frac{3}{12 - x} dx;$ 3) $\int (5t - 1)^4 dt;$ 4) $\int \sqrt[3]{(-4x + 1)^5} dx.$	5 вариант 1) $\int \frac{\sin 2x dx}{1 - \cos 2x};$ 2) $\int \frac{dx}{\sqrt{4 - 9x^2}};$ 3) $\int (2x^3 - 3)^2 x^2 dx;$ 4) $\int \frac{x^3 dx}{(5x^4 + 3)^5}.$	6 вариант 1) $\int (x^3 + 1)x^2 dx;$ 2) $\int \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} dx;$ 3) $\int \frac{x dx}{(5x^2 + 1)^3};$ 4) $\int \frac{10}{1 - 4x} dx.$
7 вариант 1) $\int tg x dx;$ 2) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1 - x^3}};$ 3) $\int 3x^2 \sqrt{2x^3 - 1} dx;$ 4) $\int 2x \sqrt{(1 - 3x^2)^3} dx.$	8 вариант 1) $\int x^2 \sqrt{x^3 + 5} dx;$ 2) $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1 - \sin x}};$ 3) $\int (x^4 - 2)^2 x^3 dx;$ 4) $\int \sin\left(\frac{x}{5}\right) dx.$	9 вариант 1) $\int \sin 3x dx;$ 2) $\int x \sqrt{1 - x^2} dx;$ 3) $\int \frac{12x dx}{(5x^3 + 1)^2};$ 4) $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1 + 3 \sin x}}.$

Контрольные вопросы:

1. Какая функция называется первообразной для функции $f(x)$, при $x \in (a; b)$?
2. Что называется неопределенным интегралом?
3. Перечислите основные формулы интегрирования.
4. Сформулируйте суть метода непосредственного интегрирования.
5. Сформулируйте суть метода замены переменной.

Вычисление неопределенных интегралов методом интегрирования по частям

Цель работы: студент должен:

знать:

- таблицу значений неопределенных интегралов;
- суть метода интегрирования по частям;

уметь:

- вычислять неопределенные интегралы методом интегрирования по частям.

Сведения из теории:

Интегрирование по частям

Вычисляя дифференциал произведения, имеем:

$$d(uv) = u dv + v du,$$

откуда

$$u dv = d(uv) - v du.$$

Если дифференциалы двух функций равны, то их неопределенные интегралы совпадают. Поэтому

$$\int u dv = \int d(uv) - \int v du$$

и, следовательно,

$$\int u dv = uv - \int v du.$$

С помощью этой формулы вычисление интеграла $\int u dv$ сводится к вычислению интеграла $\int v du$, если последний окажется проще исходного.

Пример

Вычислите интеграл методом интегрирования по частям: $\int x \sin x dx$.

Решение:

преобразуя части подынтегрального выражения, приведем заданный интеграл к табличному виду:

$$\int x \sin x dx = \left| \begin{array}{l} u = x \\ du = dx \end{array} \right| \begin{array}{l} dv = \sin x dx \\ \int dv = \int \sin x dx \\ v = -\cos x \end{array} = -x \cos x + \int \cos x dx = -x \cos x + \sin x + c.$$

Пример

Вычислите интеграл методом интегрирования по частям: $\int \frac{\ln x dx}{x^2}$.

Решение:

преобразуя части подынтегрального выражения, приведем заданный интеграл к табличному виду:

$$\int \frac{\ln x dx}{x^2} = \left| \begin{array}{l} u = \ln x \\ du = \frac{dx}{x} \end{array} \right| \begin{array}{l} dv = \frac{dx}{x^2} \\ \int dv = \int x^{-2} dx \\ v = -\frac{1}{x} \end{array} = -\frac{\ln x}{x} + \int \frac{dx}{x^2} = -\frac{\ln x}{x} - \frac{1}{x} + c.$$

Задания для самостоятельного решения:

Вычислите следующие интегралы методом интегрирования по частям:

1 вариант	2 вариант	3 вариант
1) $\int x \cos x dx$;	1) $\int (1-x) \sin x dx$;	1) $\int \frac{\ln x dx}{x^3}$;
2) $\int x e^x dx$;	2) $\int \arctg x dx$;	2) $\int x \cos 3x dx$;
3) $\int e^{2x} \cos x dx$.	3) $\int e^x \cos(x-3) dx$.	3) $\int 2x e^x dx$.

4 вариант 1) $\int \ln^2 x dx$; 2) $\int x \sin x dx$; 3) $\int e^{3x} \sin(2x - \frac{\pi}{4}) dx$.	5 вариант 1) $\int \ln x dx$; 2) $\int x \cos(5x - 7) dx$; 3) $\int e^x \cos x dx$.	6 вариант 1) $\int \frac{x dx}{\sin^2 x}$; 2) $\int x e^{-2x} dx$; 3) $\int \arccos^2 x dx$.
7 вариант 1) $\int e^{3x} \sin 2x dx$; 2) $\int (3x - 4) \ln x dx$; 3) $\int \arccos x dx$.	8 вариант 1) $\int x 2^x dx$; 2) $\int (x - 5) \sin 2x dx$; 3) $\int \arcsin x dx$.	9 вариант 1) $\int x \arctg x dx$; 2) $\int x^2 e^{-x} dx$; 3) $\int x^2 \sin x dx$.

Контрольные вопросы:

1. Сформулируйте суть метода интегрирования по частям.

Вычисление определенных интегралов различными способами

Цель работы: студент должен:

знать:

- формулу Ньютона-Лейбница;
- суть методов вычисления определенных интегралов;

уметь:

- вычислять определенные интегралы методами: замены переменной, по частям.

Сведения из теории:

Для вычисления определенного интеграла от функции $f(x)$ в том случае, когда можно найти соответствующий неопределенный интеграл $F(x)$, служит формула Ньютона – Лейбница:

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a),$$

т.е. определенный интеграл равен разности значений первообразной при верхнем и нижнем пределах интегрирования.

Пример

Вычислить определенный интеграл $\int_0^{10} (3t^2 + 2t + 1) dt$.

Решение:

по формуле Ньютона – Лейбница:

$$\begin{aligned} \int_2^{10} (3t^2 + 2t + 1) dt &= \left(\frac{3t^3}{3} + \frac{2t^2}{2} + t \right) \Big|_2^{10} = (t^3 + t^2 + t) \Big|_2^{10} = \\ &= (10^3 + 10^2 + 10) - (2^3 + 2^2 + 2) = 1110 - 14 = 1096. \end{aligned}$$

Вычисление определенного интеграла методом замены переменной

При вычислении определенного интеграла методом замены переменной (способом

подстановки) определенный интеграл $\int_a^b f(x)dx$ преобразуется с помощью подстановки $u=g(x)$ в определенный интеграл относительно новой переменной u . При этом старые пределы интегрирования a и b заменяются соответственно новыми пределами интегрирования α и β , которые вычисляются по формулам: $\alpha=g(a)$ и $\beta=g(b)$.

Пример

Вычислить определенный интеграл $\int_2^3 (2x-1)^3 dx$.

Решение:

преобразуя части подынтегрального выражения, приведем заданный интеграл к табличному виду, далее воспользуемся формулой Ньютона – Лейбница:

$$\int_2^3 (2x-1)^3 dx = \left| \begin{array}{l} u = 2x-1 \\ du = (2x-1)' dx \\ du = 2 dx \\ dx = \frac{1}{2} du \end{array} \right| \begin{array}{l} u_1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5 \\ u_2 = 2 \cdot 2 - 1 = 3 \end{array} = \int_3^5 u^3 \frac{1}{2} du = \frac{1}{2} \cdot \frac{u^4}{4} \Big|_3^5 =$$

$$= \frac{5^4}{8} - \frac{3^4}{8} = \frac{625-81}{8} = \frac{544}{8} = 68.$$

Интегрирование по частям в определенном интеграле

Если функции $u(x)$ и $v(x)$ и их производные непрерывны в промежутке $[a; b]$, то формула интегрирования по частям для определенного интеграла имеет вид:

$$\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du.$$

Пример

Вычислить определенный интеграл $\int_e^4 x \ln x dx$.

Решение:

преобразуя части подынтегрального выражения, приведем заданный интеграл к табличному виду, далее воспользуемся формулой Ньютона – Лейбница:

$$\int_e^4 x \ln x dx = \left| \begin{array}{l} u = \ln x \\ du = (\ln x)' dx \\ du = \frac{dx}{x} \end{array} \right| \begin{array}{l} dv = x dx \\ \int dv = \int x dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{array} = \frac{x^2}{2} \cdot \ln x \Big|_e^4 - \int_e^4 \frac{x^2}{2} \cdot \frac{dx}{x} =$$

$$= \frac{16}{2} \ln 4 - \frac{e^2}{2} \ln e - \int_e^4 \frac{x}{2} \cdot \frac{dx}{1} = 8 \ln 4 - \frac{e^2}{2} - \left(\frac{x^2}{4} \right)_e^4 = 8 \ln 4 - \frac{e^2}{2} - \left(\frac{4^2}{4} - \frac{e^2}{4} \right) =$$

$$= 8 \ln 4 - \frac{e^2}{2} - 4 + \frac{e^2}{4} = 8 \ln 4 - \frac{e^2}{4} - 4.$$

Задания для самостоятельного решения:

Вычислите следующие интегралы:

1 вариант 1) Методом замены переменной: $\int_{-1}^2 (x^2 + 3)^5 x dx$. 2) Методом интегрирования по частям: $\int_0^{\pi/2} x \cos x dx$.	2 вариант 1) Методом замены переменной: $\int_2^3 4(x^4 - 1)^2 x^3 dx$. 2) Методом интегрирования по частям: $\int_{\pi/3}^{\pi/2} (1 - x) \sin x dx$.	3 вариант 1) Методом замены переменной: $\int_{-1}^0 \frac{6x^2 dx}{(1 - 2x^3)^4}$. 2) Методом интегрирования по частям: $\int_1^e \frac{\ln x dx}{x^3}$.
4 вариант 1) Методом замены переменной: $\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(5x + 1)^3}$. 2) Методом интегрирования по частям: $\int_1^e \ln^2 x dx$.	5 вариант 1) Методом замены переменной: $\int_3^4 \frac{x}{x^2 - 1} dx$. 2) Методом интегрирования по частям: $\int_e^4 \ln x dx$.	6 вариант 1) Методом замены переменной: $\int_1^3 (x^3 + 1)x^2 dx$. 2) Методом интегрирования по частям: $\int_0^1 x e^{-x} dx$.
7 вариант 1) Методом замены переменной: $\int_{-2}^0 \frac{x^2 dx}{\sqrt{1 - x^3}}$. 2) Методом интегрирования по частям: $\int_0^1 \arccos x dx$.	8 вариант 1) Методом замены переменной: $\int_0^3 x^2 \sqrt{x^3 + 5} dx$. 2) Методом интегрирования по частям: $\int_0^1 \arcsin x dx$.	9 вариант 1) Методом замены переменной: $\int_1^3 x \sqrt{10 - x^2} dx$. 2) Методом интегрирования по частям: $\int_0^{\pi/2} x^2 \sin x dx$.

Контрольные вопросы:

1. Какая функция называется первообразной для функции $f(x)$, при $x \in (a; b)$?
2. Что называется неопределенным интегралом?
3. Перечислите основные формулы интегрирования.
4. Сформулируйте суть метода непосредственного интегрирования.
5. Сформулируйте суть метода замены переменной.
6. Сформулируйте суть метода интегрирования по частям.
7. Приведите примеры приложения определенных интегралов.

Приложения определенных интегралов**Цель работы:**

студент должен:

знать:

- таблицу значений неопределенных интегралов;
- способы вычисления определенных интегралов;

уметь:

- решать прикладные задачи с помощью определенного интеграла.

Сведения из теории:

Физические приложения определенных интегралов

Вычисление пути, пройденного точкой

Путь, пройденный точкой при неравномерном движении по прямой с переменной скоростью $V=f(t)>0$ за промежуток времени от t_1 до t_2 , вычисляется по формуле

$$S = \int_{t_1}^{t_2} f(t)dt.$$

Пример

Скорость движения точки изменяется по закону $V=(3t^2+2t+1)$ м/с. Найти путь, пройденный точкой за 10с от начала движения.

Решение:

согласно условию, $f(t)=3t^2+2t+1$, $t_1=0$, $t_2=10$. По формуле $S = \int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$ находим

$$S = \int_0^{10} (3t^2 + 2t + 1)dt = \left(\frac{3t^3}{3} + \frac{2t^2}{2} + t \right) \Big|_0^{10} = (t^3 + t^2 + t) \Big|_0^{10} = 10^3 + 10^2 + 10 = 1110 \text{ (м)}.$$

Вычисление работы силы

Работа, произведенная переменной силой $f(x)$ при перемещении по оси Ox материальной точки от $x=a$ до $x=b$, находится по формуле:

$$A = \int_a^b f(x)dx.$$

При решении задач на вычисление работы силы часто используется закон Гука: $F=kx$, где F -сила, H ; x – абсолютное удлинение пружины, $м$, вызванное силой F , а k – коэффициент пропорциональности, $H/м$.

Пример

Сжатие x винтовой пружины, пропорционально приложенной силе F . Вычислить работу силы F при сжатии пружины на 0,04 м, если для сжатия ее на 0,01 м нужна сила 10 Н.

Решение:

т.к. $x=0,01м$ при $F=10Н$, то, подставляя эти значения в равенство $F=kx$, получим $10=0,01k$, откуда $k=1000 H/м$.

Подставив теперь в это же равенство значение k , находим $F=1000x$, т.е. $f(x)=1000x$.

Искомую работу найдем по формуле $A = \int_a^b f(x)dx$, полагая $a=0$, $b=0,04$:

$$A = \int_0^{0,04} 1000x dx = \left(\frac{1000x^2}{2} \right) \Big|_0^{0,04} = 500x^2 \Big|_0^{0,04} = 500 \cdot 0,04^2 = 0,8 \text{ (Дж)}.$$

Задания для самостоятельного решения:

1 вариант	2 вариант	3 вариант
Скорость движения точки изменяется по закону $V=(-3t^2+12t)$ м/с. Найти путь, пройденный точкой	Под действием силы 80Н пружина растягивается на 0,02м. Первоначальная длина пружины равна	Пружина в спокойном состоянии имеет длину 0,2м. Сила в 50Н растягивает пружину на

от начала движения до ее остановки.	0,15м. Какую работу надо совершить, чтобы растянуть её до 0,2м?	0,01м. Какую работу надо совершить, чтобы растянуть её от 0,22 до 0,32 м?
4 вариант При сжатии пружины на 0,05м затрачивается работа 25Дж. Какую работу необходимо совершить, чтобы сжать пружину на 0,1м?	5 вариант Скорость движения точки $V=(6t^2+4)$ м/с. Найти путь, пройденный точкой за 5 с от начала движения.	6 вариант Скорость движения точки $V=(-3t^2+18t)$ м/с. Найти путь, пройденный точкой от начала движения до её остановки.
7 вариант Скорость движения точки $V=(8t^2+2t)$ м/с. Найти путь, пройденный точкой за 2-ю секунду.	8 вариант Пружина растягивается на 0,02м под действием силы 60Н. Какую работу производит эта сила, растягивая пружину на 0,12м?	9 вариант Скорость движения точки изменяется по закону $V=(9t^2-8t)$ м/с. Найти путь, пройденный точкой за 4-ю секунду.

Контрольные вопросы:

1. Приведите примеры приложения определенных интегралов.

Практическое занятие 14-16. Вершины, ребра, грани многогранника. Параллелепипед. Куб

Цель работы: студент должен:

знать:

- свойство, связывающее число вершин, ребер и граней многогранника;
- определение параллелепипеда, куба;
- свойства прямоугольного параллелепипеда;
- формулы объема прямоугольного параллелепипеда, куба;

уметь:

- устанавливать связь между числом плоских углов Π многогранника и числом его ребер P ;
- строить параллелепипед, куб;
- вычислять объем прямоугольного параллелепипеда, куба.

Сведения из теории:

Для выпуклых многогранников имеет место свойство, связывающее число его вершин, ребер и граней, доказанное в 1752 году Леонардом Эйлером, и получившее название теоремы Эйлера.

Прежде чем его сформулировать рассмотрим известные нам многогранники и заполним следующую таблицу, в которой B – число вершин, P – ребер и Γ – граней данного многогранника:

Название многогранника	B	P	Γ
Треугольная пирамида	4	6	4
Четырехугольная пирамида	5	8	5
Треугольная призма	6	9	5

Четырехугольная призма	8	12	6
n -угольная пирамида	$n+1$	$2n$	$+1$
n -угольная призма	$2n$	$3n$	$n+2$
n -угольная усеченная пирамида	$2n$	$3n$	$n+2$

Из этой таблицы непосредственно видно, что для всех выбранных многогранников имеет место равенство $B-P+Г=2$. Оказывается, что это равенство справедливо не только для этих многогранников, но и для произвольного выпуклого многогранника.

Заметим, что многоугольники можно деформировать, увеличивать, уменьшать или даже искривлять их стороны, лишь бы при этом не происходило разрывов сторон. Число вершин, ребер и граней при этом не изменится.

Для полученного разбиения многоугольника на более мелкие многоугольники имеет место равенство:

$$B-P+Г=1,$$

где B – общее число вершин, P – общее число ребер и $Г$ – число многоугольников, входящих в разбиение. Ясно, что $Г=Г-1$, где $Г$ – число граней данного многогранника.

В любом выпуклом многограннике найдется грань с числом ребер меньшим или равным пяти

Для любого многогранника имеет место неравенство $3B \leq 2P$.

Параллелепипедом называется призма, основаниями которой служат параллелограммы. Все шесть граней параллелепипеда – параллелограммы. Отрезки, соединяющие вершины параллелепипеда, не принадлежащие одной и той же грани, называются *диагоналями параллелепипеда*.

Свойства параллелепипеда

- 1) Середина диагонали параллелепипеда является его центром симметрии.
- 2) Противоположные грани параллелепипеда попарно равны и параллельны.
- 3) Все четыре диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся ею пополам.

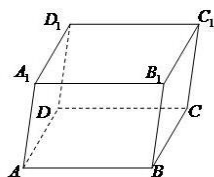


Рисунок 53. Параллелепипед

Параллелепипед, боковые ребра которого перпендикулярны плоскости основания параллелепипеда, называется *прямым параллелепипедом* ($ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямой параллелепипед).

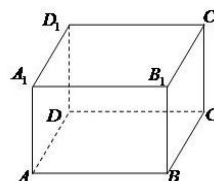


Рисунок 54. Прямоугольный параллелепипед

Прямой параллелепипед, основанием которого служит прямоугольник, называется *прямоугольным параллелепипедом*. Все грани прямоугольного параллелепипеда – прямоугольники. Длины трех ребер прямоугольного параллелепипеда, выходящих из

одной вершины, называются измерениями прямоугольного параллелепипеда.

Свойства прямоугольного параллелепипеда

1) Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений:

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2.$$

2) Все диагонали прямоугольного параллелепипеда равны.

3) Для куба формула упрощается: $4d^2 = 12a^2$.

Пример

Найти длину стороны куба, если его диагональ равна 5 см.

Решение:

из формулы для диагонали куба выразим его сторону:

$$a^2 = \frac{4d^2}{12}.$$

Тогда,

$$a = \sqrt{\frac{4d^2}{12}} = \frac{d}{\sqrt{3}} = \frac{5}{\sqrt{3}}.$$

Т. к. параллелепипед есть частный случай призмы, то площадь поверхности и объем параллелепипеда вычисляются по формулам для площади поверхности и объема призмы. Кроме того, объем прямоугольного параллелепипеда можно вычислять по формуле:

$$V = abc,$$

где a, b, c – три измерения прямоугольного параллелепипеда.

Куб

Прямоугольный параллелепипед с равными измерениями называется кубом. Все грани куба – равные квадраты.

Объем куба вычисляется по формуле:

$$V = a^3,$$

где a – измерение куба.

Как найти сумму длин всех ребер параллелепипеда

Для удобства введем обозначения: A и B стороны основания параллелепипеда; C – его боковая грань.

Т. о., в основании параллелепипеда лежит параллелограмм со сторонами A и B . Параллелограмм – это четырехугольник, противоположные стороны которого равны и параллельны. Из этого определения следует, что против стороны A лежит равная ей сторона A . Поскольку противоположные грани параллелепипеда равны (вытекает из определения), то верхняя его грань тоже имеет 2 стороны равные A . Таким образом, сумма всех четырех этих сторон равна $4A$.

То же, можно сказать, и о стороне B . Противоположная ей сторона в основании параллелепипеда равна B . Верхняя (противоположная) грань параллелепипеда тоже имеет 2 стороны, равные B . Сумма всех четырех этих сторон равна $4B$.

Боковые грани параллелепипеда тоже являются параллелограммами (вытекает из свойств параллелепипеда). Ребро C одновременно является стороной двух соседних граней параллелепипеда. Поскольку противоположные грани параллелепипеда попарно равны, то все его боковые ребра равны между собой и равны C . Сумма боковых ребер – $4C$.

Таким образом, сумма всех ребер параллелепипеда: $4A + 4B + 4C$ или $4(A + B + C)$.

Частный случай прямого параллелепипеда – куб. Сумма всех его ребер равна $12A$.

Пример

Найдите ширину и высоту прямоугольного параллелепипеда, если ширина b больше его длины a на 1 см, высота c в 2 раза больше длины a , а диагональ d в 3 раза больше длины a .
Решение:

запишем основную формулу квадрата диагонали прямоугольного параллелепипеда:

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2.$$

Выразим все измерения через заданную длину a : $b=a+1$; $c=2a$; $d=3a$.

Подставим в формулу:

$$9a^2 = a^2 + (a+1)^2 + 4a^2.$$

Решив квадратное уравнение, найдем длины всех ребер:

$$3a^2 - 2a - 1 = 0.$$

$$a=1; b=2; c=2.$$

Пример

Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 3 и 4. Площадь поверхности этого параллелепипеда равна 94. Найдите третье ребро, выходящее из той же вершины.

Решение:

обозначим известные ребра за a и b , а неизвестное за c . Площадь поверхности параллелепипеда выражается как

$$S = 2(ab + bc + ac).$$

Выразим c :

$$c = \frac{\frac{S}{2} - ab}{a + b}.$$

Подставляя заданные значения, имеем:

$$c = \frac{\frac{94}{2} - 12}{7} = 5.$$

Ответ: 5.

Задания для самостоятельного решения:

- 1) Может ли число вершин многогранника равняться числу его граней?
 - 2) Установите связь между числом плоских углов P многогранника и числом его ребер R .
 - 3) Гранями выпуклого многогранника являются только треугольники. Сколько у него вершин V и граней G , если он имеет: а) 12 ребер; б) 15 ребер? Приведите примеры таких многогранников.
 - 4) Из каждой вершины выпуклого многогранника выходит три ребра. Сколько он имеет вершин V и граней G , если у него: а) 12 ребер; б) 15 ребер? Нарисуйте эти многогранники.
 - 5) В каждой вершине выпуклого многогранника сходится по четыре ребра. Сколько он имеет вершин V и граней G , если число ребер равно 12? Нарисуйте эти многогранники.
- Решите задачи:
- 1) Надо покрасить пол в комнате. Расход краски на $1 \text{ м}^2 - 120 \text{ г}$, комната имеет размеры 5 м и 4 м. Сколько потребуется краски?
 - 2) Надо оклеить комнату с одним окном и дверью обоями от пола до потолка. Длина комнаты 5 м, ширина – 4 м, высота – 3 м. Площадь окна 3 м^2 , площадь двери 2 м^2 . Обои продаются целыми рулонами, 1 рулон на 10 м^2 . Сколько потребуется рулонов обоев?

- 3) Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 1, 2. Площадь поверхности параллелепипеда равна 16. Найдите его диагональ.
- 4) Площадь грани прямоугольного параллелепипеда равна 12. Ребро, перпендикулярное этой грани, равно 4. Найдите объем параллелепипеда.

Контрольные вопросы:

1. Запишите формулу, связывающую число вершин, ребер и граней многогранника.
2. Дайте определение параллелепипеда, куба, выполните соответствующие чертежи.
3. Перечислите свойства прямоугольного параллелепипеда.
4. Запишите формулы для вычисления объема параллелепипеда, куба.

Сечения куба, призмы, пирамиды. Осевые сечения и сечения параллельные основанию

Цель работы:

студент должен:

знать:

- метод «следов»;
- правила построения сечений многогранников;
- свойства проекций.

уметь:

- строить сечения куба, призмы, пирамиды;
- строить сечения цилиндра.

Сведения из теории:

Сечения куба плоскостью

Если плоскость пересекает три ребра куба, выходящих из одной вершины, то в сечении получается треугольник (рис. 55 слева). При этом если отсекаемые плоскостью отрезки ребер равны, то в сечении получается равносторонний треугольник, если равны два отрезка из трех, то получается равнобедренный треугольник, наконец, если все три отрезка различны, то в сечении получается разносторонний треугольник.

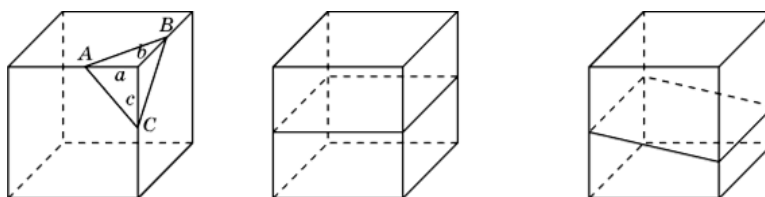


Рисунок 55. Сечения куба плоскостью

В сечении куба плоскостью не могут получаться прямоугольный или тупоугольный треугольники.

Выясним, какие четырехугольники могут получаться в сечении куба плоскостью.

Ясно, что если плоскость параллельна одной из граней куба, то в сечении получается квадрат (рис. 55 посередине). Если плоскость параллельна одному из ребер куба, то в сечении получается прямоугольник (рис. 55 справа). Если плоскость пересекает четыре параллельных ребра куба, то в сечении получается параллелограмм (рис. 56 слева).

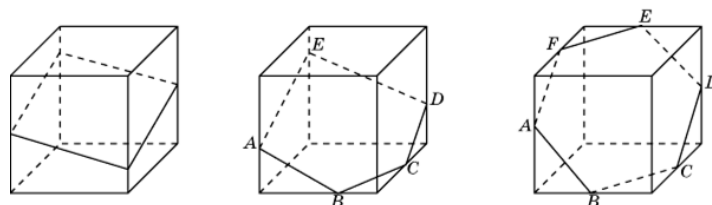


Рисунок 56. Сечения куба плоскостью

На рис. 56 посередине показано сечение куба плоскостью в форме пятиугольника $ABCDE$. Прямые AB и DE , CD и AE параллельны, как линии пересечения двух параллельных плоскостей третьей плоскостью.

На рис. 56 справа показано сечение куба плоскостью в форме шестиугольника $ABCDEF$. Прямые AB и DE , BC и EF , CD и AF параллельны, как линии пересечения двух параллельных плоскостей третьей плоскостью.

Поскольку у куба имеется только шесть граней, то в сечении куба плоскостью не может получиться многоугольник с числом сторон, большим шести.

Построение сечений многогранников

Для построения сечений используют метод «следов», заключающийся в нахождении точки пересечения прямой и плоскости по заданным двум точкам этой прямой и их проекциям на плоскость.

Пример

Пусть прямая k проходит через точки A , B и известны параллельные проекции A' , B' этих точек на плоскость π . Требуется найти точку пересечения прямой AB с плоскостью π .

Решение:

через точки A' , B' проведем прямую k' . Тогда пересечение прямой k с прямой k' и будет искомым пересечением прямой k с плоскостью π (см. рис. 57).

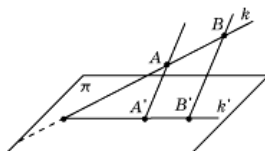


Рисунок 57.

Пример

Даны точки A , B , C и их параллельные проекции A' , B' , C' на плоскость π . Требуется построить линию пересечения плоскости ABC и плоскости π .

Решение:

используя решение предыдущей задачи, построим точки X и Y пересечения прямых AB и AC с плоскостью π . Прямая XY будет искомой линией пересечения плоскости ABC и плоскости π (см. рис. 58).

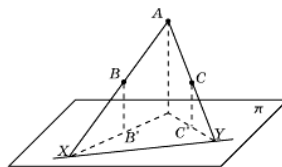


Рисунок 58.

Пример

Через данную точку C (C') провести прямую, параллельную данной прямой AB ($A'B'$), и найти ее точку пересечения с плоскостью π .

Решение:

через точку C проводим прямую, параллельную AB . Через точку C' проводим прямую,

параллельную $A'B'$. Точка X пересечения этих прямых и будет искомой (см. рис. 59).

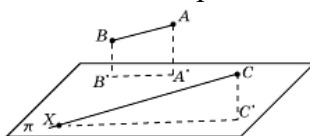


Рисунок 59.

Используя метод, рассмотренный в примере, решим задачи на построение сечений куба, пирамиды и призмы

Пример

Построить сечение куба плоскостью проходящей через три точки A, B, C , принадлежащие попарно скрещивающимся ребрам этого куба (см. рис. 60).

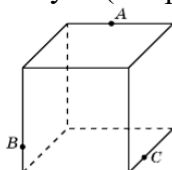


Рисунок 60.

Решение:

найдем пересечение прямой AB , лежащей в плоскости сечения, с плоскостью основания куба. Для этого построим параллельные проекции A', B' точек A, B на основание куба в направлении бокового ребра куба (см. рис. 61).

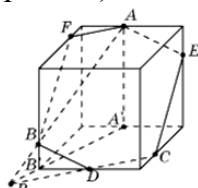


Рисунок 61.

Пересечение прямых AB и $A'B'$ будет искомой точкой P . Она принадлежит плоскости сечения и плоскости основания куба. Следовательно, плоскость сечения пересекает основание куба по прямой CP . Точка пересечения этой прямой с ребром основания куба даст еще одну точку D сечения куба. Соединим точки C и D, B и D отрезками. Через точку A проведем прямую, параллельную BD , и точку ее пересечения с ребром куба обозначим E . Соединим точки E и C отрезком. Через точку A проведем прямую, параллельную CD , и точку ее пересечения с ребром куба обозначим F . Соединим точки A и F, B и F отрезками. Многоугольник $AECDBF$ и будет искомым изображением сечения куба плоскостью.

Пример

Построить сечение треугольной пирамиды плоскостью, проходящей через три точки A, B, C , принадлежащие ее ребрам (см. рис. 62).

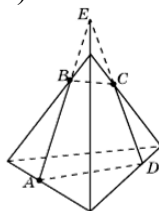


Рисунок 62.

Решение:

проведем прямую AB и ее точку пересечения с боковым ребром пирамиды обозначим через E . Проведем прямую EC и ее точку пересечения с ребром основания пирамиды обозначим через D . Соединим отрезками точки B и C , A и D . Четырехугольник $ABCD$ будет искомым сечением пирамиды.

Сечения цилиндра

Сечения цилиндра плоскостью можно рассматривать как параллельные проекции основания цилиндра на эту плоскость. Поэтому, если плоскость параллельна плоскости основания, то в сечении получается круг, равный основанию.

Если плоскость сечения составляет некоторый угол с плоскостью основания цилиндра и не пересекает основания, то в сечении будет фигура, ограниченная эллипсом.

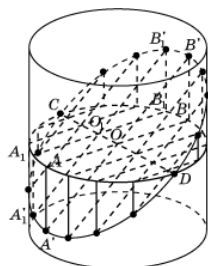


Рисунок 63. Сечение цилиндра

На рис. 63 показано построение точек эллипса, получающегося как сечение боковой поверхности цилиндра плоскостью.

Для этого зададим два сопряженных диаметра AB и CD . Через точку A проведем образующую и выберем на ней какую-нибудь точку A' , принадлежащую сечению. Прямая $A'O$ пересечет образующую, проходящую через точку B в некоторой точке B' , также принадлежащую сечению. Возьмем теперь на отрезке CD произвольную точку и проведем через нее прямую, параллельную $A'B'$. Ее точки пересечения с образующими цилиндра будут принадлежать сечению.

Возьмем прямоугольный лист бумаги и нарисует на нем оси координат Ox и Oy параллельно соответствующим сторонам (рис. 64).

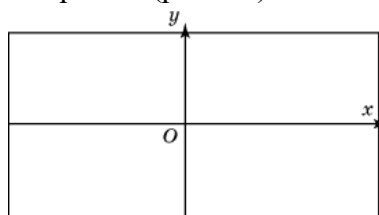


Рисунок 64.

Затем свернем этот лист в боковую поверхность прямого кругового цилиндра, радиус основания которого примем за единицу. Ось Ox свернется в окружность радиуса 1, а ось Oy станет образующей цилиндра (рис. 65).

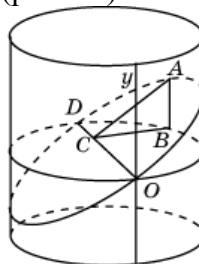


Рисунок 65.

Через диаметр OD полученной окружности проведем сечение, составляющее с плоскостью окружности угол в 30° . В этом случае сечением будет эллипс.

Задания для самостоятельного решения:

Решите задачи:

- 1) Какой фигурой является сечение куба $A...D_1$ плоскостью, проходящей через вершины B_1, D и середину ребра CC_1 ?
- 2) Какой фигурой является сечение куба $A...D_1$ плоскостью, проходящей через середины ребер AB, BC и DD_1 ?
- 3) Через середину ребра куба, перпендикулярно скрещивающейся с этим ребром диагонали, проведено сечение. Определите его вид.
- 4) Какой фигурой является сечение куба плоскостью, которая проходит через две противоположные вершины нижнего основания и середину одного из ребер верхнего основания? Найдите его периметр, если длина ребра куба равна 1.
- 5) Через вершины A, C, D_1 куба $A...D_1$ проведено сечение. В каком отношении оно делит диагональ DB_1 , и какой образует угол с этой диагональю?
- 6) Каким является сечение тетраэдра $ABCD$ плоскостью, проходящей через середины ребер AB, BC и CD ?
- 7) Какой фигурой является сечение правильного тетраэдра $ABCD$ плоскостью, проходящей через вершину B и точки M, N – середины соответственно ребер AD, CD ?
- 8) Постройте сечение куба $A...D_1$ плоскостью, проходящей через вершины B_1, D и точку H , принадлежащую ребру CC_1 .
- 9) Постройте сечение правильной четырехугольной пирамиды плоскостью, проходящей через точки, указанные на рисунке 66.

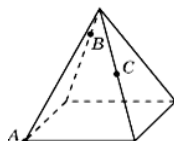


Рисунок 66.

- 10) Постройте сечение правильной шестиугольной призмы плоскостью, проходящей через точки, указанные на рисунке 67.

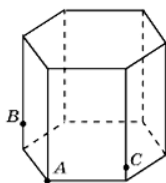


Рисунок 67.

- 11) Нарисуйте цилиндр и плоскость, пересекающую его боковую поверхность по эллипсу.
- 12) В основании цилиндра круг радиуса 5 см. Боковая поверхность цилиндра пересечена плоскостью. Найдите площадь сечения цилиндра этой плоскостью, если она образует с плоскостью основания угол: а) 30° ; б) 45° ; в) 60° .
- 13) Возьмем прямоугольный лист бумаги с нарисованными на нем осями координат. Свернем этот лист в боковую поверхность правильной четырехугольной призмы (рис. 67). Сторону основания призмы примем за 1 см. Через точки O и D проведем сечение плоскостью, составляющей с плоскостью основания угол 45° . Развернем лист бумаги. Выясните, какая при этом получится кривая? Что изменится, если сечение проводить под другими углами?

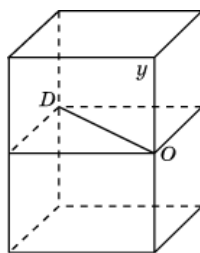


Рисунок 68.

Контрольные вопросы:

1. Может ли в сечении куба плоскостью получиться: а) трапеция; б) равнобедренная трапеция; в) неравнобедренная трапеция; г) прямоугольная трапеция; д) тупоугольная трапеция?
2. Какие многоугольники можно получить в сечении четырехугольной пирамиды плоскостью?
3. Какие могут быть сечения правильного тетраэдра плоскостью?
4. В каком случае сечением цилиндра плоскостью является круг?
5. Что будет сечением цилиндра плоскостью, проходящей через ось цилиндра?
6. Какую форму принимает поверхность воды в круглом наклонном стакане?
7. Может ли в сечении цилиндра плоскостью получиться: а) круг; б) прямоугольник; в) параллелограмм; г) трапеция д) треугольник?
8. Могут ли в сечениях цилиндра плоскостью получаться фигуры, отличные от круга, прямоугольника и эллипса?

Шар и сфера, их сечения

Цель работы:

студент должен:

знать:

- определение шара, сферы, их элементов;

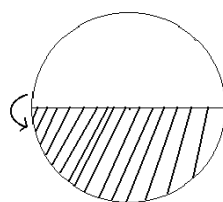
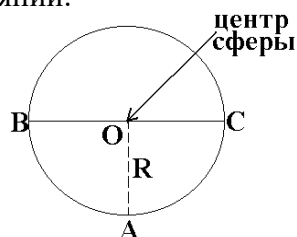
уметь:

- строить сечения шара.

Сведения из теории:

Шаром принято называть тело, ограниченное сферой, т.е. шар и сфера – это разные геометрические тела.

Сфера – это фигура, состоящая из всех точек пространства, удалённых от данной точки на данном расстоянии.



Сфера получается при вращении окружности вокруг диаметра или полуокружности.

Рисунок 72. Сфера

Поверхность шара называют сферой. Если рассечь сферу плоскостью, получим в сечении окружность. Такие окружности имеют разные радиусы: чем дальше плоскость от центра сферы, тем меньше радиус сечения. Самые большие окружности получаются при сечении сферы плоскостями, проходящими через её центр. Такими большими окружностями на земной поверхности являются экватор и меридианы. А параллели – это сечения земной поверхности плоскостями, которые параллельны экваториальной плоскости.

Сферой называется фигура, состоящая из всех точек пространства, равноудалённых от данной точки. Эта точка называется **центром сферы и обычно обозначается O** .

Расстояние от точек сферы до её центра называется **радиусом сферы и обычно обозначается R** . Радиусом также называется любой отрезок, соединяющий точку сферы с её центром. **Сфера** – это граница шара. Центр, радиус и диаметр сферы являются также центром, радиусом и диаметром шара.

Шаром называется тело, которое состоит из всех точек пространства, находящихся на расстоянии не более чем на данное расстояние. Другими словами, **шар** – это объединение сферы и всех ее внутренних точек.

Всякое **сечение шара** плоскостью есть круг. Центр этого круга есть основание перпендикуляра, опущенного из центра шара на секущую плоскость.

Основные геометрические формулы

Площадь сферы:

$$S = 4\pi r^2 = \pi d^2.$$

Объем шара, ограниченного сферой:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3.$$

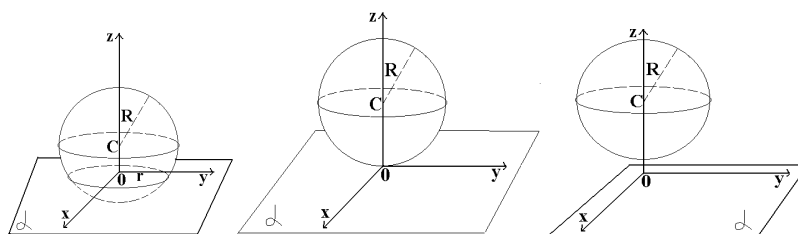


Рисунок 73. Взаимное расположение сферы и плоскости

Касательная плоскость к сфере

Плоскость, имеющая со сферой только одну общую точку, называется касательной плоскостью к сфере, а их общая точка называется точкой касания плоскости и сферы. Радиус сферы, проведённый в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен к касательной плоскости.

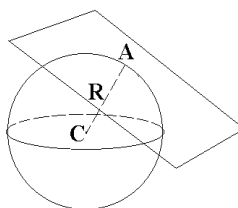


Рисунок 74. Касательная плоскость к сфере

Если радиус сферы перпендикулярен к плоскости, проходящей через его конец, лежащий на сфере, то эта плоскость является касательной к сфере.

Сечение шара

Всякое сечение шара плоскостью есть круг. Центр этого круга есть основание перпендикуляра, опущенного из центра шара на секущую плоскость.

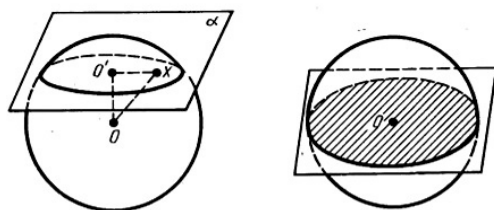


Рисунок 75. Сечение шара

Пример

Два сечения шара радиуса 10 см параллельными плоскостями имеют радиусы, равные 6 см и 8 см. Найти расстояние между секущими плоскостями.

Решение:

находим расстояние каждой из параллельных плоскостей до центра шара из прямоугольных треугольников по теореме Пифагора:

$$d_1 = \sqrt{100 - 36} = 8 \text{ см}$$

или

$$d_2 = \sqrt{100 - 64} = 6 \text{ см.}$$

В зависимости от того, лежит ли центр шара между плоскостями или нет, получаем два различных ответа к задаче:

$$d = 14 \text{ см.}$$

Пример

Через середину радиуса шара проведена перпендикулярная ему плоскость. Как относится площадь полученного сечения к площади большого круга (рис. 76)?

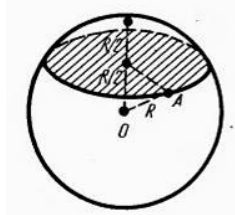


Рисунок 76.

Решение:

отношение площади круга к площади полученного сечения равно:

$$\frac{\pi \left(R \sqrt{\frac{3}{4}} \right)^2}{\pi R^2} = \frac{3}{4}.$$

Задания для самостоятельного решения:

Решите задачи:

- 1) Шар, радиус которого равен 41 дм, пересечен плоскостью на расстоянии 9 дм от центра. Вычислите площадь получившегося сечения.
- 2) Через середину радиуса шара проведена перпендикулярная к нему плоскость. Как относится площадь полученного сечения к площади большого круга?
- 3) Радиус шара равен 63 см. Точка находится на касательной плоскости на расстоянии 16 см от точки касания. Найти ее кратчайшее расстояние от поверхности шара.
- 4) Радиус шара R . Через конец радиуса проведена плоскость под углом в 60° к нему. Найти площадь сечения.
- 5) На поверхности шара даны три точки. Прямолинейные расстояния между ними: 6 см, 8 см и 10 см. Радиус шара равен 13 см. Радиус шара равен 13 см. Найти расстояние от центра шара до плоскости, проходящей через эти три точки.

Контрольные вопросы:

1. Дайте определение шара, сферы.
2. Запишите формулы площади сферы, объема шара.
3. Приведите примеры взаимного расположения сферы и плоскости.

Практическое занятие 19-24. Степени с действительными показателями, их свойства**Цель работы:** студент должен:*знать:*

- основные показательные тождества;
- свойства степеней с действительными показателями;

уметь:

- вычислять степени с действительными показателями.

Сведения из теории:

Повторим определения *понятия степени* с натуральным, нулевым, целым отрицательным и рациональным показателями:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ раз}}; a^{-n} = 1/(a^n); a^0 = 1, a \neq 0; a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m},$$

$$m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}, n \geq 2.$$

Повторим свойства степеней с рациональным показателем:

при любых x и y справедливы равенства:

$$\begin{aligned} a^x a^y &= a^{x+y}; \\ a^x / a^y &= a^{x-y}; \\ (a^x)^y &= a^{xy}; \\ (ab)^x &= a^x b^x; \\ (a/b)^x &= a^x / b^x. \end{aligned}$$

Степень с действительным показателем

Свойства степеней с действительным показателем:

1. $a^{x/y} = a^{(xk)/(yk)}$, $a > 0$, $y, k \in \mathbb{N}$, $x \in \mathbb{Z}$.
2. $a^x > 0$, $a > 0$, $x \in \mathbb{R}$ (любая степень положительного числа положительна).
3. $a^x > 1$ при $a > 1$, $x > 0$.
4. $a^x < 1$ при $a > 1$, $x < 0$.
5. $1^x = 1$ (любая степень единицы равна единице).
6. $a^x < 1$ при $0 < a < 1$, $x > 0$.
7. $a^x > 1$ при $0 < a < 1$, $x < 0$.
8. Если $a > 1$, $a \neq 1$, то для любого положительного числа b существует единственное действительное число x такое, что $a^x = b$ при $b > 0$.
9. Любая положительная степень нуля равна нулю.

Кроме перечисленных свойств важно отметить три свойства, на которых основано решение простейших показательных уравнений и неравенств:

10. Если $a^x = a^y$, то $x = y$ при $a > 0$, $x, y \neq 1$.
11. Если $a^x < a^y$, то $x < y$ при $a > 0$.
12. Если $a^x < a^y$, то $x > y$ при $0 < a < 1$.

Правила действия над степенями с действительным показателем выражаются формулами (тождествами):

$$13. a^\alpha a^\beta = a^{\alpha+\beta}.$$

14. $a^\alpha : a^\beta = a^{\alpha-\beta}$.
 15. $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha\beta}$.
 16. $(ab)^\alpha = a^\alpha b^\alpha$ при $a > 0, b > 0$.
 17. $|ab|^\alpha = |a|^\alpha |b|^\alpha$ при $ab > 0$.
 18. $(a/b)^\alpha = a^\alpha / b^\alpha$ при $a > 0, b > 0$.
 19. $|a/b|^\alpha = |a|^\alpha / |b|^\alpha$ при $ab > 0$.

Формулы, обратные формулам 1-7, так же верны.

Пример

Вычислите:
$$\frac{7^{-1} \cdot \left(\frac{1}{49}\right)^{-\frac{1}{2}} - 64^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{-2}}{5^{-1} - \left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}}.$$

Решение:

упростим заданное выражение, используя свойства степеней:

$$\begin{aligned} \frac{7^{-1} \cdot \left(\frac{1}{49}\right)^{-\frac{1}{2}} - 64^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{-2}}{5^{-1} - \left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}} &= \frac{\frac{1}{7} \cdot 49^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{1}{64}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2}{\frac{1}{5} - 9^{\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{1}{7} \sqrt{49} - \sqrt{\frac{1}{64}} \cdot \frac{1}{9}}{\frac{1}{5} - \sqrt{9}} = \frac{\frac{1}{7} \cdot 7 - \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{9}}{\frac{1}{5} - 3} = \\ &= \frac{1 - \frac{1}{72}}{-2\frac{4}{5}} = \frac{\frac{72}{72} - \frac{1}{72}}{-\frac{14}{5}} = \frac{\frac{71}{72}}{\left(-\frac{14}{5}\right)} = \frac{71}{72} \cdot \left(-\frac{5}{14}\right) = -\frac{355}{1008}. \end{aligned}$$

Пример

Вычислите:
$$\frac{8^{\frac{2}{3}} \cdot 25^{\frac{1}{2}} - 2^{-1}}{64^{0,25} \cdot 2^{0,5}}.$$

Решение:

упростим заданное выражение, используя свойства степеней:

$$\begin{aligned} \frac{8^{\frac{2}{3}} \cdot 25^{\frac{1}{2}} - 2^{-1}}{64^{0,25} \cdot 2^{0,5}} &= \frac{(2^3)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{1}{25}\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}}{(2^6)^{0,25} \cdot 2^{0,5}} = \frac{2^{-2} \cdot \sqrt{\frac{1}{25}} - \frac{1}{2}}{2^{1,5} \cdot 2^{0,5}} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{5} - \frac{1}{2}}{2^2} = \frac{\frac{1}{20} - \frac{1}{2}}{4} = \\ &= \frac{-\frac{9}{20}}{4} = -\frac{9}{80}. \end{aligned}$$

Задания для самостоятельного решения:

1 вариант №1. Вычислите: 1) $2 \cdot 2^{-3}$; 2) $\frac{(3^{-2})^3 \cdot 27^2}{3}$. №2. Упростите:	2 вариант №1. Вычислите: 1) $5^{-2} \cdot 5$; 2) $\frac{(2^{-2})^4 \cdot 16^2}{2^3}$. №2. Упростите:	3 вариант №1. Вычислите: 1) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$; 2) $3\sqrt[3]{-27} + 0,1\sqrt[4]{81} - \sqrt{1}$. №2. Упростите:

$b^{\frac{1}{3}} \cdot b^{-\frac{1}{6}}$	$a^{-\frac{1}{2}} a^{\frac{3}{4}}$	$x^{-\frac{3}{4}} x^{\frac{1}{2}}$
4 вариант №1. Вычислите: 1) $(\sqrt{5})^{-8}$; 2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$. №2. Упростите: $\left(y^{-\frac{3}{4}}\right)^4 y^{\frac{5}{2}}$.	5 вариант №1. Вычислите: 1) $5 \cdot 8^{\frac{1}{3}}$; 2) $(\sqrt[3]{5})^{-12}$. №2. Упростите: $\frac{c^{\frac{2}{3}} c^{\frac{1}{2}}}{c^{\frac{1}{6}}}$.	6 вариант №1. Вычислите: 1) $36^{\frac{1}{2}} \cdot 2$; 2) $\frac{\sqrt[4]{324}}{\sqrt[4]{4}}$. №2. Упростите: $\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^{-3} x^{\frac{2}{3}}$.
7 вариант №1. Вычислите: 1) $16^{-\frac{1}{2}}$; 2) $5\sqrt[4]{16} - 0,2\sqrt[3]{-0,027} + \sqrt[5]{1}$. №2. Упростите: $a^{\frac{7}{2}} \sqrt{a}$.	8 вариант №1. Вычислите: 1) $27^{-\frac{1}{3}}$; 2) $\sqrt[5]{32 \cdot 0,00001}$. №2. Упростите: $y^{\frac{5}{3}} \cdot \sqrt[3]{y}$.	9 вариант №1. Вычислите: 1) $\sqrt[4]{0,0001 \cdot 16}$; 2) $\frac{\sqrt[4]{243}}{\sqrt[4]{3}}$. №2. Упростите: $2\sqrt[3]{\sqrt{a}} - \sqrt[6]{ab} : \sqrt[6]{b}$.

Контрольные вопросы:

1. Перечислите основные показательные тождества.
2. Перечислите свойства степеней с действительными показателями.

Цель работы:

студент должен:

знать:

- основные показательные тождества;
- свойства степеней с действительными показателями;

уметь:

- вычислять степени с действительными показателями.

Сведения из теории:

Свойства степеней с действительным показателем:

1. $a^{x/y} = a^{(xk)/(yk)}$, $a > 0$, $y, k \in \mathbb{N}$, $x \in \mathbb{Z}$.
2. $a^x > 0$, $a > 0$, $x \in \mathbb{R}$ (любая степень положительного числа положительна).
3. $a^x > 1$ при $a > 1$, $x > 0$.
4. $a^x < 1$ при $a > 1$, $x < 0$.
5. $1^x = 1$ (любая степень единицы равна единице).
6. $a^x < 1$ при $0 < a < 1$, $x > 0$.
7. $a^x > 1$ при $0 < a < 1$, $x < 0$.
8. Если $a > 1$, $a \neq 1$, то для любого положительного числа b существует единственное действительное число x такое, что $a^x = b$ при $b > 0$.
9. Любая положительная степень нуля равна нулю.

Так же при упрощении выражений, содержащих степени пользуются формулами: $a^0 = 1$, $a \neq 0$; $a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$, $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

Пример

Решить уравнение: $x^5 = 11$.

Решение:

т.к. степень уравнения 5 – нечетное число, то уравнение имеет один корень: $x = \sqrt[5]{11}$.

Пример

Упростите: $\frac{2a^3b^8c^4}{6a^4b^{-3}c^5}$.

Решение:

используя свойства степеней, имеем:

$$\frac{2a^3b^8c^4}{6a^4b^{-3}c^5} = \frac{a^{3-4}b^{8-(-3)}c^{4-5}}{3} = \frac{a^{-1}b^{11}c^{-1}}{3} = \frac{b^{11}}{3ac}.$$

Пример

Вычислите: $\sqrt[5]{7-\sqrt{17}} \cdot \sqrt[5]{7+\sqrt{17}}$.

Решение:

используя свойства степеней, имеем:

$$\begin{aligned} \sqrt[5]{7-\sqrt{17}} \cdot \sqrt[5]{7+\sqrt{17}} &= \sqrt[5]{(7-\sqrt{17})(7+\sqrt{17})} = \sqrt[5]{7^2 - (\sqrt{17})^2} = \sqrt[5]{49-17} = \\ &= \sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2. \end{aligned}$$

Задания для самостоятельного решения:

1 вариант 1) Вычислите: $\sqrt[5]{7\frac{19}{32}} + \sqrt[4]{\frac{16}{625}} - \sqrt[4]{5\frac{1}{16}}$. 2) Решить уравнение: $x^3 = 11$. 3) Упростите: $\frac{\sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{b}} + 2\sqrt{\sqrt{a}}$.	2 вариант 1) Вычислите: $\frac{1}{2}\sqrt[3]{-27} + 5\sqrt[4]{0,0081} + 3\sqrt[8]{1}$. 2) Решить уравнение: $x^8 + 24 = 0$. 3) Упростите: $\sqrt[4]{3+\sqrt{5}} \cdot \sqrt[4]{3-\sqrt{5}}$.	3 вариант 1) Вычислите: $2,5\sqrt[6]{64} + 10\sqrt[3]{-0,125} + 8\sqrt[10]{1}$. 2) Решить уравнение: $x^4 = 16$. 3) Упростите: $\frac{3a^{\frac{1}{2}} - a}{3 - a^{\frac{1}{2}}}$.
4 вариант 1) Вычислите: $\frac{3}{5}\sqrt[4]{81} + 4\sqrt[9]{-1} - 9\sqrt[3]{0,008}$. 2) Решить уравнение: $x^4 = 80$. 3) Упростите: $\frac{b + 7b^{0,5}}{7 + b^{0,5}}$.	5 вариант 1) Вычислите: $27^{\frac{2}{3}} - 81^{\frac{3}{4}} + 64^{\frac{2}{3}} - 32^{\frac{2}{5}}$. 2) Решить уравнение: $x^6 = -18$. 3) Упростите: $\sqrt[3]{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{2+\sqrt{3}}$.	6 вариант 1) Вычислите: $16^{0,75} + 4 \cdot \left(\frac{1}{25}\right)^{\frac{1}{2}}$. 2) Решить уравнение: $2x^3 - 128 = 0$. 3) Упростите: $\frac{a - 2a^{0,5}b^{0,5} + b}{a + b}$.
7 вариант 1) Вычислите: $8^{\frac{2}{3}} - 3 \cdot \left(\frac{1}{49}\right)^{0,5}$. 2) Решить уравнение: $64x^3 = 1$.	8 вариант 1) Вычислите: $81^{0,25} + 4 \cdot (0,25)^{\frac{1}{2}}$. 2) Решить уравнение: $x^5 + 32 = 0$. 3) Упростите:	9 вариант 1) Вычислите: $125^{\frac{1}{3}} - 5 \cdot (0,16)^{\frac{1}{2}}$. 2) Решить уравнение: $x^3 + 8 = 0$. 3) Упростите:

3) Упростите: $(a^{\frac{3}{4}})^{-4} a^{-\frac{3}{2}}$.	$\frac{x^{\frac{3}{4}} x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4}}}$.	$\sqrt[4]{6 + \sqrt{20}} \cdot \sqrt[4]{6 - \sqrt{20}}$.

Контрольные вопросы:

1. Перечислите основные показательные тождества.
2. Перечислите свойства степеней с действительными показателями.

Десятичные и натуральные логарифмы

Цель работы:

студент должен:

знать:

- определение логарифма;
- свойства логарифмов;

уметь:

- вычислять логарифмы по любому основанию.

Сведения из теории:

Логарифмом числа b по основанию a называется показатель степени (x), в которую нужно возвести основание a , чтобы получить число b , т.е. $\log_a b = x \rightarrow a^x = b$.

При работе с логарифмами применяются следующие их свойств, вытекающие из свойств показательной функции:

1. $a^{\log_a b} = b$ (где $b > 0$, $a > 0$ и $a \neq 0$) называют *основным логарифмическим тождеством*.

При любом $a > 0$ ($a \neq 0$) и любых положительных x и y выполняются равенства:

2. $\log_a 1 = 0$.

3. $\log_a a = 1$.

4. Логарифм произведения равен сумме логарифмов: $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$.

5. Логарифм частного равен разности логарифмов: $\log_a (x/y) = \log_a x - \log_a y$.

6. Логарифм степени равен произведению показателя степени на логарифм основания этой степени: $\log_a x^k = k \log_a x$.

Основные свойства логарифмов широко применяются в ходе преобразования выражений, содержащих логарифмы. Среди них формула перехода к новому основанию:

$\log_a x = \log_b x / \log_b a$. Эта формула верна, если обе ее части имеют смысл, т.е. при $x > 0$, $a > 0$ и $a \neq 0$, $b > 0$ и $b \neq 1$).

По правилу логарифмирования степени и основному логарифмическому тождеству получаем:

$\log_b x = \log_b (a^{\log_a x})$, откуда $\log_b x = \log_a x \cdot \log_b a$. Эту формулу так же можно использовать для упрощения выражений.

С помощью формулы перехода можно найти значение логарифма с произвольным основанием a , имея таблицы логарифмов, составленные для какого-нибудь одного основания b . Наиболее употребительны таблицы десятичных и натуральных логарифмов (десятичными называют логарифмы по основанию 10 и обозначают lg , а натуральными логарифмами называют логарифмы по основанию $e \sim 2,72$ и обозначают ln).

Пример

Вычислите $\log_{0,3} 7$.

Решение:

воспользуемся формулой перехода к новому основанию и перейдем к основанию 10:

$$\log_a x = \log_b x / \log_b a$$

$$\log_{0,3} 7 = \log_{10} 7 / \log_{10} 0,3 = lg 7 / lg 0,3.$$

Пользуясь калькулятором или специальными таблицами, например, таблицей В.М. Брадиса, находим значение $\lg 7 = 0,8451$.

Используя 5 и 3 свойства логарифмов, вычисляем

$$\lg_{0,3} = \lg(3/10) = \lg 3 - \lg 10 = 0,4771 - 1 = -0,5229.$$

$$\text{Итак, } \log_{0,3} 7 = 0,8451 / (-0,5229) = -1,6162.$$

Пример

Вычислите: $(\lg 72 - \lg 9) / (\lg 28 - \lg 7)$.

Решение:

используя 5 и 6 свойства логарифмов, вычисляем

$$\lg 72 - \lg 9 = \lg(72/9) = \lg 8 = \lg 2^3 = 3\lg 2;$$

$$\lg 28 - \lg 7 = \lg(28/7) = \lg 4 = \lg 2^2 = 2\lg 2.$$

Итак,

$$(\lg 72 - \lg 9) / (\lg 28 - \lg 7) = (3\lg 2) / (2\lg 2) = 3/2 = 1,5.$$

Задания для самостоятельного решения:

1 вариант 1) Вычислите $\log_{0,2} 5$. 2) Дано: $\lg 3 = a, \lg 5 = b$. Вычислите: $\log_{15} 30$.	2 вариант 1) Вычислите $\log_3 0,1$. 2) Вычислите: $\frac{1}{2} \lg 9 - \frac{2}{3} \lg 8$.	3 вариант 1) Вычислите $\log_{0,5} 1$. 2) Дано: $\log_7 2 = m$. Вычислите: $\log_{49} 28$.
4 вариант 1) Вычислите $\log_{0,7} 4$. 2) Вычислите: $\log_{\frac{1}{12}} 144 - \lg 1000 +$ $+ 7^{-\log_7 9}$	5 вариант 1) Вычислите $\log_{0,2} 9$. 2) Вычислите: $\lg x = 2\lg 3 + 3\lg 2$.	6 вариант 1) Вычислите $\log_{0,3} 10$. 2) Вычислите: $\log_5 (3\sqrt{3} + \sqrt{2}) +$ $+ \log_5 (3\sqrt{3} - \sqrt{2})$.
7 вариант 1) Вычислите $\log_{0,3} 70$. 2) Вычислить: $2\log_{\frac{1}{2}} (\sqrt{3} + 1) -$ $- \log_{\frac{1}{2}} (\sqrt{3} + 2)$	8 вариант 1) Вычислите $\log_{0,3} 20$. 2) Вычислите: $\frac{\lg^2 7 - 1}{\lg 70}$.	9 вариант 1) Вычислите $\log_{0,3} 30$. 2) Вычислите: $\log_7 (5\sqrt{2} - 1) +$ $+ \log_7 (1 + 5\sqrt{2})$.

Контрольные вопросы:

1. Дайте определение логарифма числа.
2. Перечислите свойства логарифмов.

Преобразование показательных выражений. Решение показательных и иррациональных уравнений

Цель работы:

студент должен:

знать:

- свойства степеней;
- способы решения показательных уравнений;
- способы решения иррациональных уравнений.

уметь:

- решать уравнения, содержащие переменную в показателе степени;
- решать иррациональные уравнения.

Сведения из теории:

Уравнение, содержащее переменную в показателе, называется *показательным*.

При решении показательных уравнений вида $a^{f(x)} = a^{k(x)}$ (где $a > 0$, $a \neq 1$) используется следующее свойство: $(a^{f(x)} = a^{k(x)}) \rightarrow (f(x) = k(x))$.

Преобразование показательного уравнения к виду $a^{f(x)} = a^{k(x)}$ выполняется многими способами. Рассмотрим некоторые способы.

Решение иррациональных уравнений

Наиболее часто используемым при решении иррациональных уравнений способом является возведение обеих частей уравнения в квадрат.

Пример

Решите уравнение: $2^{x^2-7x+12} = 1$.

Решение:

по определению нулевого показателя степени: $1 = 2^0$, получим:

$$2^{x^2-7x+12} = 2^0.$$

По свойству $(a^{f(x)} = a^{k(x)}) \rightarrow (f(x) = k(x))$, получаем обычное квадратное уравнение, корни которого вычисляем через дискриминант:

$$\begin{aligned} x^2 - 7x + 12 &= 0, \\ x_1 &= 3, x_2 = 4. \end{aligned}$$

Ответ: 3, 4.

Пример

Решите уравнение: $\left(\frac{1}{0,125}\right)^{2x} = 128$.

Решение:

приведем обе части уравнения к основанию 2:

$$\left(\frac{1}{0,125}\right)^{2x} = 128,$$

$$\left(\frac{1000}{125}\right)^{2x} = 2^7,$$

$$8^{2x} = 2^7,$$

$$(2^3)^{2x} = 2^7,$$

$$2^{6x} = 2^7.$$

По свойству $(a^{f(x)} = a^{k(x)}) \rightarrow (f(x) = k(x))$, получаем $6x = 7$ и $x = 7/6$.

Ответ: 7/6.

Пример

Решите уравнение: $2^{x-2} = 5^{x-2}$.

Решение:

разделив обе части уравнения на одно и то же число 5^{x-2} , получим:

$$\frac{2^{x-2}}{5^{x-2}} = \frac{5^{x-2}}{5^{x-2}},$$

$$\frac{2^{x-2}}{5^{x-2}} = 1,$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{x-2} = \left(\frac{2}{5}\right)^0,$$

$$x - 2 = 0,$$

$$x = 2.$$

Ответ: 2.

Пример

Решите уравнение: $2^{x+3} - 2^x = 112$.

Решение:

вынесем общий множитель 2^x за скобку, получим:

$$2^{x+3} - 2^x = 112,$$

$$2^x(2^3 - 1) = 112,$$

$$2^x \cdot 7 = 112,$$

$$2^x = 112/7,$$

$$2^x = 16,$$

$$2^x = 2^4,$$

$$x = 4.$$

Ответ: 4.

Пример

Решите уравнение: $\sqrt{x-3} = x-9$.

Решение:

возведем обе части уравнения в квадрат, при этом в уравнении появятся посторонние корни, поэтому проверка при решении иррациональных уравнений обязательна:

$$(\sqrt{x-3})^2 = (x-9)^2;$$

$$x-3 = x^2 - 18x + 81;$$

$$x^2 - 18x + 81 - x + 3 = 0;$$

$$x^2 - 19x + 84 = 0.$$

Получилось обычное квадратное уравнение, корни которого вычисляем через дискриминант: $x_1=12$, $x_2=7$.

Выполним проверку, для этого подставим в наше исходное уравнение получившиеся корни:

$$x_1=12: \begin{aligned} \sqrt{12-3} &= 12-9; \\ 3 &= 3 \text{ (верно)}. \end{aligned}$$

$$x_2=7: \begin{aligned} \sqrt{7-3} &= 7-9; \\ 2 &= -2 \text{ (не верно)}. \end{aligned}$$

Ответ: 12.

Задания для самостоятельного решения:

Решите уравнения:

1 вариант 1) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = \left(\frac{1}{4}\right)^x$; 2) $27 \cdot 3^{2(x+1)} - 3^{x+2} = 2$. 3) $\sqrt{x} = x - 6$	2 вариант 1) $2^{3x} = 5^x$; 2) $3^{x-\frac{1}{2}} - 2^{2x} = 4^{x-\frac{1}{2}} - 3^{x+\frac{1}{2}}$. 3) $\sqrt{x-5} = \sqrt{3-x}$.	3 вариант 1) $3^x = 7^{x/2}$; 2) $3^{x+1} + 3^x = 108$. 3) $\sqrt{x+2} = x-4$
4 вариант 1) $5^{x-3} = 2^{3-x}$; 2) $7 \cdot 3^{x+1} - 5^{x+2} = 16 \cdot 3^{x+1} - 5^{x+3}$. 3) $\sqrt{x^2-12} = \sqrt{x}$	5 вариант 1) $5^{\frac{x-3}{2}} = 7^{x-3}$; 2) $5^{2x+1} = 5^x + 4$. 3) $\sqrt{x} = x-2$	6 вариант 1) $3^{x-5} = 81$; 2) $0,01 \sqrt[3]{0,1} = 10^{-x}$. 3) $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+3} = 0$
7 вариант 1) $9^{\frac{x-1}{2}} = 27^{x^2-1}$; 2) $4^{x-2} - 17 \cdot 2^{x-4} + 1 = 0$. 3) $\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} = 1$	8 вариант 1) $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x-7} = \left(\frac{7}{3}\right)^{7x-3}$; 2) $0,5^{\sqrt{x-3}} = 1$. 3) $\sqrt{2x-1} - \sqrt{x-1} = 1$	9 вариант 1) $1,8^{x^2-5x-11} = 5,832$; 2) $1000 \sqrt[3]{0,1} = 100^x$. 3) $\sqrt{x-1} + \sqrt{2x-1} = 5$

Контрольные вопросы:

1. Что называется показательным уравнением?
2. Запишите свойство, которое используют при решении показательных уравнений.
3. Сформулируйте правила решения иррациональных уравнений.

Преобразование логарифмических выражений и решение логарифмических уравнений

Цель работы:

студент должен:

знать:

- определение логарифма числа;
- формулы основного логарифмического тождества, логарифма произведения, частного, степени, перехода от одной системы логарифмов к другой;

уметь:

- вычислять значения несложных логарифмических выражений.
- решать уравнения, содержащие переменную под знаком логарифма.

Сведения из теории:

Логарифмом числа b по основанию a называется показатель степени (x), в которую нужно возвести основание a , чтобы получить число b , т.е. $\log_a b = x \rightarrow a^x = b$.

При работе с логарифмами применяются следующие их свойств, вытекающие из свойств показательной функции:

1. $a^{\log_a b} = b$ (где $b > 0$, $a > 0$ и $a \neq 1$) называют *основным логарифмическим тождеством*.

При любом $a > 0$ ($a \neq 1$) и любых положительных x и y выполняются равенства:

2. $\log_a 1 = 0$.
3. $\log_a a = 1$.
4. Логарифм произведения равен сумме логарифмов: $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$.
5. Логарифм частного равен разности логарифмов: $\log_a (x/y) = \log_a x - \log_a y$.
6. Логарифм степени равен произведению показателя степени на логарифм основания этой степени: $\log_a x^k = k \log_a x$.

Основные свойства логарифмов широко применяются в ходе преобразования выражений, содержащих логарифмы. Среди них формула перехода к новому основанию:

$\log_a x = \log_b x / \log_b a$. Эта формула верна, если обе ее части имеют смысл, т.е. при $x > 0$, $a > 0$ и $a \neq 1$, $b > 0$ и $b \neq 1$).

По правилу логарифмирования степени и основному логарифмическому тождеству получаем:

$\log_b x = \log_b (a^{\log_a x})$, откуда $\log_b x = \log_a x \cdot \log_b a$. Эту формулу так же можно использовать для упрощения выражений.

Уравнение, содержащее переменную под знаком логарифма или в основании логарифма, называется *логарифмическим*.

Рассмотрим простейшее логарифмическое уравнение: $\log_a x = b$.

Логарифмическая функция возрастает (или убывает) на промежутке $(0; +\infty)$ и принимает на этом промежутке все действительные значения.

Теорема о корне: пусть функция f возрастает (убывает) на промежутке I , число a – любое из значений, принимаемых f на этом промежутке. Тогда уравнение $f(x) = a$ имеет единственный корень в промежутке I .

По вышесказанной теореме следует, что для любого b данное уравнение имеет, и притом только одно, решение.

Из определения логарифма числа следует, что таким числом является a^b .

Пример

Вычислите, используя определение логарифма числа $\log_{13} \sqrt[5]{169} + \log_{11} \sqrt[3]{121}$.

Решение:

вычислим отдельно каждый логарифм:

$$\begin{array}{ll} \log_{13} \sqrt[5]{169} = x, & \log_{11} \sqrt[3]{121} = x, \\ 13^x = \sqrt[5]{169}, & 11^x = \sqrt[3]{121}, \\ 13^x = \sqrt[5]{13^2}, & 11^x = \sqrt[3]{11^2}, \\ 13^x = 13^{\frac{2}{5}}, & 11^x = 11^{\frac{2}{3}}, \\ x = \frac{2}{5}. & x = \frac{2}{3}. \end{array}$$

$$\text{Вернемся в пример: } \log_{13} \sqrt[5]{169} + \log_{11} \sqrt[3]{121} = \frac{2}{5} + \frac{2}{3} = \frac{6+10}{15} = \frac{16}{15} = 1 \frac{1}{15}.$$

Пример

Вычислите, используя основное логарифмическое тождество: $10^{3 \lg 2 - 1}$.

Решение:

используя свойство степени, разложим данное выражение на множители:

$$10^{3 \lg 2 - 1} = 10^{3 \lg 2} \cdot 10^{-1}.$$

Используя 6 свойство логарифма степени, имеем:

$$10^{3\lg 2-1} = 10^{3\lg 2} \cdot 10^{-1} = 10^{\lg 2^3} \cdot \frac{1}{10}.$$

Используя основное логарифмическое тождество, имеем:

$$10^{3\lg 2-1} = 10^{3\lg 2} \cdot 10^{-1} = 10^{\lg 2^3} \cdot \frac{1}{10} = 2^3 \cdot \frac{1}{10} = \frac{8}{10} = 0,8.$$

Пример

Решите уравнение: $\log_2(x^2+4x+3)=3$.

Решение:

данному уравнению удовлетворяют те значения x , для которых выполнено равенство: $x^2+4x+3=2^3$.

Получаем обычное квадратное уравнение $x^2+4x+3=8$ или $x^2+4x-5=0$, корни которого вычисляем с помощью дискриминанта: $x_1=1$; $x_2=-5$.

Пример

Решите уравнение: $\log_5(2x+3)=\log_5(x+1)$.

Решение:

данное уравнение определено для тех значений x , при которых выполнены неравенства: $2x+3>0$ и $x+1>0$ (это следует из определения логарифма).

Для этих x данное уравнение равносильно уравнению: $2x+3=x+1$, из которого находим $x=-2$.

Выполняя проверку, убеждаемся, что $x=-2$ не удовлетворяет неравенству $x+1>0$.

Следовательно, данное уравнение корней не имеет.

Пример

Решите уравнение: $\log^2_5 x - \log_5 x^2 - 3 = 0$.

Решение:

данное уравнение, воспользовавшись свойством степени логарифма, можно переписать в виде: $(\log_5 x)^2 - 2\log_5 x - 3 = 0$.

Сделаем замену переменной: $t = \log_5 x$, тогда наше уравнение переписывается в виде: $t^2 - 2t - 3 = 0$, корни которого вычислим через дискриминант: $t_1=3$, $t_2=-1$.

Вернемся к исходной переменной: $\log_5 x = 3$ или $\log_5 x = -1$.

Используя определение логарифма получаем корни исходного уравнения: $x_1=5^3=125$, $x_2=5^{-1}=1/5=0,2$.

Задания для самостоятельного решения:

Вычислите:

1 вариант 1) $\log_{16} 0,5$; 2) $100^{\lg \sqrt{5}}$; 3) $\frac{\lg 4}{\lg 64 - \lg 8}$.	2 вариант 1) $\log_{64}(1/16)$; 2) $5^{-6\log_5 2}$; 3) $\frac{\lg 4}{\lg 16 - \lg 8}$.	3 вариант 1) $\log_4 8^7$; 2) $36^{0,5 - \log_6 \sqrt{5}}$; 3) $\frac{\lg 3 + \lg 27}{\lg 9}$.
4 вариант 1) $\log_{0,2} 0,08$; 2) $49^{\frac{1}{2} + \log_7 2}$; 3) $\frac{\lg^2 7 - 1}{\lg 70}$.	5 вариант 1) $\lg 0,01$; 2) $4^{\log_2 3 + 2\log_4 \sqrt{3}}$; 3) $\frac{1 - \lg^2 3}{\lg 30}$.	6 вариант 1) $\log_5 0,04$; 2) $0,01^{\lg \sqrt{5}}$; 3) $\frac{\log_2 64}{\log_2 \sqrt{16}}$.

7 вариант 1) $\log_{\sqrt{2}} 8$; 2) $25^{\log_5 3 - \log_{25} 27}$; 3) $\frac{\lg 8 + \lg 18}{2 \lg 2 + \lg 3}$.	8 вариант 1) $\log_{\sqrt{\frac{1}{3}}} 27$; 2) $100^{\lg \sqrt{5} + \lg 10}$; 3) $\frac{\log_3 16}{\log_3 4}$.	9 вариант 1) $\log_3 \frac{1}{243}$; 2) $1000^{\lg 10 - \lg \sqrt{5}}$; 3) $\frac{\log_3 8}{\log_3 16} + \frac{\log_5 27}{\log_5 9}$.

Решите уравнение:

1 вариант 1) $\log_4 (5x + 6) = 0$; 2) $\lg(x - 9) + 2 \lg \sqrt{2x - 1} = 2$.	2 вариант 1) $\lg \frac{x - 5}{x - 2} = 2$; 2) $\lg(2x) + \lg(x + 3) = \lg(12x - 4)$.	3 вариант 1) $\log_3 x + \log_x 3 = 2,5$; 2) $4 \lg^2 x - 2 = \lg x^2$.
4 вариант 1) $\log_{\frac{1}{5}} \left(7x + \frac{1}{25} \right) = 2$; 2) $4 \lg^2 x + \lg x^2 - 2 = 0$.	5 вариант 1) $\log_{\frac{1}{2}} (5 - \log_3 x) = -2$; 2) $\log_{\frac{1}{2}} (x - \sqrt{x^2 - 16}) = -1$.	6 вариант 1) $\log_2 (2x - 1) = 4$; 2) $1 + \log_2 (3x + 1) = \log_2 (x^2 - 5)$.
7 вариант 1) $\log_3 (x - 12) = 2$; 2) $\log_2 (4 - x) + \log_2 (1 - 2x) = 2 \log_2 3$.	8 вариант 1) $\log_x 16 - \log_x 2 = 1/2$; 2) $\frac{1}{2} \lg(x^2 + 2x) = \lg \sqrt{x + 2}$.	9 вариант 1) $\log_3 (x + 8) = -2$; 2) $\lg(x - 3) + \lg(x - 2) = 1 - \lg 5$.

Контрольные вопросы:

1. Дайте определение логарифма числа.
2. Перечислите свойства логарифмов
3. Что называется логарифмическим уравнением?
4. Перечислите способы решения уравнений, содержащих переменную под знаком логарифма или в основании логарифма.

Построение графиков элементарных функций. Промежутки возрастания, убывания, наибольшее, наименьшее значения функции. Точки экстремума

Цель работы:

студент должен:

знать:

- элементарные функции, что является их графиками;
- определения возрастающей (убывающей) функции;
- определения точки максимума (минимума) функции;

уметь:

- строить графики элементарных функций.
- находить промежутки монотонности функции;
- вычислять точки экстремума функции.

Сведения из теории:

Числовая функция

Числовой функцией с областью определения D называется соответствие, при котором

каждому числу x из множества D сопоставляется по некоторому правилу число y , зависящее от x .

Функции обычно обозначают латинскими буквами. Рассмотрим произвольную функцию f . Независимую переменную x называют аргументом функции. Число y , соответствующее числу x , называют значением функции f в точке x и обозначают $f(x)$. Область определения функции f обозначают $D(f)$. Множество, состоящее из всех чисел $f(x)$, таких, что x принадлежит области определения функции f , называют областью значений функции и обозначают $E(f)$.

Графиком функции f называют множество всех точек $(x; y)$ координатной плоскости, где $y=f(x)$, а x «пробегают» всю область определения функции f .

График линейной функции

Линейная функция задается уравнением $y=ax+b$. Графиком линейной функций является прямая. Чтобы построить прямую достаточно две точки.

Пример

Построить график функции $y=2x+1$.

Решение:

найдем две точки. В качестве одной из точек выгодно выбрать нуль. Если $x=0$, то $y=2 \cdot 0 + 1 = 1$.

Берем еще какую-нибудь точку, например, 1. Если $x=1$, то $y=2 \cdot 1 + 1 = 3$.

При оформлении заданий координаты точек обычно сводятся в таблицу:

x	0	1
y	1	3

Две точки найдены, выполним чертеж:

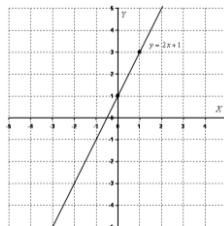


Рисунок 2. График функции $y=2x+1$

При оформлении чертежа всегда подписываем графики.

Частные случаи линейной функции

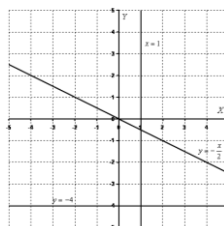


Рисунок 3. Частные случаи графика линейной функции

1) Линейная функция вида $y=ax$ ($a \neq 0$) называется прямой пропорциональностью.

Например, $y = -\frac{x}{2}$. График прямой пропорциональности всегда проходит через начало координат. Таким образом, построение прямой упрощается – достаточно найти всего одну точку.

2) Уравнение вида $y=b$ задает прямую, параллельную оси Ox , в частности, сама ось Ox задается уравнением $y=0$.

3) Уравнение вида $x=b$ задает прямую, параллельную оси Oy , в частности, сама ось Oy

задается уравнением $x=0$.

График квадратичной, кубической функции

Парабола. График квадратичной функции $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) представляет собой параболу. Рассмотрим канонический случай: $y=x^2$. Область определения – любое действительное число. Функция $y=x^2$ является чётной. Если функция является чётной, то ее график симметричен относительно оси Оу.

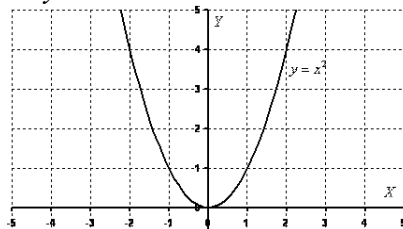


Рисунок 4. График функции $y=x^2$

Пример

Построить график функции $y=-x^2+2x$.

Решение:

сначала находим вершину параболы: $x_0 = -\frac{b}{2a}$, $x_0 = -\frac{2}{-2} = 1$. Рассчитываем

соответствующее значение «игрек»: $y=-1^2+2 \cdot 1=-1+2=1$. Таким образом, вершина находится в точке (1; 1).

Теперь находим другие точки, при этом пользуемся симметричностью параболы.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-8	-3	0	1	0	-3	-8

Выполним чертёж:

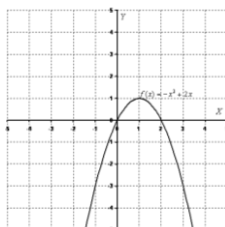


Рисунок 5. График функции $y=-x^2+2x$

Для квадратичной функции $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) справедливо следующее: Если $a > 0$, то ветви параболы направлены вверх. Если $a < 0$, то ветви параболы направлены вниз.

Кубическая парабол

Кубическая парабол

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-1	0	1	8

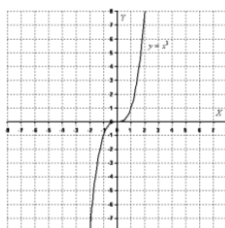


Рисунок 6. График функции $y=x^3$

График функции $y = \sqrt{x}$.

Область определения: $D(y): [0; +\infty)$. Область значений: $E(y): [0; +\infty)$. То есть, график функции полностью находится в первой координатной четверти. При построении подбираем такие значения «икс», чтобы корень извлекался нацело:

x	0	1	4	9
y	0	1	2	3

Строим график:

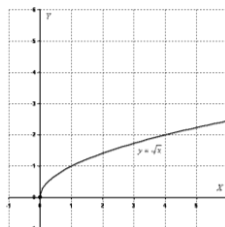


Рисунок 7. График функции $y = \sqrt{x}$

Гипербола

Общий вид $y = \frac{1}{x}$. Область определения: $D(y): (-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$. Область значений: $E(y): (-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$. Функция является нечётной, гипербола симметрична относительно начала координат.

Выполним чертёж:

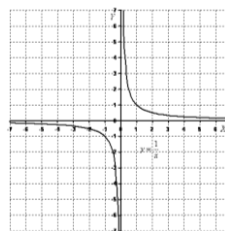


Рисунок 8. График функции $y = \frac{1}{x}$

График функции вида $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) представляют собой две ветви гиперболы.

Если $a > 0$, то гипербола расположена в первой и третьей координатных четвертях. Если $a < 0$, то гипербола расположена во второй и четвертой координатных четвертях.

Пример

Построить правую ветвь гиперболы $y = \frac{6}{x}$.

Решение:

значения x выгодно подбираем так, чтобы делилось нацело:

x	1	2	3	6
y	6	3	2	1

Выполним чертёж:

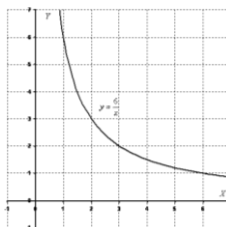


Рисунок 9. График функции $y = \frac{6}{x}$

Возрастание и убывание функций

Функция f возрастает на множестве P , если для любых x_1 и x_2 из множества P , таких, что $x_2 > x_1$, выполнено неравенство $f(x_2) > f(x_1)$.

Функция f убывает на множестве P , если для любых x_1 и x_2 из множества P , таких, что $x_2 > x_1$, выполнено неравенство $f(x_2) < f(x_1)$.

Иными словами, функция f называется возрастающей на множестве P , если большему значению аргумента из этого множества соответствует большее значение функции.

Функция f называется убывающей на множестве P , если большему значению аргумента из этого множества соответствует меньшее значение функции.

Пример

Докажите, что функция $f(x) = 1/x$ является убывающей.

Решение:

область определения функции: $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$. Рассмотрим поведение функции на каждом интервале:

$(-\infty; 0)$: $x_1 = -8$, $x_2 = -4$, т.е. $x_2 > x_1$, тогда $f(-8) = -0,125$, $f(-4) = -0,25$, т.е. $f(x_2) < f(x_1)$, а значит функция $f(x) = 1/x$ является убывающей на интервале $(-\infty; 0)$.

$(0; +\infty)$: $x_1 = 4$, $x_2 = 8$, т.е. $x_2 > x_1$, тогда $f(4) = 0,25$, $f(8) = 0,125$, т.е. $f(x_2) < f(x_1)$, а значит функция $f(x) = 1/x$ является убывающей на интервале $(0; +\infty)$.

Однако эта функция не является убывающей на объединении этих промежутков.

Например, $1 > -1$, но $f(1) < f(-1)$.

При исследовании функций на возрастание и убывание принято указывать промежутки возрастания и убывания максимальной длины, включая концы (если, конечно, они входят в эти промежутки). Так, можно было сказать, что функция $f(x) = 1/x$ является убывающей на отрезке $[2; 500]$. Это верно, но такой ответ неполон.

При исследовании поведения функции вблизи некоторой точки удобно пользоваться понятием окрестности.

Окрестностью точки a называется любой интервал, содержащий эту точку. Например, интервал $(2; 6)$ – одна из окрестностей точки 3, интервал $(-3,3; -2,7)$ – окрестность точки -3.

Экстремумы

Точка x_0 называется *точкой минимума* функции f , если для всех x из некоторой окрестности x_0 выполнено неравенство $f(x) \geq f(x_0)$.

Точка x_0 называется *точкой максимума* функции f , если для всех x из некоторой окрестности x_0 выполнено неравенство $f(x) \leq f(x_0)$.

По определениям значение функции f в точке максимума x_0 является наибольшим среди значений функции из некоторой окрестности этой точки, поэтому график функции в окрестности x_0 , как правило, имеет вид гладкого «холма» или заостренного «пика». В окрестности точки минимума графики, как правило, изображаются в виде «впадины», тоже или гладкой или заостренной.

Для точек максимума и минимума функции принято общее название – их называют *точками экстремума*.

Значение функции в этих точках называют соответственно максимумами и минимумами функции (общее название – экстремум функции). Точки максимума обозначают $x_{\max}$, а точки минимума $x_{\min}$. Значения функции в этих точках обозначаются соответственно $y_{\max}$, $y_{\min}$.

Пример

Начертите эскиз графика функции f , если известно, что f возрастает на промежутке $(-\infty; 2]$ и убывает на промежутке $[2; +\infty)$. Какой будет точка $x=2$?

Решение:

схематично график можно изобразить в виде:

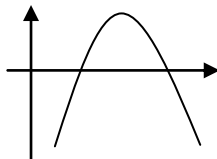


Рисунок 10. Эскиз графика

График имеет вид гладкого «холма», а значит точка $x=2$ – точка максимума.

Задания для самостоятельного решения:

Построить графики функций:

1 вариант 1) $y=x^2+2x+3$; 2) $y=2\sqrt{x}$; 3) $y=-\frac{6}{x}$.	2 вариант 1) $y=x^2-4x$; 2) $y=\sqrt{2x}$; 3) $y=\frac{4}{x}$.	3 вариант 1) $y=-x^2+2x-1$; 2) $y=-\sqrt{x}$; 3) $y=\frac{3}{2x}$.
4 вариант 1) $y=-x^2+\frac{1}{2}x$; 2) $y=-\sqrt{3x}$; 3) $y=-\frac{2}{3x}$.	5 вариант 1) $y=-2x^2+3x$; 2) $y=\sqrt{\frac{x}{2}}$; 3) $y=\frac{9}{x}$.	6 вариант 1) $y=x^2+\frac{1}{2}x+3$; 2) $y=3\sqrt{x}$; 3) $y=-\frac{6}{5x}$.
7 вариант 1) $y=x^2-6x$; 2) $y=\frac{1}{3}\sqrt{x}$; 3) $y=\frac{2}{x}$.	8 вариант 1) $y=-x^2+8x+1$; 2) $y=-\frac{1}{3}\sqrt{x}$; 3) $y=-\frac{3}{x}$.	9 вариант 1) $y=-2x^2+x-3$; 2) $y=\frac{\sqrt{x}}{2}$; 3) $y=-\frac{5}{x}$.

Начертите эскиз графика функции f , определите вид точек, если:

1 вариант f возрастает на промежутке $(-\infty; 2]$ и убывает на промежутке $[2; +\infty)$.	2 вариант f возрастает на промежутках $(-\infty; -2]$ и $[0; 3]$, убывает на промежутке $[2; 0]$.	3 вариант f возрастает на промежутке $[1; 4]$ и убывает на промежутках $(-\infty; 1]$ и $[4; +\infty)$.

4 вариант f возрастает на промежутках $(-\infty; -5]$ и $[1; 5]$, убывает на промежутках $[-5; 1]$ $[5; +\infty)$.	5 вариант f возрастает на промежутке $(-\infty; 5]$ и убывает на промежутке $[5; +\infty)$.	6 вариант f возрастает на промежутке $(-\infty; 0]$ и убывает на промежутке $[0; +\infty)$.
7 вариант f возрастает на промежутке $[-1; 2]$ и убывает на промежутках $(-\infty; -1]$ и $[2; +\infty)$.	8 вариант f возрастает на промежутках $(-\infty; -4]$ и $[2; 4]$, убывает на промежутках $[-4; 2]$ $[4; +\infty)$.	9 вариант f возрастает на промежутках $(-\infty; -3]$ и $[2; 5]$, убывает на промежутках $[-3; 2]$ $[5; +\infty)$.

Контрольные вопросы:

1. Что называется функцией?
2. Что является графиком линейной, квадратичной функций?
3. Какая функция называется возрастающей (убывающей) на некотором промежутке?
4. Дайте определение точке максимума (минимума) функции.

Арифметические операции над функциями. Построение графиков

Цель работы:

студент должен:

знать:

- графики элементарных функций;
- свойства функций;
- схему исследования функции;

уметь:

- строить график функции как композицию двух функций.
- строить графики функций по схеме.

Сведения из теории:

Построение графика суммы (произведения) двух функций производится сложением (умножением) ординат точек графиков с одинаковыми абсциссами.

Пример

Пусть даны графики функций $y=x$ и $y=\sin x$. Построить $y=x+\sin x$ и $y=x\sin x$, являющихся соответственно суммой и произведением заданных графиков.

Решение:

графики функций $y=x+\sin x$ и $y=x\sin x$:

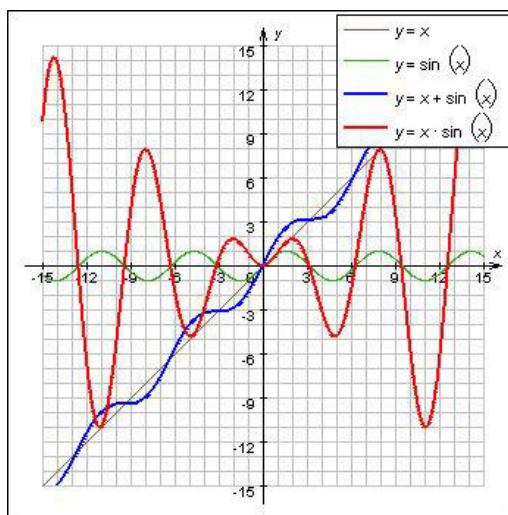


Рисунок 11. Графики функций $y=x$, $y=\sin x$, $y=x+\sin x$, $y=x\sin x$

Пусть известен график $y=f(x)$ и нужно построить график функции $y=|f(x)|$. По

$$\text{определению, } |f(x)| = \begin{cases} f(x), & x \geq 0 \\ -f(x), & x < 0 \end{cases}.$$

Значит, часть графика, лежащую в верхней координатной полуплоскости, изменять не надо, а часть графика, лежащую в нижней координатной полуплоскости, нужно отобразить симметрично относительно оси Ox .

Пусть известен график $y=f(x)$ и нужно построить график функции $y=f(|x|)$. Заметим, что при $x \geq 0$ $f(|x|)=f(x)$, а функция $y=f(|x|)$ четная. Поэтому, чтобы построить график функции $y=f(|x|)$, нужно часть графика функции $y=f(x)$, лежащую в левой координатной полуплоскости, отбросить, а часть графика, лежащую в правой координатной полуплоскости, отобразить симметрично относительно оси Oy .

Четные и нечетные функции

Рассмотрим функции области определения которых симметричны относительно начала координат, т.е. для любого x из области определения функции число $(-x)$ также принадлежит области определения. Среди таких функций выделяют четные и нечетные. Функция f называется четной, если для любого x из области определения $f(-x)=f(x)$. Функция f называется нечетной, если для любого x из области определения $f(-x)=-f(x)$.

Пример

Определите какая из функций является четной (нечетной): $y=x^4$, $y=x^3$.

Решение:

функция $y=x^4$ четная, т.к. $x^4=(-x)^4$, т.е. $y(-x)=y(x)$, а функция $y=x^3$ является нечетной, т.к. $x^3=(-x)^3=-x^3$, т.е. $y(-x)=-y(x)$.

Пример

Докажите, что функция $f(x) = \frac{x^3 + x}{x^3 - x}$ четная.

Решение:

вычислим $f(-x)$:

$$f(-x) = \frac{(-x)^3 + (-x)}{(-x)^3 - (-x)} = \frac{-x^3 - x}{-x^3 + x} = \frac{-(x^3 + x)}{-(x^3 - x)} = -\frac{x^3 + x}{x^3 - x} = f(x),$$

т.е. $f(x) = \frac{x^3 + x}{x^3 - x}$ – четная по определению.

Свойства графиков:

1. График четной функции симметричен относительно оси ординат.
 2. График нечетной функции симметричен относительно начала координат.
- Из этих двух правил вытекает следующее: при построении графика четной или нечетной функции достаточно построить его часть для неотрицательных x , а затем отразить полученный график относительно оси ординат (в случае четной функции) или начала координат (в случае нечетной).

Ранее мы строили графики функций «по точкам». Во многих случаях этот метод дает хорошие результаты, если, конечно, отметить достаточно большое число точек. Однако при этом приходится составлять большие таблицы значений функции, а главное, можно не заметить существенных особенностей функции и в итоге ошибиться при построении графика.

Для того чтобы избежать ошибок, надо научиться выявлять характерные особенности функции, т.е. предварительно провести ее исследование.

Схема исследования функций:

1. Найти область определения и область значений данной функции.
2. Выяснить, обладает ли функция особенностями, облегчающими исследование, т.е. является ли функция четной (нечетной), периодической.
3. Вычислить координаты графика функции с осями координат.
4. Найти промежутки знакопостоянства функции.
5. Выяснить, на каких промежутках функция убывает, а на каких возрастает.
6. Найти точки экстремума, вид экстремума (минимум или максимум) и вычислить значения функции в этих точках.
7. Исследовать поведение функции в окрестности характерных точек, не входящих в область определения (например, точка $x=0$ для функции $f(x)=1/x$), и при больших (по модулю) значениях, аргумента.

Задания для самостоятельного решения:

Построить графики функций:

1 вариант 1) $y=x+\cos x$; 2) $y= x^2+2x+3 $.	2 вариант 1) $y=x\cos x$; 2) $y= x^2-4x $.	3 вариант 1) $y=x+\operatorname{tg} x$; 2) $y= x^2-6x $.
4 вариант 1) $y=x \operatorname{tg} x$; 2) $y = \frac{4}{ x }$.	5 вариант 1) $y=x+\operatorname{ctg} x$; 2) $y = \frac{3}{2 x }$.	6 вариант 1) $y=x \operatorname{ctg} x$; 2) $y = -\frac{6}{5 x }$.
7 вариант 1) $y=-x+\sin x$; 2) $ y = -\frac{1}{x}$.	8 вариант 1) $y=-x \sin x$; 2) $ y = \frac{3}{5x}$.	9 вариант 1) $y=-x+\cos x$; 2) $ y = -\frac{1}{2x}$.

Контрольные вопросы:

1. Как построить сумму (произведение) двух функций?
2. Как построить модуль функции, модуль аргумента?
3. Перечислите свойства функций.
4. Перечислите основные этапы исследования функции.

Степенная и логарифмическая функции, графики и свойства

Цель работы:

студент должен:

знать:

- свойства степенной функции с различными показателями степени;
- основные свойства логарифмов;

уметь:

- строить график степенной функции с различными показателями степени.
- строить график логарифмической функции с разными основаниями.

Сведения из теории:

Степенная функция с натуральным показателем

Функция $y=x^n$, где n – натуральное число, называется степенной функцией с натуральным показателем. При $n=1$ получаем функцию $y=x$.

Прямая пропорциональность

Прямой пропорциональностью называется функция, заданная формулой $y=kx^n$, где число k называется коэффициентом пропорциональности.

Перечислим свойства функции $y=kx$:

1. Область определения функции – множество всех действительных чисел.
2. $y=kx$ – нечетная функция, т.к. $f(-x)=k(-x)=-kx=-k(x)=-f(x)$.
3. При $k>0$ функция возрастает, а при $k<0$ убывает на всей числовой прямой.

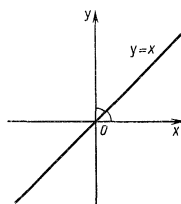


Рисунок 12. График функции $y=kx$

При $n=2$ получаем функцию $y=x^2$. Перечислим свойства функции $y=x^2$:

1. Область определения функции – вся числовая прямая.
2. $y=x^2$ – четная функция, т.к. $f(-x)=(-x)^2=x^2=f(x)$.
3. На промежутке $[0; +\infty)$ функция возрастает. На промежутке $(-\infty; 0]$ функция убывает.
4. Графиком функции $y=x^2$ является парабола.

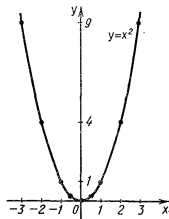


Рисунок 13. График функции $y=x^2$

При $n=3$ получаем функцию $y=x^3$, ее свойства:

1. Область определения функции – вся числовая прямая.
2. $y=x^3$ – нечетная функция, т.к. $f(-x)=(-x)^3=-x^3=-f(x)$.
3. Функция $y=x^3$ возрастает на всей числовой прямой.
4. График функции $y=x^3$ называется кубической параболой.

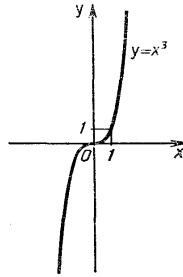


Рисунок 14. График функции $y=x^3$

Пусть n – произвольное четное натуральное число, большее двух: $n=4, 6, 8, \dots$.

В этом случае функция $y=x^n$ обладает теми же свойствами, что и функция $y=x^2$. График такой функции напоминает параболу $y=x^2$, только ветви графика при $|n|>1$ круче идут вверх, чем больше n , а при $|n|<1$ «теснее прижимаются» к оси x , чем больше n .

Пусть n – произвольное нечетное число, большее трех: $n=5, 7, 9, \dots$.

В этом случае функция $y=x^n$ обладает теми же свойствами, что и функция $y=x^3$. График такой функции напоминает кубическую параболу (только ветви графика тем круче идут вверх, вниз, чем больше n). Отметим также, что на промежутке $(0; 1)$ график степенной функции $y=x^n$ тем медленнее отдалается от оси Ox с ростом x , чем больше n .

Степенная функция с целым отрицательным показателем.

Рассмотрим функцию $y=x^{-n}$, где n – натуральное число. При $n=2$ получаем $y=x^{-2}$ или $y=\frac{1}{x^2}$.

. Свойства этой функции:

1. Функция определена при всех $x \neq 0$.
2. $y=\frac{1}{x^2}$ – четная функция.
3. $y=\frac{1}{x^2}$ – убывает на $(0; +\infty)$ и возрастает на $(-\infty; 0)$.

Теми же свойствами обладают любые функции вида $y=x^{-n}$ при четном n , большем двух.

Функции вида $y=\sqrt{x}$, $y=\sqrt[3]{x}$, $y=\sqrt[n]{x}$ обладают теми же свойствами, как и функция $y=x^n$.

Степенная функция с положительным дробным показателем

Рассмотрим функцию $y=x^r$, где r – положительная несократимая дробь. Перечислим некоторые свойства этой функции:

1. Область определения – луч $[0; +\infty)$.
2. Функция ни четная, ни нечетная.
3. Функция $y=x^r$ возрастает на $[0; +\infty)$.

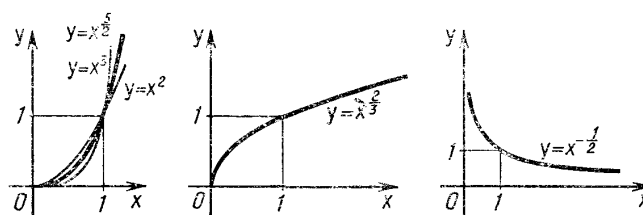


Рисунок 15. Графики степенных функций

На рисунке слева изображен график функции $y = x^{\frac{5}{2}}$. Он заключен между графиками функций $y=x^2$ и $y=x^3$, заданных на промежутке $[0; +\infty)$.

Подобный вид имеет график любой функции вида $y=x^r$, где $r > 1$.

На том же рисунке посередине изображен график функции $y = x^{\frac{2}{3}}$. Подобный вид имеет график любой степенной функции $y=x^r$, где $0 < r < 1$.

Степенная функция с отрицательным дробным показателем

Рассмотрим функцию $y=x^{-r}$, где r – положительная несократимая дробь. Перечислим свойства этой функции:

1. Область определения – промежуток $(0; +\infty)$.
2. Функция ни четная, ни нечетная.
3. Функция $y=x^{-r}$ убывает на $(0; +\infty)$.

Пример

Построить график функции $y = x^{-\frac{1}{2}}$.

Решение:

построим таблицу значений данной функции:

x	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{4}$	1	4	9
y	3	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

Нанесем полученные точки на координатную плоскость и соединим их плавной кривой:

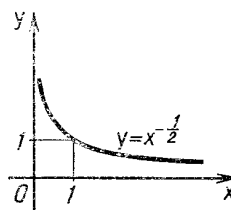


Рисунок 16. График функции $y = x^{-\frac{1}{2}}$

Подобный вид имеет график любой функции $y=x^{-r}$, где r – отрицательная дробь.

Пусть a – положительное число, $a \neq 1$.

Функцию, заданную формулой $y=\log_a x$ называют *логарифмической функцией с основанием a* .

Перечислим основные свойства логарифмической функции:

1. Область определения – множество всех положительных чисел $\mathbf{R}_+$, т.е. $D(\log_a)=(0; +\infty)$.
2. Область значений – множество всех действительных чисел $\mathbf{R}$, т.е. $E(\log_a)=(-\infty; +\infty)$.
3. Логарифмическая функция на всей области определения возрастает при $a>1$ или убывает при $0<a<1$.

Для построения графика заметим, что значение 0 логарифмическая функция принимает в точке 1; $\log_a 1=0$ при любом $a>1$, т.к. $a^0=1$.

Вследствие возрастания функции при $a>1$ получаем, что при $x>1$ логарифмическая функция принимает положительные значения, а при $0<x<1$ – отрицательные.

Если $0 < a < 1$, то логарифмическая функция убывает на $\mathbf{R}_+$, поэтому функция принимает положительные значения при $0 < x < 1$, а при $x > 1$ – отрицательные. Опираясь на все вышесказанное строим графики логарифмической функции $y = \log_a x$ при $a > 1$ и при $0 < a < 1$.

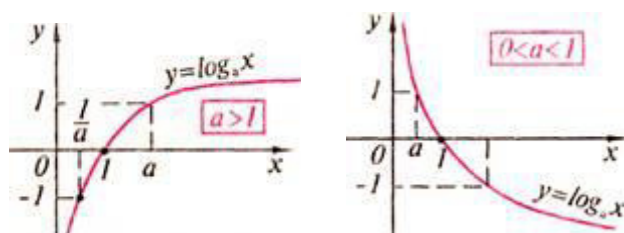


Рисунок 17. График логарифмической функции

Справедливо следующее утверждение: графики показательной и логарифмической функций, имеющих одинаковое основание, симметричны относительно прямой $y = x$.

Пример

Решить графически уравнение $\log_2 x = -x + 1$.

Решение:

построим графики функций $y = \log_2 x$ и $y = -x + 1$ в одной координатной плоскости:

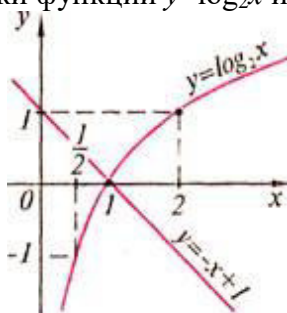


Рисунок 18. Графики функций $y = \log_2 x$ и $y = -x + 1$

Графики этих функций пересекаются в точке с абсциссой $x = 1$. Проверка показывает, что $x = 1$ – корень данного уравнения.

Задания для самостоятельного решения:

Постройте график функции и опишите ее свойства:

1 вариант $y = 2\sqrt{x+1}$.	2 вариант $y = 2 - \sqrt[4]{x}$.	3 вариант $y = 1 + \sqrt[3]{x}$.
4 вариант $y = 3x^{-2}$.	5 вариант $y = \sqrt{x} - 4$.	6 вариант $y = 1 - \sqrt[3]{x}$.
7 вариант $y = \sqrt{x} + 3$.	8 вариант $y = \sqrt[5]{x^4} + 1$.	9 вариант $y = \sqrt{x-2} + 1$.

Решите графически уравнение:

1 вариант $\log_4(x+3) = x-1$.	2 вариант $\lg(1-x) = x^2 - 1$.	3 вариант $\frac{1}{2} \log_2(x+1) = x$.

4 вариант $1 + \log_2(x + 2) = 2 - x.$	5 вариант $\log_{\frac{1}{2}} x = x - 3.$	6 вариант $\log_2 x = 2^{5-x}.$
7 вариант $\left \log_{\frac{1}{2}} x \right = 1 - x.$	8 вариант $\log_{\frac{1}{3}} x = 2x - 7.$	9 вариант $\lg(1 - x) = 5 - x.$

Контрольные вопросы:

1. Что называется степенной функцией?
2. Перечислите виды степенных функций.
3. Перечислите свойства функции для различных показателей степени.
4. Что называется логарифмической функцией?
5. Перечислите свойства логарифмической функции.

Практическое занятие 25. Решение задач на перебор вариантов

Цель работы: студент должен:

знать:

- определение соединений, их видов;
- определение вероятности;
- теоремы сложения, умножения вероятностей;

уметь:

- по условию задачи различать виды соединений;
- вычислять разные виды соединений;
- вычислять вероятность событий.

Соединения, их виды

Группы, составленные из каких – либо элементов, называются *соединениями*.

Различают три основных вида соединений: *размещения, перестановки и сочетания*.

Размещениями из n элементов по m в каждом называются такие соединения, которые отличаются друг от друга либо самими элементами, либо порядком их расположения.

Число размещений из n элементов по m обозначается и вычисляется по формуле:

$$A_n^m = n(n-1)(n-2)\dots[n-(m-1)]$$

Перестановками из n элементов называются такие соединения из всех n элементов, которые отличаются друг от друга порядком расположения элементов.

Перестановки представляют частный случай размещений из n элементов по n в каждом.

Число всех перестановок из n элементов равно произведению последовательных чисел от 1 до n включительно:

$$P_n = n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1)n,$$

$n!$ -читается « n -факториал», причем $0!=1$ и $1!=1$.

Используя приведенные выше определения имеем формулы:

$$A_n^m = \frac{P_n}{P_{n-m}} = \frac{n!}{(n-m)!},$$

при решении задач часто используется равенство:

$$A_n^{m+1} = (n-m)A_n^m.$$

Сочетаниями из n элементов по m в каждом называются такие соединения, которые отличаются друг от друга хотя бы одним элементом.

Число сочетаний из n элементов по m обозначается и вычисляется по формуле:

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{P_n^m},$$

которую можно записать также в виде

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

или

$$C_n^m = \frac{n(n-1)\dots[n-(m-1)]}{m!}.$$

Кроме того, при решении задач используются следующие формулы, выражающие основные свойства сочетаний:

$$C_n^m = C_n^{n-m} \quad (0 \leq m \leq n), \quad C_n^n = 1; \quad C_n^0 = 1; \quad C_n^m + C_n^{m+1} = C_{n+1}^{m+1}$$

Пример

Найти число размещений из 10 элементов по 4.

Решение:

по формуле $A_n^m = n(n-1)(n-2)\dots[n-(m-1)]$.

$$A_{10}^4 = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040.$$

Пример

Решить уравнение: $A_n^5 = 30A_{n-2}^4$.

Решение:

используя формулу для вычисления числа размещений имеем:

$$n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4) = 30(n-2)(n-3)(n-4)(n-5).$$

Разделим обе части на одинаковые выражения, получим:

$$n(n-1) = 30(n-5),$$

и решим получившееся квадратное уравнение: $n_1 = 6, \quad n_2 = 25$.

Пример

Решите систему:
$$\begin{cases} C_x^y = C_x^{y+2} \\ C_x^2 = 66 \end{cases}.$$

Решение:

решим второе уравнение:

$$C_x^2 = 66 \Rightarrow \frac{x(x-1)}{1 \cdot 2} = 66;$$

$$x^2 - x - 132 = 0;$$

$$x_1 = -11, \quad x_2 = 12.$$

Т. к. $x > 2$, то -11 не удовлетворяет условию задачи. Подставив $x=12$ в первое уравнение системы, получим

$$C_{12}^y = C_{12}^{y+2}.$$

Используя основное свойство сочетаний, имеем:

$$C_{12}^y = C_{12}^{12-y},$$

тогда

$$C_{12}^{12-y} = C_{12}^{y+2} \Rightarrow 12-y = y+2 \Rightarrow y = 5.$$

Ответ: $x=12, y=5$.

Пример

Сколькими способами из восьми кандидатов можно выбрать три лица на три должности?

Решение:

условию задачи соответствуют размещения 3 из 8, имеем:

$$A_8^3 = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336.$$

Случайные события

Изучение каждого явления в порядке наблюдения или производства опыта связано с осуществлением некоторого комплекса условий (испытаний). Всякий результат или исход испытания называется *событием*.

Если событие при заданных условиях может произойти или не произойти, то оно называется *случайным*.

В том случае, когда событие должно непременно произойти, его называют *достоверным*, а в том случае, когда оно заведомо не может произойти, *невозможным*.

События называются *несовместными*, если каждый раз возможно появление только одного из них. События называются *совместными*, если в данных условиях появление одного из этих событий не исключает появления другого при том же испытании.

События называются *противоположными*, если в условиях испытания они, являясь единственными его исходами, несовместны.

Вероятность события рассматривается как мера объективной возможности появления случайного события.

Классическое определение вероятности.

Вероятностью события A называется отношение числа благоприятных исходов m , к числу всех возможных исходов n :

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$

Вероятность любого события не может быть меньше нуля и больше единицы, т. е.

$$0 \leq P(A) \leq 1.$$

Невозможному событию соответствует вероятность $P(A)=0$, а достоверному – вероятность $P(A)=1$.

Пример

В лотерее из 1000 билетов 200 выигрышных. Вынимают наугад один билет. Какова вероятность, что этот билет выигрышный?

Решение:

количество благоприятных событий, удовлетворяющих условию задачи $m=200$.

Число всех возможных вариантов $n=1000$.

По определению вероятности: $P(A)=200/1000=0,2$.

Пример

Из урны, в которой находятся 5 белых и 3 черных шара, вынимают один шар. Найти вероятность того, что этот шар черный?

Решение:

общее число шаров $m=8$, из них черных $n=3$, по определению: $P(A)=3/8=0,375$.

Пример

Из урны, в которой находятся 12 белых и 8 черных шара, вынимают наудачу два шара. Найти вероятность того, что оба шара окажутся черными?

Решение:

общее число возможных случаев n равно числу сочетаний из 20 (12+8) элементов по два:

$$n = C_{20}^2 = \frac{20 \cdot 19}{1 \cdot 2} = 190$$

число благоприятных исходов m равно числу сочетаний из 8 элементов по два:

$$n = C_8^2 = \frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2} = 28$$

По определению: $P(A) = 28/190 = 0,147$.

Пример

В партии из 18 деталей находятся 4 бракованных. Наугад выбирают 5 деталей. Какова вероятность того, что из этих 5 деталей две окажутся бракованными?

Решение:

число всех равновозможных независимых исходов n равно числу сочетаний из 18 по 5:

$$n = C_{18}^5 = \frac{18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 8568$$

Подсчитаем число благоприятных исходов m . Среди 5 взятых наугад деталей должно быть 3 качественных и 2 бракованных. Число способов выборки двух бракованных деталей из 4 имеющихся бракованных равно числу сочетаний из 4 по 2:

$$C_4^2 = \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 6$$

Число способов выборки трех качественных деталей из 14 имеющихся равно числу сочетаний из 14 по 3:

$$C_{14}^3 = \frac{14 \cdot 13 \cdot 12}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 364$$

Любая группа качественных деталей может комбинироваться с любой группой бракованных, поэтому общее число комбинаций m равно:

$$m = C_4^2 \cdot C_{14}^3 = 6 \cdot 364 = 2184$$

по определению: $P(A) = 2184/8568 = 0,255$.

Задания для самостоятельного решения:

Решить следующие задачи, используя определение сочетаний, их видов:

1 вариант	2 вариант
1) Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5, 8, 9 так, чтобы в каждом числе не было одинаковых цифр?	1) Сколькими способами могут разместиться 5 человек вокруг круглого стола?
2) Из 6 открыток надо выбрать 3. Сколькими способами это можно сделать?	2) Сколькими способами можно составить флаг, состоящий из трех горизонтальных полос различных цветов, если имеется материал семи различных цветов?
3) Решите уравнение: $A_x^3 = \frac{1}{20} A_x^4$.	3) Решите уравнение: $30x = A_x^3$.

3 вариант 1) Из 10 кандидатов нужно выбрать 3 человека на конференцию. Сколькими различными способами это можно сделать? 2) Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 3, 5, 7 так, чтобы в каждом числе не было одинаковых цифр? 3) Решите уравнение: $30A_{x-2}^4 = A_x^5$.	4 вариант 1) Бригадир должен отправить на работу бригаду из 3 человек. Сколько таких бригад можно составить из 8 человек? 2) На собрании должны выступить 5 человек (А, Б, В, Г, Д). Сколькими способами их можно разместить в списке выступающих, если А должен выступать первым? 3) Решите уравнение: $20A_{x-2}^3 = A_x^5$.
5 вариант 1) Сколькими способами можно расставить на полке 6 книг? 2) Сколькими способами можно выбрать гласную и согласную буквы из слова «журнал»? 3) Решите уравнение: $\frac{x}{A_x^3} = \frac{1}{12}$.	6 вариант 1) Сколькими способами можно составить список из 6 человек? 2) Сколькими способами собрание, состоящее из 18 человек, может из своего состава выбрать председателя собрания и секретаря? 3) Решите уравнение: $4C_{x+2}^{x-1} = A_x^3$.
7 вариант 1) Среди перестановок из цифр 1, 2, 3, 4, 5 сколько таких, которые не начинаются цифрами 3 или 5? 2) Из города А в город В ведут 6 дорог, а из города В в город С – 3 дороги. Сколькими способами можно попасть из города А в город С? 3) Решите систему: $\begin{cases} A_x^y = 9A_x^{y-1} \\ 2C_x^y = 3C_x^{y-1} \end{cases}$.	8 вариант 1) В шахматном турнире принимали участие 15 шахматистов, причем каждый из них сыграл только одну партию с каждым из остальных. Сколько всего партий сыграно в этом турнире? 2) Имеется 8 пар перчаток различных размеров. Сколькими способами можно выбрать из них одну перчатку на левую руку и одну перчатку на правую руку так, чтобы эти перчатки были разных размеров? 3) Решите систему: $\begin{cases} C_x^y = C_x^{y+2} \\ C_x^2 = 153 \end{cases}$.
9 вариант 1) Группа учащихся изучает семь учебных дисциплин. сколькими способами можно составить расписание занятий на понедельник, если в этот учебный день должно быть четыре различных урока? 2) Сколько матчей будет сыграно в футбольном чемпионате с участием 16 команд, если каждые две команды встречаются между собой один раз? 3) Вычислить: $\frac{A_{19}^5 + A_{20}^6}{A_{18}^4}$.	

Контрольные вопросы:

1. Дайте определение соединения, их виды?
2. Приведите формулы для вычисления разных видов соединений.
3. Дайте определение случайного события, их виды. Приведите примеры.

4. Дайте классическое определение вероятности.

Треугольник Паскаля

Цель работы:

студент должен:

знать:

- принцип построения треугольника Паскаля;

уметь:

- возводить двучлен в любую натуральную степень.

Сведения из теории:

Треугольник Паскаля – бесконечная таблица биномиальных коэффициентов, имеющая треугольную форму. В этом треугольнике на вершине и по бокам стоят единицы. Каждое число равно сумме двух расположенных над ним чисел. Строки треугольника симметричны относительно вертикальной оси. Назван треугольник в честь Блеза Паскаля.

				1		1							
				1		2		1					
			1		3		3		1				
		1		4		6		4		1			
	1		5		10		10		5		1		
	1	6		15		20		15		6		1	
	1	7	21		35		35	21		7		1	
1		8	28	56		70		56	28		8		1
.....													

Первая строка в этой таблице содержит биномиальные коэффициенты для $n=1$; вторая – для $n=2$; третья – для $n=3$ и т.д.

Пример

Разложить выражение: $(a+b)^7$.

Решение:

мы можем получить результат моментально, используя из таблицы разложение по седьмой строке (т.к. седьмая степень двучлена):

$$(a+b)^7 = a^7 + 7a^6b + 21a^5b^2 + 35a^4b^3 + 35a^3b^4 + 21a^2b^5 + 7ab^6 + b^7.$$

Задача для самостоятельного решения №1. Построить треугольник Паскаля до двадцатой строки.

Задача для самостоятельного решения №2. Разложить выражение: $(a+b)^n$, где n – номер по журналу (если Ваш номер 1-7, то прибавьте к номеру число 5).

Контрольные вопросы:

1. Сформулируйте принцип построения треугольника Паскаля.

Сложение и умножение вероятностей. Понятие о независимости событий

Цель работы: *студент должен:*

знать:

- определение независимых событий;
- теоремы сложения, умножения вероятностей;

уметь:

- вычислять вероятность событий;

- вычислять вероятность независимых событий.

Сведения из теории:

Вероятность несовместных событий

Вероятность появления одного из нескольких попарно несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий: $P(A+B)=P(A)+P(B)$.

Пример

В ящике в случайном порядке разложены 20 деталей, причем пять из них стандартные. Рабочий берет наудачу три детали. Найти вероятность того, что, по крайней мере, одна из взятых деталей окажется стандартной (событие A).

Решение:

очевидно, что, по крайней мере, одна из взятых деталей окажется стандартной, если произойдет любое из трех несовместных событий: B – одна деталь стандартная, две нестандартные; C – две детали стандартные, одна нестандартная; D – три детали стандартные.

Т.о., событие A можно представить в виде суммы этих трех событий: $A=B+C+D$.

Тогда $P(A)=P(B)+P(C)+P(D)$.

Вычислим вероятность каждого события:

$$P(B) = \frac{C_5^1 \cdot C_{15}^2}{C_{20}^3} = \frac{5 \cdot 15 \cdot 14}{1 \cdot 1 \cdot 2} = \frac{35}{76}$$

$$P(C) = \frac{C_5^2 \cdot C_{15}^1}{C_{20}^3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 15 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 18} = \frac{5}{38}$$

$$P(D) = \frac{C_5^3}{C_{20}^3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 18} = \frac{1}{114}$$

Итак,

$$P(A) = \frac{35}{76} + \frac{5}{38} + \frac{1}{114} = \frac{137}{228} = 0,601$$

Вероятность совместных событий

Вероятность появления хотя бы одного из двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления:

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$

Пример

Найти вероятность того, что наудачу взятое двузначное число окажется кратным либо 3, либо 5, либо тому и другому одновременно?

Решение:

пусть A – число кратно 3, B – число кратно 5. Всего имеется 90 двузначных чисел: 10, 11, ..., 98, 99. Из них 30 – кратные 3, 18 – кратные 5 и шесть чисел одновременно кратны и 3 и 5, поэтому:

$$P(A) = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}, \quad P(B) = \frac{18}{90} = \frac{1}{5}, \quad P(AB) = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$$

Т.к. A и B совместные события, то по формуле имеем:

$$P(A) = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{15} = \frac{7}{15} = 0,467$$

Пусть вероятность события B не зависит от появления события A .

Событие B называют *независимым от события A* , если появление события A не изменяет вероятности события B , т. е. если условная вероятность события B равна его безусловной вероятности:

$$P_A(B) = P(B).$$

Итак, если событие B не зависит от события A , то событие A не зависит от события B ; это означает, что *свойство независимости событий взаимно*.

Для независимых событий теорема умножения имеет вид:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B),$$

т. е. вероятность совместного появления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий.

Два события называют *независимыми*, если вероятность их совмещения равна произведению вероятностей этих событий; в противном случае события называют *зависимыми*.

На практике о независимости событий заключают по смыслу задачи. Например, вероятности поражения цели каждым из двух орудий не зависят от того, поразило ли цель другое орудие, поэтому события «первое орудие поразило цель» и «второе орудие поразило цель» независимы.

Несколько событий называют попарно независимыми, если каждые два из них независимы. Например, события A , B , C попарно независимы, если независимы события A и B , A и C , B и C .

Пример

Пусть в урне имеется 4 шара, окрашенные: один – в красный цвет (A), один – в синий цвет (B), один – в черный цвет (C) и один – во все эти три цвета (ABC). Чему равна вероятность того, что извлеченный из урны шар имеет красный цвет?

Решение:

т.к. из четырех шаров два имеют красный цвет, то $P(A)=2/4=1/2$.

Рассуждая аналогично, найдем $P(B)=1/2$, $P(C)=1/2$.

Допустим теперь, что взятый шар имеет синий цвет, т. е. событие B уже произошло. Изменится ли вероятность того, что извлеченный шар имеет красный цвет, т. е. изменится ли вероятность события A ?

Из двух шаров, имеющих синий цвет, один шар имеет и красный цвет, поэтому вероятность события A по-прежнему равна $1/2$. Другими словами, условная вероятность события A , вычисленная в предположении, что наступило событие B , равна его безусловной вероятности. Следовательно, события A и B независимы.

Аналогично приходим к выводу, что события A и C , B и C независимы. Итак, события A , B и C попарно независимы.

Независимы ли эти события в совокупности? Оказывается, нет.

Действительно, пусть извлеченный шар имеет два цвета, например синий и черный. Чему равна вероятность того, что этот шар имеет и красный цвет? Лишь один шар окрашен во все три цвета, поэтому взятый шар имеет и красный цвет.

Т.о., допустив, что события B и C произошли, приходим к выводу, что событие A обязательно наступит. Следовательно, это событие достоверное и вероятность его равна единице.

Другими словами, условная вероятность $P_{BC}(A)=1$ события A не равна его безусловной вероятности $P(A)=1/2$. Итак, попарно независимые события A , B , C не являются независимыми в совокупности.

Вероятность совместного появления нескольких событий, независимых в совокупности, равна произведению вероятностей этих событий:

$$P(A_1 A_2 \dots A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \dots \cdot P(A_n).$$

Пример

Найти вероятность совместного появления герба при одном бросании двух монет.

Решение:

вероятность появления герба первой монеты (событие A): $P(A)=1/2$.

Вероятность появления герба второй монеты (событие B): $P(B)=1/2$.

События A и B независимые, поэтому искомая вероятность по теореме умножения равна:
 $P(AB)=P(A) \cdot P(B)=1/2 \cdot 1/2=1/4$.

Пример

Имеется 3 ящика, содержащих по 10 деталей. В первом ящике 8, во втором 7 и в третьем 9 стандартных деталей. Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что все три вынутые детали окажутся стандартными.

Решение:

вероятность того, что из первого ящика вынута стандартная деталь (событие A):

$$P(A)=8/10=0,8.$$

Вероятность того, что из второго ящика вынута стандартная деталь (событие B):

$$P(B)=7/10=0,7.$$

Вероятность того, что из третьего ящика вынута стандартная деталь (событие C):

$$P(C)=9/10=0,9.$$

Так как события A , B и C независимые в совокупности, то искомая вероятность (по теореме умножения) равна:

$$P(ABC)=P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)=0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,9=0,504.$$

Задания для самостоятельного решения:

1. Решите задачи, используя теоремы сложения, умножения вероятностей:

1) В первой урне находятся 10 белых и 4 черных шаров, а во второй 5 белых и 9 черных шаров. Из каждой урны вынули по шару. Какова вероятность того, что оба шара окажутся черными?

2) Трое учащихся на экзамене независимо друг от друга решают одну и ту же задачу. Вероятности ее решения этими учащимися равны 0,8, 0,7 и 0,6 соответственно. Найдите вероятность того, что хотя бы один учащийся решит задачу.

3) Экспедиция издательства отправила газеты в три почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки газет в первое отделение равна 0,95, во второе – 0,9, в третье – 0,8. Найти вероятность следующих событий:

а) только одно отделение получит газеты вовремя;

б) хотя бы одно отделение получит газеты с опозданием.

4) Вероятность хотя бы одного попадания в цель при четырех выстрелах равна 0,9984. Найти вероятность попадания в цель при одном выстреле.

2. Решите задачи:

1) Вероятность того, что в магазине будет продана пара мужской обуви 44-го размера, равна 0,12; 45-го – 0,04; 46-го и большего – 0,01. Найти вероятность того, что будет продана пара мужской обуви не меньше 44-го размера.

2) При условиях задачи 1 найти вероятность того, что очередной будет продана пара обуви меньше 44-го размера.

3) В ящике находятся 5 резцов: два изношенных и три новых. Производится два последовательных извлечения резцов. Определить условную вероятность появления изношенного резца при втором извлечении при условии, что извлеченный в первый раз резец в ящик не возвращается.

4) В урне находятся 5 белых шаров, 4 черных и 3 синих. Каждое испытание состоит в том, что наудачу извлекают один шар, не возвращая его в урну. Найти вероятность того, что при первом испытании появится белый шар (событие A), при втором – черный (событие B)

и при третьем – синий (событие C).

Контрольные вопросы:

1. Сформулируйте теоремы сложения, умножения вероятностей.
2. Дайте определение независимых событий.
3. Какие события называются попарно независимыми?

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Основные печатные и/или электронные издания

1. Мерзляк, А. Г. Математика. Алгебра и начала математического анализа: 10-й класс: углублённый уровень : учебник / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номировский, В. М. Поляков. — 8-е изд., стер. — Москва : Просвещение, 2024. — 476 с. — ISBN 978-5-09-112257-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/437387> (дата обращения: 10.02.2026).
2. Мерзляк, А. Г. Математика. Алгебра и начала математического анализа : 11-й класс : углублённый уровень : учебник / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номировский, В. М. Поляков. — 7-е изд., стер. — Москва : Просвещение, 2024. — 412 с. — ISBN 978-5-09-112258-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/437390> (дата обращения: 10.02.2026).
3. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа : 10—11-е классы : базовый и углублённый уровни : учебник / Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва [и др.]. — 13-е изд., стер. — Москва : Просвещение, 2025. — 463 с. — ISBN 978-5-09-120157-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/497603> (дата обращения: 10.02.2026).
4. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия : 10—11-й классы : базовый и углублённый уровни : учебник / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев [и др.]. — 13-е изд., стер. — Москва : Просвещение, 2025. — 287 с. — ISBN 978-5-09-120159-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/497612> (дата обращения: 10.02.2026).

МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Башкирский государственный педагогический университет им.М.Акмуллы»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
к практическим занятиям студентов

специальность: 21.02.19 Землеустройство
дисциплина: ПП.13 Информатика

разработал: Байназарова Ю.Б.
преподаватель Колледжа БГПУ им.М.Акмуллы

2026 г.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методическая рекомендация к выполнению практических занятий по дисциплине ПП.13 Информатика разработана для студентов специальности 21.02.19 Землеустройство.

Содержание методических рекомендаций по учебному предмету ПП.13 Информатика направлено на достижение следующих целей:

Результаты обучения	Показатели освоения компетенций
<i>Знает:</i> - представления о роли информации и связанные с ней процессы в природе, технике и обществе, понятия «информация», «информационный процесс», «система», «компоненты системы», «системный эффект», «информационная система», «система управления»; - методы поиска информации в сети Интернет; - основные принципы устройства и функционирования современных стационарных и мобильных компьютеров, тенденций развития компьютерных технологий; - понятие операционной системы, основные виды программного обеспечения для решения учебных задач по выбранной специализации; - требования техники безопасности и гигиены при работе с компьютерами и другими компонентами цифрового окружения, понимание правовых основ использования компьютерных программ, баз данных и материалов, размещенных в сети Интернет; - основные принципы дискретизации различных видов информации; - теоретический аппарат, позволяющий осуществлять представление заданного натурального числа в различных системах счисления, выполнять преобразования логических выражений, используя законы алгебры логики; - представление о компьютерных сетях и их роли в современном мире, об общих принципах разработки и функционирования интернет-приложений; - угрозы информационной безопасности, использование методов и средств противодействия этим угрозам, соблюдение мер безопасности, предотвращающих незаконное распространение персональных данных;	- владение и грамотное использование терминологии в области информатики и информационных технологий (информация, информационный процесс, система, компоненты системы, системный эффект, информационная система, система управления); - описание роли информации и информационных процессов в природе, технике и обществе, приведение соответствующих примеров; - применение методов поиска информации в сети Интернет, критическая оценка достоверности и релевантности найденной информации; - объяснение основных принципов устройства и функционирования современных стационарных и мобильных компьютеров, характеристика тенденций развития компьютерных технологий; - определение понятия операционной системы, классификация основных видов программного обеспечения для решения учебных и профессиональных задач; - соблюдение требований техники безопасности и гигиены при работе с компьютерами и цифровыми устройствами, понимание правовых основ использования программ, баз данных и интернет-ресурсов; - объяснение принципов дискретизации различных видов информации (текстовой, графической, звуковой), вычисление информационного объема данных при заданных параметрах дискретизации; - представление натуральных чисел в различных системах счисления, выполнение преобразований логических выражений с использованием законов алгебры логики; - построение неравномерных кодов, обеспечивающих однозначное

- теоретический аппарат, позволяющий определять кратчайший путь во взвешенном графе и количество путей между вершинами ориентированного ациклического графа;	декодирование сообщений (префиксные коды); - характеристика компьютерных сетей, их роли в современном мире, описание общих принципов разработки и функционирования интернет-приложений;
Умеет: - критически оценивать информацию, полученную из сети Интернет; - характеризовать большие данные, приводить примеры источников их получения и направления использования; - определять информационный объем текстовых, графических и звуковых данных при заданных параметрах дискретизации; - строить неравномерные коды, допускающие однозначное декодирование сообщений (префиксные коды); - создавать структурированные текстовые документы и демонстрационные материалы с использованием возможностей современных программных средств и облачных сервисов; - читать и понимать программы, реализующие несложные алгоритмы обработки числовых и текстовых данных (в том числе массивов и символьных строк) на выбранном для изучения универсальном языке программирования высокого уровня (Паскаль, Python, Java, C++, C#), анализировать алгоритмы с использованием таблиц трассировки, определять без использования компьютера результаты выполнения несложных программ, включающих циклы, ветвления и подпрограммы, при заданных исходных данных, модифицировать готовые программы для решения новых задач, использовать их в своих программах в качестве подпрограмм (процедур, функций); - реализовывать на выбранном для изучения языке программирования высокого уровня (Паскаль, Python, Java, C++, C#) типовые алгоритмы обработки чисел, числовых последовательностей и массивов: представление числа в виде набора простых сомножителей, нахождение максимальной (минимальной) цифры натурального числа, записанного в системе счисления с основанием, не превышающим 10, вычисление обобщенных характеристик элементов массива или числовой последовательности (суммы, произведения, среднего арифметического, минимального и	- идентификация угроз информационной безопасности, применение методов и средств противодействия этим угрозам, соблюдение мер защиты персональных данных; - определение кратчайшего пути во взвешенном графе и подсчёт количества путей между вершинами ориентированного ациклического графа; - чтение и понимание программ на выбранном языке программирования, анализ алгоритмов с использованием таблиц трассировки, определение результатов выполнения программ при заданных исходных данных; - модификация готовых программ для решения новых задач, использование подпрограмм (процедур, функций) в своих программах; - реализация типовых алгоритмов обработки чисел, числовых последовательностей и массивов (разложение на простые множители, поиск цифр числа, вычисление суммы, произведения, среднего арифметического, экстремумов, подсчёт элементов по условию, сортировка); - создание структурированных текстовых документов и демонстрационных материалов с использованием современных программных средств и облачных сервисов; - проектирование и наполнение реляционных баз данных, составление запросов (в том числе с вычисляемыми полями), выполнение сортировки и поиска записей; - использование электронных таблиц для анализа, представления и обработки данных (вычисление суммы, среднего арифметического, наибольшего и наименьшего значений, решение уравнений, построение диаграмм); - применение компьютерно-математических моделей для анализа

максимального элементов, количества элементов, удовлетворяющих заданному условию), сортировку элементов массива; - использовать табличные (реляционные) базы данных, в частности, составлять запросы к базам данных (в том числе запросы с вычисляемыми полями), выполнять сортировку и поиск записей в базе данных, наполнять разработанную базу данных, умение использовать электронные таблицы для анализа, представления и обработки данных (включая вычисление суммы, среднего арифметического, наибольшего и наименьшего значений, решение уравнений); - использовать компьютерно-математические модели для анализа объектов и процессов: формулировать цель моделирования, выполнять анализ результатов, полученных в ходе моделирования, оценивать соответствие модели моделируемому объекту или процессу, представлять результаты моделирования в наглядном виде; - организовывать личное информационное пространство с использованием различных цифровых технологий, понимание возможностей цифровых сервисов государственных услуг, цифровых образовательных сервисов, понимание возможностей и ограничений технологий искусственного интеллекта в различных областях, наличие представлений об использовании информационных технологий в различных профессиональных сферах.	объектов и процессов: формулировка цели моделирования, анализ результатов, оценка соответствия модели, представление результатов в наглядном виде; - организация личного информационного пространства с использованием цифровых технологий, использование цифровых сервисов (государственные услуги, образовательные платформы); - характеристика возможностей и ограничений технологий искусственного интеллекта, описание примеров использования информационных технологий в различных профессиональных сферах.

СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

по дисциплине ПП.13 Информатика

Практическое занятие 1. Основные характеристики компьютеров.

Практическое занятие 2. Установка и деинсталляция программного обеспечения.

Практическое занятие 3. Примеры комплектации компьютерного обеспечения внешними устройствами и специализированным программным обеспечением рабочего места в соответствии с целями его использования для различных направлений гуманитарной деятельности.

Практическое занятие 4. Установка программного обеспечения по выбранной специализации.

Практическое занятие 5. Открытые образовательные ресурсы.

Практическое занятие 6. Профессиональные ресурсы для работы в сети Интернет.

Практическое занятие 7. Эксплуатационные требования к компьютерному рабочему месту.

Практическое занятие 8. Профилактические и антивирусные мероприятия для компьютерного рабочего места в соответствии с его комплектацией для профессиональной деятельности.

Практическое занятие 9. Примеры компьютерных моделей различных процессов. Проведение исследования на основе использования готовой компьютерной модели.

Практическое занятие 10. Двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления, связь между ними.

Практическое занятие 11. Создание архива данных. Извлечение данных из архива.

Практическое занятие 12. Файл как единица хранения информации на компьютере. Атрибуты файла и его объем.

Практическое занятие 13. Пример АСУ образовательного учреждения.

Практическое занятие 14. Пример системы профессиональной направленности.

Практическое занятие 15. Представление о способах хранения и простейшей обработке данных.

Практическое занятие 16. Примеры обработки данных в профессиональной деятельности.

Практическое занятие 17. Редактирование и форматирование текстового документа.

Практическое занятие 18. Создание таблиц в текстовом редакторе.

Практическое занятие 19. Работа с изображениями и фигурами в текстовом редакторе.

Практическое занятие 20. Создание текстового документа профессиональной направленности.

Практическое занятие 21. Использование различных возможностей динамических (электронных) таблиц для выполнения учебных заданий из разных предметных областей.

Практическое занятие 22. Средства графического представления статистических данных.

Практическое занятие 23. Использование встроенных функций обработки информации в динамических таблицах.

Практическое занятие 24. Использование динамических таблиц в профессиональной деятельности.

Практическое занятие 25. Организация баз данных.

Практическое занятие 26. Запросы на выборку данных. Запросы с параметрами.

Практическое занятие 27. Использование баз данных в профессиональной деятельности.

Практическое занятие 28. Методы и средства создания сайта.

Практическое занятие 29. Каскадные таблицы стилей.

Практическое занятие 30. Пример создания стиля для организации.
Практическое занятие 31. Создание презентаций с помощью Power Point.
Практическое занятие 32. Создание презентаций профессиональной тематики.
Практическое занятие 33. Графический редактор.
Практическое занятие 34. Векторная графика.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

по дисциплине ПП.13 Информатика

Практическое занятие 1. Основные характеристики компьютеров.

Цель: научиться определять и анализировать ключевые характеристики аппаратного и программного обеспечения компьютера, понимать их взаимосвязь и влияние на производительность системы.

Задачи:

1. Образовательные: закрепить теоретические знания об основных компонентах компьютера и их характеристиках. Сформировать умение читать технические спецификации.

2. Практические: сформировать навыки самостоятельной оценки конфигурации компьютера, сравнения характеристик разных систем, выявления "узких мест" производительности.

3. Воспитательные: воспитывать внимательность, аккуратность при работе с техникой и информацией, развивать логическое и системное мышление.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с различными конфигурациями (или виртуальные машины/симуляторы).

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Краткий инструктаж по технике безопасности при работе с компьютерной техникой и электропитанием.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Перечислите основные аппаратные компоненты персонального компьютера.
2. Дайте определение: процессор, оперативная память (ОЗУ), жесткий диск (SSD/HDD), видеокарта.
3. Назовите ключевые характеристики составляющих компьютера.
4. Какие характеристики больше всего влияют на общую производительность в офисных задачах? В играх?

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Студенты анализируют предоставленные компьютеры (или их спецификации) по стандартному алгоритму:

1. Объект анализа (модель ПК/ноутбука или конфигурация сборки).
2. Метод анализа (визуальный осмотр, данные из BIOS/UEFI, диагностические утилиты, спецификации).
3. Аппаратные характеристики (Hardware).
4. Программные характеристики (Software).
5. Оценка сбалансированности конфигурации.

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты в рабочих тетрадях (или на специальных бланках) заполняют сводную таблицу по итогам анализа.

V. Подведение итогов. Рефлексия

· Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки при идентификации.

· Контрольные вопросы на закрепление:

1. Как объем оперативной памяти влияет на многозадачность? Что происходит при его нехватке?
2. Какая характеристика накопителя важнее для скорости загрузки ОС и программ: объем или тип (SSD или HDD)?

3. Как связаны между собой выбор мощной видеокарты и блок питания?

- Объявление оценок, комментарии.
- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: составить глоссарий основных терминов по теме (не менее 15 терминов с расшифровкой).

2. Практическое: проанализировать характеристики своего домашнего компьютера (или компьютера родственников) по изученному алгоритму. Предложить вариант его недорогой модернизации для одной из целей (учеба, работа с документами, просмотр видео, игры) с обоснованием.

Критерии оценки

- «Отлично»: правильно определены все ключевые характеристики предоставленных систем, дан полный анализ, выявлены "узкие места", предложены логичные рекомендации по модернизации. Ответы на контрольные вопросы точные.
- «Хорошо»: Характеристики определены верно, в анализе есть незначительные неточности или неполные формулировки.
- «Удовлетворительно»: Основные компоненты и их характеристики определены верно, но есть ошибки в деталях (например, в частотах, типах памяти), анализ проведен поверхностно.
- «Неудовлетворительно»: Неумение пользоваться диагностическим ПО, грубые ошибки в определении основных характеристик компонентов, невыполнение основных заданий.

Практическое занятие 2. Установка и деинсталляция программного обеспечения.

Цель: освоить корректные и безопасные методы установки (инсталляции) и удаления (деинсталляции) программного обеспечения в операционной системе, понимать их системное влияние и уметь устранять типичные проблемы.

Задачи:

1. Образовательные: закрепить теоретические знания о типах установщиков, этапах инсталляции, ключевых понятиях (лицензия, дистрибутив, системные требования). Изучить системные механизмы установки и удаления ПО.

2. Практические: сформировать устойчивые навыки грамотной установки и полного удаления программ различными способами. Научиться анализировать процесс инсталляции на предмет потенциально нежелательных компонентов (ПНП).

3. Воспитательные: воспитывать ответственность при выборе и установке ПО, внимательность к лицензионным соглашениям, аккуратность в работе с файловой системой и реестром. Формировать культуру легального использования программ.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с различными конфигурациями (или виртуальные машины/симуляторы).

2. Набор дистрибутивов различного ПО.

3. Таблицы с классификацией типов ПО (свободное, условно-бесплатное, коммерческое) и форматами дистрибутивов.

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Краткий инструктаж: важность загрузки дистрибутивов с официальных сайтов, проверки цифровых подписей, создания точки восстановления системы перед установкой

неизвестного ПО.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Дайте определения: дистрибутив, инсталляция, деинсталляция, лицензионное соглашение.
2. Чем отличается установочный файл (setup.exe) от портативной (portable) версии программы?
3. Каковы основные этапы типичной установки программы (мастер установки)?
4. Перечислите компоненты, которые программа может добавлять в систему помимо основных файлов (ярлыки, записи в реестре, службы, драйверы).
5. Почему простое удаление папки с программой не является корректной деинсталляцией?

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Студенты выполняют серию заданий по установке и удалению ПО различными методами.

Часть 1. Инсталляция ПО

Задание 1. Стандартная установка.

1. Запустить установочный мастер выбранной программы (например, архиватор 7-Zip, текстовый редактор Notepad++).
2. Внимательно прочитать и проанализировать лицензионное соглашение.
3. Выбрать тип установки "Выборочная" (Custom) и проанализировать предлагаемые компоненты.
4. Изменить путь установки по умолчанию.
5. Отказаться от установки дополнительного нежелательного ПО (панели инструментов, другого софта).

6. Проследить создание ярлыков и пунктов меню.

Задание 2: Работа с Portable-версией.

1. Скачать portable-версию программы.
2. Распаковать архив в выбранную папку и запустить исполняемый файл.
3. Обсудить преимущества и недостатки такого подхода.

Часть 2. Деинсталляция ПО

1. Удаление стандартными средствами ОС. Удалить одну из установленных программ через "Панель управления" -> "Программы и компоненты" (или "Параметры" -> "Приложения" в Windows 10/11).

2. Устранение проблем. Смоделировать ситуацию "битой" установки (например, удалить ключевой файл программы). Попробовать восстановить работоспособность через функцию "Восстановить" или "Изменить" в меню установленной программы. Если восстановление невозможно, выполнить принудительное удаление. Проследить процесс.

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты в рабочих тетрадях (или на специальных бланках) заполняют сводную таблицу по итогам анализа.

V. Подведение итогов. Рефлексия

· Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки при идентификации.

· Контрольные вопросы на закрепление:

1. В чем главное преимущество выборочной (Custom) установки перед типичной (Typical)?

2. Почему после удаления программы через специализированную утилиту может оставаться ее папка в C:\Users\Username\AppData? Можно ли ее всегда удалять?

3. В каких ситуациях предпочтительнее использовать portable-версию программы, а в каких - устанавливаемую?

· Объявление оценок, комментарии.

· Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: составить сравнительную таблицу достоинств и недостатков 3-х способов удаления ПО (средствами ОС, сторонней утилитой, ручное удаление).
2. Практическое: найти на официальном сайте любую бесплатную программу (на усмотрение студента), изучить доступные варианты дистрибутива (установщик, portable, из магазина приложений).

Критерии оценки

- «Отлично»: Все задания выполнены корректно и в полном объеме. Студент демонстрирует глубокое понимание процессов, осознанно анализирует лицензии и компоненты установки, успешно использует специализированные утилиты для глубокого удаления. Ответы на вопросы точные и развернутые.
- «Хорошо»: Задания выполнены, установка и удаление проведены правильно. Есть незначительные ошибки в анализе или неполное описание наблюдений.
- «Удовлетворительно»: Основные операции (стандартная установка и удаление) выполнены верно, но задания с расширенными настройками, портативными версиями или углубленным удалением вызвали затруднения или выполнены с ошибками.
- «Неудовлетворительно»: Грубые нарушения последовательности действий, установка ПО с неофициальных источников без проверки, неумение использовать основные средства установки/удаления, невыполнение большинства заданий.

Практическое занятие 3. Примеры комплектации компьютерного обеспечения внешними устройствами и специализированным программным обеспечением рабочего места в соответствии с целями его использования для различных направлений гуманитарной деятельности.

Цель: научиться анализировать профессиональные задачи специалиста гуманитарного профиля и формировать оптимальную конфигурацию рабочего места (аппаратную и программную) для эффективного решения этих задач

Задачи:

1. Образовательные: закрепить знания о классификации и назначении периферийных устройств и специализированного ПО. Изучить взаимосвязь между видом профессиональной деятельности и требованиями к техническому оснащению.
2. Практические: сформировать навыки подбора и обоснования выбора внешних устройств и программного обеспечения под конкретные рабочие процессы в гуманитарных областях (филология, история, дизайн, музыка, педагогика и др.).
3. Воспитательные: воспитывать системное мышление, умение видеть и анализировать потребности будущей профессии. Развивать навыки работы в команде и аргументации своего выбора.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с различными конфигурациями (или виртуальные машины/симуляторы).
2. Кейс-задания с описанием профессиональных ролей и задач.
3. Инструктивные карточки с алгоритмом подбора конфигурации.

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Акцентирование внимания на том, что эффективное рабочее место – это инструмент, который должен максимально соответствовать решаемым задачам, а не просто набор дорогой техники.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Перечислите основные группы внешних (периферийных) устройств (устройства ввода, вывода, ввода-вывода, мультимедиа).

2. Приведите примеры специализированного ПО для разных сфер (текстовые редакторы и издательские системы, графические и звуковые редакторы, системы управления базами данных, программы для научного анализа).

3. Какие основные профессиональные задачи у филолога, историка-архивиста, цифрового художника, звукорежиссера, социолога?

4. Как могут помочь компьютерные технологии в решении каждой из названных задач?

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Каждая группа получает кейс с описанием профессии и списком конкретных задач.

Примеры кейсов:

Кейс 1. Цифровой гуманитарий (историк/архивист): Оцифровка и каталогизация коллекции старинных фотографий и писем. Подготовка виртуальной выставки.

Кейс 2. Филолог-исследователь/редактор: Написание и редактирование большого текста (книга, диссертация). Работа с источниками, проверка стиля, орфографии и пунктуации. Составление индекса.

Кейс 3. Мультимедийный журналист/блогер: Создание контента для YouTube-канала: запись и сведение звука (подкаст), монтаж видео, создание графических заставок и миниатюр.

Кейс 4. Педагог-дизайнер: Разработка интерактивных учебных материалов, инфографики, презентаций. Ведение видеокурса.

Алгоритм работы группы:

Анализ задачи: выделить ключевые технологические операции в полученном кейсе (сканирование, обработка изображений, запись аудио, монтаж видео, работа с текстом, программирование интерактивности и т.д.).

Подбор аппаратного обеспечения:

Определить базовую конфигурацию компьютера (акцент на CPU, RAM, GPU, хранилище).

Подобрать необходимые внешние устройства с обоснованием (например, для оцифровки – планшетный сканер, для подкаста – USB-микрофон и наушники, для дизайнера – графический планшет).

Подбор программного обеспечения:

Подобрать 2-3 ключевые специализированные программы для каждой технологической операции.

Сравнить их по критериям: стоимость (бесплатное/платное), сложность освоения, функциональность, совместимость.

Выбрать оптимальный вариант и обосновать.

Формирование итоговой спецификации: создать сводную таблицу-обоснование для условного заказчика.

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты в рабочих тетрадях (или на специальных бланках) заполняют сводную таблицу по итогам анализа.

V. Подведение итогов. Рефлексия

· Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки при идентификации.

· Контрольные вопросы на закрепление:

1. Почему для задач монтажа видео важен не только мощный процессор, но и быстрый накопитель (NVMe SSD), а для работы с большими текстовыми корпусами – большой объем ОЗУ?

2. Какие внешние устройства могут кардинально повысить эффективность труда историка, работающего с материальными артефактами?

- Объявление оценок, комментарии.
- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

2. Практическое: проанализировать свое учебное место или рабочее место представителя любой гуманитарной профессии. Составить его подробную спецификацию (аппаратная часть, основное и специализированное ПО). Предложить 2-3 обоснованных усовершенствования для повышения эффективности в его основных задачах.

Критерии оценки

- «Отлично»: Конфигурация, предложенная группой/студентом, полностью и логично соответствует задачам кейса. Выбор каждого устройства и программы детально обоснован с профессиональной и экономической точек зрения. Презентация убедительна, а ответы на вопросы глубоки.
- «Хорошо»: Конфигурация в целом соответствует задачам, обоснования есть, но могут содержать незначительные неточности или не учитывать некоторые альтернативы. Защита проекта проведена уверенно.
- «Удовлетворительно»: Базовые задачи кейса поняты, подобранная конфигурация решает их, но выбор является очевидным или шаблонным, обоснования слабые или поверхностные.
- «Неудовлетворительно»: Задачи кейса не проанализированы, подобранная конфигурация не соответствует поставленным целям или является нереалистичной. Отсутствует понимание связи между задачами и инструментами.

Практическое занятие 4. Инсталляция программного обеспечения по выбранной специализации.

Цель: освоить методику осознанного выбора, корректной установки, первичной настройки и верификации работоспособности специализированного программного обеспечения в соответствии с задачами конкретной профессиональной области (специализации).

Задачи:

1. Образовательные: углубить знания о типах лицензий, системных требованиях и источниках получения легального ПО. Изучить особенности установки профессиональных пакетов.
2. Практические: сформировать навык комплексной работы с профессиональным ПО: от поиска и выбора версии, соответствующей техническому заданию и ресурсам, до его инсталляции, настройки под конкретные нужды и проверки на работоспособность.
3. Воспитательные: воспитывать профессиональную ответственность, этику использования лицензионного ПО, привычку к порядку при организации рабочего программного окружения.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с различными конфигурациями (или виртуальные машины/симуляторы).
2. Доступ в Интернет для поиска дистрибутивов, документации и системных требований.

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Краткий инструктаж: важность загрузки дистрибутивов с официальных сайтов, проверки цифровых подписей, создания точки восстановления системы перед установкой неизвестного ПО.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Какие существуют источники для безопасного получения ПО (официальные сайты, репозитории, магазины приложений)? Чего следует избегать?
2. Какую информацию критически важно проверить перед началом установки? (Системные требования, разрядность ОС, тип лицензии, дата выпуска версии).

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Индивидуальная работа или работа в парах. Каждый студент (или пара) выбирает или получает от преподавателя «Техническое задание», моделирующее реальную профессиональную задачу.

Алгоритм выполнения работы:

1. Анализ ТЗ и выбор ПО: определить класс необходимого ПО. Найти 2-3 альтернативные программы, удовлетворяющие задаче. Сравнить их по ключевым критериям: лицензия, системные требования, функционал (по описанию), репутация. Сделать и обосновать выбор.

2. Найти официальный источник скачивания, провести установку в режиме Выборочная. Запустить программу. Пройти первоначальную настройку.

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты заполняют отчет.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.
- Контрольные вопросы на закрепление:

1. При установке программы запрашивается перезагрузка компьютера. Зачем это нужно и можно ли ее избежать?

2. Как определить, что программа успешно установилась и готова к работе, кроме факта появления ярлыка?

- Объявление оценок, комментарии.
- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: подготовить памятку «Чек-лист: 10 шагов для безопасной установки профессионального ПО».
2. Практическое: выбрать еще одну специализацию, отличную от рассмотренной на занятии.

Критерии оценки

- «Отлично»: ПО выбрано идеально в соответствии с ТЗ, выбор подробно обоснован. Все этапы установки выполнены корректно и осознанно (выборочная установка, отказ от ПНП). Тестирование подтвердило работоспособность. Отчет составлен полностью и аккуратно.

- «Хорошо»: ПО выбрано верно, установка прошла в целом правильно, но есть мелкие недочеты (например, не все нежелательные компоненты были отклонены, не создана точка восстановления). Отчет содержит незначительные пробелы.

- «Удовлетворительно»: Выбранное ПО в целом решает задачу, но выбор не оптимален или слабо обоснован. Установка проведена в режиме «по умолчанию», без анализа компонентов. Работоспособность проверена. Отчет составлен схематично.

- «Неудовлетворительно»: Выбранное ПО не соответствует ТЗ. Установка проведена с ошибками (с неофициального источника, с нарушением инструкций), приведшими к неработоспособности системы или программы. Отчет не сдан или не отражает сути работы.

Практическое занятие 5. Открытые образовательные ресурсы.

Цель: сформировать умение находить, оценивать, легально использовать и адаптировать открытые образовательные ресурсы (ООР) для решения учебных и профессиональных задач.

Задачи:

1. Образовательные: закрепить теоретические знания о понятии, типах, правовых моделях и принципах открытости образовательных ресурсов. Изучить основные репозитории и платформы ООР.

2. Практические: сформировать навыки эффективного поиска ООР, их критической оценки по заданным критериям, правильного цитирования и использования в соответствии с условиями лицензии.

3. Воспитательные: воспитывать уважение к интеллектуальному труду, культуру легального использования контента, готовность к академической добросовестности и открытому обмену знаниями.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с различными конфигурациями (или виртуальные машины/симуляторы).

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Постановка проблемы: «Как легально и бесплатно получить доступ к качественным учебным материалам мирового уровня?»

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Дайте определение Открытому Образовательному Ресурсу (ООР). Чем он отличается от просто бесплатного ресурса в интернете?

2. Каковы преимущества и возможные риски использования ООР для студента и преподавателя?

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально.

Задание 1. Найти и зафиксировать не менее 5 ООР по заданной теме. Использовать для поиска специализированные платформы: «Открытое образование», «Лекториум», «ПостНаука», «Российская электронная школа». Применять расширенные фильтры поиска.

Задание 2. Из найденных ресурсов выбрать 2 наиболее релевантных и провести их экспертизу.

- Актуальность: Дата создания/обновления, соответствие современным знаниям.
- Достоверность: Репутация автора/организации, наличие ссылок на источники.
- Полезность: Глубина раскрытия темы, ясность изложения, наличие примеров.
- Техническое качество: Качество видео/аудио, удобство навигации, читаемость текста.
- Интерактивность/Доступность: Наличие упражнений, тестов, субтитров, адаптации для людей с ОВЗ.

Задание 3. Для одного выбранного ресурса оформить корректную ссылку (библиографическое описание).

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты заполняют отчет.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.
- Контрольные вопросы на закрепление:
 1. В чем главное преимущество открытых образовательных ресурсов?
 2. Какой ресурс был вам ближе всего?
 3. Как правильно оформлять цитирование.
- Объявление оценок, комментарии.
- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: составить сравнительную таблицу достоинств ООР.

2. Практическое: создать подборку из 5-7 качественных ООР.

Критерии оценки

· «Отлично»: Найдены разнообразные и релевантные ООР. Проведен глубокий и критический анализ по всем критериям. Лицензии определены верно, цитирование оформлено безупречно. Студент демонстрирует четкое понимание философии открытого образования.

· «Хорошо»: Ресурсы найдены и проанализированы, но анализ может быть немного поверхностным. В определении лицензий или оформлении ссылок есть 1-2 неточности. Понимание темы хорошее.

· «Удовлетворительно»: Найдены в основном очевидные или легкодоступные ресурсы. Анализ проведен формально, по шаблону. Есть ошибки в понимании типов лицензий.

· «Неудовлетворительно»: Неумение пользоваться каталогами ООР, поиск ведется только в общем поисковике без фильтрации. Нарушение принципов легального использования (предложены пиратские ресурсы). Анализ не проведен.

Практическое занятие 6. Профессиональные ресурсы для работы в сети Интернет.

Цель: сформировать умение эффективно использовать специализированные интернет-ресурсы и сетевые сервисы для решения профессиональных задач, построения карьеры и профессионального развития.

Задачи:

1. Образовательные: изучить классификацию профессиональных интернет-ресурсов. Освоить принципы работы с научными базами данных, профессиональными социальными сетями, облачными сервисами для командной работы, биржами фриланса и цифровыми портфолио.

2. Практические: сформировать навыки поиска профессиональной информации, создания и ведения профессионального профиля, использования онлайн-инструментов для организации труда и сетевого взаимодействия с коллегами.

3. Воспитательные: воспитывать цифровую культуру профессионального общения, ответственное отношение к персональным данным и репутации в сети. Развивать навыки сетевого этикета и осознанного построения цифрового следа.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с доступом в интернет.

Ход занятия

I. Организационный момент

· Приветствие, проверка присутствующих.
· Объявление темы, целей и плана занятия.
· Мотивация: обсуждение, как интернет из источника развлечений превращается в основной рабочий инструмент и пространство для карьерного роста в современном мире.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Какие сайты и приложения вы используете для общения? Можно ли их использовать для профессионального общения? В чем разница?

2. Слышали ли вы о таких сервисах, как Zoom, Trello, Google Workspace, GitHub? Для чего они используются?

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Каждый студент или группа получает задание, моделирующее профессиональный сценарий.

Задание 1. Определить, какие именно интернет-ресурсы и инструменты

необходимы для решения поставленной задачи. Найти 2-3 альтернативных ресурса для каждой потребности (например, для научного поиска: Google Scholar, eLibrary, Scopus). Сравнить их по ключевым параметрам: доступность, функционал, интерфейс, распространенность в профессиональной среде. Сформулировать плюсы и минусы использованных ресурсов, дать рекомендации по их применению.

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты заполняют отчет.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.
- Контрольные вопросы на закрепление:
 1. Как изученные ресурсы могут помочь в профессиональной деятельности?
 2. Какой ресурс был вам ближе всего?
 3. В чем преимущества профессиональной социальной сети?
- Объявление оценок, комментарии.
- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: составить сводную таблицу «5 главных профессиональных интернет-ресурсов моей будущей профессии».

Критерии оценки

- «Отлично»: Студент/группа глубоко проанализировали заданный сценарий, грамотно подобрали и обосновали выбор профессиональных ресурсов. Практическое задание выполнено в полном объеме с демонстрацией понимания специфики платформ. Выводы содержательны и критичны.

- «Хорошо»: Ресурсы подобраны правильно, практическая часть выполнена, но без глубокого анализа или с незначительными техническими недочетами. Понимание темы хорошее, но не все возможности ресурсов раскрыты.

- «Удовлетворительно»: Задача решена с помощью наиболее очевидных, а не оптимальных ресурсов. Практическое действие выполнено формально. Понимание различий между профессиональными и общими ресурсами поверхностное.

- «Неудовлетворительно»: Неумение выделить профессиональные задачи в сценарии. Выбор ресурсов не соответствует поставленной цели. Практическое задание не выполнено. Отсутствует понимание темы.

Практическое занятие 7. Эксплуатационные требования к компьютерному рабочему месту.

Цель: освоить комплекс требований к безопасной, эффективной и эргономичной организации персонального компьютерного рабочего места в соответствии с санитарными нормами, правилами технической эксплуатации и основами информационной безопасности.

Задачи:

1. Образовательные: изучить действующие санитарно-эпидемиологические правила и нормативы (СанПиН), нормы охраны труда, базовые правила электробезопасности и требования к размещению оборудования. Усвоить принципы эргономики рабочего места.

2. Практические: сформировать навыки проведения аудита собственного рабочего места на соответствие требованиям, корректировки его параметров (освещенность, посадка, расположение техники). Научиться выполнять базовое техническое обслуживание ПК и периферии.

3. Воспитательные: воспитывать культуру безопасного труда, внимательное отношение к собственному здоровью, ответственность за сохранность оборудования и защиту информации.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки).
2. Инструкции и памятки: выдержки из СанПиН 1.2.3685-21, плакаты по

эргономике рабочего места, чек-лист для аудита.

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Мотивация: обсуждение последствий неправильной организации рабочего места (утомляемость, снижение продуктивности, боли в спине и шее, риск повреждения оборудования).

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Какие физические факторы на рабочем месте с ПК могут негативно влиять на здоровье? (Неверная поза, блики на экране, шум, электромагнитное поле, неправильный микроклимат).
2. Что такое эргономика и каковы ее основные принципы при работе за компьютером?

3. На каком расстоянии должны находиться глаза пользователя от монитора? Как должен быть расположен монитор по высоте?

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Студенты выполняют аудит предоставленного или своего учебного рабочего места.

Задание 1. Используя чек-лист и измерительные инструменты, проверить, выполняются ли основные требования к рабочему месту. Провести оценку условий эксплуатации техники. Студенты заполняют «Акт аудита рабочего места», который включает выявленные нарушения и план корректирующих действий.

Критерий оценки	Параметры и нормы	Фактическое состояние

...

....

....

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты заполняют отчет.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.
- Контрольные вопросы на закрепление:
 1. Почему использование ноутбука в качестве основного рабочего инструмента на столе без отдельной клавиатуры и мыши является нарушением эргономики? Как это исправить?
 2. Какие последствия может иметь постоянный перегрев компонентов системного блока?
 3. Чем опасно наличие пищевых крошек и пыли внутри клавиатуры и корпуса ПК? Каков безопасный способ уборки?

- Объявление оценок, комментарии.

- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: составить памятку «10 золотых правил организации компьютерного рабочего места» на основе изученных норм.
2. Практическое: провести полный аудит своего домашнего компьютерного рабочего места по предложенному чек-листу.

Критерии оценки

- «Отлично»: Аудит проведен тщательно, с использованием измерительных инструментов. Выявлены все существенные нарушения. Предложенные корректирующие действия точны, практичны и полностью соответствуют нормам. Отчет оформлен идеально. Студент демонстрирует глубокое понимание взаимосвязи между организацией места, здоровьем и эффективностью работы.

- «Хорошо»: Аудит проведен, основные нарушения найдены. Рекомендации в целом верны. В отчете или практических действиях могут быть незначительные неточности или пропущены малозаметные детали.

- «Удовлетворительно»: Выполнена формальная проверка по основным пунктам (расстояние до монитора, посадка). Нарушения зафиксированы не все. Рекомендации носят общий характер. Отчет составлен неполно.

- «Неудовлетворительно»: Аудит не проведен или проведен крайне поверхностно. Нет понимания базовых норм. Отчет отсутствует или не отражает реального состояния. Практические задания не выполнены.

Практическое занятие 8. Профилактические и антивирусные мероприятия для компьютерного рабочего места в соответствии с его комплектацией для профессиональной деятельности.

Цель: сформировать комплексное понимание и практические навыки по организации защиты компьютерного рабочего места, включая выбор, настройку антивирусных средств и реализацию профилактических мер, адекватных профессиональным задачам и потенциальным угрозам.

Задачи:

1. Образовательные: изучить виды вредоносного программного обеспечения, принципы работы современных антивирусных комплексов и их дополнительные функции. Освоить требования нормативных документов к защите информации на рабочем месте.

2. Практические: научиться оценивать профессиональный профиль рабочего места для определения критичных угроз, настраивать базовые параметры антивирусного ПО и межсетевого экрана, реализовывать организационные меры защиты (политика паролей, работа с носителями).

3. Воспитательные: воспитывать культуру информационной безопасности, личную ответственность за защиту корпоративных и персональных данных, понимание последствий нарушений.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки).
2. Презентационные материалы по типам вредоносного ПО и принципам социальной инженерии.

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Актуализация темы через пример последствий кибератаки на организацию (простой в работе, утечка данных, финансовые потери).

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Какие типы вредоносного программного обеспечения (вирусы, черви, трояны, шпионское ПО) вам известны? Какой потенциальный ущерб они наносят?
2. Помимо вирусов, какие угрозы актуальны для рабочего компьютера? (Фишинг, несанкционированный доступ, утечка через съемные носители).
3. Какие встроенные средства защиты ОС Windows вы знаете?
4. Почему для организации недостаточно просто установить антивирус на каждый компьютер?

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Каждый студент или группа получает «Профессиональный профиль» рабочего места для анализа и защиты.

Задание 1. Анализ угроз и требований: определить ключевые активы, требования к

доступности и целости систем. Сформулировать особые требования. Предложить конфигурацию антивирусного ПО.

Задание 2. Проверить и активировать встроенные средства защиты ОС. Изучить интерфейс антивирусного ПО:

- Проверить статус защиты, актуальность баз, параметры сканирования.

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты заполняют отчетную таблицу.

Элемент рабочего места / Процесс	Выявленная угроза/Риск	Предлагаемая техническая мера	Организационная норма или правило

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.
- Контрольные вопросы на закрепление:

1. Почему антивирусное ПО необходимо регулярно обновлять, и что важнее: ядро программы или вирусные базы?

2. Какая организационная мера является самой простой и одной из самых эффективных для предотвращения несанкционированного доступа к компьютеру в ваше отсутствие?

3. Как можно совместить требование безопасности (запрет на USB) и производственную необходимость (передача файлов инженеру)?

- Объявление оценок, комментарии.
- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: на основе полученных данных составить сравнительную таблицу 2-3 антивирусных продуктов для малого бизнеса по критериям: основные функции, наличие централизованной консоли, контроль устройств, стоимость.

Критерии оценки

- «Отлично»: Анализ профиля проведен глубоко, выявлены специфичные угрозы. Предложенный комплекс мер (технических и организационных) является полным, обоснованным и адекватным профессиональной деятельности. Практические настройки выполнены корректно.

- «Хорошо»: Профиль проанализирован, комплекс мер предложен, но может не учитывать некоторые нюансы или не полностью раскрывать связь мер с угрозами. Практическая часть выполнена.

- «Удовлетворительно»: Базовые меры защиты предложены, но носят общий характер, без четкой привязки к профессиональному профилю. Понимание разницы между техническими и организационными мерами поверхностное.

- «Неудовлетворительно»: Неумение выделить угрозы для заданного профиля. Предложенные меры неадекватны или отсутствуют. Практические задания не выполнены.

Практическое занятие 9. Примеры компьютерных моделей различных процессов. Проведение исследования на основе использования готовой компьютерной модели.

Цель: сформировать представление о компьютерном моделировании как о методе научного познания. Освоить на практике этапы проведения исследования с использованием готовой компьютерной модели: от постановки задачи и выбора модели до анализа результатов и формулировки выводов.

Задачи:

1. Образовательные: изучить понятие «компьютерная модель», классификацию моделей (имитационные, аналитические, детерминированные, стохастические). Освоить

принципы работы с моделями в специализированных средах и универсальных программах.

2. Практические: научиться формулировать гипотезу для проверки на модели, определять входные параметры, управлять ходом «виртуального эксперимента», фиксировать и интерпретировать выходные данные.

3. Воспитательные: воспитывать научный подход к исследованию, критическое мышление при анализе результатов моделирования, понимание границ применимости моделей.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки).
2. Набор готовых компьютерных моделей для исследования

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Обсуждение, где в современной науке, технике и повседневной жизни применяется компьютерное моделирование (прогноз погоды, краш-тесты автомобилей, планирование городов, разработка лекарств).

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Что такое модель? Приведите примеры материальных и информационных моделей.
2. Что такое компьютерная модель и чем она отличается от просто компьютерных расчетов?
3. Что такое входные параметры и выходные данные модели?

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Каждый студент или группа получает от преподавателя одну из готовых моделей для исследования.

Задание 1. Анализ и классификация примеров моделей. Изучите описание модели. Определите: объект, процесс или явление, которое она отражает. Цель создания данной модели (объяснить, предсказать, оптимизировать, обучить). К какому типу её можно отнести (математическая, имитационная, графическая и т.д.). Предположите, какие параметры в ней могут быть изменяемыми.

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты заполняют отчет.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.
- Контрольные вопросы на закрепление:
 1. Чем отличается работа с готовой компьютерной моделью от процесса полного цикла моделирования?
 2. Может ли абсолютно точная компьютерная модель существовать в принципе?
- Объявление оценок, комментарии.
- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: Используя материалы занятия, составить схематичную классификацию компьютерных моделей (по цели использования, по способу представления, по области применения). Привести по 1-2 примера к каждому типу.

Критерии оценки

· «Отлично»: Студент верно классифицирует предложенные модели, понимая их суть и ограничения. Самостоятельно и грамотно планирует эксперимент с готовой моделью, проводит серию опытов, корректно визуализирует и анализирует результаты. Формулирует глубокие и содержательные выводы, соответствующие цели.

· «Хорошо»: Классификация выполнена в основном верно. Эксперимент проведён по плану, получены правильные результаты, но анализ или выводы могут быть неполными. Визуализация присутствует.

· «Удовлетворительно»: Допущены ошибки в классификации моделей. Эксперимент проведён формально, по прямой инструкции, без попытки углублённого анализа. Выводы поверхностны.

· «Неудовлетворительно»: Непонимание базовых понятий темы. Неумение работать с интерфейсом готовой модели, провести простейший эксперимент или зафиксировать результат. Отчёт не оформлен.

Практическое занятие 10. Двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления, связь между ними.

Цель: освоить принципы представления чисел в позиционных системах счисления с основаниями 2, 8, 16, научиться выполнять переводы между ними и понимать их практическое значение в информатике.

Задачи:

1. Образовательные: закрепить теоретические знания о позиционных системах счисления. Сформировать умение выполнять арифметические действия и преобразования между двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной системами.

2. Практические: развить навыки быстрого перевода между системами счисления, используя таблицы соответствия и метод группировки разрядов. Научиться применять эти знания для интерпретации компьютерных данных (коды ошибок, цветовая модель, адресация памяти).

3. Воспитательные: воспитывать точность, внимательность при выполнении вычислений, развивать логическое и алгоритмическое мышление, усидчивость.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с доступом в интернет.

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Краткий инструктаж по технике безопасности при работе с компьютерной техникой и электропитанием.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Что такое система счисления? Какие виды систем счисления вы знаете?
2. В чем преимущество использования восьмеричной и шестнадцатеричной систем счисления по сравнению с двоичной при работе с компьютером?
3. Как связаны между собой основания 2, 8 и 16? ($8=2^3$, $16=2^4$).

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально.

Задание. Перевод чисел методом группировки.

1. Переведите заданные двоичные числа в восьмеричную и шестнадцатеричную системы, группируя разряды (триады и тетрады) справа налево. Пример: 11010111₂.

2. Переведите заданные восьмеричные и шестнадцатеричные числа в двоичную систему, заменяя каждую цифру соответствующей группой двоичных разрядов. Пример: 347₈, A9F₁₆.

3. Арифметические операции. Выполните сложение и вычитание для двух заданных чисел сначала в двоичной, а затем в шестнадцатеричной системе. Сравните сложность выполнения. Пример: 1011₂ + 1101₂ ; B₁₆ + D₁₆.

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты в рабочих тетрадях (или на специальных бланках) оформляют полученные результаты.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.
- Контрольные вопросы на закрепление:

1. Почему программисты часто используют шестнадцатеричную, а не восьмеричную систему?

2. Всегда ли при переводе из 8-ричной в 16-ричную систему нужно переходить через двоичную? Почему?

- Объявление оценок, комментарии.
- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: составить схему-конспект "Быстрые переводы между системами счисления 2-8-16" с примерами и правилом группировки.

Критерии оценки

· «Отлично»: Все переводы выполнены безошибочно, верно решены практико-ориентированные задачи, даны точные ответы на контрольные вопросы. Работа оформлена аккуратно.

· «Хорошо»: Переводы выполнены верно, в практических задачах допущена 1-2 незначительные ошибки или неточности в оформлении.

· «Удовлетворительно»: Основные переводы (двоичная-восьмеричная-шестнадцатеричная) выполнены, но есть ошибки в арифметических операциях или неполные ответы в практических задачах.

· «Неудовлетворительно»: Непонимание принципов перевода, грубые ошибки в большинстве заданий, невыполнение работы.

Практическое занятие 11. Создание архива данных. Извлечение данных из архива.

Цель: сформировать умение эффективно использовать программные средства архивации для организации, сжатия и защиты данных; научиться создавать архивы различных типов и извлекать из них информацию.

Задачи:

1. Образовательные: закрепить теоретические знания о целях, методах и алгоритмах архивации данных. Изучить функциональные возможности современных архиваторов.

2. Практические: сформировать устойчивые навыки работы с программой-архиватором (например, 7-Zip, WinRAR, Zipreg): создание архивов различных форматов, настройка параметров (степень сжатия, пароль, разбивка на тома), извлечение данных, просмотр содержимого.

3. Воспитательные: воспитывать культуру работы с данными: бережное отношение к дисковому пространству, ответственность за создание резервных копий, соблюдение правил информационной безопасности при установке паролей.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с доступом в интернет.
2. Тестовый набор файлов различных типов для архивации.

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Краткий инструктаж по технике безопасности при работе с компьютерной техникой и электропитанием.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Что такое архив данных и для чего он нужен?

2. Назовите основные преимущества архивации (сжатие, консолидация, защита).
3. Какие алгоритмы сжатия вы знаете? В чем разница между lossless и lossy сжатием?

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Последовательное выполнение заданий с фиксацией результатов.

Задание 1. Знакомство с интерфейсом архиватора.

1. Запустите программу-архиватор (например, 7-Zip).
2. Изучите главное меню и контекстное меню (правая кнопка мыши на файле/папке в проводнике). Найдите команды для создания архива и его извлечения.
3. Создайте из предоставленной папки с файлами архив в формате ZIP со средней степенью сжатия. Зафиксируйте исходный и итоговый размер.

4. Создайте зашифрованный ZIP-архив с паролем. Установите пароль «Praktika_2024». Попробуйте открыть и извлечь файлы, зная и не зная пароль.

5. Откройте созданный в задании 2.1 архив как папку (двойной клик). Просмотрите его содержимое без извлечения. Извлеките один конкретный файл в указанную папку.

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты в рабочих тетрадях (или на специальных бланках) оформляют полученные результаты.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.
- Контрольные вопросы на закрепление:
 1. В каких ситуациях предпочтительнее использовать формат ZIP, а в каких — 7Z или RAR?
 2. Что надежнее: удалить исходные файлы после архивации или оставить? Обоснуйте.

· Объявление оценок, комментарии.

· Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: подготовить сравнительную таблицу 3-х популярных форматов архивов (ZIP, 7Z, RAR) по критериям: степень сжатия, скорость, поддержка шифрования, возможность создания многотомных архивов, распространенность (на каких ОС открывается без проблем).

Критерии оценки

· «Отлично»: Все задания выполнены полностью и без ошибок. Студент уверенно работает с интерфейсом, правильно выбирает параметры архивации под задачу, понимает разницу между форматами. Таблица отчета заполнена подробно, выводы корректны. Даны точные ответы на контрольные вопросы.

· «Хорошо»: Задания выполнены, но с незначительными недочетами (например, небольшая путаница в меню, мелкая ошибка в сравнении размеров). Понимание принципов архивации продемонстрировано.

· «Удовлетворительно»: Основные операции (создание и извлечение простого ZIP-архива) выполнены верно. Задания с дополнительными параметрами (тома, пароль) выполнены с помощью инструкции или с ошибками. Отчет заполнен не полностью.

· «Неудовлетворительно»: Неумение выполнить базовые операции, грубые ошибки, невыполнение большей части практических заданий, отсутствие отчета.

Практическое занятие 12. Файл как единица хранения информации на компьютере. Атрибуты файла и его объем.

Цель: сформировать системное представление о файле как основной единице хранения информации, научиться определять и изменять ключевые свойства (атрибуты) файлов, рассчитывать объем информации и анализировать занимаемое дисковое пространство.

Задачи:

1. Образовательные: закрепить теоретические знания о файловой системе, структуре имени файла, логической организации данных. Усвоить понятия атрибута файла, физического и логического объема.

2. Практические: сформировать навыки навигации в файловой системе, получения детальной информации о файлах (свойства), изменения основных атрибутов, расчета общего объема группы файлов, анализа различий между размером файла и занимаемым им местом на диске.

3. Воспитательные: воспитывать аккуратность и осознанность в организации личного файлового пространства, понимание важности корректного именования и меток. Развивать внимательность к деталям.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с доступом в интернет.
2. Тестовый набор файлов различных типов.

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Краткий инструктаж по технике безопасности при работе с компьютерной техникой и электропитанием.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Дайте определение файла и папки (каталога). В чем их принципиальное различие?
2. Из каких частей состоит полное имя файла? Приведите примеры расширений для разных типов файлов.
3. Что такое путь к файлу? Приведите пример абсолютного и относительного пути.

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Последовательное выполнение заданий с фиксацией результатов.

Задание 1. Исследование свойств файла.

1. Откройте папку с тестовыми файлами. Для файла откройте диалоговое окно «Свойства» (контекстное меню -> Свойства).
2. Изучите вкладки «Общие», «Подробно» (если есть). В тетради зафиксируйте:
 - Тип файла и приложение по умолчанию для открытия.
 - Расположение (путь).
 - Размер файла на диске и занимаемый размер. Объясните возможную разницу (понятие размера кластера).
 - Даты создания, изменения и последнего открытия.
 - Атрибуты: Только чтение, Скрытый, Архивный, Системный (если виден).

Задание 2. Расчет объема данных.

1. Рассчитайте общий логический объем всех файлов в предоставленной папке. Используйте данные из столбца «Размер». Суммируйте в КБ, МБ.

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты в рабочих тетрадях (или на специальных бланках) оформляют полученные результаты.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.
- Контрольные вопросы на закрепление:
 1. Как показать скрытые файлы в папке?
 2. Как в папке показывается размер файла?
- Объявление оценок, комментарии.
- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: создать схематичную памятку «Структура данных на ПК: от бита до файловой системы», включив понятия: бит, байт, поле, запись, файл, атрибуты файла, папка, диск.
2. Практическое: создать структуру папок для организации материалов по 3 учебным предметам. В каждой папке создать по 2-3 текстовых файла с осмысленными именами и установить для одного из файлов в каждой папке атрибут «Только для чтения».

Критерии оценки

- «Отлично»: Все задания выполнены полностью и верно. Студент самостоятельно ориентируется в свойствах файлов, точно рассчитывает объемы, понимает и может объяснить разницу между размером и занимаемым местом. Таблица заполнена корректно, на вопросы даны развернутые ответы.
- «Хорошо»: Задания выполнены с незначительными погрешностями в расчетах или неточностями в формулировках при объяснении атрибутов. Общее понимание темы продемонстрировано.
- «Удовлетворительно»: Основные операции (просмотр свойств, изменение простых атрибутов) выполнены, но есть ошибки в расчетах объемов или непонимание причины различия между размером файла и занимаемым местом. Отчет заполнен частично.
- «Неудовлетворительно»: Неумение найти свойства файла, выполнить базовые расчеты, изменить атрибуты. Отчет не сдан или содержит грубые ошибки.

Практическое занятие 13. Пример АСУ образовательного учреждения.

Цель: изучить назначение, структуру и принципы работы автоматизированных систем управления (АСУ) на примере образовательного учреждения. Сформировать умение анализировать функции АСУ и их влияние на образовательный процесс.

Задачи:

1. Образовательные: закрепить теоретические знания о типах информационных систем и принципах их построения. Изучить основные функции АСУ для администрации, преподавателей, обучающихся и родителей.
2. Практические: сформировать навыки анализа конкретного примера АСУ (на основе существующих платформ). Развить умение моделировать простые управленческие задачи, решаемые с помощью АСУ.
3. Воспитательные: воспитывать понимание важности системного подхода и информационных технологий для повышения эффективности управления и прозрачности образовательного процесса.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с доступом в интернет.

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Краткий инструктаж по технике безопасности при работе с компьютерной техникой и электропитанием.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Что такое информационная система (ИС)? Чем ИС отличается от АСУ?
2. Какие основные компоненты (аппаратные, программные, информационные, человеческие) включает в себя любая АСУ?
3. Назовите примеры рутинных задач в работе преподавателя или администрации учебного заведения, которые можно автоматизировать.

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Последовательное выполнение заданий с фиксацией результатов.

Задание 1. Анализ функций АСУ для различных пользователей.

На примере реальной системы (например, АСУ РСО) изучите и опишите в таблице возможности системы.

Смоделируйте ситуацию: «В школе объявлена неделя естественных наук. Необходимо организовать проектную работу для 3 групп учеников 9-х классов, проконтролировать сдачу этапов и выставить итоговые оценки». Опишите, как различные модули АСУ (расписание, электронный журнал, файловое хранилище, система тестирования) помогут в организации этого процесса. Предложите пошаговый сценарий действий в системе.

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты в рабочих тетрадях (или на специальных бланках) оформляют полученные результаты.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.
- Контрольные вопросы на закрепление:

1. Как АСУ способствует повышению качества управленческих решений в образовании?

2. Какие риски или проблемы могут возникнуть при внедрении и использовании АСУ (технические, кадровые, психологические)?

- Объявление оценок, комментарии.
- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: составить глоссарий из 15 ключевых терминов по теме (например: АСУ, LMS, Электронный журнал, документооборот, система отчетности, интеграция, контур управления, пользовательский интерфейс).

Критерии оценки

· «Отлично»: Глубокий и полный анализ функций АСУ для своей категории пользователей. Предложен логичный и детализированный сценарий использования системы для решения практической задачи. Понимание современных тенденций. Активное участие в дискуссии.

· «Хорошо»: Функции АСУ перечислены верно, но анализ проведен без глубоких выводов. Сценарий моделирования построен, но с незначительными недочетами. Ответы на вопросы точные.

· «Удовлетворительно»: Основные функции АСУ названы, но связь между ними не показана. Сценарий моделирования описан поверхностно. Присутствуют затруднения при ответах на вопросы.

· «Неудовлетворительно»: Неумение выделить ключевые функции АСУ. Сценарий не построен или не соответствует задаче. Невыполнение основных заданий.

Практическое занятие 14. Пример системы профессиональной направленности.

Цель: исследовать назначение, структуру и функциональные возможности специализированных информационных систем, используемых в различных профессиональных областях. Сформировать понимание взаимосвязи между задачами профессии и инструментальными программными средствами.

Задачи:

1. Образовательные: закрепить теоретические знания о классификации профессиональных информационных систем (ERP, CRM, системы бухгалтерского учета). Изучить интерфейс и базовые принципы работы в конкретной профессиональной программе.

2. Практические: сформировать навыки ввода и обработки информации в

профессиональной системе. Развить умение моделировать профессиональные задачи (например, приход товара, формирование отчета, занесение клиента в базу) и решать их с помощью изученного программного обеспечения.

3. Воспитательные: воспитывать ответственное отношение к работе с документами и базами данных, понимание важности точности ввода информации и дисциплины при работе в единой информационной среде предприятия.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с доступом в интернет.

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Краткий инструктаж по технике безопасности при работе с компьютерной техникой и электропитанием.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Что означает аббревиатура ERP-система? Для каких предприятий она необходима?
2. Какие профессиональные задачи (в экономике, логистике, управлении) приходится решать ежедневно и какие из них требуют автоматизации?
3. В чем разница между автоматизацией одного рабочего места (бухгалтера, кладовщика) и автоматизацией всего предприятия?

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Последовательное выполнение заданий с фиксацией результатов.

Задание 1. Знакомство с системой.

Запустите предоставленную профессиональную систему. Изучите главное меню, панели инструментов, рабочую область.

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты в рабочих тетрадях (или на специальных бланках) оформляют полученные результаты.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.
- Контрольные вопросы на закрепление:
 1. Почему важно строго соблюдать последовательность операций (сначала приход, потом отчет) в профессиональной АСУ?
 2. Какие риски или проблемы могут возникнуть при внедрении и использовании АСУ (технические, кадровые, психологические)?
- Объявление оценок, комментарии.
- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: составить глоссарий из 15 ключевых терминов по теме.

Критерии оценки

- «Отлично»: Студент уверенно ориентируется в интерфейсе профессиональной системы. Даны развернутые ответы на контрольные вопросы.
- «Хорошо»: Студент ориентируется в интерфейсе, но допустил 1-2 незначительные ошибки при заполнении реквизитов документов, которые были исправлены. Задание выполнено, отчеты сформированы. В ответах на вопросы допускаются неточности.
- «Удовлетворительно»: Задание выполнено частично. Студент смог создать документ, но не смог сформировать итоговый отчет либо допустил грубые ошибки в логике. На вопросы отвечает с трудом.
- «Неудовлетворительно»: Студент не справился с задачей, не понял принципов

работы в профессиональной среде, не смог создать корректный документ учета. Незнание интерфейса программы.

Практическое занятие 15. Представление о способах хранения и простейшей обработке данных.

Цель: сформировать у обучающихся представление об организации хранения данных в компьютере, научить выполнять базовые операции по структурированию, поиску и простейшей обработке информации с использованием стандартного программного обеспечения.

Задачи:

1. Образовательные: изучить понятия «файл», «каталог» (папка), «файловая система», «путь к файлу», «формат данных»; систематизировать знания о типах файлов и их расширениях.

2. Практические: привить навыки навигации по файловой системе, создания иерархической структуры для хранения данных, выполнения операций копирования, перемещения, переименования, поиска и сортировки; освоить простейшие приемы обработки текстовых и табличных данных (группировка, фильтрация, сортировка).

3. Воспитательные: воспитывать информационную культуру, аккуратность в организации личного информационного пространства, понимание важности резервного копирования и систематизации данных для эффективной работы.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с доступом в интернет.
2. Программа для работы с электронными таблицами MS Excel.

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Краткий инструктаж по технике безопасности при работе с компьютерной техникой и электропитанием.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Что такое файл? Что такое папка (каталог)? Чем они отличаются?
2. Для чего нужно расширение в имени файла?
3. Что такое «дерево папок»? Приведите пример из жизни (например, хранение документов в шкафу с полками и папками).

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Последовательное выполнение заданий с фиксацией результатов.

Задание 1. Создание иерархической структуры.

Открыть проводник (файловый менеджер).

На рабочем столе (или в папке «Документы») создать личную папку со своей фамилией (например, Иванов_Практика).

Внутри созданной папки создать иерархию подпапок для хранения учебных материалов по следующей схеме:

- Учеба
 - Лекции
 - Практические работы
 - Информатика
 - Математика
- Медиа
 - Изображения
 - Музыка

Продemonстрировать понимание «пути к файлу», записав в тетради полный путь к созданной папке Информатика.

Задание 2. Открыть файл в программе для работы с электронными таблицами.

Выполнить сортировку данных по столбцу «Фамилия» (или «Возраст») по возрастанию.

Применить фильтр к данным, чтобы отобразить только строки, где значение в столбце «Город» равно заданному (например, «Москва»).

В соседнем столбце с помощью простой формулы (например, =C2+5 или =B2&"студент") выполнить обработку данных (добавить константу к числу или текст к строке).

Сохранить изменения как новый файл в свою папку.

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты в рабочих тетрадях (или на специальных бланках) оформляют полученные результаты.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.
- Контрольные вопросы на закрепление:
 1. Почему важно хранить файлы в папках, а не «все в куче» на рабочем столе?
 2. В чем разница между операциями «копировать» и «вырезать»?
- Объявление оценок, комментарии.
- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: составить краткий конспект-памятку «Правила создания резервных копий важных данных» (на какие носители можно копировать, как часто это нужно делать).

2. Практическое: навести порядок в личной папке «Мои документы» (или на рабочем столе) дома: создать логичную структуру папок, рассортировать имеющиеся файлы, удалить временные и ненужные файлы. Записать, сколько свободного места удалось освободить (если удаляли).

Критерии оценки

· «Отлично»: Задания выполнены в полном объеме. Самостоятельно создана логичная и аккуратная структура папок. Все операции с файлами (копирование, перемещение, поиск) выполнены без ошибок. Задания по обработке данных в текстовом редакторе и таблицах выполнены верно и осознанно. Ответы на вопросы точные.

· «Хорошо»: Задания выполнены, структура папок создана. Есть незначительные ошибки в сортировке файлов по папкам (например, файл попал не в ту категорию) или небольшие затруднения при выполнении фильтрации в таблицах.

· «Удовлетворительно»: Основные операции (создание папок, копирование) выполнены, но структура папок нелогична или не завершена. Задания по обработке данных (сортировка/фильтр) выполнены частично или с помощью преподавателя.

· «Неудовлетворительно»: Студент не справился с созданием структуры папок, путается в базовых операциях с файлами, не может выполнить простейшую сортировку данных. Большинство заданий не выполнено.

Практическое занятие 16. Примеры обработки данных в профессиональной деятельности.

Цель: сформировать у обучающихся представление о роли и методах обработки данных в различных сферах профессиональной деятельности, научить применять базовые инструменты обработки для решения типовых профессиональных задач.

Задачи:

1. Образовательные: изучить конкретные примеры использования обработки данных в таких областях, как бухгалтерия, маркетинг, логистика, управление персоналом; систематизировать знания об инструментах обработки (фильтрация, сортировка,

группировка, визуализация).

2. Практические: сформировать навыки анализа профессионально-ориентированных данных с помощью электронных таблиц и текстовых редакторов; научиться интерпретировать полученные результаты и делать выводы, значимые для профессиональной деятельности.

3. Воспитательные: воспитывать понимание важности достоверности данных и корректности их обработки для принятия ответственных решений в профессиональной среде; развивать интерес к будущей профессии.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с доступом в интернет.
2. Программа для работы с электронными таблицами MS Excel.

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Краткий инструктаж: объяснение связи темы с будущей профессиональной деятельностью, важности аккуратности и внимательности при обработке данных, влияния ошибок на результаты.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Какие специалисты в своей работе сталкиваются с необходимостью обрабатывать большие объемы информации? (бухгалтеры, логисты, маркетологи, менеджеры, врачи и т.д.).
2. Какие цели они преследуют при обработке данных? (учет, анализ, прогнозирование, оптимизация).
3. Какие инструменты для обработки данных вы знаете? (электронные таблицы, базы данных, специализированное ПО).

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Каждая группа получает задание, соответствующее определенной профессиональной сфере. Затем возможна краткая презентация результатов.

Задание 1.

Ситуация: имеется список товаров на складе (наименование, артикул, количество на складе, минимальный необходимый запас, стоимость единицы). Есть также таблица поступивших заказов (заказчик, товар, количество).

Задачи:

1. Определить товары, количество которых на складе ниже минимального запаса (создать столбец с индикатором «Заказать!»).
2. Рассчитать общую стоимость запасов на складе.
3. Проверить, достаточно ли товаров на складе для выполнения всех заказов (сравнить количество на складе и сумму заказанных по каждому товару).
4. Выявить товары, по которым есть дефицит.
5. Предложить план дозаказа.

Задание 2.

Ситуация: имеется база данных сотрудников (ФИО, отдел, должность, дата приема на работу, заработная плата, оценка эффективности за год).

Задачи:

1. Рассчитать среднюю зарплату по отделам.
2. Найти сотрудников с наибольшей эффективностью (топ-5).
3. Определить, в каком отделе самая высокая текучесть кадров (используя даты приема, но для простоты можно посчитать, кто проработал меньше года).

4. Подготовить данные для начисления премии: добавить столбец «Премия» как 10% от оклада для тех, у кого оценка эффективности выше 4.

5. Построить гистограмму распределения зарплат по отделам.

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты в Excel оформляют полученные результаты.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.

- Контрольные вопросы на закрепление:

1. Как одни и те же методы обработки (например, сортировка и фильтрация) могут использоваться в бухгалтерии и маркетинге? Приведите примеры.

2. Почему при принятии решений важно опираться на обработанные данные, а не на интуицию?

- Объявление оценок, комментарии.

- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: подобрать (или придумать) пример из будущей профессии (или интересующей сферы), где требуется обработка данных. Описать, какие исходные данные нужны, какие методы обработки следует применить и какой результат ожидается.

Критерии оценки

- «Отлично»: Все задания выполнены в полном объеме и без ошибок. Студент (группа) продемонстрировал глубокое понимание профессиональной задачи, корректно применил методы обработки, сделал обоснованные выводы, грамотно представил результаты. Активно участвовал в обсуждении.

- «Хорошо»: Задания выполнены, но есть незначительные ошибки в расчетах или оформлении. Выводы сделаны, но неполные. Участие в обсуждении было, но не всегда активное.

- «Удовлетворительно»: Основные операции выполнены верно, но часть заданий пропущена или выполнена с помощью преподавателя. Выводы поверхностны или отсутствуют. Пассивное участие в работе группы.

- «Неудовлетворительно»: Студент не справился с заданиями, не понимает, как применять методы обработки данных в профессиональном контексте. Большинство заданий не выполнено.

Практическое занятие 17. Редактирование и форматирование текстового документа.

Цель: освоить основные приемы редактирования и форматирования текстовых документов с использованием современного текстового процессора, сформировать умения создавать структурированные и правильно оформленные материалы в соответствии с предъявляемыми требованиями.

Задачи:

1. Образовательные: закрепить теоретические понятия «редактирование» и «форматирование», изучить инструменты текстового процессора для изменения содержания и внешнего вида документа; получить представление о стилях оформления и их преимуществах.

2. Практические: сформировать устойчивые навыки ввода и правки текста, форматирования символов и абзацев, создания и оформления списков, таблиц, колонтитулов; научиться применять автоматические средства (стили, оглавление) для ускорения работы.

3. Воспитательные: воспитывать аккуратность, внимательность к деталям оформления, понимание важности единообразия и соответствия стандартам (ГОСТ, корпоративные требования) при создании документов.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с доступом в интернет.
2. Программа MS Word.

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Краткий инструктаж: напоминание правил работы за компьютером, важность сохранения документа во время работы, аккуратность при редактировании.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Какие элементы форматирования символа вы знаете? (шрифт, размер, начертание, цвет).
2. Какие параметры можно задать для абзаца? (выравнивание, отступы, междустрочный интервал).
3. Зачем нужно форматирование? Почему недостаточно просто напечатать текст?

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Последовательное выполнение заданий с фиксацией результатов.

Задание 1.

1. Открыть текстовый процессор и создать новый документ.
2. Набрать небольшой текст (например, несколько предложений или абзац) под диктовку преподавателя или с карточки, допуская несколько преднамеренных ошибок.
3. Выполнить редактирование набранного текста:
 - исправить орфографические ошибки (подчеркнутые красным);
 - удалить лишние слова, вставить пропущенные;
 - разделить один абзац на два и наоборот — объединить два абзаца;
 - изменить порядок предложений с помощью вырезания и вставки.
4. Использовать команды Отменить и Вернуть для наблюдения за изменениями.

Задание 2.

1. Открыть файл-заготовку (или продолжить работу со своим документом).
2. Выделить заголовок и применить к нему параметры: шрифт Arial, размер 16, полужирный, цвет синий, выравнивание по центру.
3. К основному тексту применить: шрифт Times New Roman, размер 14, выравнивание по ширине, отступ первой строки 1,25 см, междустрочный интервал 1,5.
4. Выделить ключевое слово в тексте курсивом или подчеркиванием.
5. Создать маркированный список (например, перечень основных понятий темы) и нумерованный список (например, последовательность действий).
- 6.

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты оформляют полученные результаты в Word.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.
- Контрольные вопросы на закрепление:
 1. Чем отличается редактирование от форматирования? Приведите примеры.
 2. Что произойдет с автоматически собранным оглавлением, если изменить текст заголовка? Как его обновить?
- Объявление оценок, комментарии.
- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: составить памятку «Основные правила оформления текстового документа» (шрифт, интервалы, поля, заголовки) для студентов своего учебного заведения или для конкретного вида работ (реферат, отчет).

Критерии оценки

· «Отлично»: Все задания выполнены полностью и без ошибок. Документ оформлен аккуратно, с соблюдением единообразия, грамотно использованы стили, оглавление, колонтитулы. Студент уверенно отвечает на контрольные вопросы, демонстрирует понимание различий между редактированием и форматированием.

· «Хорошо»: Задания выполнены, но есть незначительные погрешности в оформлении (например, неравномерные отступы, не тот размер шрифта в одном из элементов). Оглавление и стили использованы, но есть мелкие недочеты. Ответы на вопросы правильные, но неполные.

· «Удовлетворительно»: Основные операции редактирования и базового форматирования выполнены, но задания с автоматическим оглавлением, стилями или колонтитулами вызвали затруднения либо выполнены с помощью преподавателя. Документ содержит несколько ошибок оформления.

· «Неудовлетворительно»: Студент не справился с большинством заданий, не умеет применять инструменты форматирования, документ не структурирован, имеются грубые ошибки. Непонимание основных понятий.

Практическое занятие 18. Создание таблиц в текстовом редакторе.

Цель: освоить приёмы создания, редактирования и форматирования таблиц в текстовом процессоре, сформировать умения эффективно представлять структурированную информацию в табличной форме при оформлении документов.

Задачи:

1. Образовательные: изучить способы создания таблиц (вставка, рисование, преобразование текста), закрепить знания об элементах таблицы (строка, столбец, ячейка, диапазон), освоить инструменты форматирования и простые вычисления в таблицах.

2. Практические: привить навыки грамотного конструирования таблиц различной сложности, редактирования их структуры, оформления границ и заливки, выполнения сортировки и элементарных расчётов; научиться использовать таблицы для наглядного представления данных.

3. Воспитательные: воспитывать аккуратность, внимательность к деталям при оформлении табличных данных, понимание значимости структурирования информации для её восприятия и анализа, формировать культуру оформления деловых документов.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с доступом в интернет.

2. Программа MS Word.

Ход занятия

I. Организационный момент

· Приветствие, проверка присутствующих.

· Объявление темы, целей и плана занятия.

· Краткий инструктаж: напоминание правил работы за компьютером, важность сохранения документа во время работы, аккуратность при редактировании.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Где в повседневной жизни и профессиональной деятельности мы встречаемся с таблицами? (расписание уроков, прайс-листы, графики, базы данных).

2. Из каких основных элементов состоит таблица? (строки, столбцы, ячейки, заголовки).

3. Чем таблица в текстовом редакторе отличается от таблицы в электронных

таблицах (Excel)? Для каких целей удобнее использовать каждую?

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Последовательное выполнение заданий с фиксацией результатов.

Задание 1. Способы создания таблицы.

1. Создать новый документ и сохранить его под именем Таблицы_Фамилия.
2. Создать таблицу размером 5×4 (5 строк, 4 столбца) с помощью меню «Вставка» → «Таблица» (выделить нужное количество ячеек).
3. Ниже создать таблицу с помощью инструмента «Нарисовать таблицу» (нарисовать прямоугольник, затем разделить его на строки и столбцы линиями).
4. Ниже создать таблицу путём преобразования текста.

Задание 2.

1. В первой созданной таблице (5×4) выполнить следующие действия:
 - Добавить одну строку в конец таблицы.
 - Добавить один столбец слева от первого столбца.
 - Удалить третью строку.
 - Объединить две соседние ячейки в первой строке (для заголовка).
 - Разделить одну из ячеек на две (по горизонтали или вертикали).
2. Проследить, как меняется структура таблицы.

Задание 3.

1. В таблице, полученной после редактирования, выполнить форматирование:
 - Применить ко всей таблице границы: внешняя граница – двойная линия, внутренние – тонкие.
 - Залить первую строку (шапку) серым цветом.
 - Установить выравнивание текста в ячейках: в шапке – по центру по вертикали и горизонтали, в остальных ячейках – по левому краю.
 - Изменить направление текста в одной из ячеек (например, для вертикального заголовка).
2. Оформить таблицу-расписание (заготовка преподавателя) или создать своё небольшое расписание с применением различных стилей оформления.

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты оформляют полученные результаты в Word.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.
- Контрольные вопросы на закрепление:
 1. Какие существуют способы создания таблицы в текстовом редакторе? Какой способ наиболее быстрый для простых таблиц, а какой – для сложных?
 2. Для чего нужно объединение ячеек? Приведите пример заголовка, требующего объединения.

· Объявление оценок, комментарии.

· Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: составить памятку «Правила оформления таблиц в учебных и деловых документах» (требования к заголовкам, шрифтам, выравниванию, использованию границ).

Критерии оценки

· «Отлично»: Все задания выполнены в полном объёме и без ошибок. Студент уверенно создаёт таблицы разными способами, грамотно редактирует структуру, применяет разнообразное форматирование, использует формулы и сортировку. Таблицы аккуратны, соответствуют образцу, эстетичны. Ответы на вопросы полные и точные.

· «Хорошо»: Задания выполнены, но есть незначительные погрешности в

оформлении (например, неравномерные границы, не совсем точное выравнивание) или мелкие ошибки в формулах. Студент владеет основными приёмами, но допускает неточности в ответах.

- «Удовлетворительно»: Основные операции создания и простого форматирования выполнены, но задания с формулами, сортировкой или сложным редактированием (объединение, разделение) вызвали затруднения либо выполнены с помощью преподавателя. Таблицы содержат ошибки в структуре.

- «Неудовлетворительно»: Студент не справился с большинством заданий, не умеет создавать и редактировать таблицы, не понимает назначения элементов таблицы. Работа не выполнена или выполнена с грубыми ошибками.

Практическое занятие 19. Работа с изображениями и фигурами в текстовом редакторе.

Цель: освоить приёмы вставки, редактирования и форматирования графических объектов (изображений и фигур) в текстовом процессоре, сформировать умения создавать наглядные, структурированные документы, содержащие иллюстрации и схемы.

Задачи:

1. Образовательные: изучить способы вставки изображений из файла и коллекции, инструменты для работы с рисунками (обрезка, изменение размера, поворот, настройка яркости/контрастности); освоить создание и редактирование векторных фигур, настройку их свойств (заливка, контур, эффекты); получить представление о параметрах обтекания текстом, группировке объектов и управлении их расположением.

2. Практические: сформировать устойчивые навыки добавления графических элементов в текстовый документ, их точного позиционирования, комбинирования фигур для создания простейших иллюстраций и схем, а также совместного использования текста и графики.

3. Воспитательные: воспитывать эстетический вкус, чувство меры при оформлении документов, понимание роли визуализации информации для её лучшего восприятия, аккуратность и внимательность при работе с графическими объектами.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с доступом в интернет.
2. Программа MS Word.

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Краткий инструктаж: напоминание правил работы за компьютером, важность сохранения документа, аккуратность при размещении графики, недопустимость использования нелегальных изображений.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Какие виды графических объектов можно вставить в текстовый документ? (рисунки из файла, картинки из коллекции, фигуры, диаграммы, снимки экрана).
2. Чем отличается векторная графика (фигуры) от растровой (фотографии)? Где что лучше использовать?
3. Для чего может понадобиться группировать несколько фигур или рисунков?

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Последовательное выполнение заданий с фиксацией результатов.

Задание 1.

1. Создать новый документ и сохранить его под именем Графика_Фамилия.
2. Вставить в документ любое изображение (предоставленное преподавателем или найденное в папке «Образцы») с помощью меню «Вставка» → «Рисунки» → «Это устройство».
3. Попробовать вставить изображение из коллекции (если доступно) или через буфер обмена (копировать, вставить).

Задание 2.

1. Выделить вставленное изображение.
2. Изменить размер изображения, потянув за угловые маркеры (с сохранением пропорций) и за боковые (без сохранения пропорций).
3. Выполнить **обрезку** изображения, удалив лишние края (использовать инструмент «Обрезка»).
4. Применить к изображению один из художественных эффектов или настроек цвета (например, сделать его чёрно-белым или изменить яркость/контрастность).
5. Повернуть изображение на 90 градусов вправо.

Задание 3.

1. Используя меню «Вставка» → «Фигуры», добавить на страницу несколько различных фигур: прямоугольник, круг (овал), стрелку, линию, выноску.
2. Научиться изменять размер фигур, вращать их (зелёный маркер поворота), изменять форму (жёлтые ромбовидные маркеры).

Задание 4.

1. Выделить одну из фигур и изменить её заливку: применить градиентную, текстурную или заливку рисунком.
2. Изменить цвет и толщину контура, сделать контур пунктирным.
3. Применить к фигуре один из стилей теней или объёмных эффектов.
4. Для линии настроить тип стрелки (начало, конец).

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты оформляют полученные результаты в Word.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.
- Контрольные вопросы на закрепление:

1. Какие способы вставки изображения в документ вы знаете?

2. Для чего нужна группировка объектов? Приведите пример, когда она необходима.

- Объявление оценок, комментарии.

- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: составить памятку «Основные правила оформления документов с графическими объектами» (рекомендации по количеству иллюстраций, их расположению, подписям, единообразию стилей фигур).

2. Практическое: создать рекламный буклет (листовку) на свободную тему.

Критерии оценки

- «Отлично»: Все задания выполнены в полном объёме и без ошибок. Студент уверенно вставляет и редактирует изображения, использует различные режимы обтекания, создаёт сложные композиции из фигур, применяет группировку, выравнивание, форматирование. Итоговый документ (буклет) эстетичен, сбалансирован, все элементы расположены логично. Ответы на вопросы полные и точные.

- «Хорошо»: Задания выполнены, но есть незначительные погрешности в оформлении (например, не совсем точное выравнивание, неоптимальный выбор обтекания, мелкие ошибки в группировке). Студент владеет основными приёмами, но в ответах допускает неточности.

- «Удовлетворительно»: Основные операции вставки и простого форматирования

выполнены, но задания с группировкой, выравниванием, обтеканием или созданием сложной композиции вызвали затруднения либо выполнены с помощью преподавателя. Документ выглядит неаккуратно.

· «Неудовлетворительно»: Студент не справился с большинством заданий, не умеет вставлять и настраивать изображения и фигуры, не понимает принципов обтекания и расположения объектов. Работа не выполнена или выполнена с грубыми ошибками.

Практическое занятие 20. Создание текстового документа профессиональной направленности.

Цель: обобщить и применить на практике навыки работы в текстовом процессоре для создания комплексного документа, соответствующего требованиям профессиональной деятельности (официально-деловой стиль, структурированность, наличие таблиц, графических элементов, единообразие оформления).

Задачи:

1. Образовательные: систематизировать знания о правилах оформления деловых документов (заявления, докладные записки, отчёты, резюме, коммерческие предложения); закрепить понимание требований к структуре, шрифтовому оформлению, расположению реквизитов.

2. Практические: сформировать умение самостоятельно создавать документы профессиональной направленности «под ключ», применяя все изученные приёмы: форматирование текста, создание таблиц, вставку графических объектов, настройку параметров страницы, колонтитулов, стилей и автоматического оглавления (при необходимости).

3. Воспитательные: воспитывать ответственное отношение к оформлению официальных документов, понимание важности соблюдения стандартов и корпоративных требований, формировать готовность к решению реальных профессиональных задач средствами офисных технологий.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с доступом в интернет.
2. Программа MS Word.

Ход занятия

I. Организационный момент

· Приветствие, проверка присутствующих.
· Объявление темы, целей и плана занятия.
· Краткий инструктаж: объяснение важности умения грамотно оформлять документы для будущей профессиональной карьеры, напоминание о критериях оценки итоговой работы.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Какие документы вам приходилось или, возможно, придётся создавать в вашей будущей профессиональной деятельности? (заявление о приеме на работу, резюме, отчёт, служебная записка, договор, акт).
2. Какие общие требования предъявляются к оформлению официальных документов? (единый стиль, отсутствие орфографических ошибок, стандартные поля, определённый набор реквизитов).
3. Какие средства текстового процессора позволяют сделать документ единообразным и структурированным? (стили, колонтитулы, таблицы, списки).

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Последовательное выполнение заданий с фиксацией результатов.

Задание 1. Студент получает карточку с описанием профессиональной ситуации:

«Вы ищете работу по специальности. Составьте своё резюме, которое должно содержать: ФИО, контактные данные, цель, образование, опыт работы (можно смоделировать), профессиональные навыки (оформить списком), личные качества, дополнительную информацию (хобби, знание языков). Требуется использовать таблицу для структурирования разделов, вставить фото (место-заглушку), оформить заголовки стилями.»

В ходе создания документа студент должен обязательно применить следующие группы навыков:

1. Форматирование текста: использование разных уровней заголовков (стили), основного текста, выделений (полужирный, курсив).
2. Работа с таблицами: создание таблицы для структурирования информации (в резюме, отчёте, прайс-листе), её форматирование (границы, заливка, выравнивание).
3. Работа с графикой: вставка изображения (фото, логотип), создание фигур для оформления (рамки, выноски), настройка обтекания.
4. Колонтитулы и нумерация страниц: вставка верхнего и/или нижнего колонтитула с ФИО, названием документа, датой, номерами страниц.
5. Списки: использование маркированных или нумерованных списков для перечисления навыков, задач, этапов.

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты оформляют полученные результаты в Word.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.
- Контрольные вопросы на закрепление:

1. Почему для разных типов документов (заявление и коммерческое предложение) могут требоваться разные настройки страницы и оформления?

2. Какие элементы документа являются обязательными (реквизитами) для заявления? Для резюме?

- Объявление оценок, комментарии.
- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: найти в интернете или учебнике пример оформления документа, соответствующего вашей будущей профессии.

2. Практическое: создать документ по образцу, найденному в интернете.

Критерии оценки

· «Отлично»: Задание выполнено в полном объёме, документ полностью соответствует профессиональным требованиям, грамотно структурирован, оформлен с использованием стилей, таблиц, списков, при необходимости – графических элементов. Отсутствуют орфографические и пунктуационные ошибки. Студент уверенно отвечает на контрольные вопросы, демонстрирует понимание назначения документа.

· «Хорошо»: Задание выполнено, но есть незначительные недочёты в оформлении (например, не совсем точные поля, небольшое несоответствие стандартам шрифтов, единичные ошибки форматирования). Документ в целом соответствует требованиям. Ответы на вопросы правильные, но неполные.

· «Удовлетворительно»: Основные элементы документа созданы, но нарушена структура, не использованы стили, таблицы или списки оформлены с ошибками, есть замечания по содержанию. Студент отвечает на вопросы с трудом, допускает ошибки в понимании профессиональных требований.

· «Неудовлетворительно»: Задание не выполнено или выполнено формально, документ не соответствует профессиональной направленности, содержит грубые ошибки оформления, студент не может объяснить назначение документа и приёмы его создания.

Практическое занятие 21. Использование различных возможностей динамических (электронных) таблиц для выполнения учебных заданий из разных предметных областей.

Цель: сформировать умения применять инструменты электронных таблиц (вычисления, функции, логические операции, сортировку, фильтрацию, диаграммы) для решения практических задач из различных учебных дисциплин (математика, физика, информатика, экономика, статистика).

Задачи:

1. Образовательные: закрепить знания о типах данных, формулах, относительной и абсолютной адресации, встроенных функциях; систематизировать представления о возможностях визуализации данных с помощью диаграмм; показать межпредметные связи и универсальность электронных таблиц как инструмента анализа.

2. Практические: выработать навыки построения вычислительных моделей, обработки статистических данных, решения уравнений и оптимизационных задач, представления результатов в наглядной форме; научить выбирать адекватные инструменты табличного процессора для конкретной учебной задачи.

3. Воспитательные: воспитывать системное мышление, аккуратность при работе с формулами и данными, понимание значимости математического моделирования и анализа информации в различных сферах деятельности.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с доступом в интернет.
2. Программа MS Excel.

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Краткий инструктаж: напоминание правил работы за компьютером, важность сохранения файлов, акцент на том, что сегодня предстоит решать задачи не только по информатике, но и из других предметных областей.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Какие основные возможности электронных таблиц вы знаете? (вычисления, построение графиков, сортировка, фильтрация).
2. Какие категории функций вам знакомы? (математические, статистические, логические).
3. В каких школьных предметах вам уже приходилось использовать электронные таблицы? Для решения каких задач?

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Последовательное выполнение заданий с фиксацией результатов.

Задание 1. Создать структуру таблицы, отражающую доходы и расходы по категориям.

1. Ввести условные данные.
2. Использовать формулы для подсчёта:
 - общей суммы доходов;
 - общей суммы расходов;
 - остатка (дефицита/профицита) бюджета.
3. Применить условное форматирование: если остаток отрицательный – ячейка заливается красным, если положительный – зелёным.

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты оформляют полученные результаты в Excel.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.
- Контрольные вопросы на закрепление:
 1. Приведите пример задачи из вашей будущей профессии, которую можно решить с помощью электронных таблиц.
 2. Почему важно проверять правильность ввода формул и ссылок на ячейки?
- Объявление оценок, комментарии.
- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: составить краткий конспект «Классификация функций электронных таблиц по назначению» (математические, статистические, логические, финансовые, текстовые) с примерами из разных предметных областей.

Критерии оценки

- «Отлично»: Все задания выполнены в полном объеме, без ошибок. Студент грамотно использует различные инструменты электронных таблиц (формулы, функции, сортировку, фильтрацию, диаграммы), правильно интерпретирует полученные результаты, демонстрирует понимание межпредметных связей. Отчёт оформлен аккуратно и логично.
- «Хорошо»: Задания выполнены, но есть незначительные ошибки в расчётах или оформлении диаграмм. Студент владеет основными приёмами, но интерпретация результатов неполная или присутствуют неточности в использовании некоторых функций.
- «Удовлетворительно»: Основные задания выполнены, но с ошибками; задания, требующие комбинирования нескольких инструментов (логические функции + диаграммы, фильтрация + статистика), вызвали затруднения или выполнены с помощью преподавателя. Отчёт содержит погрешности.
- «Неудовлетворительно»: Студент не справился с большинством заданий, не умеет применять базовые возможности электронных таблиц для решения учебных задач, не понимает межпредметного контекста. Работа не выполнена или выполнена с грубыми ошибками.

Практическое занятие 22. Средства графического представления статистических данных.

Цель: освоить приёмы визуализации статистических данных с помощью различных типов диаграмм и графиков в табличном процессоре, сформировать умения анализировать статистическую информацию и представлять результаты в наглядной, доступной для восприятия форме.

Задачи:

1. Образовательные: изучить классификацию и назначение различных типов диаграмм (гистограмма, круговая, линейчатая, график, точечная, ящик с усами); закрепить понимание правил выбора типа диаграммы в зависимости от характера данных и цели анализа; освоить инструменты форматирования и настройки элементов диаграммы (оси, легенда, подписи данных).
2. Практические: сформировать навыки построения диаграмм различных типов на основе статистических данных, редактирования и форматирования диаграмм, добавления линий тренда и анализа динамики; научиться интерпретировать визуализированную информацию и делать обоснованные выводы.
3. Воспитательные: воспитывать критическое мышление при восприятии визуализированной информации, понимание ответственности за корректное представление данных, формировать культуру визуальной коммуникации в профессиональной деятельности.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с доступом в интернет.
2. Программа MS Excel.

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Краткий инструктаж: обсуждение роли визуализации в современном мире (новости, отчёты, презентации, научные публикации), важность правдивого и неискажённого представления данных.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Какие способы представления статистических данных вы знаете помимо таблиц? (графики, диаграммы, инфографика).
2. Для чего нужна визуализация данных? (быстрое восприятие, выявление закономерностей, сравнение, запоминание).
3. Какие типы диаграмм вам знакомы? Для каких задач они используются?

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Последовательное выполнение заданий с фиксацией результатов.

Задание 1. *Исходные данные*: Таблица с численностью населения крупнейших городов мира (или объёмом продаж по регионам, или любыми сравнительными данными).

1. Построить столбчатую диаграмму, отображающую сравнительную величину показателей.
2. Отформатировать диаграмму: добавить заголовок, подписи осей, подписи данных (значения над столбцами).
3. Преобразовать столбчатую диаграмму в линейчатую (категории по вертикали, значения по горизонтали). Сравнить восприятие.
4. Изменить цвет столбцов, применить градиентную или текстурную заливку.
5. Сделать вывод о том, какой город/регион лидирует.

Задание 2.

Исходные данные: Таблица со структурой расходов семьи за месяц (или долей рынка, или распределением голосов на выборах).

1. Построить круговую диаграмму, отображающую доли категорий.
2. Настроить подписи данных: отобразить доли в процентах и названия категорий.
3. Выделить самый большой сектор, «вырезав» его (разрез круговой диаграммы).
4. Преобразовать обычную круговую диаграмму во вторичную круговую или вторичную гистограмму, если категорий много и несколько мелких нужно сгруппировать.
5. Сделать вывод о том, какая статья расходов самая значительная.

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты оформляют полученные результаты в Excel.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.
- Контрольные вопросы на закрепление:
 1. Какие типы диаграмм лучше всего подходят для отображения динамики процессов? А для сравнения долей?
 2. В чём преимущество точечной диаграммы перед графиком при анализе связи

двух величин?

- Объявление оценок, комментарии.
- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: составить памятку «10 правил эффективной визуализации данных».

Критерии оценки

· «Отлично»: Все задания выполнены в полном объёме и без ошибок. Студент демонстрирует уверенное владение различными типами диаграмм, грамотно выбирает тип в зависимости от данных, корректно настраивает все элементы, добавляет линии тренда и анализирует их. Выводы обоснованы, диаграммы аккуратны и читаемы. Активно участвует в обсуждении.

· «Хорошо»: Задания выполнены, но есть незначительные погрешности в оформлении или выборе типа диаграммы для отдельных данных. Линии тренда добавлены, но анализ неполный. Выводы присутствуют, но не всегда развёрнуты.

· «Удовлетворительно»: Основные типы диаграмм (столбчатая, круговая, график) построены, но задания со специализированными типами (точечная, комбинированная, ящик с усами) вызвали затруднения. Есть ошибки в форматировании или интерпретации. Работа выполнена с помощью преподавателя.

· «Неудовлетворительно»: Студент не справился с большинством заданий, не умеет строить базовые диаграммы, не понимает, какой тип для каких данных применять. Работа не выполнена или выполнена с грубыми ошибками.

Практическое занятие 23. Использование встроенных функций обработки информации в динамических таблицах.

Цель: освоить приёмы использования встроенных функций табличного процессора для автоматизации вычислений, анализа данных и решения прикладных задач; сформировать умения классифицировать функции по назначению и применять их в зависимости от конкретной ситуации.

Задачи:

1. Образовательные: изучить классификацию встроенных функций табличного процессора (математические, статистические, логические, текстовые, функции даты и времени, функции поиска и ссылок); закрепить понимание синтаксиса функций, правил записи аргументов, использования относительной и абсолютной адресации.

2. Практические: сформировать навыки применения различных категорий функций для обработки числовых, текстовых данных и дат; научиться комбинировать функции для решения комплексных задач; освоить приёмы поиска нужной функции с помощью мастера функций и справочной системы.

3. Воспитательные: воспитывать алгоритмическое мышление, внимательность к деталям при записи формул, понимание значимости автоматизации вычислений для повышения эффективности профессиональной деятельности.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с доступом в интернет.
2. Программа MS Excel.

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Краткий инструктаж: объяснение значимости встроенных функций для автоматизации рутинных расчётов, предупреждение о типичных ошибках (неправильный синтаксис, неверный выбор диапазона).

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Что такое функция в электронных таблицах? Чем функция отличается от простой формулы?
2. С каких символов начинается запись любой формулы или функции? (знак «=»)
3. Что такое аргументы функции? Какими они могут быть? (числа, ссылки на ячейки, диапазоны, текст, другие функции).

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Последовательное выполнение заданий с фиксацией результатов.

Задание 1.

Исходные данные: Таблица с результатами измерений или тестирования (не менее 20 числовых значений).

1. Вычислить сумму всех значений (функция СУММ).
2. Найти среднее арифметическое (СРЗНАЧ).
3. Определить максимальное (МАКС) и минимальное (МИН) значения.
4. Подсчитать количество чисел в диапазоне (СЧЁТ) и количество значений, больших заданного порога (СЧЁТЕСЛИ).
5. Округлить среднее значение до одного знака после запятой (ОКРУГЛ).
6. Вычислить квадратный корень из максимального значения (КОРЕНЬ).

Задание 2.

Ситуация: Необходимо сгенерировать тестовые данные для моделирования.

1. Сгенерировать 10 случайных целых чисел в диапазоне от 1 до 100 (функция СЛУЧМЕЖДУ или комбинация СЛЧИС с округлением).
2. Округлить сгенерированные числа до ближайшего числа, кратного 10 (функция ОКРУГЛТ).

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты оформляют полученные результаты в Excel.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.
- Контрольные вопросы на закрепление:
 1. Какие категории встроенных функций вы знаете? Приведите примеры задач для каждой категории.
 2. В чём отличие функции СЧЁТ от СЧЁТЕСЛИ? Когда какую применять?
- Объявление оценок, комментарии.
- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: составить таблицу-шпаргалку «Топ-20 функций электронных таблиц», включив в неё название функции, категорию, синтаксис и пример использования.

Критерии оценки

- «Отлично»: Все задания выполнены в полном объёме и без ошибок. Студент уверенно использует функции из всех изученных категорий, правильно комбинирует их для решения комплексных задач, корректно применяет абсолютную и относительную адресацию. Аргументированно объясняет выбор той или иной функции. Отчёт оформлен аккуратно, все формулы работают.
- «Хорошо»: Задания выполнены, но есть незначительные ошибки в синтаксисе или выборе аргументов отдельных функций. Студент владеет основными категориями функций, но при решении комплексных задач допускает неточности. Отчёт содержит мелкие погрешности.
- «Удовлетворительно»: Основные задания (математические, статистические, простые логические) выполнены, но задания с текстовыми функциями, функциями дат и

поиска (ВПР) вызвали затруднения либо выполнены с помощью преподавателя. Есть ошибки в использовании адресации.

· «Неудовлетворительно»: Студент не справился с большинством заданий, не умеет применять встроенные функции, путается в синтаксисе, не понимает назначения категорий функций. Работа не выполнена или выполнена с грубыми ошибками.

Практическое занятие 24. Использование встроенных функций обработки информации в динамических таблицах.

Цель: сформировать практические навыки применения электронных таблиц для решения типовых профессиональных задач, автоматизации расчётов, анализа данных и подготовки отчётных материалов в различных сферах деятельности.

Задачи:

1. Образовательные: систематизировать знания о возможностях электронных таблиц применительно к профессиональной сфере; изучить особенности организации данных, характерные для разных профессий (учёт, логистика, кадры, маркетинг); закрепить навыки использования функций, сводных таблиц, фильтрации и визуализации.

2. Практические: научить студентов самостоятельно создавать табличные модели для решения профессиональных задач (расчёт заработной платы, ведение складского учёта, анализ продаж, планирование); сформировать умение интерпретировать полученные результаты и готовить отчёты.

3. Воспитательные: воспитывать ответственное отношение к точности вычислений, понимание важности автоматизации профессиональной деятельности, формировать информационную культуру будущего специалиста.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с доступом в интернет.
2. Программа MS Excel.

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Краткий инструктаж: обсуждение роли электронных таблиц в современном офисе, примеры из реальной практики, важность аккуратности и проверки данных.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. В каких профессиях активно используются электронные таблицы? (бухгалтер, экономист, логист, менеджер по продажам, аналитик, HR-специалист).
2. Какие типовые задачи решаются с помощью таблиц в этих профессиях? (расчёт зарплаты, учёт товаров, планирование бюджета, анализ продаж, учёт рабочего времени).
3. Какие инструменты таблиц наиболее востребованы в профессиональной деятельности? (функции, сводные таблицы, диаграммы, фильтры, проверка данных, макросы).

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Последовательное выполнение заданий с фиксацией результатов.

Задание 1. Расчет заработной платы.

Имеется список сотрудников отдела с указанием оклада, количества отработанных дней, размера премии (в процентах от оклада), налоговой ставки (13%). Необходимо рассчитать начисленную зарплату, удержания и сумму к выдаче.

Задание 2.

Предприятие имеет несколько объектов основных средств с известной первоначальной стоимостью, сроком полезного использования, датой ввода в

эксплуатацию. Необходимо рассчитать ежемесячную амортизацию линейным способом и остаточную стоимость на текущую дату.

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты оформляют полученные результаты в Excel.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.
- Контрольные вопросы на закрепление:

1. Какие функции и инструменты оказались наиболее полезными для решения задач вашей профессиональной направленности?

2. Какие преимущества даёт использование сводных таблиц при анализе больших объёмов данных?

- Объявление оценок, комментарии.
- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: составить краткий конспект «Сравнительный анализ возможностей Excel и специализированного программного обеспечения для учёта/анализа в выбранной профессиональной области».

Критерии оценки

- «Отлично»: Все задания выполнены полностью и без ошибок. Студент демонстрирует глубокое понимание профессиональных задач, уверенно использует широкий спектр инструментов таблиц (функции, сводные таблицы, диаграммы, условное форматирование, проверку данных). Дашборд оформлен профессионально, интерактивен, отражает ключевые показатели. Ответы на вопросы развёрнутые, обоснованные.

- «Хорошо»: Задания выполнены, но есть незначительные ошибки в расчётах или оформлении. Инструменты таблиц использованы в основном верно, но не в полном объёме (например, отсутствуют срезы, не все диаграммы). Дашборд присутствует, но мог бы быть более информативным. Ответы на вопросы правильные, но неполные.

- «Удовлетворительно»: Основные задания выполнены, но с ошибками; сложные задания (например, прогнозирование, интерактивная панель) вызвали затруднения и выполнены с помощью преподавателя. Набор использованных инструментов ограничен. Дашборд отсутствует или примитивен. Ответы на вопросы поверхностны.

- «Неудовлетворительно»: Студент не справился с большинством заданий, не понимает, как применять электронные таблицы в профессиональной деятельности. Работа не выполнена или выполнена с грубыми ошибками, свидетельствующими о неусвоении материала.

Практическое занятие 25. Организация баз данных.

Цель: сформировать у обучающихся системное представление об организации баз данных, освоить основные принципы проектирования реляционных баз данных, создания таблиц, установления связей и выполнения простейших запросов на выборку данных.

Задачи:

1. Образовательные: изучить фундаментальные понятия теории баз данных (база данных, СУБД, таблица, запись, поле, ключ, типы данных, связь между таблицами); закрепить понимание преимуществ баз данных перед табличными процессорами.

2. Практические: сформировать навыки создания структуры базы данных (определение полей, выбор типов данных, установка первичного ключа); научить создавать связи между таблицами (один-ко-многим); освоить составление простых запросов на выборку данных (SELECT, WHERE).

3. Воспитательные: воспитывать культуру работы с данными, понимание ответственности за целостность и достоверность информации, развитие алгоритмического и структурного мышления, формирование понимания роли баз данных в современном информационном обществе.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с доступом в интернет.
2. Программа MS Access.

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Краткий инструктаж: объяснение важности организации данных в современном мире, запуск необходимого ПО.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Какие недостатки вы видите в таком способе хранения данных?
2. Что произойдёт, если таких записей станет несколько тысяч?
3. Как найти всех студентов одной группы или все товары одной категории?

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Последовательное выполнение заданий с фиксацией результатов.

Задание 1. Анализ предметной области.

Необходимо создать базу данных для учёта книг в библиотеке. Требуется хранить информацию о книгах (название, автор, год издания, издательство, количество экземпляров) и читателях (фамилия, имя, телефон, адрес), а также фиксировать выдачу книг читателям (дата выдачи, дата возврата).

1. Определить, какие сущности (объекты) должны храниться в базе данных.
2. Для каждой сущности выделить набор атрибутов (полей).
3. Определить, какое поле может служить уникальным идентификатором (первичным ключом) для каждой сущности.
4. Продумать, как будут связаны таблицы между собой.

Задание 2.

1. Создать новую базу данных (например, Library).
2. Создать таблицу Книги со следующими полями:

- id_книги – счётчик (или целое число), ключевое поле;
- название – текстовое (не более 100 символов);
- автор – текстовое;
- год_издания – числовое (целое);
- издательство – текстовое;
- количество – числовое (целое).

3. Создать таблицу Читатели:

- id_читателя – счётчик, ключевое поле;
- фамилия – текстовое;
- имя – текстовое;
- телефон – текстовое;
- адрес – текстовое.

4. Создать таблицу Выдача:

- id_выдачи – счётчик, ключевое поле;
- id_книги – числовое (длинное целое);
- id_читателя – числовое (длинное целое);
- дата_выдачи – дата/время;
- дата_возврата – дата/время.

5. Установить типы данных в соответствии с рекомендациями

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты оформляют полученные

результаты в Access.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.
- Контрольные вопросы на закрепление:

1. Что такое первичный ключ? Для чего он нужен? Может ли в таблице быть два первичных ключа?

2. Для чего нужны внешние ключи и связи между таблицами?

- Объявление оценок, комментарии.
- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: написать эссе (200–250 слов) на тему: «Почему современные приложения не могут работать без баз данных?»

Критерии оценки

· «Отлично»: Все задания выполнены в полном объёме и без ошибок. Студент демонстрирует глубокое понимание принципов проектирования БД, грамотно определяет структуру таблиц, типы данных, ключи и связи. Уверенно создаёт запросы, использует фильтрацию и сортировку. Схема данных логична и непротиворечива. Ответы на вопросы полные и точные.

· «Хорошо»: Задания выполнены, но есть незначительные погрешности в проектировании (например, не совсем оптимальный выбор типов данных, мелкие ошибки в связях). Запросы созданы, но не все работают корректно. Студент владеет основными понятиями, но в ответах допускает неточности.

· «Удовлетворительно»: Основные задания (создание таблиц, простые запросы) выполнены, но с ошибками. Связи между таблицами установлены неверно или отсутствуют. Запросы с условиями и вычисляемыми полями вызвали затруднения. Студент отвечает на вопросы с трудом.

· «Неудовлетворительно»: Студент не справился с большинством заданий, не понимает основных понятий теории баз данных (ключ, связь, запрос), не умеет создавать таблицы и устанавливать связи. Работа не выполнена или выполнена с грубыми ошибками.

Практическое занятие 26. Запросы на выборку данных. Запросы с параметрами.

Цель: освоить технологию создания и использования запросов для извлечения информации из базы данных, сформировать умения применять различные условия отбора, сортировку, вычисляемые поля и параметры для решения информационных задач.

Задачи:

1. Образовательные: изучить основные типы запросов (запрос на выборку, запрос с параметром, запрос с вычисляемым полем); закрепить понимание логических операций (AND, OR, NOT), операторов сравнения и шаблонов поиска; освоить синтаксис SQL-подобных запросов в СУБД.

2. Практические: сформировать навыки создания запросов различной сложности с использованием конструктора и мастера запросов; научиться применять параметры для создания интерактивных запросов, позволяющих пользователю вводить условие отбора при выполнении.

3. Воспитательные: воспитывать внимательность к формулировке условий отбора, понимание важности точности при поиске информации, формировать логическое мышление и алгоритмическую культуру.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с доступом в интернет.
2. Программа MS Access.

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Краткий инструктаж: обсуждение роли запросов в информационных системах (отбор нужной информации из больших массивов данных), важность грамотного формулирования условий.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Что такое запрос к базе данных? Для чего он нужен?
2. Какие типы запросов вы знаете? (на выборку, на обновление, на добавление, на удаление, перекрёстный).
3. Что такое «условие отбора»?

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Последовательное выполнение заданий с фиксацией результатов.

Задание 1. Простые запросы на выборку.

Из таблицы «Книги» необходимо получить список всех книг определённого автора (например, «Пушкин»).

1. Открыть конструктор запросов, добавить таблицу «Книги».
2. Выбрать поля для отображения: Название, Автор, Год_издания.
3. В строке «Условие отбора» для поля «Автор» ввести: "Пушкин".
4. Выполнить запрос и просмотреть результат.
5. Сохранить запрос под именем Книги_Пушкина.
6. Изменить условие: выбрать книги, изданные после 2020 года. Выполнить, проанализировать результат.

Задание 2.

Найти книги определённого автора, изданные после определённого года (например, «Толстой» и год > 2010).

1. Создать новый запрос на основе таблицы «Книги».
2. Добавить поля: Название, Автор, Год_издания.
3. В строке «Условие отбора» для поля «Автор» ввести: "Толстой".
4. В строке «Условие отбора» для поля «Год_издания» ввести: >2010.
5. Выполнить запрос. Обратит внимание, что оба условия должны выполняться одновременно (логическое И) .
6. Сохранить запрос как Книги_Толстого_после_2010.

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты оформляют полученные результаты в Access.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.
- Контрольные вопросы на закрепление:
 1. Какие операторы сравнения можно использовать в условиях отбора?
 2. Что такое вычисляемое поле и в каких случаях оно используется?
- Объявление оценок, комментарии.
- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: составить таблицу-шпаргалку «Основные операторы и функции для создания запросов».

Критерии оценки

- «Отлично»: Все задания выполнены в полном объёме и без ошибок. Студент уверенно создаёт запросы различных типов, правильно использует логические операторы,

шаблоны поиска, параметры и вычисляемые поля. Запросы сохраняются с осмысленными именами, условия отбора сформулированы корректно. Ответы на вопросы полные и точные.

- «Хорошо»: Задания выполнены, но есть незначительные ошибки в формулировке условий или синтаксисе параметров. Запросы с группировкой или вычисляемыми полями могут содержать мелкие недочёты. Студент владеет основными приёмами, но в ответах допускает неточности.

- «Удовлетворительно»: Основные задания (простые запросы с одним условием) выполнены, но запросы с параметрами, вычисляемыми полями или группировкой вызвали затруднения либо выполнены с помощью преподавателя. Есть ошибки в логике отбора.

- «Неудовлетворительно»: Студент не справился с большинством заданий, не понимает, как создавать запросы на выборку, путает условия отбора, не может работать с конструктором запросов. Работа не выполнена или выполнена с грубыми ошибками.

Практическое занятие 27. Использование баз данных в профессиональной деятельности.

Цель: сформировать практические умения и навыки применения баз данных для решения типовых профессиональных задач, автоматизации учёта, хранения и анализа информации в различных сферах деятельности (торговля, кадровый учёт, логистика, медицина).

Задачи:

1. Образовательные: систематизировать знания о возможностях баз данных применительно к профессиональной сфере; изучить особенности организации данных, характерные для разных профессий; закрепить навыки создания таблиц, связей, запросов, форм и отчётов для решения конкретных прикладных задач.

2. Практические: научить студентов самостоятельно проектировать и реализовывать базы данных для автоматизации профессиональной деятельности (учёт товаров, кадровый состав, логистические операции, медицинские данные); сформировать умение извлекать из БД необходимую информацию с помощью запросов и представлять её в виде отчётов.

3. Воспитательные: воспитывать ответственное отношение к достоверности и целостности данных, понимание значимости автоматизации информационных процессов в профессиональной деятельности, формировать информационную культуру будущего специалиста.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с доступом в интернет.
2. Программа MS Access.

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Краткий инструктаж: обсуждение роли баз данных в автоматизации профессиональной деятельности (учёт, планирование, анализ, отчётность), демонстрация примеров из реальной практики.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. В каких профессиональных областях используются базы данных? (бухгалтерия, складской учёт, кадровая служба, медицина, логистика, торговля).

2. Какие объекты базы данных наиболее востребованы в профессиональной деятельности? (таблицы, запросы, формы для ввода, отчёты для печати).

3. Вспомните этапы проектирования базы данных. Почему важно начинать с анализа предметной области?

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Последовательное выполнение заданий с фиксацией результатов.

Задание 1. Проектирование структуры базы данных.

Небольшой магазин реализует товары нескольких категорий. Необходимо автоматизировать учёт товаров, поставщиков, поступлений и продаж. Руководству требуется оперативно получать информацию об остатках, самых продаваемых товарах, поставщиках и выручке.

1. Выделить сущности предметной области: «Товары», «Категории», «Поставщики», «Поставки», «Продажи».

2. Определить атрибуты для каждой сущности:

- *Товары*: код товара, наименование, категория (ссылка), цена, количество на складе, поставщик (ссылка).

- *Категории*: код категории, название категории, описание.

- *Поставщики*: код поставщика, наименование, контактное лицо, телефон, адрес.

- *Поставки*: код поставки, товар (ссылка), поставщик (ссылка), дата, количество, цена закупки.

- *Продажи*: код продажи, товар (ссылка), дата, количество, цена продажи.

3. Определить ключевые поля и типы связей между таблицами.

4. Создать таблицы в режиме конструктора, задать типы данных, ключи.

5. Создать запрос «Товары на складе» с выводом наименования, категории, количества, цены. Выполнить сортировку по категориям.

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты оформляют полученные результаты в Access.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.

- Контрольные вопросы на закрепление:

1. Какие профессиональные задачи позволяет автоматизировать разработанная вами база данных?

2. Какие типы запросов оказались наиболее востребованными для решения профессиональных задач?

- Объявление оценок, комментарии.

- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Практическое: разработать проект базы данных для конкретного предприятия.

Критерии оценки

- «Отлично»: Все задания выполнены в полном объёме и без ошибок. Студент демонстрирует глубокое понимание профессиональной задачи, грамотно проектирует структуру БД (нормализованные таблицы, корректные связи), уверенно создаёт сложные запросы (с параметрами, группировкой, вычислениями), формы и отчёты профессионального вида. База данных решает поставленные задачи и может быть рекомендована к практическому использованию.

- «Хорошо»: Задания выполнены, но есть незначительные погрешности в проектировании (например, неоптимальная нормализация, избыточность данных) или в реализации запросов. Студент владеет основными приёмами, но допускает неточности в ответах. База данных работоспособна, но требует доработки.

- «Удовлетворительно»: Основные задания (создание таблиц, простых запросов) выполнены, но с ошибками. Запросы с группировкой или параметрами, формы и отчёты вызвали затруднения либо выполнены с помощью преподавателя. Структура БД содержит ошибки (отсутствие ключей, неверные связи). База данных частично работоспособна.

· «Неудовлетворительно»: Студент не справился с большинством заданий, не понимает, как применять базы данных в профессиональной деятельности, не умеет проектировать структуру и создавать запросы. Работа не выполнена или выполнена с грубыми ошибками, свидетельствующими о неусвоении материала.

Практическое занятие 28. Методы и средства создания сайта.

Цель: сформировать у обучающихся целостное представление о современных методах и средствах создания веб-сайтов, освоить практические навыки выбора инструментария и разработки простейших веб-ресурсов с использованием различных технологий.

Задачи:

1. Образовательные: изучить классификацию методов создания сайтов (конструкторы, CMS, ручное кодирование); систематизировать знания о структуре веб-сайта, этапах разработки, требованиях к хостингу и доменным именам; познакомиться с современными трендами веб-разработки.

2. Практические: сформировать навыки работы с конструкторами сайтов и системами управления контентом (CMS); научиться создавать структуру сайта, наполнять его контентом, настраивать базовые параметры; освоить приёмы публикации сайта в интернете.

3. Воспитательные: воспитывать ответственное отношение к качеству разрабатываемых ресурсов, понимание важности ориентации на целевую аудиторию, формировать информационную культуру и творческий подход к решению профессиональных задач.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с доступом в интернет.
2. Программа Блокнот.
3. Браузер.

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Краткий инструктаж: обсуждение роли веб-сайтов в современном мире (бизнес, образование, личный бренд), важность грамотного выбора инструментов разработки.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Какие сайты вы посещали сегодня? К каким типам они относятся?
2. Из каких основных элементов состоит веб-страница?
3. Что такое доменное имя и хостинг? Для чего они нужны?

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Последовательное выполнение заданий с фиксацией результатов.

Задание 1. Определение цели.

Необходимо создать сайт для конкретной предметной области (выбирается преподавателем или студентом самостоятельно, например: сайт-портфолио студента, сайт учебной группы, лендинг для мероприятия, сайт малого бизнеса).

1. Сформулировать цель создания сайта (презентация, продажа, информирование, сбор контактов).

2. Описать целевую аудиторию (возраст, интересы, потребности) .

3. Записать выводы в отчет.

Задание 2. Анализ конкурентов.

1. Найти 3-5 сайтов аналогичной тематики, проанализировать их структуру,

дизайн, функционал.

2. Составить список удачных и неудачных решений.

3. Разработать структуру будущего сайта (карту сайта): определить основные разделы и страницы.

4. Создать эскиз (прототип) главной страницы на бумаге или в графическом редакторе, разместив основные блоки (шапка с логотипом, меню, контентные блоки, форма обратной связи, подвал).

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты оформляют полученные результаты в Word.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.

- Контрольные вопросы на закрепление:

1. Из каких этапов состоит процесс разработки сайта?

2. Почему важно учитывать адаптивность сайта для мобильных устройств?

- Объявление оценок, комментарии.

- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: составить сравнительную таблицу «Современные CMS и конструкторы сайтов», включив не менее 5 инструментов (WordPress, Joomla, Tilda, Wix, Nethouse) с указанием их преимуществ, недостатков и примерной стоимости.

Критерии оценки

- «Отлично»: Все задания выполнены в полном объёме и без ошибок. Студент демонстрирует глубокое понимание этапов разработки, грамотно обосновывает выбор инструментов, создаёт логически структурированный, эстетичный и адаптивный сайт, соответствующий поставленным целям. Отчёт содержит все необходимые разделы, выводы аргументированы.

- «Хорошо»: Задания выполнены, но есть незначительные погрешности в структуре или дизайне сайта. Выбор инструментов обоснован, но анализ неполный. Сайт работоспособен, но может иметь мелкие недостатки (не все ссылки работают, не настроена адаптивность).

- «Удовлетворительно»: Основные задания выполнены, но сайт имеет существенные недостатки (нарушена структура, плохая читаемость, отсутствуют важные разделы). Выбор инструментов не обоснован. Отчёт содержит неполную информацию. Работа выполнена с помощью преподавателя.

- «Неудовлетворительно»: Студент не справился с большинством заданий, не понимает методов создания сайтов, не умеет работать с конструкторами или CMS. Сайт не создан или не соответствует теме. Работа не выполнена или выполнена с грубыми ошибками.

Практическое занятие 29. Каскадные таблицы стилей.

Цель: освоить основные приёмы работы с каскадными таблицами стилей (CSS) для оформления веб-страниц, сформировать умения создавать и применять стили, управлять внешним видом элементов HTML и разрабатывать эстетичные, структурированные интерфейсы.

Задачи:

1. Образовательные: изучить синтаксис CSS, способы подключения стилей к HTML-документу, типы селекторов (по элементу, классу, идентификатору), основные свойства оформления текста, блоков и фона; получить представление о каскадировании, наследовании и приоритетах стилей.

2. Практические: сформировать навыки создания внешних таблиц стилей, применения классов и идентификаторов для стилизации элементов, использования

базовых свойств (шрифты, цвета, отступы, границы, фон); научиться анализировать и изменять стили с помощью инструментов разработчика в браузере.

3. Воспитательные: воспитывать эстетический вкус, чувство стиля и меры при оформлении веб-страниц, понимание важности единообразия дизайна, аккуратность и внимательность к деталям верстки.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с доступом в интернет.
2. Программа Блокнот.
3. Браузер.

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Краткий инструктаж: обсуждение роли веб-сайтов в современном мире (бизнес, образование, личный бренд), важность грамотного выбора инструментов разработки.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Что такое HTML и для чего он нужен? Какую задачу он решает?
2. Что такое CSS? Как расшифровывается эта аббревиатура? (Cascading Style Sheets каскадные таблицы стилей)
3. Какие преимущества даёт использование CSS?

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Последовательное выполнение заданий с фиксацией результатов.

Задание 1.

1. Создать на рабочем столе папку CSS_Practice.
2. Получить от преподавателя файл index.html (или создать простой HTML-документ с заголовками, абзацами, списком и ссылкой) и сохранить его в созданную папку.
3. Открыть HTML-файл в браузере и проанализировать его внешний вид (стили браузера по умолчанию).

Задание 2.

1. В файле style.css создать правило для заголовка первого уровня: `h1 { color: navy; text-align: center; }.`
2. Создать правило для всех заголовков второго уровня: `h2 { color: darkred; font-family: Arial; }.`
3. Сгруппировать селекторы: `h1, h2, h3 { font-weight: normal; }` (если есть заголовки третьего уровня).
4. Проанализировать изменения в браузере.

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты оформляют полученные результаты в Word.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.
- Контрольные вопросы на закрепление:
 1. Чем отличается селектор по классу от селектора по идентификатору?
 2. Как с помощью CSS изменить шрифт, цвет и размер текста?
- Объявление оценок, комментарии.
- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: составить памятку «Основные свойства CSS», включив в неё категории свойств (шрифт, текст, фон, границы, отступы) с примерами значений.

Критерии оценки

- «Отлично»: Все задания выполнены в полном объёме и без ошибок. Студент демонстрирует уверенное владение синтаксисом CSS, грамотно использует различные типы селекторов, применяет широкий спектр свойств для оформления. Итоговая страница эстетична, структурирована, стили работают корректно. Студент активно пользуется инструментами разработчика.

- «Хорошо»: Задания выполнены, но есть незначительные погрешности в оформлении или синтаксисе. Набор использованных свойств достаточен, но не полон. Студент владеет основными приёмами, но в ответах допускает неточности.

- «Удовлетворительно»: Основные задания (подключение стилей, простые селекторы, базовые свойства) выполнены, но с ошибками. Задания с классами, идентификаторами и блочной моделью вызвали затруднения либо выполнены с помощью преподавателя. Страница выглядит неаккуратно.

- «Неудовлетворительно»: Студент не справился с большинством заданий, не понимает синтаксиса CSS, не умеет подключать стили и применять их к элементам. Работа не выполнена или выполнена с грубыми ошибками.

Практическое занятие 30. Пример создания стиля для организации.

Цель: освоить практические приёмы разработки системы стилей (CSS) для корпоративного сайта организации, сформировать умения создавать единообразное оформление, соответствующее фирменному стилю и брендбуку компании.

Задачи:

1. Образовательные: изучить подходы к организации корпоративных стилей (использование переменных, методологии именования классов, модульная структура); систематизировать знания о типографике, цветовых схемах и компонентном подходе в веб-дизайне.

2. Практические: сформировать навыки создания системы стилей на основе анализа фирменного стиля (цвета, шрифты, отступы); научиться разрабатывать стилизацию ключевых компонентов (шапка, меню, кнопки, карточки, подвал) с учётом корпоративной идентичности; освоить приёмы организации CSS-кода для крупных проектов.

3. Воспитательные: воспитывать ответственное отношение к соблюдению единообразия дизайна, понимание важности корпоративной идентичности, формировать профессиональный подход к организации кода и командной работе над проектами.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с доступом в интернет.
2. Программа Блокнот.
3. Браузер.

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Краткий инструктаж: обсуждение роли корпоративного стиля в формировании имиджа компании, важность единообразия оформления для всех страниц сайта.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Что такое фирменный стиль (брендбук)?
2. Почему для крупных организаций важно иметь единую систему стилей на сайте?
3. Какие задачи решает CSS при создании корпоративного сайта?

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Последовательное выполнение заданий с фиксацией результатов.

Задание 1. Предоставлен макет главной страницы корпоративного сайта (изображение или ссылка на Figma) и описание фирменного стиля.

1. Проанализировать цветовую палитру: выделить основной цвет бренда, дополнительные цвета, цвет фона, цвет текста.

2. Определить используемые шрифты: заголовочный шрифт, шрифт для основного текста, их размеры и начертания.

3. Изучить оформление ключевых компонентов: шапка, логотип, меню, кнопки, карточки, подвал.

4. Выписать в тетрадь основные параметры для последующей реализации.

Задание 2. Создание собственного стиля.

1. Используя предоставленный HTML (с классами по БЭМ или аналогичной методологии), создать стили для шапки .header.

2. Настроить фоновый цвет, внутренние отступы (padding), возможно, нижнюю границу.

3. Оформить логотип: задать размеры, отступы, при необходимости заменить текст на изображение (использовать text-indent или фоновое изображение).

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты оформляют полученные результаты в Word.

V. Подведение итогов. Рефлексия

· Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.

· Контрольные вопросы на закрепление:

1. Какие преимущества даёт использование CSS-переменных при создании корпоративного стиля?

2. Почему важно выделять первичные, вторичные и акцентные цвета в системе стилей?

· Объявление оценок, комментарии.

· Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Практическое: доработать созданный на занятии корпоративный стиль, добавив:

2. адаптивность для мобильных устройств (медиа-запросы);

3. стилизацию дополнительных компонентов (формы, таблицы, пагинация);

4. анимации и микро-взаимодействия (при наведении, при фокусе);

5. подготовить краткую презентацию разработанной системы стилей для защиты проекта.

6. Критерии оценки

· «Отлично»: Все задания выполнены в полном объёме и без ошибок. Студент демонстрирует глубокое понимание принципов создания корпоративных стилей, грамотно использует CSS-переменные, создаёт единообразную систему оформления, соответствующую брендбуку. Код организован, прокомментирован, легко читается. Реализована поддержка тёмной темы или другие дополнительные возможности.

· «Хорошо»: Задания выполнены, но есть незначительные погрешности в единообразии или организации кода. Система переменных создана, но использована не во всех местах. Стили в целом соответствуют корпоративному стилю, но могут отсутствовать некоторые компоненты.

· «Удовлетворительно»: Основные задания выполнены, но стили не образуют целостной системы (переменные не используются, отступы различаются). Есть ошибки в

оформлении ключевых компонентов. Работа выполнена с помощью преподавателя.

· «Неудовлетворительно»: Студент не справился с большинством заданий, не понимает принципов создания корпоративного стиля, код не структурирован, отсутствует единообразие. Работа не выполнена или выполнена с грубыми ошибками.

Практическое занятие 31. Создание презентаций с помощью Power Point.

Цель: освоить приёмы создания мультимедийных презентаций в программе Microsoft Power Point, сформировать умения структурировать информацию, применять дизайн-оформление и использовать мультимедийные возможности для эффективной визуальной коммуникации.

Задачи:

1. Образовательные: изучить интерфейс и основные инструменты программы Power Point; освоить принципы построения структуры презентации (титульный слайд, оглавление, информационные слайды, итоговый слайд); познакомиться с правилами использования цветовых схем, шрифтов и композиции.

2. Практические: сформировать навыки создания слайдов различных типов, настройки дизайна и макетов, вставки и форматирования графических объектов, применения анимации и переходов, настройки демонстрации презентации.

3. Воспитательные: воспитывать эстетический вкус, внимательность к деталям оформления, понимание значимости качественной презентации для успешного публичного выступления, формировать информационную культуру будущего специалиста.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с доступом в интернет.
2. Программа PowerPoint.

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Краткий инструктаж: демонстрация примеров успешных и неудачных презентаций, обсуждение роли презентаций в будущей профессиональной деятельности.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Какие виды презентаций вы знаете? (информационные, рекламные, отчётные, обучающие)
2. Что такое «золотые правила» создания презентации? (единый стиль, минимум текста, качественные изображения).
3. Какие ошибки чаще всего допускают при создании слайдов?

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Последовательное выполнение заданий с фиксацией результатов.

Задание 1. Создание структуры презентации.

1. Определить цель презентации и целевую аудиторию (для кого и зачем создаётся презентация).
2. Разработать структуру: титульный слайд, слайд-оглавление, информационные слайды (не менее 5), итоговый слайд.
3. В режиме «Структура» (структурное представление) создать каркас презентации с заголовками всех слайдов.

Задание 2. Создание презентации по выбранной структуре.

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты оформляют полученные результаты в Word.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.
- Контрольные вопросы на закрепление:
 1. Какие этапы включает создание презентации?
 2. Для чего используется режим «Образец слайдов»?
- Объявление оценок, комментарии.
- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: составить памятку «10 правил эффективной презентации» на основе анализа не менее трёх источников.

Критерии оценки

· «Отлично»: Все задания выполнены в полном объёме и без ошибок. Презентация имеет логичную структуру, единый стиль, грамотно подобранные шрифты и цветовую гамму, качественные изображения, корректно работающую анимацию и переходы. Студент уверенно отвечает на контрольные вопросы, демонстрирует понимание принципов эффективной визуализации.

· «Хорошо»: Задания выполнены, но есть незначительные погрешности в оформлении (например, не совсем удачный выбор цветов, мелкие ошибки в форматировании, избыточная анимация). Презентация в целом соответствует требованиям. Ответы на вопросы правильные, но неполные.

· «Удовлетворительно»: Основные задания выполнены, но презентация имеет существенные недостатки: нарушено единообразие стиля, нечитаемый текст, отсутствуют обязательные элементы (оглавление, итоговый слайд). Анимация применена некорректно или избыточно. Работа выполнена с помощью преподавателя.

· «Неудовлетворительно»: Студент не справился с большинством заданий, презентация не соответствует теме, содержит грубые ошибки оформления, отсутствует структура. Работа не выполнена или выполнена с грубыми ошибками.

Практическое занятие 32. Создание презентаций профессиональной тематики.

Цель: сформировать умения и навыки создания мультимедийных презентаций профессиональной направленности с использованием возможностей программы Power Point для эффективной презентации результатов профессиональной деятельности, проектов и отчётов.

Задачи:

1. Образовательные: изучить интерфейс и основные инструменты программы Power Point; освоить принципы построения структуры презентации (тительный слайд, оглавление, информационные слайды, итоговый слайд); познакомиться с правилами использования цветовых схем, шрифтов и композиции.

2. Практические: сформировать навыки создания слайдов различных типов, настройки дизайна и макетов, вставки и форматирования графических объектов, применения анимации и переходов, настройки демонстрации презентации.

3. Воспитательные: воспитывать эстетический вкус, внимательность к деталям оформления, понимание значимости качественной презентации для успешного публичного выступления, формировать информационную культуру будущего специалиста.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с доступом в интернет.
2. Программа PowerPoint.

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.

- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Краткий инструктаж: демонстрация примеров успешных и неудачных презентаций, обсуждение роли презентаций в будущей профессиональной деятельности.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Какие виды презентаций вы знаете? (информационные, рекламные, отчётные, обучающие)
2. Что такое «золотые правила» создания презентации? (единый стиль, минимум текста, качественные изображения).
3. Какие ошибки чаще всего допускают при создании слайдов?

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Последовательное выполнение заданий с фиксацией результатов.

Задание 1. Создание структуры презентации.

4. Определить цель презентации и целевую аудиторию (для кого и зачем создаётся презентация).
5. Разработать структуру: титульный слайд, слайд-оглавление, информационные слайды (не менее 5), итоговый слайд.
6. В режиме «Структура» (структурное представление) создать каркас презентации с заголовками всех слайдов.

Задание 2. Создание презентации по выбранной структуре.

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты оформляют полученные результаты в Word.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.
- Контрольные вопросы на закрепление:
 1. Какие этапы включает создание презентации?
 2. Для чего используется режим «Образец слайдов»?
- Объявление оценок, комментарии.
- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: составить памятку «10 правил эффективной презентации» на основе анализа не менее трёх источников.

Критерии оценки

· «Отлично»: Все задания выполнены в полном объёме и без ошибок. Презентация имеет логичную структуру, единый стиль, грамотно подобранные шрифты и цветовую гамму, качественные изображения, корректно работающую анимацию и переходы. Студент уверенно отвечает на контрольные вопросы, демонстрирует понимание принципов эффективной визуализации.

· «Хорошо»: Задания выполнены, но есть незначительные погрешности в оформлении (например, не совсем удачный выбор цветов, мелкие ошибки в форматировании, избыточная анимация). Презентация в целом соответствует требованиям. Ответы на вопросы правильные, но неполные.

· «Удовлетворительно»: Основные задания выполнены, но презентация имеет существенные недостатки: нарушено единообразие стиля, нечитаемый текст, отсутствуют обязательные элементы (оглавление, итоговый слайд). Анимация применена некорректно или избыточно. Работа выполнена с помощью преподавателя.

· «Неудовлетворительно»: Студент не справился с большинством заданий, презентация не соответствует теме, содержит грубые ошибки оформления, отсутствует структура. Работа не выполнена или выполнена с грубыми ошибками.

Практическое занятие 33. Графический редактор.

Цель: освоить основные приёмы создания и редактирования графических изображений в растровом и векторном графических редакторах, сформировать умения использовать инструменты для обработки изображений и создания графических объектов.

Задачи:

1. Образовательные: изучить интерфейс и инструментарий графических редакторов (растрового и векторного), освоить различия между растровой и векторной графикой, принципы работы со слоями, цветовыми моделями и фильтрами.

2. Практические: сформировать навыки создания и редактирования изображений, работы с инструментами выделения, рисования, заливки, трансформации; научиться применять эффекты и фильтры для обработки графики, создавать коллажи и композиции.

3. Воспитательные: воспитывать эстетический вкус, внимательность к деталям, творческий подход к решению задач, понимание роли компьютерной графики в профессиональной деятельности.

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с доступом в интернет.
2. Программа Photoshop.

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.
- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Краткий инструктаж: демонстрация примеров использования компьютерной графики в различных профессиональных областях (дизайн, реклама, полиграфия, web-дизайн), обсуждение значимости навыков работы с графикой.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Какие виды компьютерной графики вы знаете? (растровая, векторная, фрактальная, трёхмерная)
2. В чём отличие растровой графики от векторной?
3. Какие форматы графических файлов вам известны?

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Последовательное выполнение заданий с фиксацией результатов.

Задание 1.

1. Запустить графический редактор (GIMP / Photoshop).
2. Изучить основные элементы интерфейса: строка меню, панель инструментов, палитра слоёв, рабочая область, панель параметров инструментов.
3. Создать новый файл: размер 800×600 пикселей, разрешение 72 dpi (для экрана), цветовой режим RGB .
4. Сохранить файл под именем Практика_Фамилия в формате .xcf (для GIMP) или .psd (для Photoshop) – родной формат редактора.

Задание 2. Заливка и простые инструменты рисования.

1. Залить фоновый слой любым цветом с помощью инструмента «Заливка».
2. Создать новый слой (назвать «Рисунок»).
3. Освоить инструменты: «Кисть», «Карандаш», «Ластик». Нарисовать простые линии и фигуры.
4. Изменить цвет, размер и жёсткость кисти.
5. Сохранить результат.

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты оформляют полученные результаты в Photoshop.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.
- Контрольные вопросы на закрепление:

1. В чём отличие растрового редактора от векторного? В каких случаях какой редактор лучше использовать?

2. Что такое слой и какие операции можно выполнять со слоями?

- Объявление оценок, комментарии.
- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: составить сравнительную таблицу «Растровая и векторная графика».

Критерии оценки

- «Отлично»: Все задания выполнены в полном объёме и без ошибок. Работа демонстрирует творческий подход, грамотное использование инструментов выделения, трансформации, слоёв и фильтров. Композиция гармонична, цвета сбалансированы, текст читаем. Студент уверенно отвечает на контрольные вопросы, демонстрирует понимание различий растровой и векторной графики.

- «Хорошо»: Задания выполнены, но есть незначительные погрешности (неаккуратное выделение, небольшие ошибки в композиции, неоптимальный выбор фильтров). Работа в целом соответствует требованиям. Ответы на вопросы правильные, но неполные.

- «Удовлетворительно»: Основные задания выполнены, но с ошибками. Коллаж выглядит неестественно, использованы не все необходимые инструменты, есть проблемы с цветокоррекцией. Студент испытывает затруднения при ответах на вопросы.

- «Неудовлетворительно»: Студент не справился с большинством заданий, не умеет работать с инструментами выделения и слоями, работа не соответствует теме. Работа не выполнена или выполнена с грубыми ошибками.

Практическое занятие 34. Векторная графика.

Цель: освоить основные приёмы создания и редактирования векторных изображений, сформировать умения использовать инструменты векторных графических редакторов для разработки логотипов, схем, иллюстраций и других объектов профессиональной направленности.

Задачи:

1. Образовательные: изучить принципы построения векторной графики (кривые, узлы, контуры, заливки), её отличия от растровой графики, форматы векторных файлов (.svg, .cdr, .ai) и области применения.

2. Практические: сформировать навыки работы с инструментами рисования, редактирования кривых, заливки, трансформации, группировки и упорядочивания объектов; научиться создавать сложные композиции из простых фигур и редактировать их форму с помощью узлов.

3. Воспитательные: воспитывать аккуратность, точность и терпение при работе с графическими объектами, развивать пространственное мышление и художественный вкус, понимание значимости векторной графики в профессиональной деятельности (дизайн, реклама, полиграфия, web-дизайн).

Оснащение:

1. Персональные компьютеры (или ноутбуки) с доступом в интернет.
2. Программа Photoshop.

Ход занятия

I. Организационный момент

- Приветствие, проверка присутствующих.

- Объявление темы, целей и плана занятия.
- Краткий инструктаж: демонстрация примеров использования компьютерной графики в различных профессиональных областях (дизайн, реклама, полиграфия, web-дизайн), обсуждение значимости навыков работы с графикой.

II. Актуализация опорных знаний

Фронтальная беседа или тест-опрос (устно/письменно):

1. Какие виды компьютерной графики вы знаете? (растровая, векторная, фрактальная, трёхмерная)
2. В чём отличие растровой графики от векторной?
3. Какие форматы графических файлов вам известны?

III. Основная часть. Практическая работа

Формат: Работа в малых группах или индивидуально. Последовательное выполнение заданий с фиксацией результатов.

Задание 1.

1. Создать новый документ: размер 1920×1080 пикселей, разрешение 150 ppi, цветовой режим RGB.
2. Изучить инструменты группы «Фигура» (U): «Прямоугольник», «Прямоугольник со скруглёнными углами», «Эллипс», «Многоугольник», «Линия», «Произвольная фигура».
3. Создать новый слой. Нарисовать по одной фигуре каждого типа.
4. В панели свойств настроить:
 5. заливку (цвет, градиент, узор);
 6. обводку (цвет, толщина, тип линии);
 7. размеры (W, H).
8. Трансформировать фигуры (Ctrl+T) – изменить размер, повернуть, исказить.
9. Сохранить результат.

Задание 2. Создание пользовательской фигуры.

1. Выбрать инструмент «Произвольная фигура».
2. В панели параметров открыть набор фигур и изучить доступные варианты.
3. Выбрать 3-4 фигуры (звезда, сердце, стрелка, значок) и разместить их на холсте.
4. Загрузить дополнительные наборы фигур (если доступно): шестерёнка в палитре фигур → «Весна», «Музыка», «Животные» и т.д.

IV. Оформление результатов и закрепление. Студенты оформляют полученные результаты в Photoshop.

V. Подведение итогов. Рефлексия

- Преподаватель подводит итоги, отмечает наиболее часто встречающиеся ошибки.
- Контрольные вопросы на закрепление:
 1. Какие инструменты Photoshop предназначены для создания векторной графики?
 2. В чём преимущество векторной графики перед растровой при создании логотипов?
- Объявление оценок, комментарии.
- Выдача домашнего задания.

Домашнее задание

1. Теоретическое: составить таблицу «Сравнение векторных инструментов Photoshop и Illustrator» (на основе поиска информации в интернете).

Критерии оценки

- «Отлично»: Все задания выполнены в полном объёме и без ошибок. Студент уверенно владеет инструментом «Перо», создаёт сложные кривые, грамотно использует векторные фигуры, применяет маски. Логотип (иллюстрация) имеет оригинальную композицию, аккуратное исполнение. Ответы на вопросы полные и точные.

- «Хорошо»: Задания выполнены, но есть незначительные погрешности в построении кривых или подборе цветов. Инструмент «Перо» используется уверенно, но при редактировании возникают мелкие ошибки. Работа в целом соответствует требованиям.

- «Удовлетворительно»: Основные задания выполнены, но с ошибками. Инструмент «Перо» освоен частично – кривые получаются с резкими изломами, точки расставлены неоптимально. Логотип примитивен. Студент испытывает затруднения при ответах.

- «Неудовлетворительно»: Студент не справился с большинством заданий, не умеет работать с инструментом «Перо», не понимает принципов векторной графики. Работа не выполнена или выполнена с грубыми ошибками.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Основные печатные и/или электронные издания

1. Информатика: учеб. для студентов учреждений сред. проф. образования; 1-е издание, Цветкова М.С., Хлобыстова И.Ю., Общество с ограниченной ответственностью Образовательно-издательский центр "Академия", 2025 г.

2. Информатика. Практикум: учеб. пособие для студентов учреждений сред. проф. образования; Цветкова М.С., Гаврилова С.А., Хлобыстова И.Ю.; 1-е издание; Общество с ограниченной ответственностью Образовательно-издательский центр "Академия", 2025 г.

Дополнительные источники

1. Волк В. К. Информатика: учебное пособие для среднего профессионального образования / В. К. Волк. — Москва: Издательство Юрайт, 2022. — 207 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-15149-7. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/496798>

2. Галыгина И.В., Галыгина Л.В. Информатика. Лабораторный практикум. Часть 2: Учебное пособие для СПО. 2-ое изд., стер.; 2024 г.

3. Зубова, Е. Д. Информатика и ИКТ: учебное пособие для СПО / Е. Д. Зубова. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2024. — 180 с. — ISBN 978-5-507-50312-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/417884>

4. Логунова О.С. Информатика. Курс лекций: Учебник для СПО Издательство «Лань» (СПО), 3-е изд., стер., 2025 г.

МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Башкирский государственный педагогический университет им.М.Акмуллы»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
к самостоятельным работам студентов

специальность: 21.02.19 Землеустройство
учебный предмет: ПП.11 Математика

разработал: Нигматзянова К.О.
преподаватель Колледжа БГПУ им.М.Акмуллы

2026г.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методическая рекомендация к выполнению самостоятельных работ по предмету ПП.11 Математика для студентов специальности 21.02.19 Землеустройство

Содержание методических рекомендаций по учебному предмету ПП.11 Математика направлено на достижение следующих целей:

1. актуализировать знания студентов из курса математики по теме занятия;
2. создать условия для развития творческой активности, самостоятельности и критичности мышления, умения работать в коллективе.
3. содействовать развитию у студентов общенаучных компетенций (аналитико-синтетической, прогностической, проектировочной);
4. создать условия для развития коммуникативной, адаптивной и информационной компетенций.

СОДЕРЖАНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ
По предмету ПП.11 Математика

Самостоятельная работа 1. Свойства биномиальных коэффициентов

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ По предмету ПП.13 Математика

Самостоятельная работа . Свойства биномиальных коэффициентов

Цель работы: студент должен:

знать:

- формулу бинома Ньютона;
- свойства биномиальных коэффициентов;

уметь:

- раскладывать бином по степеням x ;
- возводить в различные степени трехчлены.

Сведения из теории:

Формула бинома Ньютона

Бином Ньютона – это формула разложения степени двучлена (бинома) $(a+b)^n$ в виде многочлена от a и b .

Запишем разложения бинома Ньютона для нескольких первых значений n :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3,$$

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4,$$

$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5.$$

Чтобы найти коэффициент при $a^k b^{n-k}$ в разложении бинома $(a+b)^n$ в общем случае, представим себе, что мы перемножаем n скобок и приводим подобные члены. Член $a^k b^{n-k}$ встретится столько раз, сколько можно указать k скобок (из n возможных), из которых мы возьмем множитель a (а из остальных автоматически возьмем b). Это число равно числу выборов k скобок из n возможных, которое носит название числа сочетаний из n по k и обозначается C_n^k .

В этих обозначениях формула имеет следующий вид:

$$(a+b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^{n-1} a b^{n-1} + b^n.$$

Иными словами, число сочетаний из n по k равно коэффициенту при члене $a^{n-k} b^k$ в разложении n -ой степени двучлена $(a+b)$ поэтому числа сочетаний называют иначе *биномиальными коэффициентами*.

Эту связь можно использовать для вывода свойств сочетаний алгебраическими методами. Такой подход к выводу свойств комбинаторных объектов носит название *метода производящих функций*.

Свойства биномиальных коэффициентов

Биномиальные коэффициенты обладают большим количеством свойств.

Свойство 1. $C_n^1 = n$.

Свойство 2. $C_n^k = C_n^{n-k}$ – биномиальные коэффициенты, равноотстоящие от концов, равны между собой

Свойство 3. $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$ – сумма биномиальных коэффициентов при фиксированном n равна 2^n .

Свойство 4. $C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \dots = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \dots = 2^{n-1}$ – суммы биномиальных

коэффициентов, стоящих на четных и на нечетных местах, равны между собой (и равны по половине от общей суммы).

Свойство 5. $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$ – рекуррентное соотношение, связывающее биномиальные коэффициенты для соседних степеней.

Пример

Разложить бином $(1+x)^6$ по степеням x .

Решение:

применяем формулу бинома Ньютона:

$$(1+x)^6 = 1^6 + C_6^1 x + C_6^2 x^2 + C_6^3 x^3 + C_6^4 x^4 + C_6^5 x^5 + x^6.$$

Значения биномиальных коэффициентов находим последовательно по формуле

$$C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1} :$$

$$C_6^3 = C_5^2 + C_5^3 = (C_4^1 + C_4^2) + (C_4^2 + C_4^3) = 4 + 2(C_3^1 + C_3^2) + 4 = 4 + 12 + 4 = 20.$$

$$\text{Т.о. } (1+x)^6 = 1 + 6x + 15x^2 + 20x^3 + 15x^4 + 6x^5 + x^6.$$

Задача для самостоятельного решения №1. Разложить бином $(1+x)^5$ по степеням x .

Пример

Возвести трехчлен $a+b+c$ в четвертую степень.

Решение:

применяем формулу бинома Ньютона:

$$\begin{aligned} (a+b+c)^4 &= a^4 + b^4 + c^4 + \frac{4!}{3!} a^3 b + \frac{4!}{3!} a^3 c + \frac{4!}{3!} b^3 a + \frac{4!}{3!} b^3 c + \frac{4!}{3!} c^3 a + \frac{4!}{3!} c^3 b + \\ &+ \frac{4!}{2!2!} a^2 b^2 + \frac{4!}{2!2!} a^2 c^2 + \frac{4!}{2!2!} b^2 c^2 + \frac{4!}{2!} a^2 b c + \frac{4!}{2!} b^2 a c + \frac{4!}{2!} c^2 a b = \\ &= a^4 + b^4 + c^4 + 4(a^3 b + a^3 c + b^3 a + b^3 c + c^3 a + c^3 b) + \\ &+ 6(a^2 b^2 + a^2 c^2 + b^2 c^2) + 4(a^2 b c + b^2 a c + c^2 a b). \end{aligned}$$

Задача для самостоятельного решения №2. Возвести трехчлен $a+b+c$ в третью степень.

Контрольные вопросы:

1. Запишите формулу бинома Ньютона.
2. Перечислите свойства биномиальных коэффициентов.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Основные печатные и/или электронные издания

1. Мерзляк, А. Г. Математика. Алгебра и начала математического анализа: 10-й класс: углублённый уровень : учебник / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номировский, В. М. Поляков. — 8-е изд., стер. — Москва : Просвещение, 2024. — 476 с. — ISBN 978-5-09-112257-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/437387> (дата обращения: 10.02.2026).
2. Мерзляк, А. Г. Математика. Алгебра и начала математического анализа : 11-й класс : углублённый уровень : учебник / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номировский, В. М. Поляков. — 7-е изд., стер. — Москва : Просвещение, 2024. — 412 с. — ISBN 978-5-09-112258-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/437390> (дата обращения: 10.02.2026).
3. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа : 10—11-е классы : базовый и углублённый уровни : учебник / Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва [и др.]. — 13-е изд., стер. — Москва : Просвещение, 2025. — 463 с. — ISBN 978-5-09-120157-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/497603> (дата обращения: 10.02.2026).
4. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия : 10—11-й классы : базовый и углублённый уровни : учебник / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев [и др.]. — 13-е изд., стер. — Москва : Просвещение, 2025. — 287 с. — ISBN 978-5-09-120159-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/497612> (дата обращения: 10.02.2026).

МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Башкирский государственный педагогический университет
им.М.Акмуллы»

Методические рекомендации
для самостоятельной работы студентов
по дисциплине СГЦ Иностранный язык (английский) в
профессиональной деятельности
специальности СПО 21.02.19 «Землеустройство »

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические указания по выполнению самостоятельных работ по иностранному языку по специальности **21.02.19 «Землеустройство»** разработаны в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего профессионального образования.

Иностранный язык является дисциплиной цикла ОГСЭ в соответствии с ФГОС СПО третьего поколения в образовательных учреждениях среднего профессионального образования. Самостоятельная работа является одним из видов учебной работы обучающихся.

Задания на самостоятельные работы составлены на основе рабочей программы по дисциплине ОГСЭ.03 Иностранный язык (английский) в профессиональной деятельности специальности СПО 21.02.19 «Землеустройство». Самостоятельная работа – способ активного, целенаправленного приобретения учащимися новых для него знаний без непосредственного участия в этом процесса преподавателя.

Самостоятельная работа обучающихся является одним из основных видов учебных занятий и рассматривается как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью обучающихся или деятельность студентов по освоению знаний и умений учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студента проводится с *целью*:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений, обучающихся;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности обучающихся: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;

- развития исследовательских умений;
- формирования и развития профессиональных и общих компетенций и их элементов: знаний, умений, практического опыта в соответствии с требованиями ФГОС СПО и запросами работодателей;
- формирования компетенции поиска и использования информации необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного роста;
- формирования компетенции использования информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности;
- формирования самостоятельности профессионального мышления: способности к профессионализму и личностному развитию, самообразованию и самореализации;
- развития культуры межличностного общения, взаимодействия между людьми;
- формирования умений работы в команде, эффективного общения с коллегами, руководством, потребителями.
- В образовательном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:
 - - аудиторная;
 - - внеаудиторная.

Цель СРС – научить обучающегося осмысленно и самостоятельно работать сначала с учебным материалом, затем с научной информацией, заложить основы самоорганизации и самовоспитания с тем, чтобы привить умение в дальнейшем непрерывно повышать свою квалификацию.

СРС, как один из видов промежуточного контроля за качеством усвоения изучаемого материала, служит одновременно формой отчетности по следующим разделам данной учебной дисциплины:

Тема 1.1. Социально-бытовые ситуации. Знакомство. О себе.
Разговорные клише.

Количество часов: 2

Вид работы: Самостоятельная работа обучающихся: совершенствовать слухопроизносительные навыки применительно к языковому материалу, пройденному на занятии, навыки правильного произношения. Совершенствовать навыки употребления в речи личных местоимений, выполнить грамматические упражнения.

Инструктаж: Построение побудительных предложений. Падеж имен существительных и местоимений. Личные местоимения. Объектный падеж существительных и местоимений. Особенности порядка слов в английском повествовательном предложении.

Фонетика:

- Корректировка фонетических навыков. Фонетическая транскрипция. Гласные и согласные звуки.

Грамматика:

- Порядок слов в утвердительных, вопросительных и повелительных предложениях. Личные местоимения. Глагол to be. Глагол to have. Конструкция there is/ are. Модели приветствий, обращений, представления, прощания, поздравлений; выражения согласия/несогласия.

Лексика :

- Модели приветствия, обращения, представления, прощания.

Форма контроля: Чтение фонетических упражнений, проверка грамматических заданий.

Литература:

Основные источники:

1. Агабекян И.П. English for managers, учебное пособие, «Проспект», Москва, 2020г.,
2. Агабекян И.П. «Английский язык». Учебное пособие - Ростов-на-Дону, «Феникс», 2021г.- 319с. Средне-профессиональное образование
3. Восковская А.С., Английский язык для экономических колледжей. Учебное пособие, Ростов-на-Дону, «Феникс», 2020г., СПО.

4. Сиротина Т.А., Современный Англо-русский, русско-английский словарь, 4500 слов, грамматика, Ростов-на-Дону, 2021г., издательство «Удача»,

5. Веселова Н.Г., Английский язык для направления «Землеустройство и кадастры», English for specialization «Land use planning and cadastres»: Издательский центр «Академия», 2021 г. – 208с.

6. Planet of English. Английский язык. Практикум для профессий и специальностей социально-экономического профиля СПО, М., 2020г.

7. Карпова Т. А. «Английский язык для колледжей » - Учебное пособие – М.: - Издательско-торговая корпорация « Дашков и К°» 2021г.

8. Колесникова Н.Н., Данилова Г.В. , Девяткина Л.Н. «Английский язык для менеджеров» - М.: Издательский центр «Академия», 2020г. – 304стр. Учебник для студентов средних профессиональных учебных заведений.

Дополнительные источники:

1. Агабекян И.П. Английский язык. – Ростов н/Д.: Феникс, 2020. – 319с. – Средне-профессиональное образование.

2. Бонк Н.А., Котий Г.А., Лукьянова Н.А. Учебник английского языка в частях – М.: Деконт+ – ГИС, 2021. – 637с.

3. Мюллер В.К. Англо-русский и русско-английский. – М.: Эксмо, 2008.

4. Агабекян И.П. Английский язык для менеджеров. – Ростов н/Д.: «Феникс», 2020.

5. Голицынский Ю.Б. Разговорный английский. Пособие по разговорной речи. – СПб.: КАРО, 2020. – 416с.

Интернет-ресурсы:

1. www.scirus.com

2. www.ask.com

3. <http://elibrary.ru>

4. www.englishatschool.ru

5. www.1septembr.ru

6. www.britishCounsil.org

7. www.learnenglish.ru

Тема 1.2. Рабочий день. Оказание помощи. Решение стандартных ситуаций.

Кол-во часов: 4

Вид работы: Самостоятельная работа обучающихся: совершенствовать слухопроизносительные навыки применительно к языковому материалу, пройденному на занятии, совершенствовать навыки употребления имен существительных в единственном и множественном числе, количественных и порядковых числительных, выполнить грамматические упражнения. Использование современных компьютерных технологий и ресурсов сети интернет

Инструктаж: Род и число имен существительных. Понятие о дополнении и определении. Имя числительное.

Фонетика:

- Дифтонги. Ударение. Ударение в сложных словах. Интонация.
- Отработка произношения дифтонгов, чтение дифтонгов по транскрипции, постановка интонации и ударения.

Лексика:

- Лексика по теме «Рабочий день». Модели просьб, обращений, извинения; выражения благодарности.
- Знакомство. Речевые клише.

Грамматика:

- Настоящее простое время. Имя существительное: множественное число существительных, притяжательный падеж существительных, исчисляемые и неисчисляемые существительные. Неопределенный артикль a (an). Определенный артикль the.

Форма контроля: Чтение фонетических упражнений. проверка грамматических заданий.

Литература:

Основные источники:

1. Агабекян И.П. English for managers, учебное пособие, «Проспект», Москва, 2021г.,
2. Агабекян И.П. «Английский язык». Учебное пособие - Ростов-на-Дону, «Феникс», 2020г.- 319с. Средне-профессиональное образование
3. Восковская А.С., Английский язык для экономических колледжей. Учебное пособие, Ростов-на-Дону, «Феникс», 2020г., СПО.

4. Сиротина Т.А., Современный Англо-русский, русско-английский словарь, 4500 слов, грамматика, Ростов-на-Дону, 2021г., издательство «Удача»,

5. Веселова Н.Г., Английский язык для направления «Землеустройство и кадастры», English for specialization «Land use planning and cadastres»: Издательский центр «Академия», 2021 г. – 208с.,

6. Planet of English. Английский язык. Практикум для профессий и специальностей социально-экономического профиля СПО, М., 2020г.

7. Карпова Т. А. «Английский язык для колледжей » - Учебное пособие – М.: - Издательско-торговая корпорация « Дашков и К°» 2020г.

8. Колесникова Н.Н., Данилова Г.В. , Девяткина Л.Н. «Английский язык для менеджеров» - М.: Издательский центр «Академия», 2021г. – 304стр. Учебник для студентов средних профессиональных учебных заведений.

Дополнительные источники:

1.Агабекян И.П. Английский язык. – Ростов н/Д.: Феникс, 2010. – 319с. – Средне-профессиональное образование.

2.Бонк Н.А., Котий Г.А., Лукьянова Н.А. Учебник английского языка в частях – М.: Деконт+ – ГИС, 2004. – 637с.

3.Мюллер В.К. Англо-русский и русско-английский. – М.: Эксмо, 2008.

4.Агабекян И.П. Английский язык для менеджеров. – Ростов н/Д.: «Феникс», 2008.

5.Голицынский Ю.Б. Разговорный английский. Пособие по разговорной речи. – СПб.: КАРО, 2001. – 416с.

Интернет-ресурсы:

1. www.scirus.com

2. www.ask.com

3.<http://elibrary.ru>

4.www.englishatschool.ru

5.www.1septembr.ru

6.www.britishCounsil.org

7.www.learnenglish.ru

Тема 2.1. Устройство на работу.

Кол-во часов: 4

Вид работы: Самостоятельная работа обучающихся: совершенствовать слухопроизносительные навыки применительно к языковому материалу,

пройденному на занятии. Совершенствовать навыки употребления неопределенных, определенных, нулевых артиклей, выполнить грамматические упражнения.

Инструктаж : Понятие об артикле. Неопределенный артикль, определенный артикль, нулевой артикль. Множественное число имен существительных. Указательные местоимения.

Фонетика:

- Корректировка фонетических навыков. Фонетическая транскрипция.

Лексика по темам:

- Поиски работы. Составление резюме. Собеседование с работодателем.

Грамматика:

- Словообразование. Словообразовательные суффиксы (существительные). Типы вопросительных предложений. Прошедшее простое время.

Форма контроля : Чтение фонетических упражнений, проверка грамматических заданий.

Литература:

Основные источники:

1. Агабекян И.П. English for managers, учебное пособие, «Проспект», Москва, 2020г.,
2. Агабекян И.П. «Английский язык». Учебное пособие - Ростов-на-Дону, «Феникс», 2021г.- 319с. Средне-профессиональное образование
3. Восковская А.С., Английский язык для экономических колледжей. Учебное пособие, Ростов-на-Дону, «Феникс», 2020г., СПО.
4. Сиротина Т.А., Современный Англо-русский, русско-английский словарь, 4500 слов, грамматика, Ростов-на-Дону, 2021г., издательство «Удача»,
5. Веселова Н.Г., Английский язык для направления «Землеустройство и кадастры», English for specialization «Land use planning and cadastres»: Издательский центр «Академия», 2021 г. – 208с.,
6. Planet of English. Английский язык. Практикум для профессий и специальностей социально-экономического профиля СПО, М., 2020г.

7. Карпова Т. А. «Английский язык для колледжей » - Учебное пособие – М.: - Издательско-торговая корпорация « Дашков и К°» 2021г.

8. Колесникова Н.Н., Данилова Г.В. , Девяткина Л.Н. «Английский язык для менеджеров» - М.: Издательский центр «Академия», 2020г. – 304стр. Учебник для студентов средних профессиональных учебных заведений.

Дополнительные источники:

1.Агабекян И.П. Английский язык. – Ростов н/Д.: Феникс, 2010. – 3319с. – Средне-профессиональное образование.

2.Бонк Н.А., Котий Г.А., Лукьянова Н.А. Учебник английского языка в частях – М.: Деконт+ – ГИС, 2004. – 637с.

3.Мюллер В.К. Англо-русский и русско-английский. – М.: Эксмо, 2008.

4.Агабекян И.П. Английский язык для менеджеров. – Ростов н/Д.: «Феникс», 2008.

5.Голицынский Ю.Б. Разговорный английский. Пособие по разговорной речи. – СПб.: КАРО, 2001. – 416с.

Интернет-ресурсы:

1. www.scirus.com

2. www.ask.com

3.<http://elibrary.ru>

4.www.englishatschool.ru

5.www.1septembr.ru

6.www.britishCounsil.org

7.www.learnenglish.ru

Тема 2.2. В офисе.

Кол-во часов: 4

Вид работы: Самостоятельная работа обучающихся: совершенствовать слухопроизносительные навыки применительно к языковому материалу, пройденному на занятии. Совершенствовать навыки распознавания и употребления в речи глаголов to be, to have в Present Simple в действительном залоге, выполнить грамматические упражнения.

Инструктаж: Спряжение глаголов to be, to have в Present Simple. Вопросительные и отрицательные предложения с to be, to have.

Фонетика:

- Корректировка фонетических навыков. Фонетическая транскрипция.

Лексика по темам:

- Знакомство с персоналом. Структура организации. Отделы и их функции. Должностные обязанности. Обязанности сотрудников.

Грамматика:

- Будущее простое время. Залоги в английском языке. Простые временные формы глаголов в пассивном залоге.

Форма контроля: Чтение фонетических упражнений. проверка грамматических заданий.

Литература:

Основные источники:

1. Агабекян И.П. English for managers, учебное пособие, «Проспект», Москва, 2020г.,
2. Агабекян И.П. «Английский язык». Учебное пособие - Ростов-на-Дону, «Феникс», 2021г.- 319с. Средне-профессиональное образование
3. Восковская А.С., Английский язык для экономических колледжей. Учебное пособие, Ростов-на-Дону, «Феникс», 2021г., СПО.
4. Сиротина Т.А., Современный Англо-русский, русско-английский словарь, 4500 слов, грамматика, Ростов-на-Дону, 2021г., издательство «Удача»,
5. Веселова Н.Г., Английский язык для направления «Землеустройство и кадастры», English for specialization «Land use planning and cadastres»: Издательский центр «Академия», 2021 г. – 208с.,
6. Planet of English. Английский язык. Практикум для профессий и специальностей социально-экономического профиля СПО, М., 2021г.
7. Карпова Т. А. «Английский язык для колледжей » - Учебное пособие – М.: - Издательско-торговая корпорация « Дашков и К°» 2021г.
8. Колесникова Н.Н., Данилова Г.В. , Девяткина Л.Н. «Английский язык для менеджеров» - М.: Издательский центр «Академия», 2020г. – 304стр. Учебник для студентов средних профессиональных учебных заведений.

Дополнительные источники:

1. Агабекян И.П. Английский язык. – Ростов н/Д.: Феникс, 2010. – 319с. – Средне-профессиональное образование.
2. Бонк Н.А., Котий Г.А., Лукьянова Н.А. Учебник английского языка в частях – М.: Деконт+ – ГИС, 2004. – 637с.
3. Мюллер В.К. Англо-русский и русско-английский. – М.: Эксмо, 2008.
4. Агабекян И.П. Английский язык для менеджеров. – Ростов н/Д.:

«Феникс», 2008.

5.Голицынский Ю.Б. Разговорный английский. Пособие по разговорной речи. – СПб.: КАРО, 2001. – 416с.

Интернет-ресурсы:

1. www.scirus.com
2. www.ask.com
3. <http://elibrary.ru>
4. www.englishatschool.ru
5. www.1septembr.ru
6. www.britishCounsil.org
7. www.learnenglish.ru

Тема 2.3. Мотивация сотрудников.

Кол-во часов: 4

Вид работы: Самостоятельная работа обучающихся:

совершенствовать слухопроизносительные навыки применительно к языковому материалу, пройденному на занятии, навыки правильного произношения, соблюдения ударения и интонации. Совершенствовать ритмико-интонационные навыки оформления различных типов предложений(утвердительных, вопросительных, отрицательных, побудительных). Выполнить грамматические задания по теме. Совершенствовать навыки распознавания и употребления в речи временной формы Present Progressive. Формирование навыков распознавания и употребления в речи предлогов места и направления, выполнить грамматические упражнения.

Инструктаж: Употребление предлогов места и направления. Притяжательные местоимения. Образование настоящего времени группы Progressive. Причастие 1.

Фонетика:

- Корректировка фонетических навыков. Фонетическая транскрипция. Дифтонги и трифтонги.

Лексика по темам:

- Льготы. Социальные пособия и выплаты. Обеспечение безопасности работников. Охрана труда. Соблюдение здорового образа жизни.

Грамматика:

Словообразовательные суффиксы (прилагательные). Неопределенные местоимения. Производные неопределенных местоимений. Степени сравнения прилагательных и наречий.

Форма контроля: Чтение фонетических упражнений, выполнение грамматических заданий.

Литература:

Основные источники:

1. Агабекян И.П. English for managers, учебное пособие, «Проспект», Москва, 2021г.,
2. Агабекян И.П. «Английский язык». Учебное пособие - Ростов-на-Дону, «Феникс», 2021г.- 319с. Средне-профессиональное образование
3. Восковская А.С., Английский язык для экономических колледжей. Учебное пособие, Ростов-на-Дону, «Феникс», 2020г., СПО.
4. Сиротина Т.А., Современный Англо-русский, русско-английский словарь, 4500 слов, грамматика, Ростов-на-Дону, 2020г., издательство «Удача»,
5. Веселова Н.Г., Английский язык для направления «Землеустройство и кадастры», English for specialization «Land use planning and cadastres»: Издательский центр «Академия», 2021 г. – 208с.,
6. Planet of English. Английский язык. Практикум для профессий и специальностей социально-экономического профиля СПО, М., 2021г.
7. Карпова Т. А. «Английский язык для колледжей » - Учебное пособие – М.: - Издательско-торговая корпорация « Дашков и К°» 2021г.
8. Колесникова Н.Н., Данилова Г.В. , Девяткина Л.Н. «Английский язык для менеджеров» - М.: Издательский центр «Академия», 2021г. – 304стр. Учебник для студентов средних профессиональных учебных заведений.

Дополнительные источники:

1. Агабекян И.П. Английский язык. – Ростов н/Д.: Феникс, 2010. – 319с. – Средне-профессиональное образование.
2. Бонк Н.А., Котий Г.А., Лукьянова Н.А. Учебник английского языка в частях – М.: Деконт+ – ГИС, 2004. – 637с.
3. Мюллер В.К. Англо-русский и русско-английский. – М.: Эксмо, 2008.
4. Агабекян И.П. Английский язык для менеджеров. – Ростов н/Д.:

«Феникс», 2008.

5.Голицынский Ю.Б. Разговорный английский. Пособие по разговорной речи. – СПб.: КАРО, 2001. – 416с.

Интернет-ресурсы:

1. www.scirus.com
2. www.ask.com
3. <http://elibrary.ru>
4. www.englishschool.ru
5. www.1septembr.ru
6. www.britishCouncil.org
7. www.learnenglish.ru

Тема 2.4. Деловой этикет.

Кол-во часов: 6

Вид работы: Самостоятельная работа обучающихся: разработка фонетических звуков, интонации. Использование современных компьютерных технологий и ресурсов сети интернет. Выполнение тестовых заданий по темам, подготовка рефератов по заранее заданной теме.

Инструктаж: Вводный фонетический курс. Особенности английского языка. Произношение английских звуков. Характеристика звуков. Ударение. Словесное ударение. Фразовое ударение. Логическое ударение. Мелодика английского языка. Нисходящий тон. Восходящий тон. Правила чтения гласных букв. Чтение сочетаний гласных букв в ударной позиции. Чтение согласных букв и буквосочетаний.

Фонетика:

- Ударение. Ударение в сложных словах.

Лексика по темам:

- Нормы и правила профессионального общения. Деловые письма: предложение, запрос, заказ, подтверждение, рекламация. Клише официально-делового стиля.

Грамматика:

- Модальные глаголы. Эквиваленты модальных глаголов.
Сложноподчиненные предложения. Особенности сложноподчиненных предложений в будущем времени.

Форма контроля: Презентация на тему «Мой английский»

Выполнение грамматических упражнений

Литература:

Основные источники:

1. Агабекян И.П. English for managers, учебное пособие, «Проспект», Москва, 2021г.,
2. Агабекян И.П. «Английский язык». Учебное пособие - Ростов-на-Дону, «Феникс», 2021г.- 319с. Средне-профессиональное образование
3. Восковская А.С., Английский язык для экономических колледжей. Учебное пособие, Ростов-на-Дону, «Феникс», 2021г., СПО.
4. Сиротина Т.А., Современный Англо-русский, русско-английский словарь, 4500 слов, грамматика, Ростов-на-Дону, 2021г., издательство «Удача»,
5. Веселова Н.Г., Английский язык для направления «Землеустройство и кадастры», English for specialization «Land use planning and cadastres»: Издательский центр «Академия», 2021 г. – 208с.,
6. Planet of English. Английский язык. Практикум для профессий и специальностей социально-экономического профиля СПО, М., 2020г.
7. Карпова Т. А. «Английский язык для колледжей » - Учебное пособие – М.: - Издательско-торговая корпорация « Дашков и К°» 2021г.
8. Колесникова Н.Н., Данилова Г.В. , Девяткина Л.Н. «Английский язык для менеджеров» - М.: Издательский центр «Академия», 2021г. – 304стр. Учебник для студентов средних профессиональных учебных заведений.

Дополнительные источники:

1. Агабекян И.П. Английский язык. – Ростов н/Д.: Феникс, 2010. – 319с. – Средне-профессиональное образование.
2. Бонк Н.А., Котий Г.А., Лукьянова Н.А. Учебник английского языка в частях – М.: Деконт+ – ГИС, 2004. – 637с.
3. Мюллер В.К. Англо-русский и русско-английский. – М.: Эксмо, 2008.
4. Агабекян И.П. Английский язык для менеджеров. – Ростов н/Д.: «Феникс», 2008.
5. Голицынский Ю.Б. Разговорный английский. Пособие по разговорной речи. – СПб.: КАРО, 2001. – 416с.

Интернет-ресурсы:

1. www.scirus.com
2. www.ask.com
3. <http://elibrary.ru>
4. www.englishschool.ru
5. www.1septembr.ru
6. www.britishCounsil.org
7. www.learnenglish.ru

Тема 3.1. Формы организации бизнеса.

Кол-во часов: 2

Вид работы: Самостоятельная работа обучающихся: составить коммуникативные ситуации по теме, используя фразы-клише вежливого поведения в стандартных ситуациях официального и неофициального характера. Составить сравнительную таблицу временных форм действительного залога Present simple? Present progressive. Выполнить грамматические упражнения. Использование современных компьютерных технологий и ресурсов сети интернет.

Инструктаж: Present simple и Present progressive

Фонетика:

- Правила чтения в английском языке. Сочетания согласных.

Лексика по темам:

- Предпринимательство в России. Организация бизнеса в США и Великобритании. Налоги и налогообложение.

Грамматика:

- Словообразовательные суффиксы (глаголы). Неличные формы глаголы: образование и функции в предложении. Длительные временные формы глаголов в активном залоге.

Форма контроля: Монологическое высказывание по теме (10-15 предложений). Проверка грамматических упражнений.

Литература:

Основные источники:

1. Агабекян И.П. English for managers, учебное пособие, «Проспект»,

Москва, 2020г.,

2. Агабекян И.П. «Английский язык». Учебное пособие - Ростов-на-Дону, «Феникс», 2020г.- 319с. Средне-профессиональное образование

3. Восковская А.С., Английский язык для экономических колледжей. Учебное пособие, Ростов-на-Дону, «Феникс», 2020г., СПО.

4. Сиротина Т.А., Современный Англо-русский, русско-английский словарь, 4500 слов, грамматика, Ростов-на-Дону, 2020г., издательство «Удача»,

5. Веселова Н.Г., Английский язык для направления «Землеустройство и кадастры», English for specialization «Land use planning and cadastres»: Издательский центр «Академия», 2021 г. – 208с.,

6. Planet of English. Английский язык. Практикум для профессий и специальностей социально-экономического профиля СПО, М., 2020г.

7. Карпова Т. А. «Английский язык для колледжей » - Учебное пособие – М.: - Издательско-торговая корпорация « Дашков и К°» 2020г.

8. Колесникова Н.Н., Данилова Г.В. , Девяткина Л.Н. «Английский язык для менеджеров» - М.: Издательский центр «Академия», 2020г. – 304стр. Учебник для студентов средних профессиональных учебных заведений.

Дополнительные источники:

1.Агабекян И.П. Английский язык. – Ростов н/Д.: Феникс, 2010. – 3 319с. – Средне-профессиональное образование.

2.Бонк Н.А., Котий Г.А., Лукьянова Н.А. Учебник английского языка в частях – М.: Деконт+ – ГИС, 2004. – 637с.

3.Мюллер В.К. Англо-русский и русско-английский. – М.: Эксмо, 2008.

4.Агабекян И.П. Английский язык для менеджеров. – Ростов н/Д.: «Феникс», 2008.

5.Голицынский Ю.Б. Разговорный английский. Пособие по разговорной речи. – СПб.: КАРО, 2001. – 416с.

Интернет-ресурсы:

1. www.scirus.com

2. www.ask.com

3.<http://elibrary.ru>

4.www.englishatschool.ru

5.www.1septembr.ru

6.www.britishCounsil.org

7.www.learnenglish.ru

Тема 3.2. Организация собственного дела.

Кол-во часов: 2

Вид работы: Самостоятельная работа: совершенствовать умение устно выступать с сообщениями, составить монологическое высказывание по теме, выполнить грамматические упражнения. Работа с англо-русским и русско-английским словарем и со словарями профессиональной направленности. Работа с текстом из учебника, дополнительной литературы. Использование современных компьютерных технологий и ресурсов сети интернет.

Инструктаж: Present Perfct, Past Simple. Сложноподчиненные предложения с союзами till, until, as soon as, before, after, while. Понятие косвенной речи. Общие вопросы в косвенной речи. Общие вопросы косвенной речи

Фонетика:

- Правила чтения в английском языке. Гласные.

Лексика по темам:

- Бизнес-план. Реклама. Повышение конкурентоспособности. Партнеры и конкуренты.

Грамматика:

- Длительные временные формы глаголов в пассивном залоге. Сложное подлежащее. Сложное дополнение.

Форма контроля: Монологическое высказывание по теме (10-15 предложений). Проверка грамматических упражнений.

Литература:

Основные источники:

1. Агабекян И.П. English for managers, учебное пособие, «Проспект», Москва, 2020г.,
2. Агабекян И.П. «Английский язык». Учебное пособие - Ростов-на-Дону, «Феникс», 2020г.- 319с. Средне-профессиональное образование
3. Восковская А.С., Английский язык для экономических колледжей. Учебное пособие, Ростов-на-Дону, «Феникс», 2020г., СПО.
4. Сиротина Т.А., Современный Англо-русский, русско-английский словарь, 4500 слов, грамматика, Ростов-на-Дону, 2020г., издательство «Удача»,

5. Веселова Н.Г., Английский язык для направления «Землеустройство и кадастры», English for specialization «Land use planning and cadastres»: Издательский центр «Академия», 2021 г. – 208с.,

6. Planet of English. Английский язык. Практикум для профессий и специальностей социально-экономического профиля СПО, М., 2020г.

7. Карпова Т. А. «Английский язык для колледжей » - Учебное пособие – М.: - Издательско-торговая корпорация « Дашков и К^о» 2020г.

8. Колесникова Н.Н., Данилова Г.В. , Девяткина Л.Н. «Английский язык для менеджеров» - М.: Издательский центр «Академия», 2020г. – 304стр. Учебник для студентов средних профессиональных учебных заведений.

Дополнительные источники:

1.Агабекян И.П. Английский язык. – Ростов н/Д.: Феникс, 2010. – 331с. – Средне-профессиональное образование.

2.Бонк Н.А., Котий Г.А., Лукьянова Н.А. Учебник английского языка в частях – М.: Деконт+ – ГИС, 2004. – 637с.

3.Мюллер В.К. Англо-русский и русско-английский. – М.: Эксмо, 2008.

4.Агабекян И.П. Английский язык для менеджеров. – Ростов н/Д.: «Феникс», 2008.

5.Голицынский Ю.Б. Разговорный английский. Пособие по разговорной речи. – СПб.: КАРО, 2001. – 416с.

Интернет-ресурсы:

1. www.scirus.com

2. www.ask.com

3. <http://elibrary.ru>

4. www.englishatschool.ru

5. www.1septembr.ru

6. www.britishCounsil.org

7. www.learnenglish.ru

Тема 4.1. Выполнение полевых работ.

Количество часов: 6

Вид работы: Самостоятельная работа: выполнение домашней работы по теме, составление монологических и диалогических высказываний, пополнение профессиональной лексики. Работа с англо-русским и русско-английским словарем и со словарями профессиональной направленности.

Перевод текстов, диалогов, предложений по профессиональной направленности

Инструктаж: **Времена группы *SIMPLE*.** Настоящее простое время. Прошедшее простое время. Будущее простое время. **Времена группы *CONTINUOUS*.** Настоящее длительное время. Прошедшее длительное время. Будущее длительное время. **Времена группы *PERFECT*.** Настоящее совершенное время. Прошедшее совершенное время. Будущее совершенное время.

Фонетика:

- Правила чтения в английском языке. Сочетания гласных.

Лексика по темам:

- Проведение геодезических работ. Геодезические приборы и системы. Работа с картами и планами участка. Составление топографических, межевых планов. Проведение землеустроительных работ.

Грамматика:

- Словообразовательные приставки. Совершенные временные формы глаголов в активном залоге. Совершенные временные формы глаголов в пассивном залоге.

Форма контроля: Монологическое высказывание по теме (10-15 предложений). Проверка грамматических упражнений

Литература:

Основные источники:

1. Агабекян И.П. English for managers, учебное пособие, «Прспект», Москва, 2021г.,
2. Агабекян И.П. «Английский язык». Учебное пособие - Ростов-на-Дону, «Феникс», 2021г.- 319с. Средне-профессиональное образование
3. Восковская А.С., Английский язык для экономических колледжей. Учебное пособие, Ростов-на-Дону, «Феникс», 2021г., СПО.
4. Сиротина Т.А., Современный Англо-русский, русско-английский словарь, 4500 слов, грамматика, Ростов-на-Дону, 2021г., издательство «Удача»,

5. Веселова Н.Г., Английский язык для направления «Землеустройство и кадастры», English for specialization «Land use planning and cadastres»: Издательский центр «Академия», 2021 г. – 208с.,

6. Planet of English. Английский язык. Практикум для профессий и специальностей социально-экономического профиля СПО, М., 2021г.

7. Карпова Т. А. «Английский язык для колледжей » - Учебное пособие – М.: - Издательско-торговая корпорация « Дашков и К^о» 2021г.

8. Колесникова Н.Н., Данилова Г.В. , Девяткина Л.Н. «Английский язык для менеджеров» - М.: Издательский центр «Академия», 2021г. – 304стр. Учебник для студентов средних профессиональных учебных заведений.

Дополнительные источники:

1.Агабекян И.П. Английский язык. – Ростов н/Д.: Феникс, 2010. – 319с. – Средне-профессиональное образование.

2.Бонк Н.А., Котий Г.А., Лукьянова Н.А. Учебник английского языка в частях – М.: Деконт+ – ГИС, 2004. – 637с.

3.Мюллер В.К. Англо-русский и русско-английский. – М.: Эксмо, 2008.

4.Агабекян И.П. Английский язык для менеджеров. – Ростов н/Д.: «Феникс», 2008.

5.Голицынский Ю.Б. Разговорный английский. Пособие по разговорной речи. – СПб.: КАРО, 2001. – 416с.

Интернет-ресурсы:

1. www.scirus.com
2. www.ask.com
3. <http://elibrary.ru>
4. www.englishatschool.ru
5. www.1septembr.ru
6. www.britishCounsil.org
7. www.learnenglish.ru

Тема 4.2. Техническая оценка объектов недвижимости.

Количество часов: 6

Вид работы: Самостоятельная работа: выполнение домашней работы по теме, составление монологических и диалогических высказываний, пополнение профессиональной лексики. Перевод текстов, диалогов,

предложений по профессиональной направленности. Использование современных компьютерных технологий и ресурсов сети интернет

Инструктаж: Времена группы *PERFECT CONTINUOUS*. Present Perfect Continuous. Past Perfect Continuous. Future Perfect Continuous. Выполнение грамматических упражнений

Фонетика:

- Правила чтения в английском языке. Особые случаи.

Лексика по темам:

- Обмерка и паспортизация конструкции. Отчетная документация. Инфраструктура местности.

Грамматика:

- Согласование времен. Косвенная речь в утвердительных, вопросительных и повелительных предложениях.

Форма контроля: Монологическое высказывание о компьютерных системах. Проверка грамматических заданий.

Литература:

Основные источники:

1. Агабекян И.П. English for managers, учебное пособие, «Проспект», Москва, 2021г.,
2. Агабекян И.П. «Английский язык». Учебное пособие - Ростов-на-Дону, «Феникс», 2021г.- 319с. Средне-профессиональное образование
3. Восковская А.С., Английский язык для экономических колледжей. Учебное пособие, Ростов-на-Дону, «Феникс», 2021г., СПО.
4. Сиротина Т.А., Современный Англо-русский, русско-английский словарь, 4500 слов, грамматика, Ростов-на-Дону, 2021г., издательство «Удача»,
5. Веселова Н.Г., Английский язык для направления «Землеустройство и кадастры», English for specialization «Land use planning and cadastres»: Издательский центр «Академия», 2021 г. – 208с.,
6. Planet of English. Английский язык. Практикум для профессий и специальностей социально-экономического профиля СПО, М., 2020г.
7. Карпова Т. А. «Английский язык для колледжей » - Учебное пособие – М.: - Издательско-торговая корпорация « Дашков и К°» 2020г.

8. Колесникова Н.Н., Данилова Г.В. , Девяткина Л.Н. «Английский язык для менеджеров» - М.: Издательский центр «Академия», 2021г. – 304стр. Учебник для студентов средних профессиональных учебных заведений.

Дополнительные источники:

1.Агабекян И.П. Английский язык. – Ростов н/Д.: Феникс, 2010. – 319с. – Средне-профессиональное образование.

2.Бонк Н.А., Котий Г.А., Лукьянова Н.А. Учебник английского языка в частях – М.: Деконт+ – ГИС, 2004. – 637с.

3.Мюллер В.К. Англо-русский и русско-английский. – М.: Эксмо, 2008.

4.Агабекян И.П. Английский язык для менеджеров. – Ростов н/Д.: «Феникс», 2008.

5.Голицынский Ю.Б. Разговорный английский. Пособие по разговорной речи. – СПб.: КАРО, 2001. – 416с.

Интернет-ресурсы:

1. www.scirus.com
2. www.ask.com
3. <http://elibrary.ru>
4. www.englishatschool.ru
5. www.1septembr.ru
6. www.britishCounsil.org
7. www.learnenglish.ru

Тема 4.3. Регистрация прав на недвижимость.

Количество часов: 4

Вид работы: Самостоятельная работа: выполнение домашней работы по теме, составление монологических и диалогических высказываний, пополнение профессиональной лексики. Работа с англо-русским и русско-английским словарем и со словарями профессиональной направленности. Работа с текстом из учебника, дополнительной литературы.

Инструктаж: Страдательный залог. Неправильные глаголы. Неправильные глаголы первой группы. Неправильные глаголы второй группы. Подгруппа А. Подгруппа Б. Подгруппа В. Неправильные глаголы третьей группы. Неправильные глаголы четвертой группы.

Фонетика:

- Работа над связностью речи.

Лексика по темам:

- Хранение документов. Использование технических средств в работе.

Ведение электронного документооборота.

Грамматика:

- Типы условных предложений. Условные предложения нулевого и первого типа.

Форма контроля: Проверка написания делового письма

Литература:

Основные источники:

1. Агабекян И.П. English for managers, учебное пособие, «Прспект», Москва, 2020г.,
2. Агабекян И.П. «Английский язык». Учебное пособие - Ростов-на-Дону, «Феникс», 2021г.- 319с. Средне-профессиональное образование
3. Восковская А.С., Английский язык для экономических колледжей. Учебное пособие, Ростов-на-Дону, «Феникс», 2021г., СПО.
4. Сиротина Т.А., Современный Англо-русский, русско-английский словарь, 4500 слов, грамматика, Ростов-на-Дону, 2020г., издательство «Удача»,
5. Веселова Н.Г., Английский язык для направления «Землеустройство и кадастры», English for specialization «Land use planning and cadastres»: Издательский центр «Академия», 2021 г. – 208с.,
6. Planet of English. Английский язык. Практикум для профессий и специальностей социально-экономического профиля СПО, М., 2021г.
7. Карпова Т. А. «Английский язык для колледжей » - Учебное пособие – М.: - Издательско-торговая корпорация « Дашков и К°» 2020г.
8. Колесникова Н.Н., Данилова Г.В. , Девяткина Л.Н. «Английский язык для менеджеров» - М.: Издательский центр «Академия», 2021г. – 304стр. Учебник для студентов средних профессиональных учебных заведений.

Дополнительные источники:

1. Агабекян И.П. Английский язык. – Ростов н/Д.: Феникс, 2010. – 319с. – Средне-профессиональное образование.
2. Бонк Н.А., Котий Г.А., Лукьянова Н.А. Учебник английского языка в частях – М.: Деконт+ – ГИС, 2004. – 637с.

3. Мюллер В.К. Англо-русский и русско-английский. – М.: Эксмо, 2008.
4. Агабекян И.П. Английский язык для менеджеров. – Ростов н/Д.: «Феникс», 2008.
5. Голицынский Ю.Б. Разговорный английский. Пособие по разговорной речи. – СПб.: КАРО, 2001. – 416с.

Интернет-ресурсы:

1. www.scirus.com
2. www.ask.com
3. <http://elibrary.ru>
4. www.englishatschool.ru
5. www.1septembr.ru
6. www.britishCounsil.org
7. www.learnenglish.ru

Тема 4.4. Охрана земельных ресурсов и окружающей среды.

Количество часов: 2

Вид работы: Самостоятельная работа: выполнение домашней работы по теме, составление монологических и диалогических высказываний, пополнение профессиональной лексики. Работа с текстом из учебника, дополнительной литературы. Перевод текстов, диалогов, предложений по профессиональной направленности.

Инструктаж: Глагол. Вопросительные предложения. Особенности вопросительных слов. Общие и специальные вопросы. Образование вопросительных предложений. Вопрос к подлежащему.

Лексика по темам:

- Мониторинг земли. Природоохранные мероприятия. Нормативные технические акты и документы, регулирующие использование и охрану окружающей среды.

Грамматика:

- Условные предложения первого, второго и третьего типа. Фразовые глаголы. Идиомы

Форма контроля: Монологическое высказывание по теме.

Проверка грамматических упражнений.

Литература:

Основные источники:

1. Агабекян И.П. English for managers, учебное пособие, «Проспект», Москва, 2020г.,
2. Агабекян И.П. «Английский язык». Учебное пособие - Ростов-на-Дону, «Феникс», 2021г.- 319с. Средне-профессиональное образование
3. Восковская А.С., Английский язык для экономических колледжей. Учебное пособие, Ростов-на-Дону, «Феникс», 2021г., СПО.
4. Сиротина Т.А., Современный Англо-русский, русско-английский словарь, 4500 слов, грамматика, Ростов-на-Дону, 2021г., издательство «Удача»,
5. Веселова Н.Г., Английский язык для направления «Землеустройство и кадастры», English for specialization «Land use planning and cadastres»: Издательский центр «Академия», 2021 г. – 208с.,
6. Planet of English. Английский язык. Практикум для профессий и специальностей социально-экономического профиля СПО, М., 2021г.
7. Карпова Т. А. «Английский язык для колледжей » - Учебное пособие – М.: - Издательско-торговая корпорация « Дашков и К°» 2020г.
8. Колесникова Н.Н., Данилова Г.В. , Девяткина Л.Н. «Английский язык для менеджеров» - М.: Издательский центр «Академия», 2021г. – 304стр. Учебник для студентов средних профессиональных учебных заведений.

Дополнительные источники:

1. Агабекян И.П. Английский язык. – Ростов н/Д.: Феникс, 2010. – 319с. – Средне-профессиональное образование.
2. Бонк Н.А., Котий Г.А., Лукьянова Н.А. Учебник английского языка в частях – М.: Деконт+ – ГИС, 2004. – 637с.
3. Мюллер В.К. Англо-русский и русско-английский. – М.: Эксмо, 2008.
4. Агабекян И.П. Английский язык для менеджеров. – Ростов н/Д.: «Феникс», 2008.
5. Голицынский Ю.Б. Разговорный английский. Пособие по разговорной речи. – СПб.: КАРО, 2001. – 416с.

Интернет-ресурсы:

1. www.scirus.com
2. www.ask.com
3. <http://elibrary.ru>
4. www.englishatschool.ru
5. www.1septembr.ru
6. www.britishCouncil.org

1. Форма самостоятельной работы

1.1. Подготовка сообщений, плана и тезисов ответа.

Цель: совершенствование умения отвечать на вопросы, строить предложения, совершенствование умения говорить в монологической и диалогической форме, при этом систематизируя и повторяя знания по лексике и грамматике, формирование коммуникативной компетенции.

Порядок выполнения самостоятельной работы:

1. Представьте о чем вы будете говорить и составьте план своего высказывания.
2. Прочитайте текст на нужную тему.
3. Выделите из текста материал – слова, словосочетания, предложения, нужные для вашего высказывания, соотнесите его с пунктами плана.
4. Выпишите тезисы ответа, основные предложения, которые передают смысл сообщения.
5. Вспомните, какой еще материал вы можете использовать в своем высказывании и припишите его.
6. Сделайте преобразования, необходимые для передачи материала.
7. Прорепетируйте свое высказывание.
8. Для подготовки сообщений (устных рассказов) необходимо знать определенную лексику и уметь отвечать на вопросы по теме.

1.2. Подготовка презентации.

Цель самостоятельной работы:

1. Развитие коммуникативной компетенции в совокупности с её составляющими: речевая, языковая, социокультурная, компенсаторная.
2. Формирование умения осуществлять как устные, так и письменные формы общения.
3. Совершенствование умения обучающихся самостоятельно решать коммуникативные задачи в различных ситуациях иноязычного общения.
4. Формирование и развитие общеинтеллектуальных умений в процессе организации целенаправленного наблюдения за языковыми умениями.
5. Пробуждение у обучающихся познавательной активности.
6. Стимулирование их общения на изучаемом языке.
7. Воспитание интереса и положительного отношения к изучаемому языку, культуре народа, говорящего на этом языке.
8. Понимание себя как личности, принадлежащей к определённом языковому и культурному сообществу.
9. Понимание важности изучения иностранного языка.
10. Потребность к самообразованию.
11. Творческое воспитание личности.

12. Развитие исследовательских учебных действий, включая навыки работы с информацией.

13. Умение анализировать, выбирать, сравнивать информацию.

14. Ознакомление не только с культурой англоговорящих стран, но и культурой России, своего родного края и вкладом её в мировую цивилизацию.

15. Обеспечение переноса знаний, навыков и умений из других учебных предметов в иностранный язык и наоборот.

Порядок выполнения самостоятельной работы:

1. Осмыслите задание.

2. Осуществите поиск информации с использованием интернет-ресурсов, библиотечных ресурсов, краеведческих материалов, словарей.

3. Обработайте ее.

4. Воспроизведите на английском языке.

5. Подготовьте грамотный, логически законченный рассказ.

6. Подберите иллюстрационный материал к проектам. При подборе иллюстраций используйте метод виртуальной экскурсии.

7. Прорепетируйте свое выступление

Общие требования к презентации:

1. Презентация не должна быть меньше 10 слайдов.

2. Первый лист- это титульный лист, на котором обязательно должны быть представлены: название проекта, название выпускающей организации; фамилия, имя, отчество автора.

3. Следующий слайд- это содержание.

4. Дизайн-эргономические требования: сочетаемость цветов, ограниченное количество объектов на слайде, цвет текста.

5. Последними слайдами презентации должны быть глоссарий и список литературы.

1.3. Подготовка докладов.

Цель самостоятельной работы:

1. Развитие коммуникативной компетенции в совокупности с её составляющими: речевая, языковая, социокультурная, компенсаторная.

2. Формирование умения осуществлять как устные, так и письменные формы общения.

3. Совершенствование умения обучающихся самостоятельно решать коммуникативные задачи в различных ситуациях иноязычного общения.

1. Формирование и развитие общеинтеллектуальных умений в процессе организации целенаправленного наблюдения за языковыми умениями.

2. Пробуждение у обучающихся познавательной активности.

3. Стимулирование их общения на изучаемом языке.

4. Воспитание интереса и положительного отношения к изучаемому языку, культуре народа, говорящего на этом языке.

5. Понимание себя как личности, принадлежащей к определённым языковому и культурному сообществу.
6. Развитие исследовательских учебных действий, включая навыки работы с информацией.
7. Понимание важности изучения иностранного языка.
8. Потребность к самообразованию.
9. Творческое воспитание личности.
10. Умение анализировать, выбирать, сравнивать информацию.
11. Ознакомление не только с культурой англоговорящих стран, но и культурой России, своего родного края и вкладом её в мировую цивилизацию.
12. Обеспечение переноса знаний, навыков и умений из других учебных предметов в иностранный язык и наоборот.

Порядок выполнения самостоятельной работы:

1. Осмыслите задание.
2. Представьте о чем вы будете говорить и составьте план своего доклада.
3. Осуществите поиск информации с использованием интернет-ресурсов, библиотечных ресурсов, краеведческих материалов, словарей, учебников.
4. Обработайте ее.
5. Воспроизведите на английском языке.
6. Подготовьте грамотный, логически законченный доклад.
7. Прорепетируйте свое выступление.
8. При выступлении с докладом необходимо знать новую лексику.
9. Будьте готовы отвечать на различные вопросы.
10. Доклад должен быть оформлен по определенным правилам и состоять из: титульного листа, содержания, введения, основной части, заключения, списка используемой литературы и приложения (гlossарий и список сокращений).
11. Во введении отражается актуальность темы, перечень задач, которые стоят перед автором.
12. В основной части содержится материал по теме, раскрывается проблема, поставленная во введении. Тема раскрывается последовательно и делаются выводы.

1.4.Выполнение перевода текстов с профессиональной лексикой.

Цель самостоятельной работы:

1. Формирование умения переводить (со словарем) иностранные тексты профессиональной направленности.
2. Освоение лексического и грамматического минимума, необходимого для чтения и перевода (со словарем) иностранных текстов профессиональной направленности.

Общие требования к переводу:

Полный письменный перевод – основная форма технического перевода.

Перевод должен точно передавать информацию, содержащуюся в тексте, и при это должен быть грамотно изложен на русском языке.

Порядок выполнения самостоятельной работы:

1. Ознакомиться с оригиналом, внимательно просмотрев его.

Нужно прочитать весь текст, пользуясь по мере надобности рабочими источниками информации: словарями, справочниками, специальной литературой.

2. Сделать черновой перевод текста, последовательно работая над логически выделяемыми частями оригинала по следующей схеме:

А). Выделить законченную по смыслу часть текста (предложение, абзац) и усвоить ее содержание.

Б). Перевести выделенную часть текста, полностью отвлекаясь от оригинала (не глядя в него) и постоянно следя за стилем, т.е. за качеством, единообразием и логикой изложения.

В). Сверить переведенную часть текста с соответствующим местом оригинала, чтобы восполнить пропущенное (имеется в виду фактическая информация, а также другие пропущенные сведения).

3. Окончательно отредактировать перевод, прочитав его про себя, чтобы еще раз проверить качество, единообразие и логику изложения всего перевода и внести необходимые поправки.

1.5. Аналитическая обработка текста (составление аннотаций, составление плана).

Цель самостоятельной работы:

1. Формирование умения читать аутентичные тексты разных стилей: публицистические, художественные, научно-популярные и технические, с использованием основных видов чтения (ознакомительное, изучающее, просмотровое/поисковое) в зависимости от коммуникативной задачи.

2. Формирование умения составлять аннотации, планы текстов.

3. Формирование умения мыслить логически, делать выводы, давать

4. критическую оценку.

Общие требования к аннотации:

1. Аннотационный перевод- это вид перевода, заключающийся в составлении аннотации на другом языке.

2. Аннотация текста – это краткая характеристика оригинала,

3. излагающая его содержание в виде перечня основных вопросов и иногда дающая критическую оценку.

4. Объем аннотационного перевода определяется самим обучающимся, главное дать характеристику текста.

1.6. Написание анкеты, резюме, деловых писем.

Цель:

1. Совершенствовать умение письменно общаться на иностранном языке на профессиональные и повседневные темы.

2. Совершенствовать умение переводить (со словарем) иностранные тексты профессиональной направленности.

3. Освоить лексический и грамматический минимум, необходимый для письменного общения на иностранном языке.

Порядок выполнения самостоятельной работы:

1. Представьте о чем Вы будете писать в письме и составьте план.

2. Прочитайте и переведите образец письма на нужную тему, изучите стандарты его написания.

3. Выделите из текста письма – слова, словосочетания, предложения, нужные для Вашей работы, обороты и фразы, часто встречающиеся в деловой корреспонденции.

4. Выпишите тезисы документа, основные предложения, которые передают смысл письма

5. Вспомните, какой еще материал Вы можете использовать в своем письме и припишите его.

6. Оформите письмо по образцу.