

А.Р.ИСХАКОВ, Р.Ф.МАЛИКОВ



Монографии ученых БГУ

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ  
ТЕХНИЧЕСКОГО ЗРЕНИЯ В  
МОДИФИЦИРОВАННЫХ ДЕСКРИПТИВНЫХ  
АЛГЕБРАХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

УФА 2015

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВПО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. М. АКУЛЛЫ»

А.Р.Исхаков, Р.Ф.Маликов

Моделирование систем технического зрения  
в модифицированных дескриптивных  
алгебрах изображений

Монография

Уфа 2015

УДК 004:519.86

ББК 32.816

И 91

Печатается по решению учебно-методического совета  
Башкирского государственного педагогического университета  
им. М.Акмуллы

Исхаков, А.Р.

Моделирование систем технического зрения в модифицированных дескриптивных алгебрах изображений: Монография [Текст] / А.Р. Исхаков, Р.Ф. Маликов. – Уфа: Изд-во БГПУ, 2015. – 160 с.

В монографии изложен алгебраический подход к математическому моделированию систем технического зрения в модифицированных дескриптивных алгебрах изображений на базе универсальных алгебр. Работа состоит из следующих направлений исследований: математическое представление изображений и операций над ними, модифицированные дескриптивные алгебры изображений на базе универсальных алгебр без операторного кольца, математическое пространство для формализованного описания процессов обработки и анализа изображений. Монографию дополняют материалы по применению систем технического зрения в задачах обнаружения информационных угроз в изображениях и на видео, а также результаты по параметрической оптимизации математических моделей этих систем.

Монография будет полезна научным работникам и специалистам, работающим в области систем технического и компьютерного зрения, оптимизации сложных технических систем, аспирантам и студентам старших курсов.

Рецензенты: Р.М.Асадуллин, д-р физ.-мат. наук, доцент  
(БГПУ им М. Акмуллы)

В.Е.Гвоздев, д-р техн. наук, профессор (УГАТУ)

ISBN 978-5-87978-921-8

©Издательство БГПУ, 2015

© А.Р.Исхаков, Р.Ф.Маликов, 2015

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	5
<b>ГЛАВА 1. СТАНОВЛЕНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО ПОДХОДА К ОБРАБОТКЕ, АНАЛИЗУ И РАСПОЗНАВАНИЮ ИЗОБРАЖЕНИЙ.....</b>	<b>8</b>
1.1. Алгебраический подход к теории обработки, анализа и распознавания изображений.....	8
1.2. Дескриптивный подход к обработке, анализу и пониманию изображений И.Б. Гуревича и В.В. Яшиной.....	18
1.3. Обработка, анализ и распознавание изображений в системах технического зрения.....	22
<b>ГЛАВА 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ОБРАБОТКИ И АНАЛИЗА ИЗОБРАЖЕНИЙ.....</b>	<b>28</b>
2.1. Структурные элементы математических моделей.....	28
2.2. Математические методы моделирования процессов обработки и анализа изображений.....	35
2.2.1. Методы моделирования обработки изображений..	35
2.2.2. Методы моделирования анализа изображений...	51
2.3. Математическая модель системы технического зрения...	67
<b>ГЛАВА 3. ПРОСТРАНСТВА ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ СИСТЕМ ТЕХНИЧЕСКОГО ЗРЕНИЯ.....</b>	<b>71</b>
3.1. Подпространство для обработки черно-белых изображений	71
3.2. Подпространство для обработки полутоновых изображений	83
3.3. Пространство для моделирования процессов обработки изображений.....	89
<b>ГЛАВА 4. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ ТЕХНИЧЕСКОГО ЗРЕНИЯ В МДАИ.....</b>	<b>95</b>
4.1. Описание системы технического зрения.....	95
4.1.1. Классическая архитектура системы технического зрения.....	96
4.1.2. Постановка задачи моделирования и этапы ее решения.....	97
4.2. Математическое моделирование системы технического зрения.....	100

4.2.1. Математическая модель низкого уровня системы технического зрения.....	100
4.2.2. Математическая модель среднего уровня системы технического зрения.....	107
4.2.3. Оптимизация математической модели системы технического зрения.....	111
<b>ГЛАВА 5. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ СИСТЕМ ТЕХНИЧЕСКОГО ЗРЕНИЯ В МОДИФИЦИРОВАННЫХ ДЕСКРИПТИВНЫХ АЛГЕБРАХ ИЗОБРАЖЕНИЙ.....</b>	<b>116</b>
5.1 Разработка функции СТЗ для бесконтактного измерения площади объектов в MATLAB.....	116
5.2 Формализация функции СТЗ в МДАИ.....	120
<b>ГЛАВА 6. СИСТЕМА ОБНАРУЖЕНИЯ ОБЪЕКТОВ НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ И ВИДЕО.....</b>	<b>128</b>
6.1. Введение в концепцию доверенных сетей связи.....	128
6.2. Реализация механизма анализа видео контента монитора обращений.....	132
6.3. Анализ видео файлов с сервера.....	134
6.4. Архитектура системы анализа видео монитора обращений ядра.....	138
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....</b>	<b>141</b>
<b>ЛИТЕРАТУРА.....</b>	<b>149</b>

## Введение

Обработка, анализ и распознавание изображений повседневно используются в нашей жизни в решениях различных задач, в том числе в бесконтактных измерениях при экстремальных условиях, в управлении робототехническими и мехатронными системами, в видеонаблюдении, при автоматической классификации и фасовке на производстве и т.п. Интенсивное развитие теорий цифровой обработки изображений, сред моделирования, специализированных языков программирования и программноаппаратных комплексов позволили сделать технологический скачок в разработке систем компьютерного и технического зрения. Но использование в системах классических архитектур не позволяет сделать синергетический скачок в методологии этого научного направления исследований, что ограничивает человечество в числе применяемых задач и областей. В разные исторические эпохи для разрешения этой фундаментальной проблемы разрабатывались и исследовались различные подходы.

Наиболее перспективным подходом к обработке, анализу и распознаванию изображений до сих пор остается алгебраический подход, развиваемый учеными из Вычислительного центра им. А.А. Дородницына Российской академии наук. В области распознавания образов и анализа изображений «алгебраизация» проходила следующие стадии: математическая морфология (Г.Матерон (Matheron), Ж.Серра (Serra) [1970-е]); алгебра алгоритмов (АИ Ю.И. Журавлева [1970-е]); теория образов (У.Гренандер (Grenander) [1970-е]); теория категорий в области распознавания образов (М.Павел (Pavel) [1970-е]); алгебры изображений (АИ Ж.Серра, С.Стернберга (Sternberg) [1980-е]); стандартная алгебра изображений (АИ Г. Риттера (Ritter) [1990-е]); дескриптивная алгебра изображений (ДАИ И.Гуревича [1990-е]); дескриптивная алгебра изображений с одним кольцом (ДАИ1К И.Гуревича и В.Яшины [2002 и далее]).

В настоящее время аппарат дескриптивного подхода к анализу и пониманию изображений (ДПАИ) представлен совокупностью математических аппаратов дескриптивных алгебр изображений (ДАИ) И.Б. Гуревича и дескриптивных алгебр изображений с одним кольцом (ДАИ1К) В.В. Яшиной. Тенденции и направления развития теории ДПАИ однозначно указывают ориентированность на алгебры с операторным кольцом, что не исключает применения и универсальных алгебр в том числе. Разработка и исследование математического аппарата, описывающего обработку, анализ и понимание



изображений, является одной из фундаментальных задач информатики. С целью ее решения И.Б. Гуревичем была осуществлена специализация алгебраического подхода Ю.И. Журавлева на случай представления исходной информации в виде изображений.

Монография посвящена развитию математического аппарата ДПАИ в виде универсальных алгебр изображений без операторных колец, называемых модифицированными дескриптивными алгебрами изображений (МДАИ). Работа состоит из 5 глав, освещающих основные составляющие теории МДАИ, и описывает этот подход по принципу «от простого к сложному».

В первой главе проводится обзор и сравнительный анализ базовых работ по алгебраизации теории цифровой обработки изображений в хронологическом порядке. Отдельное внимание уделяется дескриптивному подходу к обработке, анализу и пониманию изображений И.Б. Гуревича и В.В. Яшины. Глава заканчивается описанием систем технического зрения, разработанных в СССР.

Вторая глава посвящена математическим основам МДАИ. Здесь формулируются основные структурные элементы математических моделей и вводятся методы моделирования процессов обработки и анализа изображений в рамках уже существующего ДПАИ. Не менее важным моментом этой главы является формулировка математической модели системы технического зрения в виде совокупности двух видов дескриптивных алгебраических схем представления изображений.

Третья глава рассматривает различные виды модифицированных дескриптивных алгебр изображений на базе универсальных алгебр без операторного кольца для черно-белых и полутоновых изображений. Вводится понятие пространства состояний изображений, в котором описываются процедуры обработки изображений и состоящее из вышеупомянутых МДАИ. Эта глава носит объединяющий характер материалов предыдущих глав.

Применение предлагаемого подхода описывается в четвертой главе монографии. Задача заключается в разработке системы технического зрения для распознавания технических изделий на конвейере. СТЗ представлена классической трехуровневой архитектурой. Глава описывает создание математических моделей каждого уровня системы в рамках математического аппарата МДАИ. В четвертой главе формулируется проблема автоматизации создания систем технического зрения и описывается технология ее разрешения.

В пятой главе приводится решение задачи обнаружения объектов на изображениях и видео с применением каскадных классификаторов для проблемы анализа контента в доверенных сетях связи. Материалы носят прикладной характер и позволяют повторить решение этой задачи даже неподготовленному читателю. Задача обнаружения объектов на изображениях и видео является более общей по отношению к задаче из четвертой главы. В настоящее время проводятся исследования по созданию системы технического зрения с применением МДАИ, представляющего альтернативный инструмент технологии каскадных классификаторов.

Монография предназначена для студентов старших курсов специальности «Информационные системы и технологии», преподавателей вузов, инженеров и научных работников, интересующихся проблемами и подходами теории цифровой обработки изображений. Предлагаемый в данной работе подход представляет собой уникальную методологию, построенную на основе научных исследований акад. Ю.И. Журавлева и его учеников – И.Б. Гуревича и В.В. Яшины.



# ГЛАВА 1. СТАНОВЛЕНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО ПОДХОДА К ОБРАБОТКЕ, АНАЛИЗУ И РАСПОЗНАВАНИЮ ИЗОБРАЖЕНИЙ

## 1.1. Алгебраический подход к теории обработки, анализа и распознавания изображений

Автоматизация обработки, анализа, оценивания и понимания информации, представленной в виде изображений, является одной из узловых актуальных проблем теоретической информатики, искусственного интеллекта и теории распознавания образов. Развитие этого направления имеет важное значение для решения прикладных задач, в частности для увеличения разнообразия классов разрешимых задач и существенного увеличения эффективности их решения [5, 11, 22, 36, 54, 65, 67, 69, 70, 86, 91, 95, 102, 113, 119].

Изображение является одним из основных средств представления и передачи информации, необходимой для автоматизации принятия интеллектуальных решений во множестве прикладных областей. К настоящему времени анализ и оценивание изображений накопили обширный опыт применения математических методов из алгебры, геометрии, дискретной математики, математической логики, теории вероятностей, математической статистики, математического анализа, математической теории распознавания образов, цифровой обработки сигналов, оптики [1-123].

Разнообразие применяемых методов не отменяет необходимости иметь некоторую регулярную основу для систематизации и выбора адекватных методов анализа изображений, единообразного представления обрабатываемых данных (изображений), отвечающих требованиям стандартных алгоритмов распознавания к исходной информации, построения математических моделей изображений, ориентированных на задачи распознавания, и в целом наличия некоторого универсального языка для единообразного описания изображений и преобразований над ними.

В рамках указанной проблемы ведущим направлением стала «алгебраизация» обработки, анализа и распознавания изображений, заключающаяся в разработке и исследовании различных алгебр изображений (АИ). Основной целью алгебраического подхода является построение теоретического аппарата, обеспечивающего представление изображений и преобразований над ними в виде алгебраических структур, позволяющих использовать в

анализе и распознавании изображений математические методы [34, 35, 38, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 89, 124-151].

В области распознавания образов и анализа изображений были выявлены следующие основные стадии «алгебраизации»: математическая морфология (Г.Матерон (Matheron), Ж.Серра (Serra) [1970-е]); алгебра алгоритмов (Ю.И. Журавлев [1970-е]); теория образов (У.Гренандер (Grenander) [1970-е]); теория категорий в области распознавания образов (М.Павел (Pavel) [1970-е]); АИ (Ж.Серра, С.Стернберг (Sternberg) [1980-е]); стандартная АИ (Г. Риттер (Ritter) [1990-е]); ДАИ (И.Гуревич [1990-е]); ДАИ1К (И.Гуревич, В.Яшина [2002 и далее]).

Задачи, объединяемые под названием «распознавание образов», очень разнообразны и не существует универсального подхода к их решению. Было предложено несколько довольно общих теорий, позволяющих решать многие задачи, однако применение их результатов до сих пор затруднительно; много теоретических результатов получено для специальных случаев и подзадач [3, 12, 25, 26, 29, 30, 31, 32, 37, 53, 60, 68, 71, 72, 73, 78, 81, 87, 101, 103, 104, 107, 108, 116].

Общепринятым методом стандартизации в прикладной математике и информатике является построение и использование математических и имитационных моделей изучаемых объектов и процедур, используемых для их преобразования. Интерес к формальным описаниям – моделям исходных данных - и к формализации описаний процедур их преобразования возник в распознавании образов и особенно в распознавании изображений в 1960-х годах в значительной мере в связи с необходимостью решения сложных задач распознавания и развитием структурных методов распознавания и специализированных языков изображений. В дальнейшем развитие математической теории распознавания образов и в определенной степени математической теории анализа и распознавания изображений проходило по двум параллельным, по сути взаимосвязанным направлениям: а) разработка, формализация, исследование и оптимизация методов представления исходной информации в задачах распознавания; б) разработка, формализация, исследование и оптимизация методов преобразования исходной информации, обеспечивающих собственно решение задач распознавания [3, 12, 25, 26, 29, 30, 31, 32, 37, 53, 60, 68, 71, 72, 73, 78, 81, 87, 101, 103, 104, 107, 108, 116].

На начальном этапе развития распознавания образов в 1960-е годы преобладало дескриптивное направление, связанное преимущественно с

попытками «удобного» представления исходной информации, главным образом в связи с решением задач анализа и распознавания изображений. Естественным следствием развития этих исследований явилось появление структурных (синтаксических) методов распознавания и лингвистических средств их поддержки. Среди существенных достижений «дескриптивного» направления отметим работы А.Розенфелда (Rosenfeld), Т.Эванса (Evans), Р.Нарасимхана (Narasimhan), Р.Кирша (Kirsh), А.Шоу (Shaw), Г.Варроу (Barrow), Ф.Эмблера (Ambler) и Р.Бэрстолла (Burstall), С.Кейнеффа (Kaneff), К.С.Фу (Fu). Р.Нарасимхан впервые предложил формализацию понятия изображение.

В 1970-е годы академик Ю.И.Журавлев предложил т.н. «Алгебраический подход к задачам распознавания и классификации», в котором определил методы формализации описания эвристических алгоритмов распознавания образов, предложил универсальную структуру алгоритма распознавания и развил и обосновал алгебраические методы синтеза алгоритмов распознавания, обеспечивающих решение поставленной задачи [45-52].

В 1970-е годы У.Гренандер сформулировал «Теорию образов», в которой рассмотрел методы представления и преобразования информации в задачах распознавания в терминах регулярных комбинаторных структур с использованием алгебраического и вероятностного аппаратов [29-32].

В рамках научной школы академика Ю.И.Журавлева существенные результаты в алгебраическом направлении были получены академиком В.Л.Матросовым, член-корреспондент РАН К.В.Рудаков развил категорный подход к решению задачи распознавания образов, д-р.ф.-м.н. В.Д.Мазуров предложил и обосновал метод комитетов [72, 89].

Помимо основополагающих работ Ю.И.Журавлева по алгебре алгоритмов распознавания в отечественной школе распознавания было выполнено значительное количество работ, посвященных алгебраическим методам анализа и оценивания информации, представленной в виде сигналов, в частности, д-р.т.н. В.Г.Лабунец, д-р.ф.-м.н. Ю.П.Пытьев, д-р.т.н. И.Н.Синицын, д-р.т.н. Я.А.Фурман, д-р.ф.-м.н. В.М.Чернов [45-52, 109].

Переход от алгебры алгоритмов распознавания образов к алгебре алгоритмов распознавания изображений требует выбора, во-первых, алгоритмов, используемых в качестве элементов алгебры, во-вторых, алгебраических представлений самих изображений, позволяющих формализовать задачу выбора признаков. В этой связи стоит отметить работу

М.И.Шлезингера по двумерным грамматикам: на основании представлений изображений двумерными грамматиками предложена единая формулировка для таких задач обработки и распознавания изображений, которые ранее представлялись существенно различными. Исследована вычислительная сложность сформулированной задачи в ее общей постановке. Отбор представлений целесообразно проводить с учетом возможности объединения входной информации и алгоритмов разных типов. В англоязычной литературе для обозначения комбинирования классификаторов такого рода используется термин *Multiple Classifiers* (мультиалгоритмические классификаторы). В последнее время получены достаточно интересные результаты в области теоретико-информационного анализа комбинированных классификаторов, разработки конкретных стратегий слияния алгоритмов, использованию методов теории кодирования в томографии [45-52].

Далее в данном разделе внимание уделяется двум основополагающим теориям — «Алгебраическому подходу к задачам распознавания и классификации» Ю.И. Журавлева (описание алгоритмов распознавания образов в виде алгебры алгоритмов) и «Теории образов» У.Гренандера (описание исходных данных как объектов анализа) [45-52, 29-32].

Идея создания некоей единой теории, охватывающей различные подходы и операции, используемые в обработке изображений и сигналов, имеет определенную историю, в которой существенную роль сыграли работы фон Неймана (Neumann), продолженные С.Ангером (Unger), М.Даффом (Duff), Г.Матероном (Matheron), Г.Риттером, Ж.Серра, С.Стернбергом и другими. В значительной мере попытки создания формального аппарата, обеспечивающего единообразное и компактное представление процедур обработки и анализа изображений, инспирировались практическими потребностями эффективной реализации алгоритмических средств обработки и анализа изображений на ЭВМ со специализированными архитектурами, в частности, клеточными и параллельными [92-94].

Идея построения унифицированного языка для понятий и операций, используемых в обработке изображений, появилась впервые в работах С.Ангера, который предложил распараллеливать алгоритмы обработки и анализа изображений на компьютерах с клеточной архитектурой.

Разработчики параллельных архитектур для обработки изображений считали, что обширные классы преобразований изображений поддаются описанию с помощью небольших наборов стандартных правил,

порождающих соответствующие архитектуры. Многие операции, реализуемые на машинах с клеточными архитектурами, действительно можно было представить через простые элементарные операции. Последние послужили основой для построения формализма, обеспечивающего представление значительного числа алгоритмов обработки и анализа изображений. Этим формализмом явилась математическая морфология и арифметика, определенная на окрестностях пикселей.

Математическая морфология, развитая Г.Матероном и Ж.Серра, стала отправной точкой новой математической волны в обработке и анализе изображений. Ж.Серра и С.Стернбергу впервые удалось построить на основе математической морфологии целостную алгебраическую теорию обработки и анализа изображений (АИ). Ее теоретическими истоками являлись теория автоматов и конечных машин фон Неймана и стандартная математическая морфология [92-94, ].

Считается, что именно С.Стернберг ввел термин "алгебра изображений" в общепринятом в настоящее время смысле. (Отметим, что У.Гренандер использовал это понятие еще в 1970-е годы, однако речь шла о другой алгебраической конструкции). В рамках этого направления выполнено и продолжает выполняться множество работ, посвященных разработке специализированных алгебраических конструкций, реализующих или совершенствующих методы математической морфологии.

В дальнейшем вплоть до середины 1990-х годов интерес к дескриптивным и алгебраическим аспектам анализа изображений несколько угас. Окончательное оформление идея АИ получила в виде стандартной АИ Г.Риттера (алгебраическое представление операций обработки и анализа изображений).

ДАИ представляет собой новую АИ, обеспечивающую возможность оперировать как с основными моделями изображений, так и с основными моделями тех процедур преобразования, которые обеспечивают эффективный синтез и реализацию базовых процедур формального описания, обработки, анализа и распознавания изображений. ДАИ была введена И.Б.Гуревичем и развивается им и его учениками [124-151].

Библиографический анализ позволил выделить следующие этапы алгебраизации в области анализа изображений: фон Нейман (теория автоматов и конечных машин); С. Ангер (исследования итерационных преобразований изображений в клеточном пространстве); К.Е.Бэтчер (Batcher), М. Дафф, К.Н. Мэтьюс (Matthews), Д. Ватсон (Watson), Т.Фаунтэйн (Fountain), и Г.Шоу

(Shaw) (клеточный логический массив для обработки изображений, специальные клеточные компьютерные архитектуры для обработки образов); А.Розенфельд (A.Rosenfeld) (цифровая топология); Х.Минковский (Minkowski) и Х.Хэндвайгер (Hadwiger) (арифметика соседних пикселей и математическая морфология); Г. Матерон, Ж.Серра, С.Стернберг (последовательная алгебраическая теория, созданная специально для обработки и анализа изображений — математическая морфология); С.Стернберг (первый раз использовал термин «алгебра изображений»); П. Марагос (Maragos) (ввел новую теорию, объединяющую большой класс линейных и нелинейных систем, на основе теории математической морфологии); JL Дэвидсон (Davidson) (алгебра решеток, по-другому известная как Минимум-Максимум алгебра); Г.Риттер (AI); И.Б. Гуревич (ДАИ); современные работы в области математической морфологии и AI [124-151].

Математическая морфология является одной из первых попыток создать теоретический аппарат, позволяющий описать многие распространенные операции обработки изображений в виде композиции достаточно малого набора стандартных простых локальных операций и правил. Такие представления позволяют формализовать выбор процедур обработки изображений и удобны с точки зрения реализации на параллельных архитектурах. Возможно, именно успех математической морфологии вызвал множество попыток алгебраизации как в области представления алгоритмов, так и в смежных областях. Основным понятием математической морфологии является понятие структурирующего элемента. Структурирующим элементом является некоторая локальная конфигурация, как правило, достаточно простой формы, центр (точка отсчета) которой помещается последовательно (или параллельно) во все точки изображения. Новое значение каждой точки вычисляется на основе значений в точках ее окрестности, накрытой структурирующим элементом [124-151].

Математическая морфология является эффективным средством для унифицированного представления локальных операций обработки, анализа и распознавания изображений в терминах алгебры над множествами. Она дает возможность описать алгоритмы преобразований изображений в терминах четырех основных локальных операций — эрозии, дилатации, открытия и закрытия, причем базис образуют любые две из них, а две остальные легко выражаются через этот базис. Это оказывается очень удобным для разработки систем программного обеспечения, в которых пользователь может быстро строить искомые алгоритмы из базисных блоков.

Морфологические операторы сравнительно просты и допускают естественную физическую трактовку. При эрозии происходит удаление границ объекта. Дилатация соответствует эрозии фона. Локальный характер этих операций дает возможность их эффективной параллельной реализации.

Математическая морфология получила широкое распространение в решении задач предварительной обработки изображений, в частности, в улучшении качества изображений, фильтрации, сегментации и построении представлений, удобных для распознавания [124-151].

Наиболее распространенное применение математической морфологии в анализе изображений – сегментация. Для сегментации разработано множество эффективных морфологических алгоритмов, основанных преимущественно на методе водораздела. Эти методы дают возможность строить удобные для дальнейшей обработки представления изображений, например, в виде графов и получили широкое практическое применение [124-151].

В качестве примеров применения математической морфологии для других задач обработки изображений следует отметить работы по обнаружению яркостных переходов, определению границ объектов, выделению остовов и предварительному анализу формы объектов. Поскольку морфологические операции обеспечивают оценку формы объектов на изображении лучше, чем стандартные операции, применяемые в обработке сигналов, они широко используются в системах машинного зрения для идентификации объектов и дефектов по изображениям [124-151].

Математическая морфология является эффективным средством выделения признаков, причем признаки, используемые для описания объектов на изображении, это, как правило, дескрипторы форм и размеров объектов. Методы математической морфологии используются также для решения важной задачи – построение пирамидального представления изображений [124-151].

Узким местом при применении методов математической морфологии в распознавании изображений является выбор конкретной последовательности морфологических операций и структурирующих элементов. Как правило, выбор осуществляется на основе общих представлений о характере изображений и задач. Недостатки такого подхода очевидны: во-первых, он является субъективным, и успех его в значительной мере зависит от опыта разработчика, во-вторых, он предназначен для решения строго определенного узкого класса задач [124-151].



Среди формализованных подходов к построению процедур математической морфологии следует отметить метод, основанный на логическом синтезе. Идея метода заключается в замене операций математической морфологии логическими операторами. Такая замена дает возможность применить процедуры минимизации логических высказываний, однако ее практическая реализация связана с достаточно существенными трудностями [124-151].

На основе операций математической морфологии С.Стернберг ввел понятие "алгебра изображений". Используя развитую Т.Матероном и Ж.Серра бинарную теорию операций, он создал алгебру для анализа изображений. Под алгеброй изображений понимается представление алгоритмов обработки изображений клеточного компьютера в виде алгебраических выражений, переменными которых являются изображения, а операциями логические или геометрические преобразования изображений [124-151].

Ключевым шагом в развитии математической морфологии было обобщение С.Стернберга, показавшего, что морфологические операции можно применять не только к бинарным изображениям, но и к тоновым изображениям [124-151].

Основной идеей создания АИ является построение унифицированной теории для различных понятий и операций, используемых в обработке изображений. Известно, что математическая морфология идеально выполняет задачи фильтрации изображений и универсальна для обработки однородных по структуре изображений, но для неоднородных изображений и таких важных преобразований линейной алгебры, как, например, поворот, преобразование Фурье, свертка, математическая морфология оказывается неприменима [34, 35, 45-52].

Невозможность построения универсальной алгебры для задач обработки изображений на основе морфологической АИ объясняется ограниченностью базиса, образуемого теоретико-множественными операциями сложения и вычитания по Х.Минковскому. Известно, что данный базис обладает следующими недостатками: 1) сложная реализация широко используемых операций обработки изображений; 2) невозможность установить соответствие между операциями математической морфологии и линейной алгебры; 3) невозможность использования математической морфологии для преобразований между различными алгебраическими структурами, в частности множествами, включающими действительные и комплексные числа и векторные величины.

Морфологическая алгебра легла в основу нескольких АИ с более сложной структурой операций (стандартная алгебра изображений Г.Риттера, однородная алгебра). При этом в каждой из алгебр отмечается важная роль морфологических операций. Окончательное оформление идея АИ получила в виде стандартной АИ Г.Риттера [124-151].

Под стандартной алгеброй изображений подразумевается гетерогенная (неоднородная), или многозначная алгебра в смысле Г.Биркгоффа (Birkhoff) и Ж.Д.Липсона (Lipson) со сложной структурой элементов и операций, если основными элементами являются изображения (множество точек), и значения и характеристики, связанные с этими изображениями (множество значений, связанных с этими точками). Основополагающими элементами АИ являются изображения и темплейты [61, 62, 63, 64, 66, 92, 93, 94].

Темплейты – это изображения, множеством значений которых являются множества изображений. Понятие темплейта, как оно вводится и используется в АИ Г.Риттера, объединяет и обобщает известные концепции эталонов, масок, окон и функции близости в одном обобщающем математическом объекте и, в сущности, обобщает понятие структурирующего элемента. Вводимые над темплейтами операции играют решающую роль в большинстве алгоритмов, позволяя значительно сокращать текст программы: сложные операции обработки изображений разбиваются на ряд параллельных простейших операций, что позволяет значительно уменьшить временные затраты на вычисления [124-151].

Алгебраический аппарат, предложенный Г.Риттером, позволяет не только объединить в своих рамках математическую морфологию и линейную алгебру, но и создавать на базе своих объектов новые операции [124-151].

Благодаря почти полному отсутствию ограничений на множества координат и множества принимаемых значений у основных элементов – изображений и темплейтов, – стандартная АИ представляет собой практически универсальный аппарат для работы с изображениями. Набор базовых операций позволяет описать широкий класс преобразований например, результат применения операций между темплейтами и изображениями может отличаться от входного изображения не только по форме и размеру, но и по размерности пространства. Один из основных объектов стандартной АИ темплейт- является очень удобным средством при описании параллельных процессов обработки изображений. Важным классом преобразований АИ являются рекурсивные преобразования,

которые записываются с помощью рекурсивных темплейтов<sup>б</sup> и операций над рекурсивными темплейтами [124-151].

АИ Г.Риттера является наиболее детализированным из известных в настоящее время подходов к описанию операций над изображениями в терминах алгебраических операций над базисными операциями с простой структурой. Она дает возможность формализации алгоритмов обработки изображений на разных уровнях как с целью их прозрачного и ясного представления, так и с целью адаптации к параллельным и распределенным архитектурам [124-151].

В рамках данного подхода реализованы эффективные алгоритмы предварительной обработки изображений (усиление изображений, обнаружение яркостных переходов, дискретизация по порогу, утоньшение и выделение остовов, выделение связанных компонент), морфологических преобразований, линейных и интегральных преобразований, сопоставления и обнаружения форм.

Стандартная АИ имеет много общего с линейной алгеброй. Вследствие того, что операции и элементы линейной алгебры всегда могут быть представлены через элементы и операции стандартной алгебры, любое линейное преобразование может быть записано в терминах АИ с помощью разложения темплейтов. Проблема разложения темплейтов изучалась в работе [124-151].

АИ Г.Риттера обобщает известные локальные методы анализа изображений, в частности, математическую морфологию, и обеспечивает следующие преимущества по сравнению с математической морфологией: 1) позволяет работать как с действительными, так и с комплексными величинами; 2) позволяет включать в исходные данные как скалярные, так и векторные данные; 3) обеспечивает соответствие структур АИ и линейных структур; 4) обеспечивает более точное и полное описание своих операций и элементов; 5) с помощью специальной структуры «темплейт» сложные операции обработки изображений разбиваются на ряд параллельных простейших операций. АИ является удобным средством для формирования базисного набора операций для единой алгебраической схемы представления, анализа и распознавания изображений. Узким местом при применении методов АИ в распознавании изображений является выбор последовательности алгебраических операций и «темплейтов» для представления сложных операций обработки изображений [124-151].

АИ Г.Риттера и математическая морфология способствовали дальнейшему развитию алгебраической теории, в том числе необходимо отметить работы по изучению математических решеток для создания АИ [124-151].

## **1.2. Дескриптивный подход к обработке, анализу и пониманию изображений И.Б. Гуревича и В.В. Яшиной**

Алгебры как частный случай алгебраических систем представляют собой упорядоченную пару основного множества и множества главных операций. Эти операции определяются с точностью до изоморфизма и обладают свойством замкнутости на основном множестве. К основному же множеству алгебры такого рода требования не выдвигаются. Последнее означает, что элементами алгебры могут быть и сами главные операции, и характеристики элементов. Выбор элементов основного множества алгебры обуславливается самой предметной областью. Такого рода алгебры являются специализированными и требуют отдельного изучения. «Алгебраизация» теории распознавания образов, а также в анализе и распознавании изображений является ярким примером применения алгебраического подхода к задачам этих предметных областей [34, 35, 38, 45, 46, 47, 48, 49].

Разрабатываемый формальный аппарат для предметных областей должен обеспечивать единообразное и компактное представление процедур обработки и анализа изображений. В то же время сформулированные требования к формальной системе для представления и преобразования изображений образуют жесткую систему условий выбора как элементов основного множества алгебры, так и главных операций [45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 89, 124-151]:

1. В качестве объектов могут использоваться точки, множества, модели, преобразования морфизмы;
2. Каждый объект является иерархической структурой, построенной с помощью некоторых преобразований из элементарных объектов;
3. Каждое преобразование является иерархической структурой, построенной с помощью некоторых преобразований из набора базисных преобразований.

Аналогичным образом выдвигаются требования и к возможностям самой формальной системы [124-151]:

1. Построение формальных конструкций, позволяющих использовать в обработке, анализе и распознавании изображений методы, заимствованные из различных областей математики и информатики;
2. Построение точных и компактных описаний изображений, удобных как с точки зрения интерпретации производимых действий, так и с точки зрения разработки новых методов;
3. Описание преобразований над изображениями в виде компактных наборов простых преобразований в машинезависимой форме и в форме, адаптированной к конкретным архитектурам;
4. Создание специализированных подязыков для описания изображений и преобразования над ними в отдельных классах задач распознавания и оценивания изображений;
5. Повышение эффективности программной реализации;
6. Выбор языков программирования, наиболее эффективных в работе с формальными конструкциями, описывающими известные алгоритмы обработки, анализа и распознавания изображений.

Как предполагается, разрабатываемая формальная система должна представлять специальный класс алгебр, в пределах которых возможно определять одни элементы основных множеств в виде комбинации других элементов. Причем элементы алгебр могут быть самой разнообразной природы – от простейших математических объектов до достаточно сложных [124-151].

Согласно авторам этого подхода такая формальная система обладает следующими основными преимуществами [124-151]:

1. Построение унифицированных представлений для описания изображений;
2. Эффективность перехода от входной информации в виде изображений к различным формальным моделям изображений;
3. Естественность объединения алгебраического представления информации с разработанным и успешно применяемым алгебраическим аппаратом распознавания образов;
4. Возможность использования методов математического моделирования, применяемых в тех прикладных областях, к которым относятся обрабатываемые изображения;
5. Возможность использования описаний изображений в виде теоретико-групповых представлений;
6. Естественность объединения методов структурного анализа изображений с аппаратом вероятностного анализа;

7. Возможность формализованного описания для задач распараллеливания с учетом специфики конкретных вычислительных архитектур.

Дескриптивный подход к анализу и пониманию изображений (ДПАИ) предложен в качестве концептуальной и логической основы анализа и распознавания изображений. Его основу составляют [124-151]:

1. Методы анализа и распознавания изображений;
2. Методы, приведения изображений к виду, удобному для распознавания;
3. Понятийную систему анализа и распознавания изображений;
4. Характеризацию пространства изображений, как совокупность типов предложений, возникающих в процессе их приведения к виду, удобному для распознавания;
5. Классы дескриптивных моделей изображений;
6. Постановки задачи анализа и распознавания изображений;
7. Базовую модель процесса распознавания изображений.

Основными объектами и средствами ДПАИ являются: изображения, универсальный язык (ДАИ), модели двух типов (модели изображений и модели процедур решения задач распознавания изображений и их реализации в виде алгоритмических схем). Базовыми составляющими ДПАИ являются [124-151]:

1. Концептуализация и формализация фаз, которые проходит изображение в процессе преобразования при решении задачи распознавания;
2. Классификация и спецификация допустимых моделей изображений (ДМИ);
3. Алгебраический язык для описания моделей изображений и процедур их построения и преобразования на языке ДАИ;
4. Постановки задач анализа и распознавания изображений и модель процесса решения стандартной задачи распознавания изображений.

ДПАИ основывается на [124-151]:

1. Дескриптивной модели задачи распознавания изображений;
2. Специальных математических постановках задач анализа и распознавания изображений (операции анализа и распознавания изображений записываются в терминах средств специализированных алгебр);
3. Приведение изображений к виду удобному для распознавания (ПВУР);
4. «Алгебраизация» извлечения знаний из изображений;

5. Порождающий принцип и базис преобразований и моделей (описание изображения строится как иерархическая структура, образованная более простыми объектами);
6. Множественности моделей изображений (мультимодельных и многоаспектных представлениях изображений, позволяющих выбирать и изменять в процессе распознавания нужную степень подробности описания объекта распознавания);
7. Введение знаний в процессы извлечения знаний из изображений.

В ДПАИ используется механизм реверсивного алгебраического замыкания для определения дескриптивной модели задачи распознавания изображений. В результате применения этого механизма образуются множества преобразований анализа и информационных матриц, которые образуют некоторые алгебры. Математическая проблематика, возникающая вокруг этой модели, связана с изучением свойств указанных алгебр и близка проблематике алгебраического подхода к распознаванию. В настоящее время развитие математической теории идет по пути ее «алгебраизации» на основе Алгебраического подхода к задачам распознавания и классификации и его специализации на случай представления исходной информации в виде изображений – ДПАИ. Основными инструментами ДПАИ являются ДАИ, ДМИ и мультимодельные и многоаспектные представления изображений на основе порождающих дескриптивных деревьев (ПДД) [124-151].

ДАИ выбраны в ДПАИ в качестве алгебраического языка для описания, сравнения и стандартизации алгоритмов анализа, обработки и распознавания изображений. Они позволяют объединять и стандартизировать процедуры построения и обработки моделей изображений и их преобразований. Задачи, объекты и преобразования, рассматриваемые при извлечении информации из изображений, задаются иерархическими структурами, построенными путем применения операций ДАИ к множеству неприводимых задач, неприводимых элементов изображений и базисных преобразований. При таком подходе существует возможность варьировать методы решения подзадачи, используя операции анализа изображений в качестве элементов ДАИ, сохраняя в целом схему технологии извлечения информации из изображений. Место ДАИ среди основных разновидностей алгебр иллюстрируется на рисунке 1.1 [124-151].



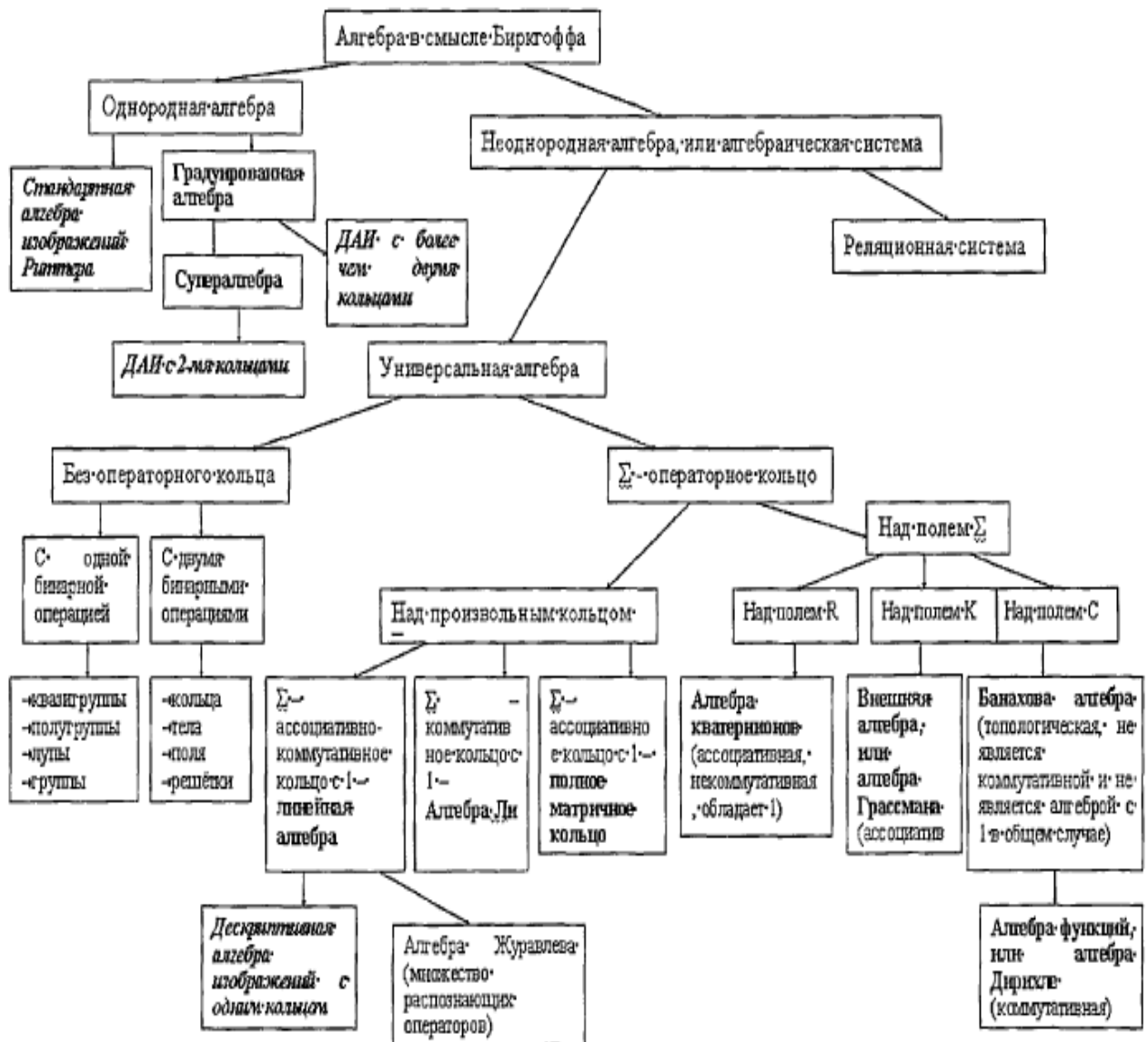


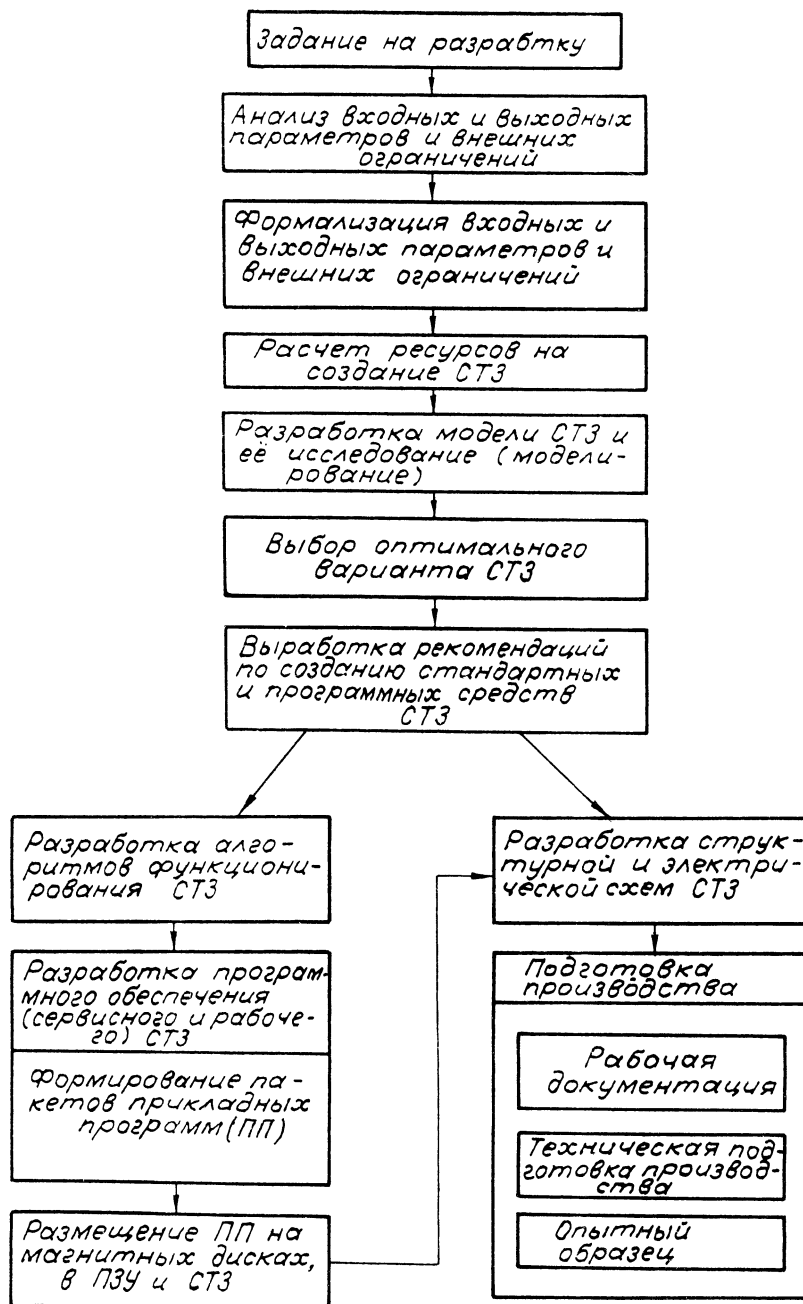
Рис. 1.1. Классификация алгебр

## 1.2. Обработка, анализ и распознавание изображений в системах технического зрения

К концу 90-х годов XX века сформировалась общая система взглядов, в дальнейшем вытекшая в концепцию автоматизации проектирования автоматизированных систем обработки изображений (АСОИ), в частности, и систем технического зрения. Согласно этой концепции совокупность этапов проектирования направлена на решение задачи создания СТЗ, функционирующих в заданной среде по разработанным алгоритмам (рис. 1.2) [16, 75, 85, 110].

Начальным этапом проектирования является задание на разработку, которое представляет набор входных параметров, внешних ограничений и требования к выходным параметрам СТЗ. Следующим шагом является анализ

ВХОДНЫХ И ВЫХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ И ВНЕШНИХ ОГРАНИЧЕНИЙ [16, 75, 85, 110, 117, 118].



**Рис. 1.2.** Схема автоматического моделирования и проектирования СТЗ

Для систем автоматизированного проектирования СТЗ (САПР СТЗ) обычно используются следующие входные параметры: 1) тип и количество датчиков изображений; 2) число градаций яркости и цветов изображения; 3) размер и количество считываемых кадров; 4) режим работы СТЗ; 5) точность считывания видеоинформации; 6) быстродействие работы СТЗ; 7) объем памяти СТЗ; 8) характеристики используемой ЭВМ и мониторов; 9) стоимость

блоком СТЗ; 10) габаритные размеры блоков СТЗ; 11) скорость движения рабочей сцены [16, 75, 85, 110, 117, 118].

К внешним ограничениям относятся: 1) контрастность изображения; 2) запыленность рабочей сцены; 3) освещенность рабочей сцены; 4) температура. В качестве выходных параметров рассматриваются рекомендации по созданию аппаратных и программных средств СТЗ, алгоритмов функционирования и схем СТЗ. Следующим этапом проектирования является формализация входных и выходных параметров и внешних ограничений. В дальнейшем, используя методы сетевого планирования и логического ранжирования проводится расчет ресурсов на создание СТЗ, например, затрат времени и средств [16, 75, 85, 110, 117, 118].

На этапе создания модели СТЗ и ее исследования обычно разрабатываются: 1) содержательные модели; 2) математические модели подсистем СТЗ и все системы в целом (логические формулы, дифференциальные, интегральные, алгебраические уравнения, вероятностные описания случайных событий, величин, процессов и полей, критериев оптимальности, функционалов и т.п.); 3) методов и алгоритмов имитационного моделирования и проверки адекватности моделей. Этот этап предназначен для прогнозирования характеристик и оценивания возможных вариантов решений, проверки соответствия сформулированным требованиям, оптимизации параметров и т.д.

Затем проводится выбор оптимального варианта СТЗ по критериям оптимальности на основе построенной модели СТЗ. Для этого обычно используют базы данных, содержащих описания известных типовых решений задач синтеза СТЗ, методы и алгоритмы обработки данных. После выбора оптимального варианта СТЗ (модели) осуществляется разработка структурной, функциональной и электрических схем СТЗ и алгоритмов функционирования и программного обеспечения СТЗ [16, 75, 85, 110, 117, 118].

Таким образом, САПР СТЗ включает в себя следующие основные вопросы: 1) создание моделирующих установок (АСОИ), позволяющих моделировать различные алгоритмы анализа видеоинформации; 2) синтез и анализ математических моделей СТЗ; 3) разработку технических программно-аппаратных средств проектирования. Для повышения производительности работы АСОИ можно в настоящее время использовать высокопроизводительные системы, системы распределенных вычислений, технологии облачных вычислений, вплоть до ДНК-машин.

Структура АСОИ может иметь различную реализацию. Например, одним из первых АСОИ в СССР, ориентированных на проектирование СТЗ и

отработку схем исполнительных механизмов, являлась моделирующая система, разработанная в ИК АН СССР (рис. 1.3) [16, 75, 85, 110, 117, 118].

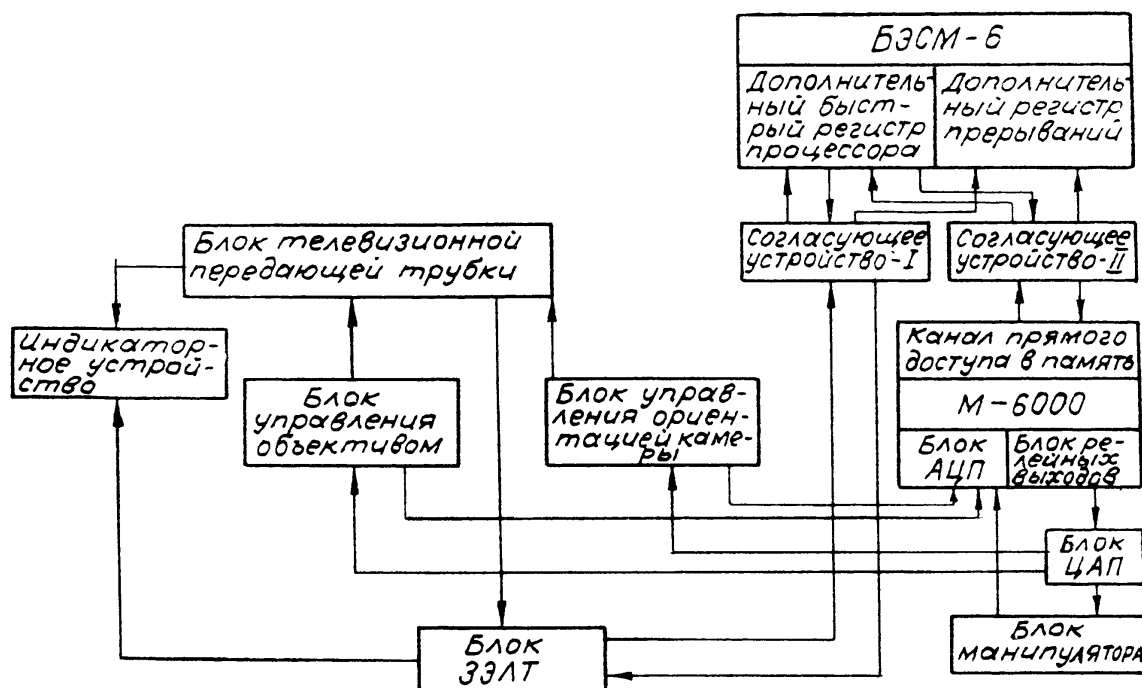
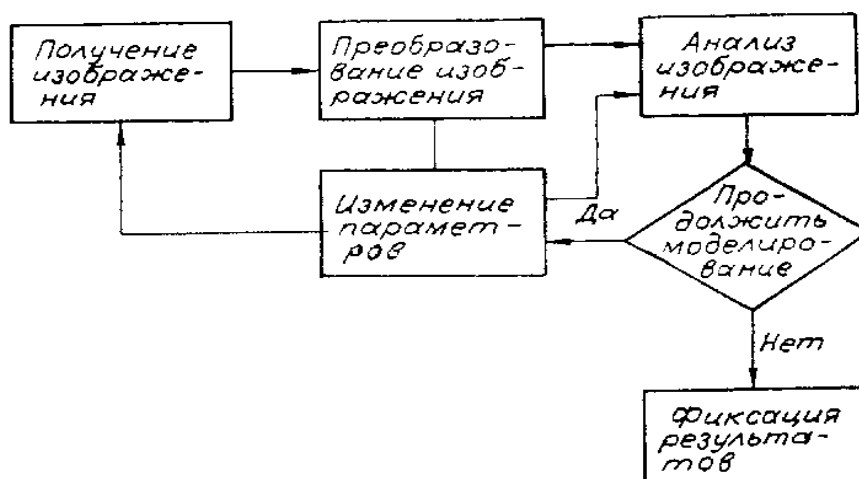


Рис. 1.3. Структурная схема АСОИ в СССР

В данном случае, программы, входящие в состав проблемно ориентированного математического обеспечения системы моделирования, содержали: 1) программы ввода-вывода в ЭВМ и предварительной обработки изображений; 2) подпрограммы описания объемных сцен, составленных из многогранников, по плоским изображениям сцены; 3) подпрограммы имитационного моделирования изображений объемной сцены [16, 75, 85, 110, 117, 118].

Вариант АСОИ, реализованный в стандарте КАМАК, позволял (рис.1.3): 1) выбрать источники излучения, приемную оптическую систему, параметры приемника оптического излучения и электронного тракта обработки сигнала оптической информации; 2) оценить эффективность методов получения преобразования и анализа изображений; 3) определить методические и инструментальные погрешности измерения параметров объекта; 4) оформить документально результаты моделирования и расчета СТЗ [16, 75, 85, 110, 117, 118].



**Рис. 1.4.** Схема функционирования варианта АСОИ

В АОСИ процесс математического моделирования состоит из следующих этапов: 1) формирование рабочей сцены с моделированием яркостного распределения, учитывающий закон линейного пространственного изменения освещенности; 2) моделирование оптической системы и оптического приемника излучения; 3) моделирование устройства получения цифрового изображения. Формирование рабочей сцены для СТЗ осуществляется путем выполнения последовательности операций задания графических образов объектов, где каждой модели задается коэффициент его отражения, равный от 0% до 100%. Процесс моделирования оптической системы и приемника оптического излучателя делится на: 1) получение изображения, определяющего освещенность чувствительного слоя приемника оптической информации; 2) моделирование искажений светопередачи оптической системы в зависимости от апертурного угла; 3) моделирование функции рассеивания оптической системы; 4) моделирование преобразования светового сигнала в электрический в приемнике излучения типа ПЗС; 5) моделирование аддитивного непрерывного шума. Ясно, что в данном случае проводится моделирование физических процессов в СТЗ [16, 75, 85, 110, 117, 118].

Математическая модель СТЗ обуславливается типом, техническими характеристиками и условиями эксплуатации СТЗ. При синтезе и анализе математической модели используются различные методы математического описания устройства, например, методами теории автоматического управления. Другим примером метода математического моделирования является метод, ориентированный на математическое представление алгоритмов работы СТЗ. Суть этого метода заключается в том, что СТЗ представляется в виде совокупности функциональных блоков, описывающих работу зрительной системы. Данный метод был использован в системе МАРС. Математическая

модель компонента в модельном методе представляет собой функциональное уравнение компонента относительно переменных и их производных на его выводах. При моделировании в системе МАРС осуществлялся переход от схемы устройства к его формализованному представлению в виде цепи. Математическая модель цепи получалась объединением математических моделей компонентов и узловых законов сохранения. Решением модели цепи являлся вектор вход-выходных координат компонентов цепи. Компоненты делились на 1 тип, используемые для отладки последовательности алгоритмов цифровой обработки, на 2 тип, для их оценки по точности и быстродействию [16, 75, 85, 110, 117, 118].

Другим примером АСОИ являлась САПР, разработанный в Ленинградском механическом институте. Она тоже вписывается в данную концепцию автоматического моделирования и проектирования СТЗ [16, 75, 85, 110, 117, 118].

Таким образом, уже в конце XX века сформировалась обобщенная отечественная теория автоматического моделирования и проектирования СТЗ. Основные положения этой теории выбраны и положены в основу системы гипотез, обуславливающих становление научных исследований данной работы.

## ГЛАВА 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ОБРАБОТКИ И АНАЛИЗА ИЗОБРАЖЕНИЙ

### 2.1. Структурные элементы математических моделей

Вторая глава описывает разработку состава математического аппарата модифицированных дескриптивных алгебр изображений с учетом сформулированных в первой главе гипотез и поставленных задач для достижения основной цели. Разработка математического аппарата МДАИ направлена на модификацию математического аппарата ДПАИ. В данной главе будут определены реализации изображений, множество исходных данных в виде совокупности из матрицы фигур на плоскости и семантической сети, описывающей сцену наблюдения, дескриптивные модели изображений. Не менее важной частью второй главы является уточнение понятия процедурных и параметрических преобразований для их использования в качестве главных операций МДАИ. В качестве вариантов процедурных преобразований были рассмотрены методы конвертирования изображений, методы улучшения зрительных характеристик, методы препарирования изображений, методы фильтрации, методы морфологических операций над изображениями. Параметрические преобразования были представлены классами методов для вычисления детерминированных, вероятностных и структурно-лингвистических признаков. На основании процедурных и параметрических преобразований в дальнейшем будут определены математические модели процесса обработки и анализа изображений соответственно. Эти математические модели представляются процедурными и параметрическими ДАСПИ [124-151].

Предлагаемые варианты формализации выделенных в первой главе элементов математического аппарата ДПАИ являются альтернативными и не претендуют на место уже существующих. Разрабатываемый математический аппарат создается как дополнение к ныне существующему аппарату ДАИ и ДАИ1К. Если ДАИ и ее специализация ДАИ1К основаны на универсальных алгебрах с операторным кольцом, то МДАИ используют в качестве базы универсальные алгебры без операторного кольца. В данной главе исследованию и модификации подвергаются основные объекты ДАИ (реализации изображений, семантическая и контекстная информация об изображении) и методы преобразования изображений (операция структуризации изображений, процедурные и параметрические преобразования, T-представления и P-представления). Порождающие преобразования и G-представления теряют



смысл как отдельный класс операций и включаются в состав процедурных преобразований и T-представлений соответственно. Целью главы является корректная формулировка основных элементов разрабатываемого математического аппарата модифицированных дескриптивных алгебр изображений (МДАИ) [124-151].

Дескриптивные алгебры изображений являются дальнейшим развитием алгебр изображений Г. Риттера. И.Б. Гуревич в качестве дополнительных возможностей вводит понятие моделей и представлений. Такой ход позволяет расширить возможности алгебры изображений, однако усложняет ее структуру и требует ввода сложных действий. Эта работа направлена на исследование другого возможного варианта алгебраизации области обработки, анализа и распознавания изображений [124-151].

Пусть объектом наблюдения является совокупность объектов или процессов действительности, которую будем называть *сценой наблюдения* или просто *сценой*. Изображение сцены может быть задано в разных форматах, которые будут называться его реализациями. Таким образом, *изображение I* может быть задано в виде совокупности его *реализаций*  $\{I_{bin}, I_{gray}, I_{color}\}$ . Каждая реализация соответствует изображению в формате монохромном, полутоновом или цветном (в полноцветном или палитровом) соответственно. Палитровое представление изображения всегда сводимо к полноцветному изображению. Под полноцветным изображением подразумевается изображение, представленное в RGB компонентах. В дальнейшем все теоретические единицы будут определены в рамках модифицированных дескриптивных алгебр изображений. Сформулируем определение реализации изображения в МДАИ.

*Определение 1.* Реализацией изображения *I* называется любая из видов матриц

1.  $I_{bin} \stackrel{def}{=} \|x_{ij}\|$ , где  $(\forall i, j)[x_{ij} \in \{0,1\}]$
2.  $I_{gray} \stackrel{def}{=} \|x_{ij}\|$ , где  $(\forall i, j)[x_{ij} \in \{0, \dots, 255\}]$
3.  $I_{color} \stackrel{def}{=} \|x_{ij}\|$ , где  $(\forall i, j)[(x_{ij} = \langle r, g, b \rangle_{ij} \vee x_{ij} = \langle r_{ij}, g_{ij}, b_{ij} \rangle) \wedge (r, g, b \in \{0, \dots, 255\})]$

*Замечание 1:* Элемент матрицы  $x_{ij}$  есть обозначение пикселя изображения. Матричное представление реализации изображения является удобным для описания операций, проводимых над изображениями. Кроме того, в некоторых случаях вместо обозначения элемента  $x_{ij}$  массива будет использова-

но эквивалентное обозначение  $x_{i,j}$ , которое также является моделью пикселя [Потапов].

Любую реализацию изображения  $I_f$  можно также представить в форме тернарного отношения  $Q_f$ .

*Лемма 1:*  $(\forall I_f \in \{I_{bin}, I_{gray}, I_{color}\})(\exists! Q_f)[I_f \Leftrightarrow Q_f]$ , где

$$Q_f = \left\{ \begin{array}{l} \langle i, j, x_{ij} \rangle | i, j \in \square, \\ (x_{ij} \in \{0,1\}) \vee (x_{ij} \in \{0, \dots, 255\}) \vee (x_{ij} = \langle r_{ij}, g_{ij}, b_{ij} \rangle | r_{ij}, g_{ij}, b_{ij} \in \{0, \dots, 255\}) \end{array} \right\}.$$

В дескриптивных алгебрах изображений исходное изображение задается не только множеством его реализаций, но и множеством контекстной и семантической информации  $\{\square\}$  (рис. 2.1), связанной со способами получения и формирования изображения или отражающей какие-либо его специфические аспекты. Под семантической и контекстной информацией  $\{\square\}$  нужно понимать «способы получения и формирования изображений или отражение каких-либо его специфических аспектов». Расшифровывая это утверждение можно сказать, что [124-151]:

- 1) способы получения и формирования изображений связаны со сценой, для которой создается изображение, т.е. в этом пункте необходимо учитывать математическую модель камеры и природу источника освещения сцены (оптическое, ультрафиолетовое, инфракрасное и т.п.). Для обозначения контекстной составляющей используем  $C_I$ ;
- 2) отражение каких-либо специфических аспектов предполагает использование информации о наблюдаемой сцене, его составе, о расположении составляющих ее элементов, т.е. в этот пункт нужно включить информацию не об устройстве фиксации и наблюдения, а о самой сцене. Для обозначения семантической составляющей используем  $Sm_I$ .

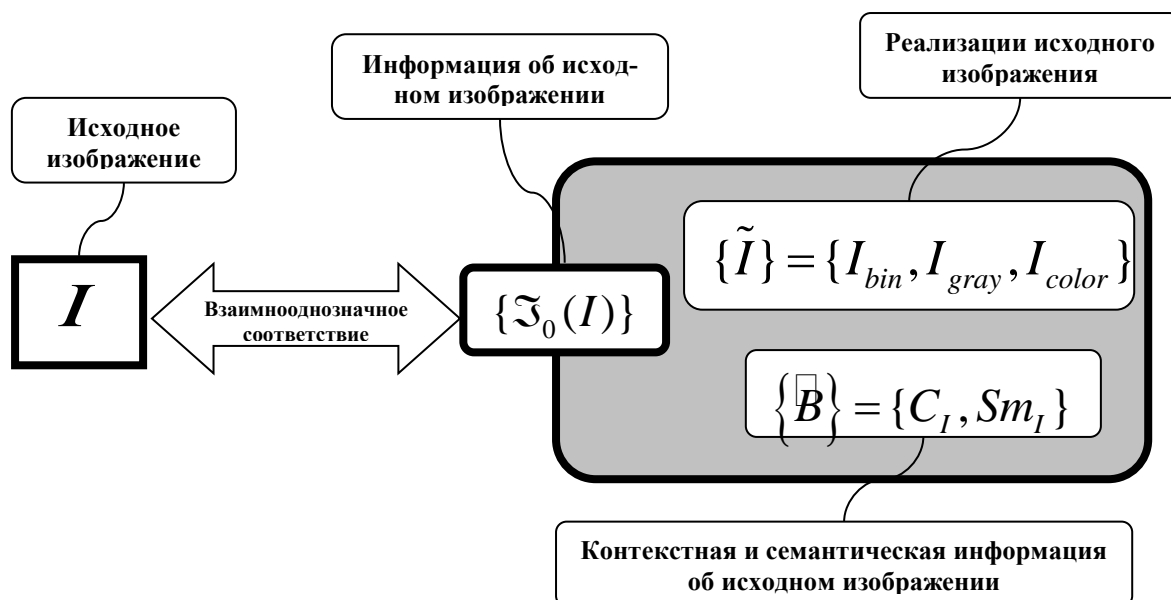
*Определение 2.* Семантической и контекстной информацией об изображении  $I$  называется множество  $\{\square\} = \{C_I, Sm_I\}$ , где  $C_I$  есть контекст (аспект) наблюдения за объектом сцены, а  $Sm_I$  – информационная модель об объекте в априори.

Таким образом, в МДАИ сцена считается заданной, если известны реализации изображений о сцене наблюдения и определена ее априорная информационная модель  $Sm_I$ . Задание информационной модели не является не-

обходимым условием. Совокупность выше перечисленных данных о сцене наблюдения образует множество исходных данных (рис. 2.1) [124-151].

*Определение 3:* Множеством исходных данных в МДАИ называется

$$\{\mathfrak{S}_0(I)\} = \{\{I_{bin}, I_{gray}, I_{color}\}, \{C_I, Sm_I\}\}.$$



**Рис. 2.1.** Множество исходных данных в МДАИ

Если информационная модель  $Sm_I$  предоставляет дополнительную информацию (априорная информация о сцене наблюдения) о пространственной структуре сцены наблюдения, то контекстную составляющую  $C_I$  можно использовать в качестве гипотезы, которая подлежит подтверждению или отказу. В случае подтверждения гипотезы получается апостериорная модель сцены наблюдения. Она и является единственным видом моделей изображений в МДАИ. Для формального определения  $C_I$  введем понятие фигуры  $\Phi$  в реализации  $I_f$ . Это понятие предназначено для описания содержания любой реализации с некоторого аспекта наблюдения за сценой. В отличие от геометрии, в МДАИ понятие фигуры будет определено в более широком смысле. Это обусловлено тем, что под фигурой нужно понимать не только геометрическое место точек на плоскости, но и любую совокупность признаков, которая позволяет однозначно решить задачу распознавания изображений согласно теории распознавания образов. Следовательно, под фигурой в МДАИ подразумевается конфигурация, являющаяся содержанием реализации в изображении сцены наблюдения [124-151].

В частности, если фигура описывается геометрическим местом точек в  $I_{bin}$ , то верной будет ее следующая формулировка.

*Определение 4:* Фигурой  $\Phi$  в реализации  $I_{bin}$  называется тернарное отношение

$$\Phi(I_{bin}) = \{ \langle i, j, x_{ij} \rangle \mid x_{ij} \in I_f, x_{ij} = 1 \}.$$

Однако ее определение для реализации  $I_{gray}$  и  $I_{color}$  будут отличаться от определения 4.

*Лемма 2.*  $\Phi(I_f) \subseteq Q_f$ .

*Замечание 2:* В анализе формы фигура  $\Phi$  структурно может быть разделена на части:

- 1) точки границы фигуры  $\Phi^{\circ}(I_{bin})$ ;
- 2) внутренние точки фигуры  $\Phi^{\circ}(I_{bin})$ .

Поэтому фигуре  $\Phi$  в реализации  $I_f$  свойственно:

$$\Phi(I_f) = \Phi^{\circ}(I_f) \cup \Phi^{\circ}(I_f), \quad \Phi^{\circ}(I_f) \cap \Phi^{\circ}(I_f) = \emptyset.$$

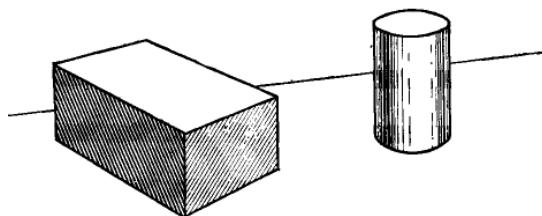
Предположим, что некоторый наблюдаемый объект находится в пространстве, а его положение однозначно характеризуется углами Эйлера  $\theta, \varphi, \psi$ . Тогда при изменении любого из них меняется и граница фигуры  $\Phi^{\circ}(I_f)$ . Это означает, что  $\Phi_{\theta, \varphi, \psi}^{\circ}(I_f) = \Phi^{\circ}(I_f; \theta, \varphi, \psi)$ . Следовательно, совокупность всех возможных описаний  $\Phi_{\theta, \varphi, \psi}^{\circ}(I_f)$  может быть рассмотрена в виде  $S_f$ . Но, как уже говорилось ранее, фигура есть образ, в смысле теории распознавания образов [29, 30, 31, 32, 37, 53, 60, 68, 71, 72]. Это означает, что в более широком понимании нужно пользоваться следующим определением фигуры [124-151].

*Определение 5.* Фигурой  $\Phi$  в реализации  $I_f$  называется множество  $\Phi(I_f) = \{ p_i \mid i = \overline{1, n}, f \in \{bin, gray, color\} \}$ , где  $p_i$  – признаки объекта сцены наблюдения в реализации  $I_f$ .

Каждая реализация  $I_f$  представляет только один из аспектов наблюдения за сценой. Следовательно, множество всех возможных фигур  $\Phi$ , характеризующих объект наблюдения, можно индексировать по углам Эйлера, т.е.  $\Phi_{\theta, \varphi, \psi}(I_f) = \Phi(I_f; \theta, \varphi, \psi) = \Phi_{\theta, \varphi, \psi}^f$ . Итак, на основании сделанных заключений можно сформулировать следующее определение.

*Определение 6:* Deskриптивной моделью изображений  $I_f$ , характеризующих сцену наблюдения, называется контекстная информация об изображении  $C_I(I_f) = \|\Phi_{\theta, \varphi, \psi}^f\|$ , зависящая от углов Эйлера объекта в пространстве.

Обычно для отражения иерархических связей между некоторыми элементами распространенным подходом является использование древовидных структур. В таком случае корнем дерева является сцена, которая состоит из узлов, представляющих структурные составляющие. Узлы состоят из менее сложных узлов и листочков. Листочки дерева являются непроеизводными или терминальными элементами, которые не подлежат дальнейшему делению. Между корнем, узлами и листочками могут существовать связи, которые тоже находят отражение в дереве. Обычно элементы дерева обозначаются метками (идентификаторами). Если же метки имеют осмысленные названия, то дерево представляет простейшую семантическую сеть, т.е. сеть, несущую смысловую нагрузку. Дерево – это математический объект, относящийся к графам и не имеющий циклов. В семантической сети же циклы допустимы. Отсутствие циклов в дереве объясняется повторением ее некоторых элементов. В семантической сети повторение элементов считается не оптимальным подходом к ее организации, и поэтому повторяющиеся элементы по возможности исключаются. Семантическая сеть может в себе хранить не только данные, но и знания. Дальнейшим развитием семантической сети является фреймовая сеть, которая в отличие от семантической сети является оптимальной по структуре информационной моделью. Именно семантическая и фреймовая сети позволяют использовать отношения между структурными элементами. Рассмотрим пример: на рисунке 2.2 приведена сцена [16, 75, 85, 110, 117, 118].



**Рис. 2.2.** Исходная сцена

Дерево, отражающее связи между структурными элементами сцены, приведено на рисунке 2.3 [16, 75, 85, 110, 117, 118].

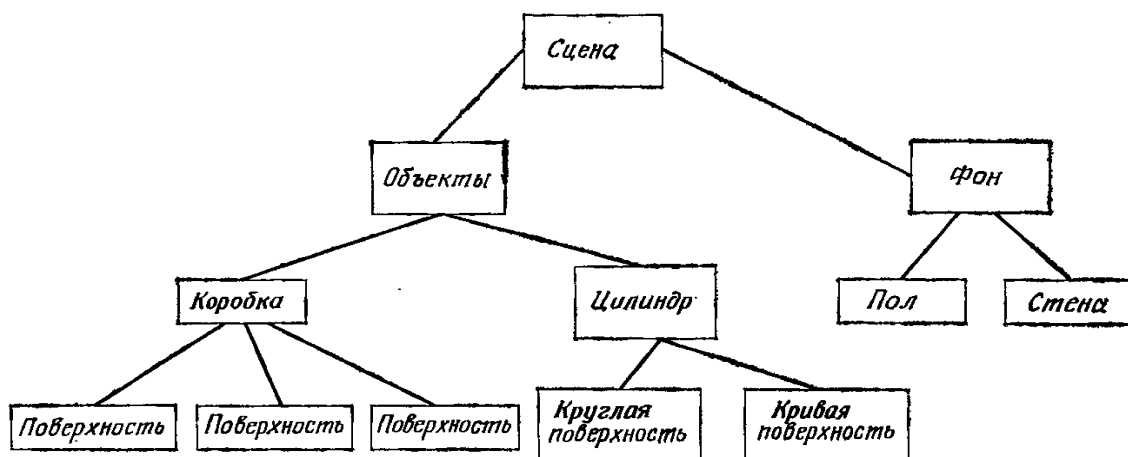


Рис. 2.3. Дерево для сцены

Семантическая сеть, как видно на рисунке 2.4, сохраняет структурные составляющие (вершины графа) графа, но вводит еще и дополнительные отношения. За счет наличия направлений в этих отношениях и появляются циклы.

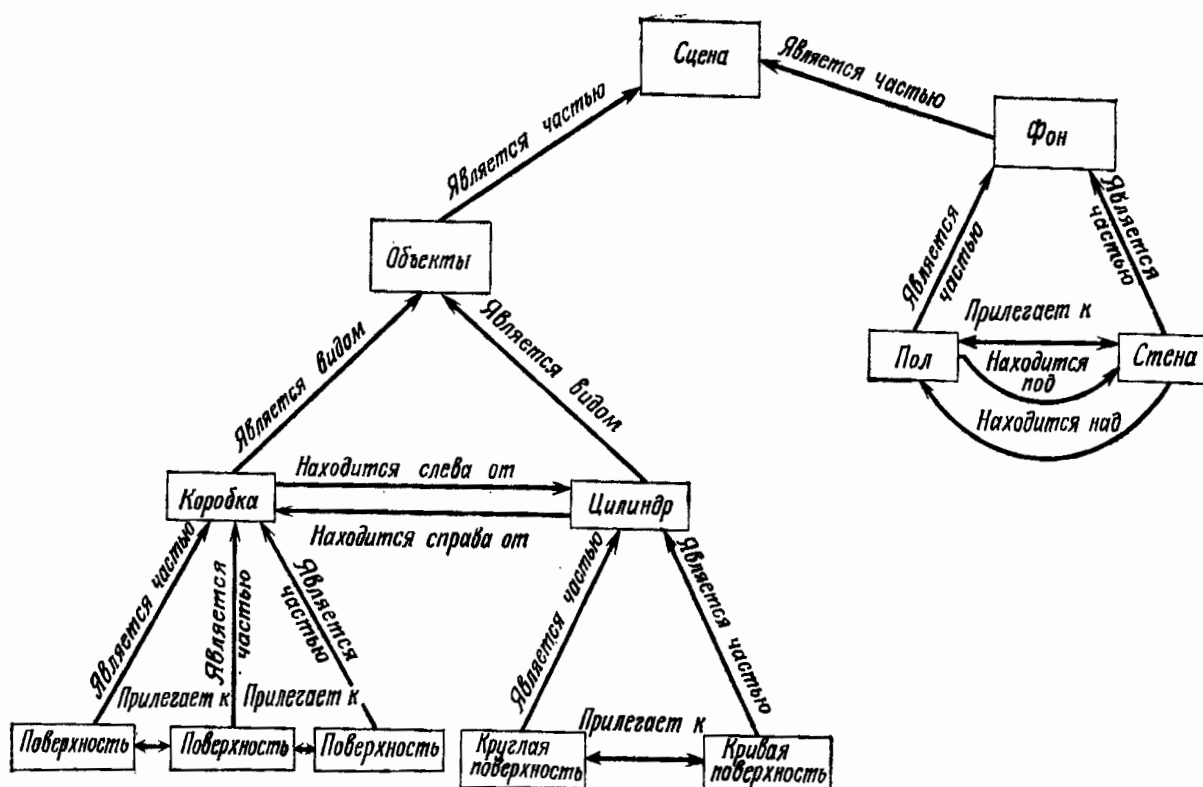


Рис. 2.4. Семантическая сеть для сцены

Вершины «сцена», «объекты», «фон», «коробка» и «цилиндр» являются производными структурными элементами. К числу непродных элементов можно отнести 3 однотипные вершины – «поверхность», и вершины в одном

экземпляре – «круглая поверхность» и «кривая поверхность» [16, 75, 85, 110, 117, 118].

Ясно, что использование семантической сети в качестве структурного элемента  $Sm_I$  в семантической и контекстной информации об изображении позволяет внести в процедуру обработки и анализа изображений дополнительную информацию о сцене наблюдения до проведения обработки и анализа исходных данных. Следовательно, семантическая информация  $Sm_I$  о сцене наблюдения является ее информационной моделью в априори. Другим преимуществом данного вида информационных моделей является их графовая структура, что позволяет легко формализовать операцию выделения из графа важных составляющих элементов.

*Определение.*  $Sm_I = \langle V, \bar{U} \rangle$ , где  $V = \{v_1, \dots, v_n\}$  – множество узлов, являющихся геометрическими объектами и  $\bar{U} = \{\bar{u}_1, \dots, \bar{u}_n\}$  – множество пространственных отношений между элементами из  $\bar{U}$ .

## 2.2. Математические методы моделирования процессов обработки и анализа изображений

### 2.2.1. Методы моделирования обработки изображений

Преобразование изображений представляет единственный инструмент преобразования данных одного вида реализации в другой или тот же самый. [124-151]

*Определение 8.* Процедурным преобразованием реализации изображения  $I_f$  с параметром  $\bar{\mu}$  называется

$$O_T^{parameter}(\bar{\mu}) : I_f \rightarrow I_g, \text{ где}$$

$$parameter \in \{X \rightarrow Y, improve, dis\ sect, filter, morph, \dots\},$$

$$f, g \in \{bin, \ gray, \ color\}$$

$\bar{\mu}$  – характеристика операции *parameter*.

В силу их различной природы, прежде всего, нужно определиться с принципом, согласно которому будет произведена их классификация. В качестве принципа классификации выберем разновидность изучаемых преобразований ДАИ: процедурное, параметрическое и порождающее [124-151].

Процедурное преобразование согласно определению включает в себя такие распространенные действия над изображением (или группой изобра-

жений), как конвертирование из одного формата в другой, фильтрацию шумов в изображении, определение краев и т.п. Таким образом, большинство алгоритмов обработки изображений относятся к группе процедурных преобразований. Наибольший интерес среди процедурных преобразований представляют такие методы обработки, которые позволяют для набора реализаций получить единственное изображение. Обычно в области обработки и анализа изображений такие действия называют сведением эквивалентных изображений к эталонному изображению или эталону. Например, имеется набор эквивалентных изображений одного и того же объекта с разных ракурсов. Посредством пространственных геометрических преобразований данные изображения переводим по отдельности в единственное конечное состояние. Это конечное состояние в виде изображения и будет представлять собой эталон. Однако в общем случае такое невозможно в силу использования при построении изображения (проекция наблюдаемой сцены на экран) проективных преобразований, которые необратимы [124-151].

**Таблица 1**

**Виды процедурных преобразований в МДАИ**

№	Название преобразования	Формализованное обозначение
1	Конвертирование изображения	$O_T^{X \rightarrow Y} (; \eta)$ или $O_T^{X \rightarrow Y} (; \bar{\eta})$ $X \in \{color, gray, bin\}, Y \in \{gray, bin\}$ и $X \neq Y$
2	Улучшение зрительных характеристик	$O_T^{improve} (; \eta)$ или $O_T^{improve} (; \bar{\eta})$ $improve \in \{lincont, corrampl, transhist...\}$
3	Препарирование изображения	$O_T^{dissect} (; \eta)$ или $O_T^{dissect} (; \bar{\eta})$
3	Фильтрация изображения	$O_T^{filter} (; \eta)$ или $O_T^{filter} (; \bar{\eta})$ $filter \in \{linear, median, rang, ...\}$
4	Морфологическая обработка изображения	$O_T^{morph} (; \ \mu\ )$ , где $morph \in \{er, dl, \circ, \bullet, \dots\}$

Операция конвертации или конвертирования позволяет изменять форму реализации. Современные инструментальные средства позволяют конвертировать:

- I – полутоновое изображение в бинарное изображение;
- II – цветное изображение в полутоновое изображение (или наоборот);



Техническая реализация этих операций конвертирования позволяет расширить вышеприведенный список. Например, в среде Matlab допустимы такие операции конвертирования [23, 24, 28, 33, 39, 40, 41, 42, 43, 77, 82, 83, 84, 88, 90, 96, 97, 98, 105, 106, 109, 111, 112, 114, 120]:

- 1) полутонового изображения в палитровое изображение с палитрой и с отсечением без палитры;
- 2) полноцветного или палитрового изображений в бинарное изображение отсечением по порогу;
- 3) палитрового изображения в полутоновое изображение;
- 4) палитрового изображения в полноцветное изображение;
- 5) полноцветного изображения в полутоновое изображение.

Так как полноцветные и палитровые изображения представлены в одном классе реализаций в форме только полноцветного изображения, то конвертирования цветных изображений одного вида в другой в работе не рассматриваются. Таким образом, группу II образуют операции конвертирования 3 и 5. Остальные операции являются, за исключением операции конвертирования 2, внутренними для этой группы. Конвертирование по второму пункту является комплексной процедурой, которая протекает в два этапа: на первом этапе полноцветные или палитровые изображения конвертируются в полутоновое, которое на втором этапе переводится в бинарное изображение. В этом списке отсутствует операция конвертирования полутонового изображения в бинарное, которое является достаточно простой процедурой, образующей группу I [23, 24, 28, 33, 77, 82, 83, 84, 88, 90, 105, 106, 109, 111, 112, 114, 120]. Формализуем вышеперечисленные операции конвертирования:

- 1) пороговое конвертирование полутонового изображения в бинарное изображение с порогом  $\eta_0$

$$O_T^{gray \rightarrow bin}(I_{gray}, \eta_0) = O_T^{gray \rightarrow bin}(\|x_{ij}\|, \eta_0) = \|y_{ij}\| = I_{bin}, \quad \text{где } y_{ij} = \begin{cases} 0, & x_{ij} < \eta_0 \\ 1, & x_{ij} \geq \eta_0 \end{cases} \quad \text{и}$$

$$I_{gray} = \|x_{ij}\|, \quad \text{т.е. } O_T^{gray \rightarrow bin}(I_{gray}, \eta_0) = I_{bin} \quad \text{или} \quad O_T^{gray \rightarrow bin}(\cdot, \eta_0): I_{gray} \rightarrow I_{bin};$$

- 2) конвертирование полноцветного изображения в полутоновое изображение

$$O_T^{color \rightarrow gray}(I_{color}, *) = O_T^{color \rightarrow gray}(\|\langle r, g, b \rangle_{ij}\|, *) = \|y_{ij}\| = I_{gray}, \quad \text{где}$$

$$y_{ij} = \left\lfloor \frac{r + g + b}{3} \right\rfloor \quad \text{или} \quad y_{ij} = \left\lceil \frac{r + g + b}{3} \right\rceil \quad \text{и} \quad I_{color} = \|\langle r, g, b \rangle_{ij}\|, \quad \text{т.е.}$$

$$O_T^{color \rightarrow gray}(I_{color}, *) = I_{gray} \quad \text{или} \quad O_T^{color \rightarrow gray}(\cdot, *): I_{color} \rightarrow I_{gray}. \quad \text{По умолчанию}$$

операция конвертирования в Matlab использует [112, 114, 120, 121] наименьшее целое число, большее, чем  $\frac{r+g+b}{3}$  в форме десятичной дроби, хотя первый вариант математической операции также можно использовать;

3) рассмотрим формализацию комплексной операции конвертирования из полноцветного изображения в бинарное изображение с отсечением по порогу  $\eta_0$ . Согласно [112, 114, 120, 121] она записывается следующим образом:

$$\begin{aligned}
 O_T^{color \rightarrow bin}(I_{color}, \eta_0) &= O_T^{gray \rightarrow bin}(O_T^{color \rightarrow gray}(I_{color}, *), \eta_0) = \times \\
 \times &= O_T^{gray \rightarrow bin}(O_T^{color \rightarrow gray}(\| \langle r_{ij}, g_{ij}, b_{ij} \rangle \|, *), \eta_0) = \times \\
 \times &= \left\| I_{gray} = \| y_{ij} \| = \left\| \left( \left\lceil \frac{r_{ij} + g_{ij} + b_{ij}}{3} \right\rceil \right) \right\|, y_{ij} = \left\lceil \frac{r_{ij} + g_{ij} + b_{ij}}{3} \right\rceil \right\| = \times \\
 \times &= O_T^{gray \rightarrow bin} \left( \left\| \left( \left\lceil \frac{r_{ij} + g_{ij} + b_{ij}}{3} \right\rceil \right) \right\|_{ij}, \eta_0 \right) = \left\| \begin{array}{l} I_{gray} = \| y_{ij} \| = \left\| \left( \left\lceil \frac{r+g+b}{3} \right\rceil \right)_{ij} \|, I_{bin} = \| z_{ij} \|, \\ z_{ij} = \begin{cases} 0, & \left( \left\lceil \frac{r+g+b}{3} \right\rceil \right)_{ij} < \eta_0 \\ 1, & \left( \left\lceil \frac{r+g+b}{3} \right\rceil \right)_{ij} \geq \eta_0 \end{cases} \end{array} \right\| = \times \\
 \times &= I_{bin}
 \end{aligned}$$

Следовательно,  $O_T^{color \rightarrow bin}(I_{color}, \eta_0) = I_{bin}$  или  $O_T^{color \rightarrow bin}(\cdot, \eta_0): I_{color} \rightarrow I_{bin}$ .

Такая формализация операции конвертирования обладает рядом преимуществ:

- ясна природа операции конвертирования;
- конструктивность определения операции;
- прозрачность в применении операции;
- совместимость с другими видами операциями.

Перечисленные черты свойственны не только операции конвертирования, но и любой другой операции согласно описываемому концептуальному подходу. Аналогичным образом проведем формализацию других операций над изображениями, которые также относятся к процедурным преобразованиям [124-151].

В качестве второй группы рассмотрим методы улучшения изображений в виде операций улучшения зрительных характеристик и препарирования [97].

1. Линейное повышение контраста можно формально записать как процедурное отображение  $I_{gray}$  в  $I_{gray}$ . Первый способ заключается в решении системы уравнений:

$$\begin{cases} y_{ij}^{\min} = ax_{ij}^{\min} + b \\ y_{ij}^{\max} = ax_{ij}^{\max} + b, \end{cases}$$

результаты которого используются процедурным преобразованием:

$$\begin{aligned} O_T^{lincont_1}(I_{gray}; \bar{\eta}) &= O_T^{lincont_1}(\|x_{ij}\|; (a, b)) = \|y_{ij}\| = \times \\ \times &= \left| y_{ij} = ax_{ij} + b, a = \frac{y_{ij}^{\max} - y_{ij}^{\min}}{x_{ij}^{\max} - x_{ij}^{\min}}, b = \frac{y_{ij}^{\min} x_{ij}^{\max} - y_{ij}^{\max} x_{ij}^{\min}}{x_{ij}^{\max} - x_{ij}^{\min}} \right| = I_{gray} \end{aligned}$$

Второй способ является вероятностным подходом к природе реализации изображения и заключается в приведении математического ожидания  $\mu_x$  и дисперсии  $\sigma_x^2$  к стандартным величинам  $\mu_y$  и  $\sigma_y^2$  соответственно. Они должны быть предварительно оценены.

$$\begin{aligned} O_T^{lincont_2}(I_{gray}; \bar{\eta}) &= O_T^{lincont_2}(\|x_{ij}\|; (a, b)) = \|y_{ij}\| = \times \\ \times &= \left| y_{ij} = ax_{ij} + b, a = \frac{\sigma_y}{\sigma_x}, b = \mu_y - \mu_x \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \right| = I_{gray} \end{aligned}$$

2. Другой, не менее используемой процедурой повышения контраста является приведение плотности распределения вероятностей яркости к некоторому «стандартному» виду. Этот процесс является нелинейным поэлементным преобразованием и строится по экспериментально полученной гистограмме исходного распределения вероятностей яркости. Частным случаем преобразования гистограмм является эквализация (выравнивание) гистограммы [97].

Пусть дана реализация изображения  $I_{gray} = \|x_{ij}\|$ , каждый элемент которого может быть рассмотрен в виде случайной величины  $X$ , т.е.  $X = x_{ij}$ .

Пусть случайная величина  $X$  характеризуется плотностью распределения

$p_X(X)$ . Ясно, что  $P_X(X) = \int_{-\infty}^X p_X(\xi) d\xi$ . Тогда  $P(X < X_0) = P_X(X_0)$  и

$P_X(X) = P_Y[Y(X)]$ . Допустим, что требуется получить такое изображение,

у которого все значения яркости в пределах заданного диапазона  $[Y_{\min}; Y_{\max}]$  равновероятны [97]:

$$p_Y(Y) = \frac{1}{Y_{\max} - Y_{\min}}, \text{ где } Y_{\max} \leq Y \leq Y_{\min}.$$

Тогда интегральная функция распределения случайной величины  $Y$  будет являться линейной [97]:

$$P_Y(Y) = \frac{Y - Y_{\min}}{Y_{\max} - Y_{\min}} \Leftrightarrow P_X(X) = \frac{Y(X) - Y_{\min}}{Y_{\max} - Y_{\min}} \Leftrightarrow Y(X) = (Y_{\max} - Y_{\min})P_X(X) + Y_{\min}.$$

Таким образом, можно сформулировать следующее процедурное преобразование улучшения зрительных характеристик «выравнивание гистограммы»:

$$O_T^{transhist}(I_{gray}; \bar{\eta}) = O_T^{transhist}(\|x_{ij}\|; \bar{\eta}) = \times \\ \times = \left| y_{ij}(x_{ij}) = (y_{ij}^{\max} - y_{ij}^{\min})P_{x_{ij}}(x_{ij}; \bar{\eta}) + y_{ij}^{\min}, P_{x_{ij}}(x_{ij}; \bar{\eta}) = \int_{-\infty}^{x_{ij}} p_{x_{ij}}(\xi; \bar{\eta})d\xi \right| = \|y_{ij}\| = I_{gray}.$$

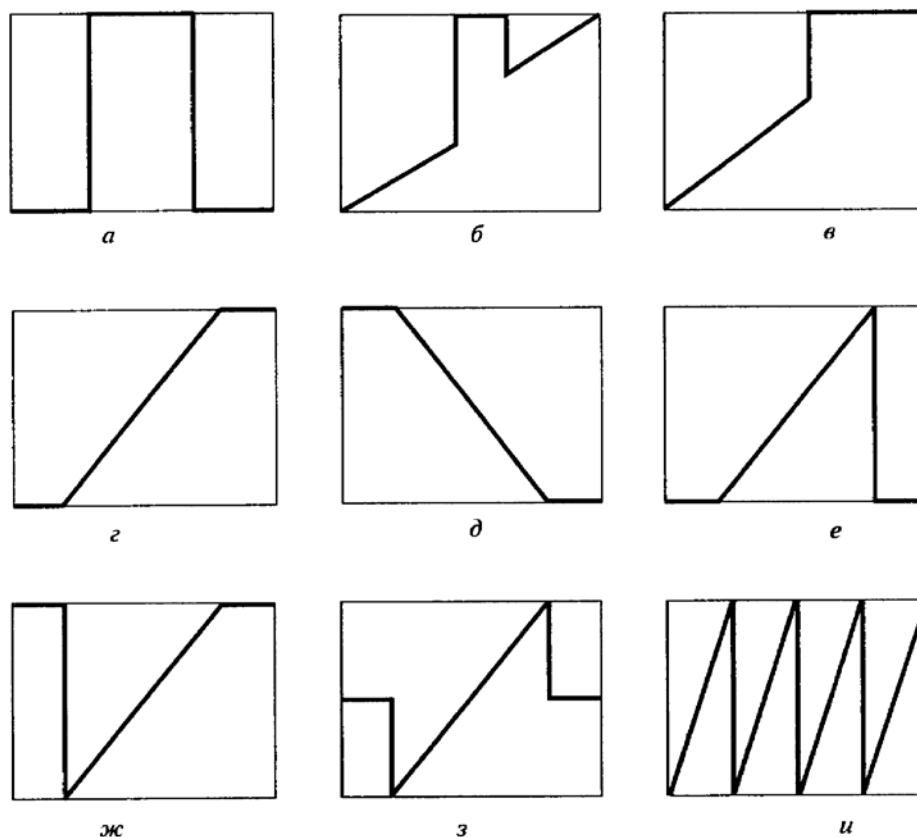
Препарирование есть обработка изображения в целях выделения (подчеркивания) на нем некоторых существенных деталей или особенностей и, соответственно, подавление несущественных [97]. Ясно, что препарирование, с этой точки зрения, аналогично методу познания «абстрагирование» в смысле природы обрабатываемых данных. На рис. 2.5 приведены графики различных видов препарирования, которые рассматриваются в виде процедурных преобразований. Пусть рассматриваемые процедурные преобразования являются отображениями  $I_{gray}^1 = \|x_{ij}\|$  в  $I_{gray}^2 = \|y_{ij}\|$ .

Рассмотрим формальные представления методов препарирования, направленных на преобразование яркостной характеристики исходных данных (рис. 4) в терминах процедурных преобразований. Ясно, что все эти процедурные преобразования описывают отображение [97]:

$$I_{gray}^1 = O_T^{dissect}(I_{gray}^2, (a, b)) \Leftrightarrow \|y_{ij}\| = O_T^{dissect}(\|x_{ij}\|, (a, b)).$$

В табл. 2. приведены формальные представления операций препарирования из рис. 2.5 [97].

Такая форма записи позволяет записывать в унифицированной форме применяемые в настоящее время методы препарирования изображений. Это не только связано с удобствами их записи, а является важным шагом по их интегрированию в методологию ДПАИ [124-151].



**Рис. 2.5.** Виды препарирования изображений [97]

Пусть задана полутоновая реализация  $I_{gray}$  размера  $M \times N$ . Рассмотрим линейные и нелинейные пространственные фильтры и маску размера  $m \times n$ , где  $m = 2 * a + 1, n = 2 * b + 1$  и  $a$  и  $b$  – суть неотрицательные целые числа. Отклик в точке  $(i, j)$  для реализации  $I_{gray}$  обозначим  $g(i, j)$ . В таком случае он будет определен как [97]:

**Таблица 2**

**Операции препарирования**

Название и условное обозначение	Изображение	Формальное представление
Яркостной срез (lumincut)	Рис. 4а	$y_{ij} = \begin{cases} 0, & x_{ij} < a \\ 255, & a \leq x_{ij} \leq b \\ 0, & x_{ij} > b \end{cases}$
Яркостный срез с сохранением фона (lumcutgrnd)	Рис. 4б	$y_{ij} = \begin{cases} 255 \frac{x-a}{d-a}, & a \leq x_{ij} < b \\ 255, & b \leq x_{ij} \leq c \\ 255 \frac{x-a}{d-a}, & c < x_{ij} \leq d \end{cases}$

Неполная пороговая обработка (infullthresh)	Рис. 4в	$y_{ij} = \begin{cases} 255 \frac{x_{ij} - a}{c - a}, & a \leq x_{ij} < b \\ 255, & b \leq x_{ij} \leq c \end{cases}$
Контрастное масштабирование (contrscale)	Рис. 4г	$y_{ij} = \begin{cases} 0, & x_{ij} < a \\ 255 \frac{x_{ij} - a}{b - a}, & a \leq x_{ij} \leq b \\ 255, & x_{ij} > b \end{cases}$
Негативное контрастирование (negcontr)	Рис. 4д	$y_{ij} = \begin{cases} 255, & x_{ij} < a \\ 255 \frac{b - x_{ij}}{b - a}, & a \leq x_{ij} \leq b \\ 0, & x_{ij} > b \end{cases}$
Подавление черным фоном (supprblack)	Рис. 4е	$y_{ij} = \begin{cases} 0, & x_{ij} < a \\ 255 \frac{x_{ij} - a}{b - a}, & a \leq x_{ij} \leq b \\ 0, & x_{ij} > b \end{cases}$
Подавление белым фоном (supprwhite)	Рис. 4ж	$y_{ij} = \begin{cases} 255, & x_{ij} < a \\ 255 \frac{x_{ij} - a}{b - a}, & a \leq x_{ij} \leq b \\ 255, & x_{ij} > b \end{cases}$
Подавление серым фоном (supprgray)	Рис. 4з	$y_{ij} = \begin{cases} 127, & x_{ij} < a \\ 255 \frac{x_{ij} - a}{b - a}, & a \leq x_{ij} \leq b \\ 127, & x_{ij} > b \end{cases}$
Пилообразное контрастное масштабирование (sawsuppr)	Рис. 4и	$y_{ij} = \begin{cases} 255 \frac{x_{ij} - a_1}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x_{ij} \leq a_2 \\ 255 \frac{x_{ij} - a_2}{a_3 - a_2}, & a_2 < x_{ij} \leq a_3 \\ \dots & \dots \\ 255 \frac{x_{ij} - a_{n-1}}{a_n - a_{n-1}}, & a_{n-1} < x_{ij} \leq a_n \end{cases}$

$$g(i, j) = \sum_{k=-a}^a \sum_{l=-b}^b w_{k,l} * x_{i+k, j+l}, \quad (i = \overline{0, M-1}, j = \overline{0, N-1}),$$

где  $w_{k,l}$  - маска размера  $m \times n$ ,  $a = \frac{m-1}{2}, b = \frac{n-1}{2}$ . Ниже на рисунке 2.6 изображены фрагменты реализации  $I_{gray}$  для маски  $3 \times 3$ .

Таким образом, изменяя параметры  $m$  и  $n$  можно варьировать размер маски. Этот подход используется в сглаживающих пространственных фильтрах и пространственных фильтрах для повышения резкости.

$$\begin{bmatrix} x_{k-1,l-1} & x_{k-1,l} & x_{k-1,l+1} \\ x_{k,l-1} & x_{kl} & x_{k,l+1} \\ x_{k+1,l-1} & x_{k+1,l} & x_{k+1,l+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{-1,-1} & w_{-1,0} & w_{-1,1} \\ w_{0,-1} & w_{0,0} & w_{0,1} \\ w_{1,-1} & w_{1,0} & w_{1,1} \end{bmatrix}$$

**Рис. 2.6.** Фрагмент реализации изображения (слева изображение, справа маска)

Ясно, что отклик  $g(i, j)$  используется для вычисления яркости в точке с координатами  $(i, j)$ . Если же отклик за область определений полутоновой реализации, то применяется техническая операция отсечения. В таком случае уместно будет сказать, что отклик вычисляется с точностью до остатка, т.е.

$$g(i, j) = g(i, j) \mod 256$$

Формализуем  $O_T^{filter}(I_{gray}, (n, m))$  для разных видов линейных и нелинейных фильтров [14, 23, 24, 43]:

$$O_T^{filter}(I_{gray}, (n, m)) = O_T^{filter}(\|a_{ij}\|, (n, m)) = \|b_{ij}\|, \text{ где}$$

1) для общего случая фильтрации

$$b_{ij} = \left( \sum_{k=-a}^a \sum_{l=-b}^b w_{k,l} * a_{i+k, j+l} \right) \mod 256;$$

2) для однородного усредняющего фильтра

$$b_{ij} = \left( \frac{\sum_{k=-a}^a \sum_{l=-b}^b w_{k,l}}{m * n} \right) \mod 256;$$

3) для сглаживающего фильтра с взвешенным средним

$$b_{ij} = \left( \frac{\sum_{k=-a}^a \sum_{l=-b}^b w_{k,l} * a_{i+k, j+l}}{\sum_{k=-a}^a \sum_{l=-b}^b w_{k,l}} \right) \mod 256;$$

4) для фильтров, основанных на порядковых статистиках (медианный)

$$b_{ij} = \text{Sort}(\{a_{i-\lfloor \frac{m}{2} \rfloor, j-\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}, \dots, a_{i+\lfloor \frac{m}{2} \rfloor, j+\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}\}), \text{ где}$$

$\text{Sort}$  - алгоритм сортировки по неубыванию

где  $a = \frac{m-1}{2}, b = \frac{n-1}{2}$ . Последнее означает, что  $O_T^{\text{filter}}(I_{\text{gray}}, (n, m)) = I_{\text{gray}}$ . Тогда формализованная запись  $O_T^{\text{filter}}(\cdot, (n, m)): I_{\text{gray}} \rightarrow I_{\text{gray}}$  является общей математической моделью линейных и нелинейных пространственных фильтров [14, 23, 24, 43].

Следующей разновидностью процедурных преобразований являются методы математической морфологии. Математической основой для морфологических операций является теоретико-множественный подход. Для ясного понимания дальнейших действий определим основные и дополнительные теоретико-множественные операции (табл. 3.).

**Таблица 3**

Теоретико-множественные операции

Название	Обозначение	Определение
Объединение множеств A и B	$A \cup B$	$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}$
Пересечение множеств A и B	$A \cap B$	$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\}$
Разность множеств A и B	$A \setminus B$	$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\}$
Дополнением к множеству A	$\bar{A}$	$\bar{A} = \{x \mid (x \notin A) \wedge (x \in U)\}$ , где $U$ - универсальное множество (универсум)
Центральное отражение множества A	$\square A$	$\square A = \{x \mid (x = -y) \wedge (y \in A)\}$
Параллельный перенос (сдвиг) множества A	$(A)_z$	$(A)_z = \{x \mid (x = y + z) \wedge (y \in A)\}$

Кроме того, под элементами используемых множеств будем подразумевать пиксели, составляющие изображение, моделями которых будут реализации. Таким образом, элемент множества будет представлять пару координат пикселя изображения [14, 23, 24, 43].



К стандартным морфологическим операциям относятся: дилатация, эрозия, размыкание, замыкание, преобразование «успех-неудача» и т.д. Как и в случае теории множеств одни морфологические операции легко определяются через базовые. К базовым операциям можно отнести дилатацию и эрозию [14, 23, 24, 43].

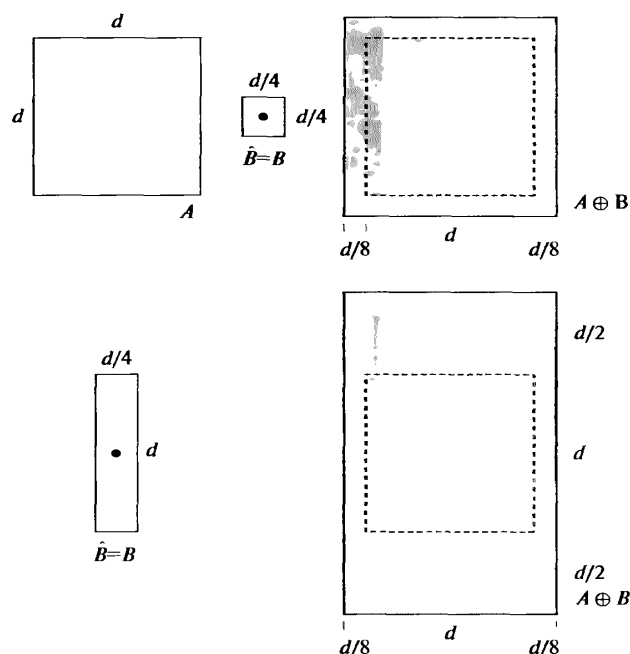
Дилатацией множества  $A$  по множеству  $B$  называется множество  $A \oplus B$ , которое формально можно описать как

$$A \oplus B = \{x | (\hat{B})_x \cap A \neq \emptyset\}.$$

В основе этого соотношения лежит получение центрального отражения множества  $B$  (центр  $B$ ) относительно его начала координат и затем сдвиг полученного множества в точку  $x$ . При этом дилатация множества  $A$  по  $B$  – это множество всех таких смещений  $x$ , при которых множества  $\hat{B}$  и  $A$  совпадают, по меньшей мере, в одном элементе. Дилатацию можно определить также и

$$A \oplus B = \{x | \left[ (\hat{B})_x \cap A \right] \subseteq A\}.$$

При этом множество  $B$  называют структурообразующим множеством или примитивом дилатации. Геометрическая интерпретация определения приведена ниже на рисунке 2.7 [14, 23, 24, 43].



**Рис. 2.7.** Геометрическая интерпретация дилатации

Операцию дилатации можно использовать для устранения разрывов в бинарных изображениях, размер которых, как показывает практика, может дости-

гать двух пикселей. Такое действие устранения разрывов называется перекрытием разрывов и проводится по примитиву

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

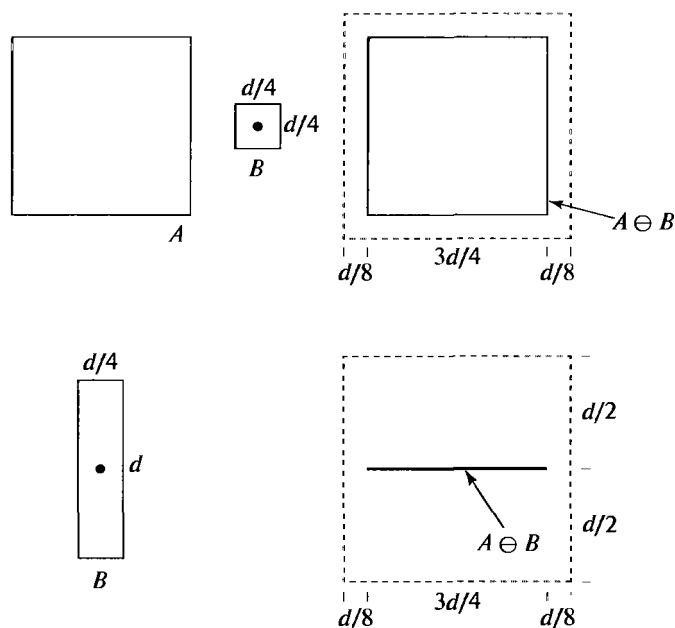
Итак, можно сказать, что дилатация как операция процедурного преобразования в МДАИ может фигурировать [124-151]. Сформулируем ее определение.

*Определение 9:* Процедурным преобразованием дилатации называется

$$O_T^{dl}(I_{bin}; \|\mu\|) = I_{bin} \oplus \|\mu\|, \text{ где } A = I_{bin}, B = \|\mu\|.$$

Эрозией множеств  $A$  и  $B$  называется множество  $A \ominus B = \{x \mid (B)_x \subseteq A\}$ .

Эрозия множества  $A$  по множеству  $B$  – это множество всех таких точек  $x$ , при сдвиге в которые множество  $B$  целиком содержится в  $A$ . Геометрическая интерпретация эрозии приведена ниже на рисунке 2.8 [14, 23, 24, 43].



**Рис. 2.8.** Геометрическая интерпретация эрозии

Эта операция также может быть формально определена в МДАИ [124-151].

*Определение 10.* Процедурным преобразованием эрозии называется

$$O_T^{er}(I_{bin}; \|\mu\|) = I_{bin} \ominus \|\mu\|, \text{ где } A = I_{bin}, B = \|\mu\|.$$

Ясно, что,

$$O_T^{dl}(\cdot; \|\mu\|): I_{bin} \rightarrow I_{bin}$$

$$O_T^{er}(\cdot; \|\mu\|) : I_{bin} \rightarrow I_{bin}$$

Теорема (о связи дилатации и эрозии в МДАИ):  $\overline{O_T^{er}(I_{bin}; \|\mu\|)} = O_T^{dl}(\square I_{bin}; \|\mu\|)$

*Замечание.* Параметр  $\|\mu\|$  означает применение к матрице  $\|\mu\|$  теоретико-множественной операции «центральное отражение». Такое возможно, в силу того, что матрица является математическим объектом, систематизированным в виде таблицы. Операция дополнения к матрице  $\square I_{bin}$  вычисляется через инвертирование матрицы  $I_{bin}$  [124-151].

*Замечание.* Как ранее отмечалось, параметр процедурного преобразования может быть скалярным или векторным. Сейчас предстоит обобщить его до матричного случая. Такой шаг не является противоречащим предыдущим предположениям, ибо и скалярная величина, и вектор являются частными случаями матрицы. Поэтому будет верным сказать, что параметром процедурного преобразования может быть двумерная матрица [124-151].

Более сложными, по сравнению с операциями дилатации и эрозии, являются морфологические операции замыкания и размыкания. В общем случае размыкание сглаживает контуры объекта, обрывает узкие перешейки и ликвидирует выступы небольшой ширины. Замыкание также проявляет тенденцию к сглаживанию участков контуров, но в отличие от размыкания в общем случае «заливает» узкие разрывы и длинные углубления малой ширины, а также ликвидирует небольшие отверстия и заполняет промежутки контура [124-151].

Размыканием множества  $A$  по множеству (примитив)  $B$  называется множество  $A \circ B$ , определяемое равенством  $A \circ B = (A \square B) \oplus B$ . Размыкание множества  $A$  по множеству или примитиву  $B$  строится как эрозия  $A$  по  $B$ , результат которой затем подвергается дилатации по тому же примитиву  $B$  [14, 23, 24, 43].

*Определение 11.* Процедурным преобразованием размыкания называется

$$O_T^{\circ}(I_{bin}; \|\mu\|) = O_T^{dl}(O_T^{er}(I_{bin}; \|\mu\|); \|\mu\|).$$

Процедурному преобразованию размыкания свойственно:

$$1. \quad O_T^{\circ}(I_{bin}; \|\mu\|) \subset I_{bin}; (I'_{bin} \subset I''_{bin}) \Rightarrow (O_T^{\circ}(I'_{bin}; \|\mu\|) \subset O_T^{\circ}(I''_{bin}; \|\mu\|))$$

$$2. \quad O_T^{\circ}(O_T^{\circ}(I_{bin}; \|\mu\|); \|\mu\|) = O_T^{\circ}(I_{bin}; \|\mu\|). \text{ Замыканием множества } A \text{ по}$$

множеству (примитив)  $B$  называется множество  $A \bullet B$ , определяемый равенством  $A \bullet B = (A \oplus B) \square B$ . Замыкание множества  $A$  по множеству или при-

митиву В строится как дилатация А по В, результат которой затем подвергается эрозии по тому же примитиву В [14, 23, 24, 43].

*Определение 12.* Процедурным преобразованием замыкания называется

$$O_T^\bullet(I_{bin}; \|\mu\|) = O_T^{er}(O_T^{dl}(I_{bin}; \|\mu\|); \|\mu\|).$$

Процедурному преобразованию замыкания свойственно:

1.  $I_{bin} \subset O_T^\bullet(I_{bin}; \|\mu\|)$ ;
2.  $(I'_{bin} \subset I''_{bin}) \Rightarrow (O_T^\bullet(I'_{bin}; \|\mu\|) \subset O_T^\bullet(I''_{bin}; \|\mu\|))$ ;
3.  $O_T^\bullet(O_T^\bullet(I_{bin}; \|\mu\|); \|\mu\|) = O_T^\bullet(I_{bin}; \|\mu\|)$ .

*Замечание:* Операции размыкания и замыкания являются двойственными операциями по отношению к теоретико-множественным операциям дополнения и центрального отражения [14, 23, 24, 43].

*Теорема:*  $\overline{O_T^\bullet(I_{bin}; \|\mu\|)} = O_T^\circ(\square I_{bin}; \|\mu\|)$

Как видно из описанных теоретических положений, теоретико-множественные операции, на базе которых создаются базовые морфологические операции, центральное отражение и сдвиг закладывают основу математической морфологии. Базовыми морфологическими операциями считаются дилатация и эрозия. К числу более крупных морфологических операций относят замыкание и размыкание, которые уже легко определяются через дилатацию и эрозию [14, 23, 24, 43].

Ясно, что в качестве процедурных преобразований можно выбрать как теоретико-множественные операции центрального отражения и сдвига, так и базовые или составные морфологические операции. Подчеркнем, что цель заключается в определении базовых процедурных преобразований и операций над ними. Однако как требует того определение процедурного преобразования, из этого списка нужно будет исключить центральное отражение и сдвиг, в силу того, что аргументами этих операций являются не изображения, а их содержимое. Подобное исключение позволяет проголосовать в пользу базовых морфологических операций. Это означает, что роль основных процедурных преобразований могут играть базовые морфологические операции дилатации и эрозии. Так как согласно их определению множество А может быть как содержимым некоторого бинарного изображения, так и представлять полностью само изображение, а множества В используется как некоторая маска для проведения этих операций, то в таком случае эти процедурные преобразования можно определить так [14, 23, 24, 43].

Вернемся к базовым морфологическим операциям дилатации и эрозии. Изначально маски для них были определены в матричной форме. Исследуем вопрос о сложности маски. Предположим, что маску можно представить через базовые матрицы и некоторую операцию  $F \in \{+, *, or, and, xor, \dots\}$ .

*Утверждение (об эквивалентности логических и алгебраических операций)*

Для процедурных преобразований бинарных реализаций на базе морфологических операций дилатации и эрозии выполняются следующие равенства:

$$\begin{aligned} O_T^{morph} \left( I_{bin}; (\|\mu_1\| or \|\mu_2\|) \right) &= O_T^{morph} \left( I_{bin}; (\|\mu_1\| + \|\mu_2\|) \right); \\ O_T^{morph} \left( I_{bin}; (\|\mu_1\| and \|\mu_2\|) \right) &= O_T^{morph} \left( I_{bin}; (\|\mu_1\| * \|\mu_2\|) \right), \end{aligned}$$

где  $morph \in \{dl, er\}$ .

*Доказательство:* Эти равенства будут выполнены, если маски левых и правых частей равенства будут совпадать, т.е.

1.  $\|\mu_1\| or \|\mu_2\| = \|\mu_1\| + \|\mu_2\|$ ,
  2.  $\|\mu_1\| and \|\mu_2\| = \|\mu_1\| * \|\mu_2\|$ ,
- для любых  $i$  и  $j$ .

Итак, рассмотрим первое равенство. Для левой части этого равенства верно

$$\|\mu_1\| or \|\mu_2\| = \|\mu_1(i, j) \quad or \quad \mu_2(i, j)\| = \|\mu^{or}\|,$$

$$\text{где } \mu^{or}(i, j) = \begin{cases} 0, & (\mu_1(i, j) = 0) \vee (\mu_2(i, j) = 0) \\ 1, & \text{в противном случае} \end{cases} \quad (1)$$

Для правой части этого равенства верно

$$\|\mu_1\| + \|\mu_2\| = \|\mu_1(i, j) + \mu_2(i, j)\| = \|\mu^+\|,$$

$$\text{где } \mu^+(i, j) = \begin{cases} 0, & (\mu_1(i, j) = 0) \wedge (\mu_2(i, j) = 0) \\ \mu^*(i, j) \neq 0, & \text{в противном случае} \end{cases} \quad (2)$$

При определении операций, как в (1) и (2) верно неравенство  $\mu^{or}(i, j) \leq \mu^+(i, j)$ . Это означает, что, если определить (2) как

$$\mu^+(i, j) = \begin{cases} 0, & (\mu_1(i, j) = 0) \wedge (\mu_2(i, j) = 0) \\ 1, & (\mu_1(i, j) > 0) \vee (\mu_2(i, j) > 0) \end{cases} \quad (3),$$

то будет выполняться равенство  $\mu^{or}(i, j) = \mu^+(i, j)$  для любых  $i$  и  $j$ .

Аналогично можно доказать второе равенство:  $\|\mu_1\| and \|\mu_2\| = \|\mu_1\| * \|\mu_2\|$

Пусть

$$\mu^{and}(i, j) = \begin{cases} 0, & (\mu_1(i, j) = 0) \vee (\mu_2(i, j) = 0) \\ 1, & \text{в противном случае} \end{cases} \quad (4)$$

и

$$\mu^*(i, j) \stackrel{def}{=} \begin{cases} 0, & \sum_k \mu_1(i, k) * \mu_2(k, j) = 0 \\ 1, & \sum_k \mu_1(i, k) * \mu_2(k, j) > 0 \end{cases} \quad (5)$$

Равенство  $\mu^{and}(i, j) = \mu^*(i, j)$  нужно рассматривать для двух случаев, в силу сложности самих операций. Пусть для первого случая  $\sum_k \mu_1(i, k) * \mu_2(k, j) = 0$ ,

тогда

$$\begin{aligned} \mu^*(i, j) &= \sum_k \mu_1(i, k) * \mu_2(k, j) = \sum_{\substack{k=1, \\ i \neq j}}^n \mu_1(i, k) * \mu_2(k, j) + \mu_1(i, j) * \mu_2(i, j) = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \mu_1(i, j) * \mu_2(i, j) = 0 \\ \sum_{\substack{k=1, \\ i \neq j}}^n \mu_1(i, k) * \mu_2(k, j) = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \mu^{and}(i, j) = 0 \\ \sum_{\substack{k=1, \\ i \neq j}}^n \mu_1(i, k) * \mu_2(k, j) = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Следовательно, так как  $\sum_k \mu_1(i, k) * \mu_2(k, j) = 0$ , то  $\mu^{and}(i, j) = 0$  и  $\mu^*(i, j) = 0$ .

Если же  $\sum_k \mu_1(i, k) * \mu_2(k, j) > 0$ , то согласно (5)  $\mu^*(i, j) = 1$  и

$$\begin{aligned} \mu^*(i, j) &= \sum_k \mu_1(i, k) * \mu_2(k, j) = \sum_{\substack{k=1, \\ i \neq j}}^n \mu_1(i, k) * \mu_2(k, j) + \mu_1(i, j) * \mu_2(i, j) > 0 = \times \\ \times &= \sum_{\substack{k=1, \\ i \neq j}}^n \mu_1(i, k) * \mu_2(k, j) + \mu^{and}(i, j) > 0 \left( \begin{array}{l} I_{bin} = \|x_{ij}\|, x_{ij} \in \{0, 1\} \\ \sum_{\substack{k=1, \\ i \neq j}}^n \mu_1(i, k) * \mu_2(k, j) \geq 0 \end{array} \right) \Leftrightarrow \mu^{and}(i, j) > 0 \end{aligned}$$

т.е.

$\mu^{and}(i, j) = 1$ , в силу того, что  $\max \mu^{and} = 1$ .

■

Однако вопрос о сведении вычислений со сложной маской для базовых операций дилатации и эрозии остается открытым, не говоря для более сложных морфологических операций, например, для замыкания и размыкания. Но, уже имея полученные результаты можно определить T-представления, которые используют морфологические операции в роли процедурных преобразований. Стоит сразу заметить, что разложение сложной маски на простые с прикладной точки зрения особой ценности не имеет, но может быть использовано в других теоретических выкладках. Общая форма записи всех

процедурных преобразований на базе морфологических операций имеет вид [14, 23, 24, 43]:

$$O_T^{morph}(\cdot, \bar{\eta}): I_{bin} \rightarrow I_{bin}.$$

Процедурные преобразования хотя и занимают преобладающую часть методов обработки и анализа изображений, но не менее важными являются преобразования, позволяющие для изображений вычислять значения выбранных для них характеристик – параметрические преобразования.

### 2.2.2. Методы моделирования анализа изображений

Параметрические преобразования, в отличие от процедурных преобразований, позволяют для заданного изображения вычислить значение заранее выделенного параметра, характеризующего содержимое исходного изображения. По-другому, параметрические преобразования являются вычислительными алгоритмами или формулами, которые позволяют для заданного изображения определять характеристики его фрагментов в виде числа, числовой последовательности (вектора), матрицы, функции или аналитической зависимости и т.п. [124-151].

Введем обозначения для параметрических представлений как в случае с процедурными преобразованиями. По определению параметрические преобразования направлены на вычисление и определение значений признаков на изображениях или в их фрагментах, которые могут иметь содержательную интерпретацию. Опираясь на работу [25, 26], в качестве принципа классификации выберем «природу» признаков или их «модальность». Это обуславливает разделение множества всех возможных признаков на детерминированные, вероятностные, логические и структурные. Для каждого из этих случаев используется уникальные обозначения, которые приведены в таблице 4 [124-151].

Аналогично процедурным преобразованиям параметрические используют в качестве значений входных аргументов реализации изображений. Для простоты вычислений в дальнейшем будут использованы бинарные или полутоновые реализации изображений. Отличие параметрических преобразований от процедурных состоит в том, что они отображают реализации изображений в признаки [124-151]. Следовательно, параметрические представления не являются замкнутыми отображениями на множестве реализаций изображений.

**Таблица 4**

## Параметрические преобразования

№	Название параметрического преобразования	Обозначение
1	Вычисление детерминированного признака	$p = O_p^{\det erm} (; \bar{\eta})$ , где $p$ - числовая величина, а $\bar{\eta}$ - входной параметр
2	Вычисление вероятностного признака	$p = O_p^{probal} (; \bar{\eta})$ , где $p \in \{m_i, u_j, g_k, \varepsilon, \dots\}$ , а $\bar{\eta}$ - входной параметр
3	Вычисление логического признака	не определено
4	Вычисление структурного признака	$p_k = O_p^{struct} (; \bar{\eta})$ , где $k \in \{border, area\}$ , а $\bar{\eta}$ - входной параметр

*Определение 13.* Параметрическим преобразованием реализации изображения  $I_f$  с параметром  $v$  называется отображение

$$O_p^{parameter} (; \bar{\eta}) : I_f \rightarrow v, \text{ где } parameter \in M_p = \{\det erm, \text{ probal}, \text{ struct}\} \text{ и } f \in \{\text{bin}, \text{ gray}, \text{ color}\} \quad (*)$$

Элементы множества  $M_p$  являются обозначениями признаков соответственно: детерминированных, вероятностных и структурных. Описанная классификация не отражает сути методов вычисления признаков вообще. Поэтому приведем дополнительные классификации, позволяющие рассмотреть разнообразие методов их вычисления с разных ракурсов:

1. По форме существования выделяются [25, 26]:

- количественные;
- качественные.

Классификация по данному принципу позволяет провести границу между числовыми и другого вида значений признаками (символьные, строчные и т.п.). Хотя необходимо подчеркнуть, что числовые значения обладают естественным порядком и некоторой «плотностью» взаимного расположения. Эти же характеристики можно ввести и в множество значений, созданное искусственным образом. Последние обычно называют качественными значениями.

2. По типу значений выделяются:



- целые;
- рациональные;
- действительные;
- комплексные;
- символные;
- сложные символные (строчные или последовательности символов).

Такая классификация основана на стандартной математической типизации чисел и также является важной в данной области.

3. По виду области определения выделяются [81, 82]:

- дискретные;
- непрерывные.

Деление на дискретные и непрерывные классы обуславливает выбор методов, используемых уже на стадии вычисления значений признаков, не говоря о других этапах разработок.

4. По сложности выделяются [25, 26, 81, 82, 101, 107, 108]:

- скалярные;
- векторные;
- матричные;
- тензорные.

Данная классификация считается самой интересной. Она же накладывает свой отпечаток не только на сложность данных, но и на разработку систем обработки. В данной классификации каждый следующий элемент является частным случаем предыдущего элемента в списке.

5. По модальности выделяются [16, 110, 117]:

- физические;
- геометрические;
- функциональные.
- топологические

Деление детерминированных признаков на классы по их модальности является наиболее важным. Такая классификация обусловлена четким делением разнообразия методов и устройств измерения значений признаков по ряду аспектов, описываемых предыдущими классификациями. Одни измерители позволяют работать в широком диапазоне значений, а другие – принимать значения только определенного вида. Используя некоторый метод можно оценить, признак достаточно простой структуры, а другие – позволяют измерять более сложные признаки. Некоторые методы и алгоритмы возвра-

щают результаты одного типа, а другие позволяют оценивать их в комплексе. И, наконец, одни признаки имеют количественные значения, а для использования других достаточно измерить их на качественном уровне. Множество детерминированных признаков является очень широким, а множество методов их измерения – не менее разнообразным. В дальнейшем методы измерения детерминированных признаков не рассматриваются и не подлежат формализации, в силу однотипности в структуре методов их вычисления. Для общности и целостности представления результатов данной работы используем символическое обозначение  $O_p^{\text{det erm}}(:, \eta)$  или  $O_p^{\text{det erm}}(:, \bar{\eta})$  для методов и алгоритмов измерения детерминированных признаков.

Детерминированные признаки представляют собой частный случай вероятностных признаков [25, 26]. Так как некоторая величина считается вероятностной, если она может принимать не одно значение, а целое множество, то в таком аспекте детерминированный признак является вероятностной величиной только с одним единственным значением. В теории распознавания образов [25, 26] изначально предполагается совместное задание вероятностного признака с функцией распределения или плотностью распределения вероятностей ее значений. Под измерением вероятностного признака будем подразумевать процесс определения всех возможных значений с вероятностями их принятия. Однако в области компьютерного зрения [121, 122] используются не только такие величины. К числу вероятностных признаков также относят параметры, характеризующие изображение или его фрагменты. Конечно же они не являются «истинными» вероятностными величинами, но в силу введения понятия «двумерное случайное поле» их значения становятся случайными. Ниже представлены наиболее часто используемые величины такого вида, которые получили название «статистические величины».

К статистическим величинам относят характеристики [15, 18, 20, 21, 27, 74, 79, 80], которые описывают изображение как некоторое двумерное случайное поле, свойства которого априори неизвестны [121, 122]. Такого рода величины в теории распознавания образов получили название «вероятностные признаки» [25, 26]. Целью статистического анализа изображений является измерение (получение) оценок указанных характеристик. К их числу относят: начальный и центральный моменты (математическое ожидание (среднее), среднеквадратичное отклонение, коэффициенты асимметрии и эксцесса), энтропия, значения минимального и максимального элементов анализируемого поля и размах (диапазон уровней) [15, 18, 20, 21, 27, 74, 79, 80].

Рассмотрим реализации изображения  $I$ . Большинство вероятностных методов представляют собой системы принятия решений, поэтому в класс вероятностных признаков вошли статистические признаки для реализации изображения  $I_f = \|x_{ij}^f\|$ , где  $f = bin$ . С учетом этих определений формализация вероятностных характеристик будет иметь вид [15, 18, 20, 21, 27, 74, 79, 80, 121, 122]:

- начальные моменты  $k$ -го порядка -  $O_P^{probal}(I_f; m_k) = \frac{1}{n * m} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (x_{ij}^f)^k$ ,

Согласно этой формулировке получаем ее частные случаи:

1.  $m_1 = O_P^{probal}(I_f; \{(n, m), 1\}) = \frac{1}{n * m} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_{ij}$  - начальный момент 1-го поряд-

ка или математическое ожидание (среднее);

2.  $m_2 = O_P^{probal}(I_f; \{(n, m), 2\}) = \frac{1}{n * m} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (x_{ij})^2$  - начальный момент 2-го по-

рядка или средний квадрат;

3.  $m_3 = O_P^{probal}(I_f; \{(n, m), 3\}) = \frac{1}{n * m} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (x_{ij})^3$  - начальный момент 3-го по-

рядка;

4.  $m_4 = O_P^{probal}(I_f; \{(n, m), 4\}) = \frac{1}{n * m} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (x_{ij})^4$  - начальный момент 4-го по-

рядка;

- центральные моменты  $u_k = O_P^{probal}(I_f; (m_1, m_2, \dots, m_k))$

1.  $u_2 = m_2 - m_1^2$  - центральный момент 2-го порядка или дисперсия. Отсюда можно вычислить среднеквадратическое отклонение  $\sigma = \sqrt{u_2}$ ;

2.  $u_3 = m_3 - 3m_1m_2 + 2m_1^3$  - центральный момент 3-го порядка;

3.  $u_4 = m_4 - 4m_1m_3 + 6m_1^2m_2 - 3m_1^4$  - центральный момент 4-го порядка;

- коэффициент асимметрии  $g_1 = O_P^{probal}(I_f; (u_3, \sigma)) = \frac{u_3}{\sigma^3}$ ;

- коэффициент эксцесса  $g_2 = O_P^{probal}(I_f; (u_4, \sigma)) = \frac{u_4}{\sigma^4} - 3$ ;

- энтропия  $\varepsilon = O_P^{probal}(I_f; (p_1, p_2, \dots, p_n)) = -\sum_i p_i \log_2 p_i$ , где  $p_i = P(X = x_i)$ ;

- избыточность или относительная энтропия  $\varepsilon_D = 1 - \frac{I}{I_0}$ , где

$I_0 = \log_2(h_{\max} - h_{\min} + 1)$  и  $h_{\max}, h_{\min}$  - максимальный и минимальный уровни

поля (для бинарной реализации  $h = 2$ , для полутоновой реализации  $h = 256$ );

Возвращаясь к вероятностным признакам для общего случая, отметим, что они определены в работе [25, 26] как признаки, случайные значения которых распределены по всем классам объектов. Признаки распознаваемых объектов следует рассматривать как вероятностные и в случае, если измеряются их числовые значения с такими ошибками, что по результатам измерений невозможно с полной определенностью сказать, какое числовое значение данная величина приняла. Следовательно, детерминированные величины являются вероятностными признаками, у которых значение принимается с вероятностью, равной 1. В таком случае нет необходимости определять плотность распределения вероятностей значений. Для более общего случая когда используется вероятностный признак, он задается через плотность распределения вероятностей его значений с вполне определенными значениями.

Согласно приведенным аргументам нет необходимости выделять класс логических признаков. Повторяясь, отметим, что под логическим признаком понимается высказывание (элементарное или составное) [56] или интерпретация правильно построенной формулы (в более общем понимании), принимающая всего два значения – логическую истину или ложь. Эти значения принимаются с полной определенностью. К логическим признакам относятся, прежде всего, признаки, не имеющие количественного выражения. Они представляют собой суждения качественного характера на наличие или отсутствие некоторых свойств или некоторых элементов у распознаваемых объектов или явлений. Также логическим можно отнести признаки, у которых важна не величина признака, а лишь факт попадания или непадания ее в заданный интервал. В пределах этих интервалов появление различных значений признаков у распознаваемых объектов предполагается равновероятным. На практике логические признаки подобного рода имеют место в таких ситуациях, когда либо ошибками измерений можно пренебречь, либо интервалы значений признаков выбраны, что ошибки измерений не оказывают влияния на достоверность принимаемых решений относительно попадания измеряемой величины в заданный интервал [25, 26].

В данной работе класс логических признаков исключается из списка разновидностей признаков. Основанием для этого послужили следующие аргументы:

- 1) объекты в объективной действительности можно разделить на объекты, явления (природные или естественные, не поддающиеся контролю и

- управлению) и процессы (искусственные или естественные, поддающиеся контролю и управлению);
- 2) объекты из приведенной классификации характеризуются совокупностью признаков, которые поддаются измерению, в основном, на количественном уровне;
  - 3) если количественный детерминированный признак принимает значения из непрерывного множества, то его можно свести к логическому признаку. Например, прибор характеризуется признаком, принимающего значения в диапазоне  $[a; b]$ . Тогда на основании этого признака можно сформулировать другой признак «работоспособность». «Работоспособность» будет характеризовать функциональность прибора и принимать значение «логическая истина», если исходный признак принимает значение из отрезка  $[a; b]$ , и принимает значение «логическая ложь» в противном случае. Таким образом, отпадает необходимость в использовании логических признаков, как отдельную разновидность;
  - 4) если множество значений количественного детерминированного признака представляет конечное дискретное множества, то его также можно свести к логическому признаку. Например, если признак  $\alpha$  принимать значения из множества  $\{\alpha_1 \dots \alpha_n\}$ , то можно получить  $n$  разных однотипных признаков в формате:  $\alpha = \alpha_1, \alpha = \alpha_2, \dots, \alpha = \alpha_n$ , каждый из которых может быть истинным или ложным, в зависимости наблюдается такое значение или нет;
  - 5) вероятностные признаки сводятся к логическим признакам аналогично детерминированным;
  - 6) если бы логические признаки существовали как отдельная разновидность, то для измерения логических признаков разных типов нужно было бы разрабатывать отдельные измерители, в отличие от предыдущих пунктов 3 и 4;
  - 7) определение значения логического признак представляет собой простейшую систему принятия решений.

Структурные и логические признаки схожи в аспекте их формализованного представления. Логические признаки обычно представляются в форме правильно построенной формулы, записываемой через символные обозначения высказываний и логических операций [56]. Структурные же признаки являются геометрическими объектами. Но проведя аналогию между

простейшими геометрическими объектами и символьными обозначениями высказываний, а также установив взаимно однозначное соответствие логическими операциями и отношениями между геометрическими объектами, приходим к возможности записи сложного структурного объекта в форме предложения на естественном языке. Таким образом, структурный метод распознавания связан с использованием аналогии между структурой объектов и синтаксисом естественного языка. В рамках этого подхода для решения задач распознавания используются различные лингвистические конструкции, образованные словарем признаков и грамматикой – правилами конструирования фраз, в совокупности описывающих классы и подлежащий распознаванию объект [25, 26]. Поэтому иногда используют термин «лингвистические методы». Данный подход позволяет решать задачи распознавания в рамках трех направлений [105].

1. Синтаксически ориентированное распознавание, если устанавливается синтаксис грамматики и разбор грамматики осуществляется в двух направлениях.
2. Распознавание образов, представленных графами.
3. Распознавание древовидных структур, при котором модифицируется определение грамматики, дополнительно определяется функция ранжирования.

Таким образом, распознавание с использованием структурных признаков является процессом, использующим другого вида модальность. В отличие от признаков предыдущих классов под измерением структурного признака нужно понимать идентификацию производных элементов и связей между ними [25, 26]. Для более подробного анализа процесса измерения структурных признаков обратимся к работе [107, 108].

Согласно [107, 108] общего решения выбора производных элементов не найдено. При их выборе нужно придерживаться следующих требований:

- 1) производные элементы должны служить основными элементами образов и обеспечивать адекватное и сжатое описание сходных данных в терминах заданных структурных отношений;
- 2) поскольку структурная информация в производных элементах не важна, и они считаются простыми и компактными образами, их выделение и распознавание должно легко осуществляться существующими несинтаксическими методами.

При выборе производных элементов возможен конфликт между этими требованиями. Это означает всего лишь нахождение компромисса между двумя

«полюсами»: чем сложнее производный признак, тем проще будет описание образа, но сложнее будет решение идентификации самого признака. Кроме того, разные постановки задачи, даже при одних и тех же исходных данных, обуславливают выбор разных производных элементов. Упрощение структурного признака обычно ведет к усложнению отношений между ними. Ясно, что измерение структурных признаков и отношений между ними представляет собой в общем случае некоторый алгоритм.

В работах [124-151] приведен алгоритм выделения (измерения) производных признаков, который достаточно сложно формализовать.

1. Над исходным изображением проводится предобработка: ликвидация шума, заполнение разрывов, отслеживание контуров.
2. Выделяются простейшие фрагменты изображений.
3. Фрагменты соединяются в сегменты прямолинейных и криволинейных отрезков.
4. Сегменты подлежат описанию: сегменты прямолинейных отрезков описываются длиной и наклоном, а сегменты криволинейных отрезков – длиной и кривизной.
5. Структурные отношения между различными сегментами (производные элементы) записываются в таблицу соединений.
6. Генерируется утверждение, описывающее образ, в терминах производных объектов и отношений между ними.

Как видно, каждый из пунктов приведенного алгоритма является сложной процедурой. Несмотря на эвристический характер, он обладает достоинствами: преодолевать вариации размера изображения и его ориентации, каждая следующая задача решается после полного решения предыдущей задачи, можно варьировать в выборе производных элементов и т.д. Но большим недостатком этого подхода остается возможность появления «пространственного взрыва».

Работы [107, 108] по сравнению с предыдущей работой является продвинутой в этом отношении. В ней сделана попытка формализовать структурные признаки. В результате была получена формальная модель абстрактного описания английской скорописи. Производными элементами в этой модели служат четыре различных сегмента линий, описываемых тройкой

$$\sigma_j = \left[ (x_{j1}, y_{j1}), (x_{j2}, y_{j2}), \theta_j \right],$$

где  $(x_j, y_j)$  – приблизительное положение концевых точек сегмента, а  $\theta_j$  – направление поворота от первой концевой точки ко второй. Величина  $\theta_j$  по-

ложительна, если поворот осуществляется по часовой стрелке, и отрицательна в противном случае. Используя принятое обозначение для структурных признаков (табл. 4), его можно было записать формализовано следующим образом:

$$\sigma_j = O_p^{struct}(I_f; \sigma_j) = \text{Alg}(I_f \downarrow; [(x_{j1}, y_{j1}), (x_{j2}, y_{j2}), \theta_j] \uparrow),$$

где символ Alg будет использован для обозначения алгоритма вычисления второго параметра  $[(x_{j1}, y_{j1}), (x_{j2}, y_{j2}), \theta_j]$ , при условии задания первого параметра  $I_f$ ,  $f \in \{bin, gray, color\}$ . Символы  $\downarrow$  и  $\uparrow$  указывают на входной или выходной аргументы соответственно. Таким образом, здесь под процедурой  $O_p^{struct} (; \sigma_j)$  нужно понимать алгоритм вычисления значений структурных признаков  $\sigma_j$ .

Согласно [107, 108] более общие методы выделения непрямых элементов можно разделить на две группы. В первой из них делается упор на границы, а во второй – на области изображения. Далее рассмотрим методы первой группы и проведем их формализацию с учетом принятых символьных обозначений. В настоящее время основным методом, используемым в описании границ, являются цепные коды Фримена [23, 24, 37, 107, 108, 109]. Наиболее результативными в плане прикладного применения считаются работы [23, 24, 109]. В них проделана значительная работа по формализации цепных кодов Фримена. Если Фурман использовал элементы функционального анализа, то в работах Гонсалеса идет дальнейшее развитие метода цепного кодирования. Для полного систематизированного представления методов представления границ отметим, что все они являются методами сегментации границ. Параметрическое преобразование в ДАИ [124-151], измеряющее структурный признак, должен вернуть в результате ее значение. Отметим, что значением структурного признака, вычисленного методом цепного кодирования Фримена, будет последовательность чисел, или вектор. Дабы не прийти к противоречию с ныне признанной теорией ДАИ [124-151], отметим, что подобные методы, измеряющие значение выбранного структурного признака, будут означены векторами или упорядоченной совокупностью чисел. Но наряду с цепными кодами Фримена существуют и другие, например [23, 24, 109]:

- 1) кодирование по трем признакам: длине текущего элементарного вектора, направлению поворота при переходе к следующему элементарному вектору и углу между соседними элементарными векторами;



- 2) кодирование текущего элементарного вектора трехразрядным двоичным кодом (метод Фримена);
- 3) P-представление контура;
- 4) кодирование текущего элементарного вектора двумя его проекциями на оси координат (двухмерный код);
- 5) полигональное представление контура;
- 6) представление контура радиус-векторами, приведенными из центра тяжести фигуры;
- 7) представление контура в виде функции комплексного переменного;
- 8) представление элементарного вектора контура в плоскости квадратной сетки комплексными числами.

Ниже приведена текстовая формулировка алгоритма для бинарной реализации  $I_{bin}$  изображения  $I$ , использующего один из восьми способов кодирования [23, 24]:

- 1) наложить на изображение  $I$  равномерную сетку;
- 2) в качестве элементов границы выбрать те элементы реализации  $I_{bin}$ , более 50% площади которых находится в пределах рассматриваемой фигуры;
- 3) выбрать из числа элементов реализации  $I_{bin}$  те, которые не являются внутренними (внешние элементы фигуры);
- 4) применить один из 8 способов кодирования последовательности выбранных на 3 шаге элементов.

Результатом применения этого алгоритма будет последовательность кодов, описывающих граничные точки фигуры, изображенной на реализации  $I_{bin}$ .

Пусть дана бинарная реализация  $I_{bin}$  изображения  $I$ , т.е.  $I_{bin} = \{x_{ij}\}$ , где  $x_{ij} \in \{0,1\}$ . Степень детализации реализации  $I_{bin}$  изображения  $I$  выберем на уровне пикселей, т.е. каждый из элементов  $x_{ij}$  соответствует пикселю изображения  $I$ . Следующая формализованная запись представляет математическую модель процедуры вычисления структурных признаков  $\{q_1, \dots, q_m\}$  для бинарной реализации  $I_{bin}$ :

$$\begin{aligned}
& \text{Alg}(I_{bin} \downarrow; \{q_1, \dots, q_m\} \uparrow) \\
& \langle I_{bin} \Rightarrow A = \{ \langle x_{ij}, \langle i, j \rangle \rangle \mid (I_{bin} = \|x_{ij}\|) \wedge (x = 1) \}, \\
& A \Rightarrow B^h = \{ \langle x_{kj}, \langle i, j \rangle \rangle \mid (\langle x_{kj}, \langle i, j \rangle \rangle \in A) \wedge [(k = \min(i)) \vee (k = \max(i))] \}, \\
& A \Rightarrow B^v = \{ \langle x_{il}, \langle i, j \rangle \rangle \mid (\langle x_{il}, \langle i, j \rangle \rangle \in A) \wedge [(l = \min(j)) \vee (l = \max(j))] \}, \\
& (B^h \cup B^v) \Rightarrow B = \text{Im}(B^h \cup B^v), \\
& B \Rightarrow \{q_1, \dots, q_m\}
\end{aligned}$$

Алгоритм представляет собой параметрическое преобразование:

$$\{q_1, \dots, q_m\} = O_P^{struct}(I_{bin}; *) = \text{Alg}(I_{bin} \downarrow; \{q_1, \dots, q_m\} \uparrow)$$

Алгоритм описывает кодирование границ фигуры, изображенной на бинарной реализации  $I_{bin}$ . Он состоит из четырех шагов, записанных на математическом языке с использованием терминов теоретико-множественного подхода. Первым шагом алгоритма является создание множества пикселей  $A$  фигуры на изображении  $I_{bin}$ , состоящей из черных точек. Вторые и третьи шаги образуют этап выделения границ. Этап выявления граничных точек фигуры является двухпроходным – определяется множество граничных точек по горизонтали  $B^h$  и множество граничных точек по вертикали  $B^v$ . Определения множеств  $B^h$  и  $B^v$  является дескриптивным, но не конструктивным. В таких случаях не всегда можно восстановить алгоритм их создания. В работе [109] описывается аппарат дискретных цепей Маркова, позволяющих решать задачи подобного рода. Однако в силу простоты свойств, присущих элементам множеств  $B^h$  и  $B^v$ , можно легко реконструировать алгоритм их генерации. Четвертый шаг состоит в образовании множества граничных пикселей  $B$ , представляющего область определения объединения бинарных отношений  $B^h$  и  $B^v$  [62, 76]. Преобразование множества  $B$  во множество кодов  $\{q_1, \dots, q_m\}$  описывает применение одного из восьми вариантов кодирования граничных точек фигуры. В результате можно получить последовательность кодов, описывающих пиксели границы. Выявление подобным образом контуров объектов в реализациях являются не единственными.

Другим не менее распространенным методом получения цепных кодов для границ является привлечение методов математической морфологии [23, 24] на первом шаге алгоритма. Согласно той же самой исследовательской работе граница  $\beta(A)$  множества  $A$  может быть вычислена путем выполнения

сначала операции эрозии  $A$  по  $B$ , а затем получения разностного множества между  $A$  и результатом его эрозии:

$$\beta(A) = A \setminus (A \square B),$$

где  $B$  – подходящий примитив, а роль множества  $A$  выполняет бинарная реализация  $I_{bin}$ . Ниже приведена математическая модель этой процедуры, которая уже является параметрической:

$$\begin{aligned} & \text{Alg}(I_{bin} \downarrow, \|\mu\| \downarrow; \{q_1, \dots, q_m\} \uparrow) \\ & \langle I_{bin} \Rightarrow I'_{bin} = I_{bin} \setminus (I_{bin} \square \|\mu\|), \\ & I'_{bin} \Rightarrow B = \{ \langle x_{ij}, \langle i, j \rangle \rangle \mid (I_{bin} = \|x_{ij}\|) \wedge (x_{ij} = 1) \}, \\ & B \Rightarrow C = \text{Im}(B), \\ & C \Rightarrow \{q_1, \dots, q_m\} \end{aligned}$$

где  $A = I_{bin}$  – исходное изображение, а  $B = \|\mu\|$  – маска и параметр алгоритма. В терминах параметрических преобразований для структурных признаков оно имеет вид:

$$\{q_1, \dots, q_m\} = O_P^{struct}(I_{bin}; \bar{\mu}) = \text{Alg}(I_{bin} \downarrow, \|\mu\| \downarrow; \{q_1, \dots, q_m\} \uparrow).$$

В отличие от первой формы записи параметрического преобразования для вычисления структурного признака с использованием теоретико-множественного подхода, вторая форма является параметрическим алгоритмом с параметром  $\|\mu\|$ . В зависимости от маски  $\|\mu\|$  на выходе параметрического преобразования будут сформированы различные последовательности цепных кодов  $\{q_1, \dots, q_m\}$ .

Эту же задачу можно решать с привлечением операторов, выполняющих дискретное дифференцирование [23, 24, 81, 82, 110]. Модификацию второй формы можно получить при использовании процедурного преобразования с операцией фильтрации, где значением параметра является вектор параметров маски фильтра  $\bar{\eta}$ . Хотя и для предыдущего случая и рассматриваемой текущей ситуации требуется маска, они описываются разными формализмами. Это основано на том, что в случае с операцией математической морфологии используется постоянная маска, а ядро операции фильтрации и его апертура могут меняться. Следовательно, будет правильным в первом случае подавать на вход алгоритма маску как значение параметра. А во втором случае, в силу того, что апертура меняется, его ранги векторизовать и присвоить па-

параметру алгоритма. Тогда в общем случае этот алгоритм с векторным параметром запишется так:

$$\begin{aligned}
& \text{Alg}(I_{bin} \downarrow, \bar{\eta} \downarrow; \{q_1, \dots, q_m\} \uparrow) = \text{Alg}(I_{bin} \downarrow, (n, m) \downarrow; \{q_1, \dots, q_m\} \uparrow) \\
& \langle I_{bin} \Rightarrow I'_{bin} = O_T^{filter}(I_{bin}, (n, m)), \\
& I'_{bin} \Rightarrow B = \left\{ \langle x_{ij}, \langle i, j \rangle \rangle \mid (I_{bin} = \|x_{ij}\|) \wedge (x_{ij} = 1) \right\}, \\
& B \Rightarrow C = \text{Im}(B), \\
& C \Rightarrow \{q_1, \dots, q_m\} \rangle
\end{aligned}$$

где  $\bar{\eta}$  – параметр алгоритма и параметры маски фильтра. В терминах параметрических преобразований для структурных признаков она имеет вид:

$$\{q_1, \dots, q_m\} = O_P^{struct}(I_{bin}; (n, m)) = \text{Alg}(I_{bin} \downarrow, \bar{\eta} \downarrow; \{q_1, \dots, q_m\} \uparrow).$$

Если рассмотрим процедурные преобразования на базе операции фильтрации, то параметр  $\bar{\eta}$  может принимать векторное значение  $(n, m)$ , компоненты которого являются рангами матрицы-маски для линейных и нелинейных пространственных фильтров [14, 23, 24, 43].

Более сложный случай описывает следующий алгоритм, когда он содержит в своей структуре два преобразования с параметрами  $(n, m)$  и  $\eta_0$ . Тогда параметрическое преобразование со значением параметра  $\bar{\eta} = \{(n, m), \eta_0\}$  над полутоновой реализацией изображения может быть представлено следующим образом:

$$\begin{aligned}
& \text{Alg}(I_{gray} \downarrow, \bar{\eta} \downarrow; \{q_1, \dots, q_m\} \uparrow) = \times \\
& \times = \text{Alg}(I_{gray} \downarrow, \{(n, m), \eta_0\} \downarrow; \{q_1, \dots, q_m\} \uparrow) \\
& \langle I_{gray} \Rightarrow I'_{gray} = O_T^{filter}(I_{gray}, (n, m)), \\
& I'_{gray} \Rightarrow I_{bin} = O_T^{gray \rightarrow bin}(I_{gray}, \eta_0), \\
& I_{bin} \Rightarrow B = \left\{ \langle x_{ij}, \langle i, j \rangle \rangle \mid (I_{bin} = \|x_{ij}\|) \wedge (x_{ij} = 1) \right\}, \\
& B \Rightarrow C = \text{Im}(B), \\
& C \Rightarrow \{q_1, \dots, q_m\} \rangle
\end{aligned}$$

Ее общая форма будет иметь вид:

$$\{q_1, \dots, q_m\} = O_P^{struct}(I_{gray}; \{(n, m), \eta_0\}) = \text{Alg}(I_{gray} \downarrow, \{(n, m), \eta_0\} \downarrow; \{q_1, \dots, q_m\} \uparrow).$$

Отметим, что в данном параметрическом преобразовании использованы два процедурных преобразования: метод фильтрации полутоновой реализации

$I_{gray}$  с параметрами маски  $(n, m)$ , и метод пороговой конвертации полутоновой реализации  $I_{gray}$  в бинарную реализацию  $I_{bin}$  с параметром  $\eta_0$ .

Подобную операцию выделения пикселей границ и их цепного кодирования можно провести с использованием дискретных цепей Маркова [109]. Математический аппарат теории дискретных цепей Маркова является достаточно универсальным инструментом формализации и позволяет решать такие задачи, как подавление шумов, обнаружение пространственно-распределенных объектов, выделение подозрительных областей сцены по признаку наличия сгущений, селекции на площади, фильтрация на базе двухпороговых алгоритмов, согласования, анизотропных пеленгационных алгоритмов, медианных и процентильных алгоритмов, сглаживания и т.д. [109]. Далее рассмотрим формализацию параметрического преобразования бинарной реализации в структурный признак, представленного цепными кодами с использованием дискретной цепи Маркова для задачи краевой фильтрации. То есть в алгоритме будет использована дискретная цепь Маркова, которая направлена на решение обнаружения граничных точек в бинарной реализации изображения. Он является частным представлением первой формы параметрического преобразования (параметрическое преобразование без параметров) [124-151]:

$$\begin{aligned} \{q_1, \dots, q_m\} &= O_P^{struct}(I_{bin}; \{s_0, \delta, \lambda\}) = \text{Alg}(I_{bin} \downarrow; \{q_1, \dots, q_m\} \uparrow), \text{ где} \\ \text{Alg}(I_{bin} \downarrow; \{s_0, \delta, \lambda\} \uparrow) &= \text{Alg}(I_{bin} \downarrow; \{q_1, \dots, q_m\} \uparrow) \\ &\langle \\ I_{bin} \Rightarrow \{q_1, \dots, q_m\} &= \langle S, X, Y, s_0, \delta, \lambda \rangle(I_{bin}) \\ &\rangle \end{aligned}$$

где  $\{q_1, \dots, q_m\} = \langle S, X, Y, s_0, \delta, \lambda \rangle(I_{bin})$  — формализованное обозначение оператора дискретной цепи Маркова, действующего на бинарную реализацию изображения  $I_{bin}$ . Согласно [109] дискретная цепь Маркова является конечным автоматом с памятью. Роль математической модели этого автомата играет оператор  $\langle S, X, Y, s_0, \delta, \lambda \rangle$  [19, 58, 59], где  $S$  — конечное непустое множество состояний,  $X$  — конечное непустое множество входных сигналов (входной алфавит),  $Y$  — конечное непустое множество выходных сигналов (выходной алфавит),  $s_0 \in S$  — начальное состояние,  $\delta: S \times X \rightarrow S$  — функция переходов,  $\lambda: S \times X \rightarrow Y$  — функция выходов. Хотя такой алгоритм является одношаговым, дискретная цепь Маркова решает задачу формирования цепных

кодов без дополнительных действий, которые наблюдались в остальных вариантах и формах параметрического преобразования для структурных признаков. Аналогичным образом можно формализовать и другие подобные алгоритмы.

Согласно [81, 82] совокупность пикселей и последовательность цепных кодов являются промежуточными представлениями между пиксельным и семантическим уровнями изображения. Всего автор этой работы выделяет три уровня промежуточных представлений:

- контурные представления;
- представление на уровне производных элементов;
- представление на уровне составных структурных элементов.

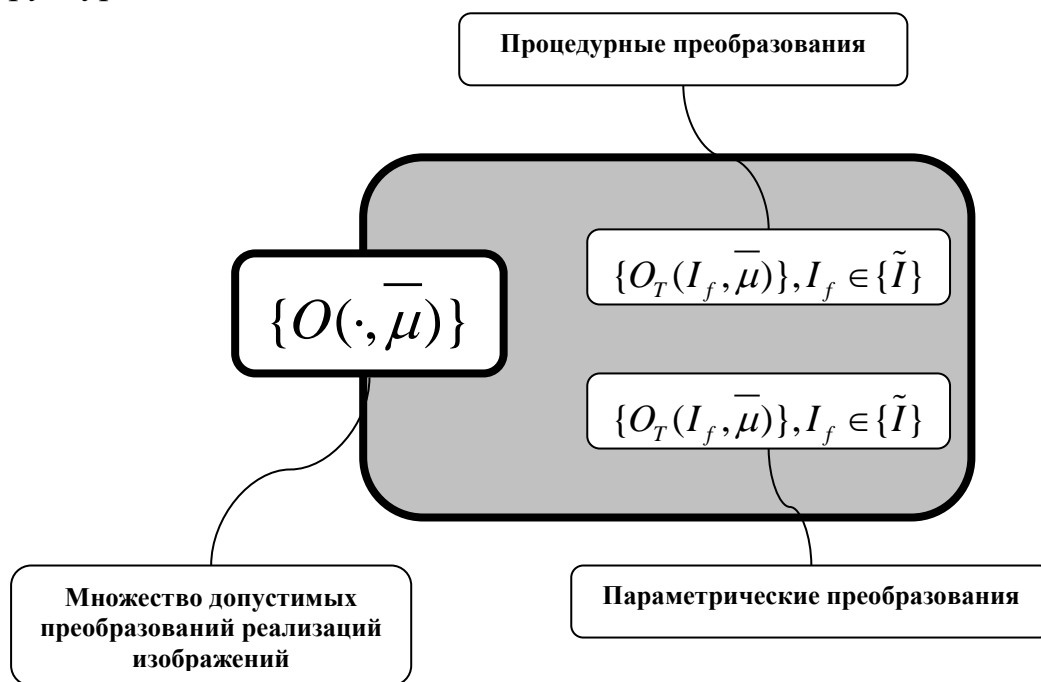
Для построения структурно-лингвистического описания содержания изображения необходимо последовательно пройти все этапы создания промежуточных представлений. Причем каждый следующий уровень строится на результатах предыдущего уровня. В нашем случае произведена формализация первых двух уровней. Измерение составных структурных признаков предполагает выявление отношений между производными элементами на количественном или качественном уровнях. Представление на уровне производных элементов являются неэффективными, что обусловлено наличием нерегулярностей в сегментах цепных кодов [107, 108]. Устранение этой проблемы в исходной последовательности кодов приводит к эффекту сглаживания. Для получения сглаженной цепной последовательности можно использовать трансформационные грамматики [19, 58, 59] или аппарат нечеткой математики [67, 102]. Трансформационная грамматика является одним из видов порождающих грамматик из теории формальных языков. Аппарат этой теории используется в основном при решении задач распознавания, которые не будут рассмотрены в данной работе. Отмечу только то, что трансформационная грамматика позволяет не только решать задачу сглаживания, но создавать графовые модели по контурному представлению.

До сих пор рассматривалась тема выделения структурных признаков, основанных на границах. Вторым вариантом структурных признаков является представления через замкнутые области. В этом направлении наиболее известными работами являются [77, 107, 108]. Определение структурных признаков через области приведено в работе [107, 108]. Процедура хотя и является линейной, представляет достаточно сложный алгоритм. В данной работе определение структурных признаков через области не формализуются.

### 2.3. Математическая модель системы технического зрения

Представление изображения является процессом по созданию формальной схемы, предназначенной для получения описания изображения сцены в терминах структурных элементов. К числу таких структурных элементов можно отнести поверхности, кривые, геометрические множества точек и т.п. В алгебраическом подходе к анализу и обработке изображений И.Б. Гуревича используются три вида ДАСПИ: процедурные (Т- ДАСПИ), параметрические (Р- ДАСПИ) и порождающие (G- ДАСПИ). Каждый из них предназначен для решения своей задачи. Т- ДАСПИ позволяют решать задачи обработки и преобразования изображений. Р- ДАСПИ позволяют вычислять характеристики и признаки для исходных данных, а G- ДАСПИ – решать задачи сегментации изображения. Введение порождающих преобразований и G- ДАСПИ в МДАИ теряет смысл. Придерживаясь позиции, будут рассмотрены всего лишь два вида преобразований – процедурные и параметрические преобразования (рис.). Будут исследованы только два вида ДАСПИ – Т- и Р- ДАСПИ [124-151].

Т- ДАСПИ будут опираться на процедурные преобразования и операцию структуризации [124-151].



**Рис. 2.9.** Множество допустимых преобразований реализаций в МДАИ

*Определение.* Т-ДАСПИ в МДАИ называется суперпозиция процедурных преобразований

$\mathfrak{R}_T(\bar{\mu})(I_f) \stackrel{def}{=} \langle O_{T,1}^k(\cdot, \mu_1), \dots, O_{T,n}^k(\cdot, \mu_n) \rangle(I_f) = O_{T,n}^k(\cdot, \mu_n)(\dots O_{T,2}^k(O_{T,1}^k(I_f, \mu_1))\dots)$ , где  $f \in \{bin, gray, color\}$ ,  $k \in \{X \rightarrow Y, improve, filter, dissect, filter, morph, \dots\}$ ,  $\bar{\mu} = \langle \mu_1, \dots, \mu_n \rangle$ .

Множества всех корректных Т-ДАСПИ обозначают  $\{\mathfrak{R}_T(\bar{\mu})\}$  [124-151].

*Определение:* Реализацией Т- ДАСПИ  $\{\mathfrak{R}_T(\bar{\mu})\}$  изображения  $I$  называется применение ДАСПИ  $\mathfrak{R}_T(\bar{\mu})$  с выбранным значением  $\bar{\mu} = \bar{\mu}_0$  параметров преобразований, входящих в ДАСПИ к реализациям исходного изображения  $\{I_{bin}, I_{gray}, I_{color}\}$ .

Теория распознавания образов делит множество всех возможных признаков на детерминированные, вероятностные, логические и структурные классы [25б 26]. Ясно, что для правильного введения Р- ДАСПИ, необходимо предварительно найти взаимосвязь между этими классами. Из перечисленных классов признаков интуитивно можно выделить на роль главных вероятностные и структурные признаки. Детерминированные признаки можно рассматривать как вероятностные, у которых функция распределения представлена единственным значением, вероятность которого равна 1. Логические же признаки, как ранее отмечалось, в данной работе не представляют отдельный независимый класс признаков в силу своей природы. Становится понятна в таком случае природа и структурных признаков. Хотя они и отличаются от вероятностных признаков, их вычисление можно назвать процессом работы системы принятия решений. Такой вывод имеет свою вескую причину – структурные признаки, по определению, есть элементарные геометрические объекты. Они в основном являются кривыми на плоскости или пространственными примитивами. В том и ином случае они есть геометрические места точек. Ранее было сказано, что любое геометрическое место точек на изображении соответствует конечному набору пикселей со своими яркостными характеристиками. Если же рассматривать бинарные изображения, то под структурным элементом в изображении понимается набор черных пикселей на белом фоне. Совокупность этих черных пикселей интерпретируется наблюдателем как некоторый геометрический примитив, хотя результат этого процесса все же является субъективным. Таким образом, если определить структурные признаки как набор пикселей на изображении, каждый из которых может быть либо белым (что соответствует фону), либо черным (что означает ее принадлежность структурному признаку), то совокупности пик-



селей структурного признака можно сопоставить совокупность высказываний. Каждое высказывание из эквивалентной совокупности утверждает или отрицает принадлежность пикселя с координатами  $(i, j)$  структурному признаку в зависимости от значения этого пикселя  $x_{ij}$ , где  $I_{bin} = \|x_{ij}\|$ . Следовательно, наиболее общим среди перечисленных признаков является вероятностный признак, а остальные представляют его простые или сложные частные случаи. В таком случае, придерживаясь определения Т- ДАСПИ и параметрического преобразования, можно сформулировать следующее определение Р- ДАСПИ [124-151].

*Определение.* Р-ДАСПИ в МДАИ называется композиция параметрических преобразований

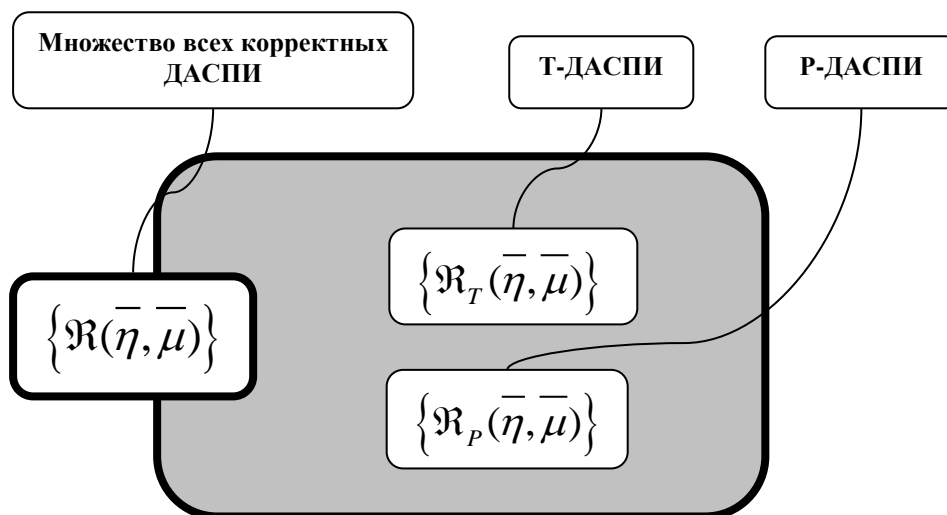
$$\mathfrak{R}_P(\bar{\eta})(I_f) \stackrel{def}{=} \left[ \circ_{j=1}^m O_{P,j}^k(\cdot, \eta_j) \right] (I_f) = \circ_{j=1}^m O_{P,j}^k(I_f, \eta_j), \text{ где}$$

$$f \in \{bin, gray, color\}, k \in \{det, erm, probal, struct\}, \bar{\eta} = \langle \eta_1, \dots, \eta_m \rangle.$$

Множества всех корректных Р-ДАСПИ обозначают  $\{\mathfrak{R}_P(\bar{\eta})\}$  [124-151].

*Определение:* Реализацией Р-ДАСПИ  $\mathfrak{R}_P(\bar{\eta})$  изображения  $I$  называется применение ДАСПИ  $\mathfrak{R}_P(\bar{\eta})$  с выбранным значением  $\bar{\eta} = \bar{\eta}_0$  параметров преобразований, входящих в представление к реализациям исходного изображения  $\{I_{bin}, I_{gray}, I_{color}\}$ .

Т-ДАСПИ и Р-ДАСПИ являются в МДАИ основным инструментом создания Т- и Р-моделей соответственно. Они образуют множество всех корректно определенных ДАСПИ (рис. 2.10), которые используются на практике [124-151].



**Рис. 2.10.** Множество всех корректных ДАСПИ в МДАИ

*Определение:* Множеством всех корректных ДАСПИ в МДАИ называется

множество  $\{\mathcal{R}(\bar{\eta}, \bar{\mu})\} = \{\mathcal{R}_T(\bar{\eta}, \bar{\mu})\} \cup \{\mathcal{R}_P(\bar{\eta}, \bar{\mu})\}$ .

В следующей главе данной работы рассмотрим использование предлагаемой терминологии в ДАИ для решения поставленных задач.

## ГЛАВА 3. ПРОСТРАНСТВА ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ СИСТЕМ ТЕХНИЧЕСКОГО ЗРЕНИЯ

### 3.1. Подпространство для обработки черно-белых изображений

Глава направлена на исследование математического пространства, где протекают процессы обработки изображений. В рамках дескриптивных алгебр изображений оно получило название фазовых пространств представлений. В данной работе будет определен ее частный случай в форме совокупности трех подпространств. Число подпространств зависит от форм реализаций изображений и методов их обработки. Так как во второй главе изображения были представлены только в трех форматах – бинарном, полутоновом и цветном, то исследуемое пространство обработки изображений будет состоять из трех подпространств, которые связываются методами их взаимного конвертирования. В рамках такой модификации данное пространство получило название пространства состояний изображений, ибо структурно состоит из всех возможных вариаций элементов изображений, которые представляются конечными матрицами с постоянными в ходе решения задач рангами. Подпространства этого пространства состояний изображений будут описаны универсальными алгебрами без операторного кольца, называемые модифицированными дескриптивными алгебрами изображений [124-151].

*Определение 1.* Модифицированной дескриптивной алгеброй изображений называется универсальная алгебра без операторного кольца, элементы основного множества которой являются реализациями изображений, а главные операции – допустимыми операциями над реализациями.

С одной стороны ясно, что таким определенная образом алгебраическая структура является частным случаем дескриптивных алгебр изображений. С другой стороны, такой подход к ее определению открывает новый аспект их исследования – рассмотрение МДАИ в форме пространства состояний моделей изображений. Под строением МДАИ подразумевается состав и связи между элементами основного его множества. Возможности МДАИ заключаются в определении одних элементов основного множества через другие с использованием главных операций алгебраической структуры. Здесь рассматриваются МДАИ для бинарных и полутоновых реализаций. В качестве главных операций используются логические операции: конъюнкция, дизъюнкция, импликация, стрелка Пирса, антиимпликация, эквивалентность, сумма Жегалкина, штрих Шеффера и т.д. [1, 4, 44, 56, 76, 99, 115]. Критерием отбора является их замкнутость на множестве  $\{0,1\}$  для бинарных реализаций

и на множестве  $\{0, \dots, 255\}$  для полутоновых реализаций. Для отобранных функций вводятся их матричные формы, которые связаны с обычными определениями этих функций. Эти функции являются бинарными операциями. Кроме них, также рассматриваются унарные операции в лице морфологических и операций фильтрации. Принцип формулировки и исследования МДАИ состоит в усложнении алгебраических структур за счет ввода дополнительных свойств и нахождения симметричных и нейтральных элементов относительно главных бинарных операций. Таким образом, рассматриваются алгебры бинарных реализаций с главными логическими и морфологическими операциями. Далее формулируются и исследуются алгебры полутоновых реализаций с главными логическими операциями и операциями фильтрации. Проводится классификация МДАИ по типу применяемых главных операций. В дальнейшем МДАИ будут называться просто алгебрами реализаций [124-151].

Данная глава является ключевой во всей работе, хотя и опирается на материалы второй главы. Формулируется гипотеза о том, что возможно объединение разнотипных алгебр в более сложный математический объект. Она основана на том факте, что в процессе преобразований изображения, в целях получения его в нужном качестве изменяется только формат представления изображения, но не его размер. Это говорит о том, что преобразование изображения есть переход из одного его состояния в другое в пределах этой алгебры. Изменение же его формата переводит изображение в другую алгебру. Таким образом, объединив все нужные алгебры в единый математический объект, можно получить математическую модель среды преобразования изображения, которая в данной работе получила название «пространство состояний изображения». В данной работе предполагается также исследование структуры пространства, которая аналогична пространству состояний изображения. Глава направлена на решение третьей и четвертой основных задач этой работы.

Пусть задано множество всех возможных бинарных изображений, реализации которых обозначаются как  $I_{bin} = \|x_{ij}\|$ ,  $x_{ij} \in \{0, 1\}$ . Для обозначения бинарных реализаций используем обозначение  $M_{bin}$ , т.е.  $M_{bin} = \{I_{bin}\}$ . Пусть это множество представляет собой основное множество разрабатываемой алгебры  $\mathfrak{R}_B^L$ . В качестве кандидатов на главные операции будем выбирать бинарные булевы функции «И» (обозначается  $\wedge$ ), «ИЛИ» (обозначается  $\vee$ ) и «исключающее ИЛИ» (обозначается  $\oplus$ ). Исходя из таблицы истинности этих

логических функций, можно утверждать, что все они замкнуты на множестве  $\{0,1\}$ . Следовательно, они могут претендовать на роль главных операций алгебры. Однако эти булевы функции являются математическими функциями от логических аргументов. Поэтому возникает необходимость в определении булевых функций для матричных аргументов. Матричные булевы функции определим аналогично логическим функциям, сохранив их обозначения [6, 7, 8, 9, 13, 17, 55].

*Определение:* Матричной конъюнкцией над бинарными реализациями  $I_{bin}' = \|x_{ij}'\|$ ,  $x_{ij}' \in \{0,1\}$  и  $I_{bin}'' = \|x_{ij}''\|$ ,  $x_{ij}'' \in \{0,1\}$  называется логическая конъюнкция  $\wedge$  над соответствующими элементами этих реализаций, т.е.

$$I_{bin}' \wedge I_{bin}'' = \|x_{ij}'\| \wedge \|x_{ij}''\| = \|x_{ij}' \wedge x_{ij}''\| = \|x_{ij}\| = I_{bin}$$

*Определение.* Матричной дизъюнкцией над бинарными реализациями  $I_{bin}' = \|x_{ij}'\|$ ,  $x_{ij}' \in \{0,1\}$  и  $I_{bin}'' = \|x_{ij}''\|$ ,  $x_{ij}'' \in \{0,1\}$  называется логическая дизъюнкция  $\vee$  над соответствующими элементами этих реализаций, т.е.

$$I_{bin}' \vee I_{bin}'' = \|x_{ij}'\| \vee \|x_{ij}''\| = \|x_{ij}' \vee x_{ij}''\| = \|x_{ij}\| = I_{bin}$$

*Определение.* Матричной исключающей дизъюнкцией над бинарными реализациями  $I_{bin}' = \|x_{ij}'\|$ ,  $x_{ij}' \in \{0,1\}$  и  $I_{bin}'' = \|x_{ij}''\|$ ,  $x_{ij}'' \in \{0,1\}$  называется логическая исключающая дизъюнкция  $\oplus$  над соответствующими элементами этих реализаций, т.е.

$$I_{bin}' \oplus I_{bin}'' = \|x_{ij}'\| \oplus \|x_{ij}''\| = \|x_{ij}' + x_{ij}''\| = \|x_{ij}\| = I_{bin}$$

*Замечание.* Алгебры в своем составе имеют главные операции, которые могут быть самыми разнообразными [13, 17, 55, 57, 61, 62, 63, 64, 66, 92, 93, 94, 100]. Используя принцип «область определения- множество значений» будем выделять:

- арифметические операции класса А;
- логические операции класса L;
- морфологические операции класса М;
- операции фильтрации класса F;

Алгебра, использующая в роли главной бинарной операции одну из них, также будет отнесена к соответствующему классу. Допускается определение симбиоза двух и более классов. Такого рода классы могут быть соотнесены с более сложными видами алгебр, например кольцами в которых используются уже две главные операции, необязательно одного класса [8, 9, 13, 17, 55, 57, 61, 62].

*Утверждение:* Система  $\mathfrak{R}_B^L = \langle M_{bin}, \{\wedge, \vee, \oplus\} \rangle$  является алгеброй класса  $L$  типа  $(2, 2, 2)$ .

*Доказательство.* Доказательство этого утверждения основано на замкнутости ее главных операций на множестве  $\{0,1\}$ , согласно их определению.

*Определение.* Алгебра  $\mathfrak{R}_B^L$  называется алгеброй бинарных реализаций (АБР).

*Утверждение.* Алгебра  $\langle M_{bin}, \{\wedge\} \rangle$  является полугруппой и обозначается  $\mathfrak{S}_B^\wedge$ .

*Доказательство.* Доказательство этого утверждения основано на свойстве ассоциативности булевой функции  $\wedge$ :

$$\begin{aligned} I'_{bin} \wedge (I''_{bin} \wedge I'''_{bin}) &= \|x_{ij}'\| \wedge (\|x_{ij}''\| \wedge \|x_{ij}'''\|) = \|x_{ij}' \wedge (x_{ij}'' \wedge x_{ij}''')\| = \|((x_{ij}' \wedge x_{ij}'') \wedge x_{ij}''')\| = \times \\ &\times = (I'_{bin} \wedge I''_{bin}) \wedge I'''_{bin} \end{aligned}$$

*Утверждение.* Алгебра  $\langle M_{bin}, \{\vee\} \rangle$  является полугруппой и обозначается  $\mathfrak{S}_B^\vee$ .

*Доказательство.* Доказательство этого утверждения основано на свойстве ассоциативности булевой функции  $\vee$ :

$$\begin{aligned} I'_{bin} \vee (I''_{bin} \vee I'''_{bin}) &= \|x_{ij}'\| \vee (\|x_{ij}''\| \vee \|x_{ij}'''\|) = \|x_{ij}' \vee (x_{ij}'' \vee x_{ij}''')\| = \|((x_{ij}' \vee x_{ij}'') \vee x_{ij}''')\| = \times \\ &\times = (I'_{bin} \vee I''_{bin}) \vee I'''_{bin} \end{aligned}$$

*Утверждение.* Алгебра  $\langle M_{bin}, \{\oplus\} \rangle$  является полугруппой и обозначается  $\mathfrak{S}_B^\oplus$ .

*Доказательство.* Доказательство этого утверждения основано на свойстве ассоциативности булевой функции  $\oplus$ :

$$\begin{aligned} I'_{bin} \oplus (I''_{bin} \oplus I'''_{bin}) &= \|x_{ij}'\| \oplus (\|x_{ij}''\| \oplus \|x_{ij}'''\|) = \|x_{ij}' + (x_{ij}'' + x_{ij}''')\| = \|((x_{ij}' + x_{ij}'') + x_{ij}''')\| = \times \\ &\times = (I'_{bin} \oplus I''_{bin}) \oplus I'''_{bin} \end{aligned}$$

Таким образом, АБР  $\mathfrak{R}_B^L$  представляет совокупность трех полугрупп:

$\mathfrak{S}_B^\wedge$ ,  $\mathfrak{S}_B^\vee$  и  $\mathfrak{S}_B^\oplus$ . Дальнейшая их конкретизация возможна в случае обнаружения для них нейтральных элементов относительно их главных ассоциативных бинарных операций. Обобщение таблиц истинности для булевых функций  $\wedge$ ,  $\vee$  и  $\oplus$  позволяет сформулировать следующие их свойства [8, 9, 13, 17, 55,

57, 61, 62].

Свойства булевой функции  $\wedge$

1.  $x \wedge 0 = 0 \wedge x = 0$
2.  $x \wedge x = x$
3.  $x \wedge y = y \wedge x$  .
4.  $x \wedge (y \wedge z) = (x \wedge y) \wedge z$

Свойства булевой функции  $\vee$

1.  $x \vee 0 = 0 \vee x = x$
2.  $x \vee x = x$
3.  $x \vee y = y \vee x$  .
4.  $x \vee (y \vee z) = (x \vee y) \vee z$

Свойства булевой функции  $\oplus$

1.  $x \oplus 0 = 0 \oplus x = x$
2.  $x \oplus x = 0$
3.  $x \oplus y = y \oplus x$  .
4.  $x \oplus (y \oplus z) = (x \oplus y) \oplus z$

На основании 1 и 4 свойства булевой функции  $\vee$  верным будет следующее утверждение [8, 9, 13, 17, 55, 57, 61, 62].

*Утверждение.* Алгебра  $M_B^\vee = \langle M_{bin}, \{\vee, O\} \rangle$  есть моноид.

*Доказательство.* Согласно определению моноида – это полугруппа с нейтральным элементом относительно ее главной бинарной ассоциативной операции. Главная операция  $\vee$  по 4 свойству соответствующей булевой функции обладает свойством ассоциативности, ибо алгебра  $\mathfrak{S}_B^\vee = \langle M_{bin}, \{\vee\} \rangle$  является полугруппой.

Нулевая матрица в этой полугруппе является нейтральным элементом относительно главной операции  $\vee$ :

$$I_{bin} \vee O = \| \|x_{ij}\| \vee \|0\| = \| \|x_{ij} \vee 0\| = \| \|0 \vee x_{ij}\| = \| \|0\| \vee \|x_{ij}\| = O \vee I_{bin} = \|0\|.$$

■ На основании 1 и 4 свойства булевой функции  $\oplus$  верным будет следующее утверждение [6, 7, 8, 9, 13, 17, 55, 57, 61, 62, 63, 64, 66].

*Утверждение.* Алгебра  $M_B^\oplus = \langle M_{bin}, \{\oplus, O\} \rangle$  есть моноид.

*Доказательство.* Согласно определению моноид – это полугруппа с нейтральным элементом относительно ее главной бинарной ассоциативной операции. Главная операция  $\oplus$  по 4 свойству соответствующей булевой

функции обладает свойством ассоциативности, ибо алгебра  $\mathfrak{S}_B^\oplus = \langle M_{bin}, \{\oplus\} \rangle$  является полугруппой.

Нулевая матрица в этой полугруппе является нейтральным элементом относительно главной операции  $\oplus$ :

$$I_{bin} \oplus O = \|x_{ij}\| \oplus \|0\| = \|x_{ij} + 0\| = \|0 + x_{ij}\| = \|0\| \oplus \|x_{ij}\| = O \oplus I_{bin} = \|0\|.$$

Ясно, что моноид  $M_B^\vee$  не может претендовать на роль группы, ибо 2 свойство соответствующей булевой функции отрицает существование симметричного справа элемента на множестве  $\{0,1\}$ . В отличие от него моноид  $M_B^\oplus$  является абелевой группой. Согласно 2 свойству любой элемент является симметричным относительно операции  $\oplus$  самому себе. Следовательно, верным будет следующее утверждение [6, 7, 8, 9, 13, 17, 55, 57, 61, 62, 63, 64, 66].

*Утверждение.* Алгебра  $\mathfrak{S}_B^\oplus = \langle M_{bin}, \{\oplus, f'\} \rangle$ , где  $(\forall x \in M_{bin}) [f'(x) = x]$  есть абелева группа типа (2,1).

*Доказательство.* Ранее было доказано, что алгебра  $\mathfrak{S}_B^\oplus = \langle M_{bin}, \{\oplus\} \rangle$  есть полугруппа, а алгебра  $M_B^\oplus = \langle M_{bin}, \{\oplus, O\} \rangle$  – моноид. Следовательно, остается доказать, что для каждого элемента  $M_{bin}$  существует симметричный элемент. На самом деле, если  $I_{bin}, I_{bin}' \in M_{bin}$ , то

$$I_{bin} \oplus I_{bin}' = I_{bin} \oplus f'(I_{bin}) = f'(I_{bin}) \oplus I_{bin} = I_{bin} \oplus I_{bin} = \|x_{ij}\| \oplus \|x_{ij}\| = \|x_{ij} + x_{ij}\| = \|0\| = O$$

Любой абелевой группе присуща коммутативность относительно главной бинарной операции, что выполняется также и в этом случае:

$$I_{bin}' \oplus I_{bin}'' = \|x_{ij}\| \oplus \|x_{ij}'\| = \|x_{ij} + x_{ij}'\| = \|x_{ij}' + x_{ij}\| = I_{bin}'' \oplus I_{bin}'$$

Что и требовалось доказать.

Далее будем использовать более сложные булевы функции в качестве главной бинарной операции разрабатываемых алгебр. Общая таблица истинности приведена ниже в таблице [1, 4, 44, 56, 76, 99, 115].

Аргументы		Булевы функции													
x	y	$f_x$	$f_y$	$x'$	$y'$	$\wedge$	$\vee$	+	$\rightarrow$	$\leftarrow$	$\leftrightarrow$	$\rightarrow'$	$\leftarrow'$	$\downarrow$	
0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1



1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

В качестве главных операций АБР используем булевы функции  $f_x(x, y) = x$  и  $f_y(x, y) = y$  (или,  $xf_x y = x$  и  $xf_y y = y$  соответственно), которые определяются следующей таблицей истинности [1, 4, 44, 56, 76, 99, 115]:

x	y	$f_x(x, y)$	$f_y(x, y)$
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	1	1

Определим матричные формы для этих булевых функций.

*Определение.* Функция  $F_x(I'_{bin}, I''_{bin}) = I'_{bin} F_x I''_{bin} = \|x_{ij}\| F_x \|y_{ij}\| = \|x_{ij} f_x y_{ij}\| = \|x_{ij}\|$  называется матричным  $f_x(x, y)$  и обозначается  $F_x(x, y)$  или  $F_x$ .

*Определение.* Функция  $F_y(I'_{bin}, I''_{bin}) = I'_{bin} F_y I''_{bin} = \|x_{ij}\| F_y \|y_{ij}\| = \|x_{ij} f_y y_{ij}\| = \|y_{ij}\|$  называется матричным  $f_y(x, y)$  и обозначается  $F_y(x, y)$  или  $F_y$ .

Тогда верными для них будут следующие утверждения.

*Утверждение.* Система  $\mathfrak{R}_B^L = \langle M_{bin}; \{F_x, F_y\} \rangle$ , где  $L = \{F_x, F_y\}$  есть алгебра типа (2, 2), относящаяся к классу  $L$ .

*Доказательство.* Основано на замкнутости булевых функций  $f_x$  и  $f_y$  на множестве  $\{0,1\}$ . На самом деле,

$$F_x(I'_{bin}, I''_{bin}) = I'_{bin} F_x I''_{bin} = \|x_{ij}\| F_x \|y_{ij}\| = \|x_{ij} f_x y_{ij}\| = \|x_{ij}\| = I''_{bin},$$

т.е.  $F_x : I'_{bin} \times I''_{bin} \rightarrow I''_{bin}$ . Следовательно,  $F_x$  замкнуто на множестве  $M_{bin}$ .

Аналогично, для булевой функции  $f_y$  на множестве  $\{0,1\}$ .

На самом деле,  $F_y(I'_{bin}, I''_{bin}) = I'_{bin} F_y I''_{bin} = \|x_{ij}\| F_y \|y_{ij}\| = \|x_{ij} f_y y_{ij}\| = \|y_{ij}\| = I''_{bin}$ , т.е.

$F_y : I'_{bin} \times I''_{bin} \rightarrow I''_{bin}$ . Следовательно,  $F_y$  замкнуто на множестве  $M_{bin}$ .

*Следствие.* Система  $\mathfrak{R}_B^{F_x} = \langle M_{bin}; \{F_x\} \rangle$  есть алгебра типа (2), относящаяся к классу  $L$ .

*Следствие.* Система  $\mathfrak{R}_B^{F_y} = \langle M_{bin}; \{F_y\} \rangle$  есть алгебра типа (2), относящаяся к классу  $L$ .

*Утверждение.* Алгебра  $\mathfrak{R}_B^{F_x}$  есть полугруппа, которая обозначается  $\mathfrak{S}_B^{F_x}$ .

*Доказательство.* По определению полугруппы для главной бинарной операции должно быть выполнено свойство ассоциативности.

На самом деле,

$$(I'_{bin} F_x I''_{bin}) F_x I'''_{bin} = I'_{bin} F_x I'''_{bin} = I'_{bin} \text{ и } I'_{bin} F_x (I''_{bin} F_x I'''_{bin}) = I'_{bin} F_x I'''_{bin} = I'_{bin}.$$

Это означает, что  $(I'_{bin} F_x I''_{bin}) F_x I'''_{bin} = I'_{bin} F_x (I''_{bin} F_x I'''_{bin})$ .

*Утверждение.* Алгебра  $\mathfrak{R}_B^{F_y}$  есть полугруппа, которая обозначается  $\mathfrak{S}_B^{F_y}$ .

*Доказательство.* По определению полугруппы для главной бинарной операции должно быть выполнено свойство ассоциативности.

На самом деле,

$$(I'_{bin} F_y I''_{bin}) F_y I'''_{bin} = I'_{bin} F_y I'''_{bin} = I'_{bin} \text{ и } I'_{bin} F_y (I''_{bin} F_y I'''_{bin}) = I'_{bin} F_y I'''_{bin} = I'_{bin}.$$

Это означает, что  $(I'_{bin} F_y I''_{bin}) F_y I'''_{bin} = I'_{bin} F_y (I''_{bin} F_y I'''_{bin})$ .

*Замечание.* Для дальнейшего развития полугрупп  $\mathfrak{R}_B^{F_x}$  и  $\mathfrak{R}_B^{F_y}$  необходимо выделить нейтральный элемент относительно главных бинарных операций  $F_x$  и  $F_y$ . Из определений ясно, что для функции  $f_x$  существует только правый нейтральный элемент, а для функции  $f_y$  – только левый нейтральный элемент. Следовательно, на основе матричных операций  $F_x$  и  $F_y$  нельзя построить моноиды, ибо в них должны существовать нейтральные и справа, и слева одинаковые элементы. Аналогично, на базе этих операций также нельзя построить группы, ибо будут отсутствовать и симметричные элементы [8, 9, 13, 17, 55, 57, 61, 62, 63, 64, 66, 92, 93].

Теперь в роли главных операций рассмотрим такие булевы функции, как:  $x'$ ,  $y'$ ,  $\rightarrow$ ,  $\leftarrow$ ,  $\rightarrow'$ ,  $\leftarrow'$ ,  $\downarrow$  и  $|$ . Все они являются замкнутыми на множестве  $\{0,1\}$ . Следовательно, верным будет утверждение и следствие из него.

*Утверждение.* Система  $\mathfrak{R}_B^L = \langle M_{bin}; \{x', y', \rightarrow, \leftarrow, \rightarrow', \leftarrow', \downarrow, |\} \rangle$ , где  $L = \{x', y', \rightarrow, \leftarrow, \rightarrow', \leftarrow', \downarrow, |\}$  есть алгебра типа  $(2, 2, 2, 2, 2, 2)$ , относящаяся к классу  $L$ .

*Доказательство.* На самом деле, основываясь на таблицах истинности соответствующих им булевых функций, можно однозначно утверждать, что

эти матричные формы булевых функций замкнуты на множестве  $M_{bin}$ . Следовательно, определенная таким образом система  $\mathfrak{R}_B^L = \langle M_{bin}; \{x', y', \rightarrow, \leftarrow, \rightarrow', \leftarrow', \downarrow, |\} \rangle$  является алгеброй указанного порядка.

■

*Следствие: Системы*

$$\mathfrak{R}_B^{x'} = \langle M_{bin}; \{x'\} \rangle, \quad \mathfrak{R}_B^{y'} = \langle M_{bin}; \{y'\} \rangle, \quad \mathfrak{R}_B^{\rightarrow} = \langle M_{bin}; \{\rightarrow\} \rangle, \quad \mathfrak{R}_B^{\leftarrow} = \langle M_{bin}; \{\leftarrow\} \rangle,$$

$$\mathfrak{R}_B^{\rightarrow'} = \langle M_{bin}; \{\rightarrow'\} \rangle, \quad \mathfrak{R}_B^{\leftarrow'} = \langle M_{bin}; \{\leftarrow'\} \rangle, \quad \mathfrak{R}_B^{\downarrow} = \langle M_{bin}; \{\downarrow\} \rangle, \quad \mathfrak{R}_B^{|\} = \langle M_{bin}; \{|\} \rangle$$

являются алгебрами типа (2), относящиеся классу  $L$ .

*Замечание:* Указанные в следствии алгебры не могут претендовать в роль полугрупп, моноидов и групп в силу нарушения в них свойств ассоциативности [8, 9, 13, 17, 55, 57, 61, 62, 63, 64, 66, 92, 93].

Не рассмотренным из числа булевых функций остается эквивалентность  $\leftrightarrow$ , которая является отрицанием булевой функции  $\oplus$ , называемой взаимоисключающим ИЛИ, сложением по модулю два или суммой Жегалкина. Особый интерес к этой функции обусловлен ее свойствами. Ниже приведена таблица истинности этой функции [1, 4, 44, 56, 76, 99, 115].

<b>X</b>	<b>y</b>	<b><math>\leftrightarrow</math></b>
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Исходя из этой таблицы, можно сформулировать ее свойства [1, 4, 44, 56, 76, 99, 115]:

1.  $x \leftrightarrow 1 = 1 \leftrightarrow x = x$
2.  $x \leftrightarrow x = 1$
3.  $x \leftrightarrow y = y \leftrightarrow x$
4.  $x \leftrightarrow (y \leftrightarrow z) = (x \leftrightarrow y) \leftrightarrow z$

*Определение:* Матричной эквивалентностью  $\leftrightarrow$  над бинарными реализациями  $I_{bin}' = \|x_{ij}'\|$ ,  $x_{ij}' \in \{0,1\}$  и  $I_{bin}'' = \|x_{ij}''\|$ ,  $x_{ij}'' \in \{0,1\}$  называется логическая эквивалентность  $\leftrightarrow$  над соответствующими элементами этих реализаций, т.е.

$$I_{bin}' \leftrightarrow I_{bin}'' = \|x_{ij}'\| \leftrightarrow \|x_{ij}''\| = \|x_{ij}' \leftrightarrow x_{ij}''\| = \|x_{ij}\| = I_{bin}$$

*Утверждение:* Система  $\mathfrak{R}_B^{\leftrightarrow} = \langle M_{bin}, \{\leftrightarrow\} \rangle$  является алгеброй типа (2), относящаяся к классу  $L$ .

*Доказательство:* Доказательство этого утверждения основано на замкнутости ее главной операций на множестве  $\{0,1\}$ , согласно определению:

$$I'_{bin} \Leftrightarrow I''_{bin} = \|x_{ij}'\| \Leftrightarrow \|x_{ij}''\| = \|x_{ij}' \leftrightarrow x_{ij}''\| = \|x_{ij}\| = I_{bin}.$$

Следовательно,  $I_{bin} \Leftrightarrow I_{bin} = I_{bin}$ , что и требовалось доказать.

■

*Утверждение:* Алгебра  $\mathfrak{R}_B^{\Leftrightarrow} = \langle M_{bin}, \{\Leftrightarrow\} \rangle$  является полугруппой и обозначается  $\mathfrak{S}_B^{\oplus}$ , т.е.  $\mathfrak{R}_B^{\Leftrightarrow} = \mathfrak{S}_B^{\Leftrightarrow}$

*Доказательство:* Доказательство этого утверждения основано на свойстве ассоциативности булевой функции  $\leftrightarrow$ :

$$\begin{aligned} I'_{bin} \Leftrightarrow (I''_{bin} \Leftrightarrow I'''_{bin}) &= \|x_{ij}'\| \Leftrightarrow (\|x_{ij}''\| \Leftrightarrow \|x_{ij}''' \|) = \|x_{ij}'\| \Leftrightarrow \|x_{ij}'' \leftrightarrow x_{ij}'''\| = \times \\ \times &= \|x_{ij}' \leftrightarrow (x_{ij}'' \leftrightarrow x_{ij}''')\| = \|(x_{ij}' \leftrightarrow x_{ij}''') \leftrightarrow x_{ij}''\| = \|x_{ij}' \leftrightarrow x_{ij}''\| \Leftrightarrow \|x_{ij}'''\| = \times \\ \times &= (\|x_{ij}'\| \Leftrightarrow \|x_{ij}''\|) \Leftrightarrow \|x_{ij}'''\| = (I'_{bin} \Leftrightarrow I''_{bin}) \Leftrightarrow I'''_{bin} \end{aligned}$$

На основании 1 и 4 свойства булевой функции  $\leftrightarrow$  верным будет следующее утверждение [1, 4, 44, 56, 76, 99, 115].

*Утверждение.* Алгебра  $M_B^{\Leftrightarrow} = \langle M_{bin}, \{\Leftrightarrow, I\} \rangle$  есть моноид.

*Доказательство.* Согласно определению моноида – это полугруппа с нейтральным элементом  $I = \|1\|$  относительно ее главной бинарной ассоциативной операции. Главная операция  $\Leftrightarrow$  по 4 свойству соответствующей булевой функции обладает свойством ассоциативности, ибо алгебра  $\mathfrak{R}_B^{\Leftrightarrow} = \langle M_{bin}, \{\Leftrightarrow\} \rangle$  является полугруппой.

Матрица  $I = \|1\|$  в этой полугруппе является нейтральным элементом относительно главной операции  $\Leftrightarrow$ :

$$I_{bin} \Leftrightarrow I = \|x_{ij}\| \Leftrightarrow \|1\| = \|x_{ij} \leftrightarrow 1\| = \|1 \leftrightarrow x_{ij}\| = \|1\| \Leftrightarrow \|x_{ij}\| = I \Leftrightarrow I_{bin} = I_{bin}.$$

Согласно 2 свойству любой элемент является симметричным относительно операции  $\Leftrightarrow$  самому себе. Следовательно, верным будет следующее утверждение [6, 7, 8, 9, 13, 17, 55, 57, 61].

*Утверждение.* Алгебра  $\mathfrak{S}_B^{\Leftrightarrow} = \langle M_{bin}, \{\Leftrightarrow, f'\} \rangle$ , где  $(\forall x \in M_{bin}) [f'(x) = x]$  есть абелева группа типа (2,1).

*Доказательство.* Ранее было доказано, что алгебра  $\mathfrak{S}_B^{\Leftrightarrow} = \langle M_{bin}, \{\Leftrightarrow\} \rangle$  есть полугруппа, а алгебра  $M_B^{\Leftrightarrow} = \langle M_{bin}, \{\Leftrightarrow, I\} \rangle$  – моноид. Следовательно,

остается доказать, что для каждого элемента  $M_{bin}$  существует симметричный элемент. На самом деле, если  $I_{bin}, I_{bin}' \in M_{bin}$ , то

$$I_{bin} \Leftrightarrow I_{bin}' = I_{bin} \Leftrightarrow f'(I_{bin}) = f'(I_{bin}') \Leftrightarrow I_{bin} = I_{bin}' \Leftrightarrow I_{bin} = \|x_{ij}\| \Leftrightarrow \|x_{ij}'\| = \|x_{ij} \leftrightarrow x_{ij}'\| = \|1\| = I.$$

Любой абелевой группе присуща коммутативность относительно главной бинарной операции, что выполняется также и в этом случае:

$$I_{bin}' \Leftrightarrow I_{bin}'' = \|x_{ij}'\| \Leftrightarrow \|x_{ij}''\| = \|x_{ij} \leftrightarrow x_{ij}'\| = \|x_{ij}' \leftrightarrow x_{ij}\| = I_{bin}'' \Leftrightarrow I_{bin}'.$$

Что и требовалось доказать.

Математическая морфология предоставляет для исследований интересные операции над объектами предметной области. Эти операции могут играть роль главных. Хотя в математической морфологии операции описаны как бинарные, в разделе «3.2.4. Преобразования изображений и их классификация» они были определены в виде унарных операций [124-151]:

$$O_T^{dl}(I_{bin}; \|\mu\|) = I_{bin} \oplus \|\mu\| = A \oplus B,$$

$$O_T^{er}(I_{bin}; \|\mu\|) = I_{bin} \square \|\mu\| = A \square B,$$

$$O_T^{\circ}(I_{bin}; \|\mu\|) = O_T^{dl}(O_T^{er}(I_{bin}; \|\mu\|); \|\mu\|) = (A \square B) \oplus B,$$

$$O_T^{\bullet}(I_{bin}; \|\mu\|) = O_T^{el}(O_T^{dl}(I_{bin}; \|\mu\|); \|\mu\|) = (A \oplus B) \square B,$$

где  $A = I_{bin}$ ,  $B = \|\mu\|$ .

Такой ход имеет простые аргументы [124-151]:

- множества, являющиеся операндами бинарных морфологических операций, не равнозначны – первый операнд обычно рассматривается как множество данных, а второй – как маска для преобразования первого операнда;
- при рассмотрении операций дилатации и эрозии в виде бинарных главных операций алгебры не выполняется, например, свойство коммутативности;
- унарная же форма представления базовых морфологических операций позволяет также определять другие морфологические операции через основные;
- возможна унификация с терминологией дескриптивных алгебр изображений.

Рассмотрим в роли главных операций морфологические операции:  $dl$ ,  $er$ ,  $\circ$  и  $\bullet$ . Все они являются замкнутыми на множестве  $M_{bin} = \{I_{bin}\}$ . Это основано на определениях эрозии и дилатации, которые определены как множества точек после применения к исходным множествам теоретико-

множественных операций. В итоге результат применения операций дилатации и эрозии также будет представлять собой бинарную реализацию, математической моделью которой является  $I_{bin}$ . Операции же замыкания и размыкания определяются через операции дилатации и эрозии. Поэтому они тоже будут замкнуты на множестве  $M_{bin}$ . Следовательно, верным будет утверждение и следствие из него [124-151].

*Утверждение.* Система  $\mathfrak{R}_B^M = \langle M_{bin}; \{dl, er, \bullet, \circ\} \rangle$ , где  $M = \{dl, er, \bullet, \circ\}$  есть алгебра типа (2, 2, 2, 2), относящаяся к классу  $M$ .

*Доказательство.* На самом деле, главные операции алгебры  $\mathfrak{R}_B^M$  замкнуты на множестве  $M_{bin}$ . Это следует из того, что дилатация и эрозия замкнуты на указанном множестве, а операции замыкания и размыкания определены через дилатацию и эрозию. Последнее означает также замкнутость замыкания и размыкания. Следовательно, определенная таким образом система  $\mathfrak{R}_B^M = \langle M_{bin}; \{dl, er, \bullet, \circ\} \rangle$  является алгеброй указанного порядка.

*Следствие.* Системы

$\mathfrak{R}_B^{dl} = \langle M_{bin}; \{dl\} \rangle$ ,  $\mathfrak{R}_B^{er} = \langle M_{bin}; \{er\} \rangle$ ,  $\mathfrak{R}_B^{\bullet} = \langle M_{bin}; \{\bullet\} \rangle$ ,  $\mathfrak{R}_B^{\circ} = \langle M_{bin}; \{\circ\} \rangle$ , являются алгебрами типа (2), относящимся классу  $M$ .

Для дальнейшего развития определенных ранее алгебр нужно выявить из числа рассмотренных главных операций такие, которым свойственна ассоциативность. Ниже приведена общая форма записи свойства для морфологических операций [124-151]:

$$O_T^{morph} \left( O_T^{morph} \left( I_{bin}; (\|\mu_1\| F \|\mu_2\|) \right); \|\mu_3\| \right) = O_T^{morph} \left( \|\mu_1\| O_T^{morph} \left( I_{bin}; (\|\mu_2\| F \|\mu_3\|) \right) \right),$$

где символ  $F$  обозначает операцию над масками для морфологических операций, и, следовательно, является некоторым варьируемым параметром. Для проверки или доказательства выполнения свойства ассоциативности предварительно ввести операцию  $F$ . В силу того, что ее операнды являются бинарными матрицами или бинарными реализациями, то верным будет  $F \in \{+, *, or, and, xor, \dots\}$ .

### 3.2. Подпространство для обработки полутоновых изображений

Рассмотрим множество всех возможных полутоновых изображений, реализации которых обычно обозначаются как  $I_{gray} = \|x_{ij}\|$ ,  $x_{ij} \in [0, 255]$ . Для обозначения полутоновых реализаций используем символ  $M_{gray}$ , т.е.

$M_{gray} = \{I_{gray}\}$ . В дальнейшем в выражениях полутоновые реализации  $I_{gray}$  будем обозначать прописными латинскими буквами для их удобочитаемости. Рассмотрим множество полутоновых реализаций в качестве основного множества алгебры  $\mathfrak{R}_G^L$ , элементы которого будут являться элементами алгебры. В таком случае остается определить главные операции алгебры  $\mathfrak{R}_G^L$ . Главные операции алгебры определим аналогичным образом, как и в случае с алгеброй  $\mathfrak{R}_G^L$ . Ясно, что на  $M_{gray}$  можно определить только одну замкнутую операцию – матричную операцию  $XOR$ . Дизъюнкция и конъюнкция на множестве  $[0, 255]$  не являются замкнутыми [1, 4, 44, 56, 76, 99, 115].

Согласно таблице истинности  $XOR$  для нее свойственно:

1.  $x \ XOR \ 0 = x$
2.  $0 \ XOR \ x = x$
3.  $x \ XOR \ y = y \ XOR \ x$
4.  $x \ XOR \ (y \ XOR \ z) = (x \ XOR \ y) \ XOR \ z$
5.  $x \ XOR \ x = 0$

Исходя из 1 и 2 свойства этой операции, можно заключить, что наблюдается совпадение правого и левого нейтрального элемента в лице числа 0, которое является единственным в рассматриваемой области определения главной бинарной операции. Однако элементы создаваемой алгебры представляют собой более общие случаи, нежели числа. Поэтому было бы правильным определить главную операцию  $XOR$  следующим образом.

*Определение.* Матричной операцией  $XOR$  называется поэлементная операция  $XOR$ , т.е.

$$A \oplus B = \left\| \|a_{ij}\| \oplus \|b_{ij}\| \right\| = \left\| \|a_{ij} + b_{ij}\| \right\|, \quad A = \left\| \|a_{ij}\| \right\|, \quad B = \left\| \|b_{ij}\| \right\|$$

*Замечание.* определенная таким образом главная операция позволяет обрабатывать матричные операнды на уровне элементов матрицы, представляющих собой математическую форму реализаций изображений. Матричную операцию  $XOR$  обозначим  $\oplus$ . Матричная операция  $\oplus$  является также бинарной операцией. Согласно определению главных операций в алгебре могут быть использованы и другого ранга главные операции [9, 13, 17, 55, 57, 61, 62, 63, 64, 66].

*Определение.* Алгеброй полутоновых реализаций (АПР)  $\mathfrak{R}_G^L$  называется алгебра типа (2) с основным множеством  $M_{gray}$  и главной бинарной операцией  $\oplus$ , т.е.  $\mathfrak{R}_G^L = \langle M_{gray}, \{\oplus\} \rangle$ .

*Определение.* Полугруппа  $\mathfrak{S}_P^\oplus$  называется полугруппой полутоновых реализаций.

*Утверждение.* Алгебра  $\mathfrak{R}_G^L = \langle M_{gray}, \{\oplus\} \rangle$  является полугруппой, которая обозначается  $\mathfrak{S}_P^\oplus$ , т.е.  $\mathfrak{R}_G^L \equiv \mathfrak{S}_P^\oplus$ .

*Доказательство.* По определению полугруппы, главная бинарная операция должна обладать свойством ассоциативности. Так как

$$\begin{aligned} A \oplus (B \oplus C) &= \|a_{ij}\| \oplus (\|b_{ij}\| \oplus \|c_{ij}\|) = \|a_{ij}\| \oplus \|b_{ij} + c_{ij}\| = \|a_{ij} + (b_{ij} + c_{ij})\| = \times \\ &\times = \|(a_{ij} + b_{ij}) + c_{ij}\| = \|a_{ij} + b_{ij}\| \oplus \|c_{ij}\| = (\|a_{ij}\| \oplus \|b_{ij}\|) \oplus \|c_{ij}\| = (A \oplus B) \oplus C \end{aligned}$$

то утверждение доказано.

*Замечание.* ППР удобно использовать для создания изображений на основе двух первоначальных. Обычно одну из них называют маской, а другую начальным изображением. Использование главной бинарной операции  $\oplus$  позволяет преобразовать начальное изображение в другое изображение. К полученному изображению также можно применить  $\oplus$  с той же самой маской. Последовательное применения главной бинарной операции полугруппы с постоянной маской позволяет свести начальное изображение к некоторому конечному состоянию. Последовательность таких преобразований обычно является решением некоторой задачи. Таким образом, процесс решения задачи «преобразования начального изображения операцией  $\oplus$  с постоянной маской» легко можно записать в виде полугруппы  $\mathfrak{S}_P^\oplus$  [9, 13, 17, 55, 57, 61, 62, 63, 64, 66].

*Утверждение.* Алгебра  $M_G = \langle M_{gray}, \{\oplus, O\} \rangle$  есть моноид.

*Доказательство.*

Согласно определению моноида должны быть выполнены следующие условия:

- 1) главная бинарная операция  $\oplus$  должна обладать свойством ассоциативности;
- 2) элемент  $O$  является нейтральным элементом относительно операции  $\oplus$ .

Проведем проверку этих свойств:

$$\begin{aligned} A \oplus (B \oplus C) &= \|a_{ij}\| \oplus (\|b_{ij}\| \oplus \|c_{ij}\|) = \|a_{ij}\| \oplus \|b_{ij} + c_{ij}\| = \|a_{ij} + (b_{ij} + c_{ij})\| = \times \\ &\times = \|(a_{ij} + b_{ij}) + c_{ij}\| = \|a_{ij} + b_{ij}\| \oplus \|c_{ij}\| = (\|a_{ij}\| \oplus \|b_{ij}\|) \oplus \|c_{ij}\| = (A \oplus B) \oplus C \end{aligned}$$



Далее покажем существование нейтрального элемента относительно этой главной бинарной операции, обладающей свойством ассоциативности.

На основании 5 свойства операции  $XOR$  ясно, что

$$A \oplus A = \|a_{ij}\| \oplus \|a_{ij}\| = \|a_{ij} + a_{ij}\| = \|0\| = O$$

где нулевая матрица  $O$  является нейтральным элементом относительно главной операции  $\oplus$ . Причем любая реализация является обратной к себе относительно этой же главной бинарной операции.

Введем в алгебру дополнительную унарную операцию  $f'$ . Под унарной операцией  $f'$  будем понимать матричное отображение:

$$f' : M \rightarrow M$$

Такое отображение для каждого элемента  $M_{gray}$  ставить в соответствие тот же самый элемент. Это означает, что отображению  $f'$  является рефлексивным отображением.

*Утверждение.* Алгебра  $\mathfrak{S}_G = \langle M_{gray}, \{\oplus, f'\} \rangle$  есть абелева группа типа (2, 1).

*Доказательство.*

Ранее было доказано, что алгебра  $M_G = \langle M_{gray}, \{\oplus, O\} \rangle$  является моноидом. Это означает выполнение обладание свойством ассоциативности главной бинарной операции и существование нейтрального элемента относительно  $\oplus$ . Элемент называется нейтральным относительно некоторой операции, если он является левым и правым одновременно нейтральным элементом относительно этой же операции.

При доказательстве предыдущей теоремы было показано, что

$$A \oplus A = \|a_{ij}\| \oplus \|a_{ij}\| = \|a_{ij} + a_{ij}\| = \|0\| = O,$$

Это означает, что

$$A \oplus A' = A \oplus f'(A) = A \oplus A = \|a_{ij}\| \oplus \|a_{ij}\| = \|a_{ij} + a_{ij}\| = \|0\| = O.$$

Таким образом, алгебра  $\mathfrak{S}_G = \langle M_{gray}, \{\oplus, f'\} \rangle$ , по определению, является группой.

Покажем, что главная бинарная операция  $\oplus$  обладает свойством коммутативности.

$$A \oplus B = \|a_{ij}\| \oplus \|b_{ij}\| = \|a_{ij} + b_{ij}\| = \|b_{ij} + a_{ij}\| = \|b_{ij}\| \oplus \|a_{ij}\| = B \oplus A.$$

Следовательно, алгебра  $\mathfrak{S}_G$  является абелевой группой.

*Следствие.* Абелева группа  $\mathfrak{Z}_G$  есть группа конечного порядка.

На самом деле, по определению, группа, основное множество которой содержит конечное число элементов, относится к числу групп с конечным порядком. В силу того, что любой элемент множества  $M_{gray}$  содержит конечное число элементов (всего 256 элементов имеется множестве  $[0,255]$ ), перестановка этих элементов также будет выражена конечным числом.

Согласно законам комбинаторики для матрицы размера  $m \times n$  имеется  $256^{mn}$  разных состояний, если каждый элемент принимает свое значение из  $[0,255]$ . А это число, хотя очень большое, но конечное. Так как основное множество алгебры  $M_{gray}$  содержит только однотипные элементы (матрицы одинаковой размерности), то их можно принимать как различные состояния единственной матрицы размера  $m \times n$ . Это означает, что алгебра  $\mathfrak{Z}_G$  относится к числу групп с конечным порядком [9, 13, 17, 55, 57, 61, 62, 63, 64, 66].

В приведенных теоретических положениях остается одно непонятным: где и как можно использовать сформулированные теоретические единицы. Для этого вспомним предназначение алгебры. Алгебра, по сути, это совокупность основного множества из однотипных элементов и множества главных операций над этими элементами, которые замкнуты на первом множестве. При этом для главных операций на верхнем уровне абстрагирования выполняется всего лишь требование замкнутости. Алгебра направлена на объединение предварительно выбранных элементов по законам, описанным в главных операциях. Главные операции могут быть записаны как в явной формализованной форме, так и приведены в неявной форме. Главные операции алгебры описывают, как одни элементы получать из других элементов, или как преобразовывать выделенные элементы. Но применение главных операций необязательно приводит к требуемым элементам – могут появляться и другие элементы. Такие элементы, которые не запланированы, обычно относят к числу побочных элементов. В основном, если в качестве элементов основного множества алгебры брать реализации изображений, то содержание побочных элементов может не иметь никакого отношения к рассматриваемой предметной области и поставленной задаче. Хотя не исключено, что среди них могут появиться такие реализации, которые были не учтены на этапе отбора начальных данных. Такая алгебра аналогична алгебре высказываний из математической логики, которая также абстрагируется от содержимого этих высказываний [9, 13, 17, 55, 57, 61, 62, 63, 64, 66].

Чем больше идет конкретизация алгебры, тем больше требований накладывается на главные операции. Основные прикладные операции в области обработки изображений не являются бинарными, а относятся к числу унарных. Поэтому при создании алгебры для обработки и анализа приходится использовать более общие математические операции, например, алгебраические, логические и т.п. Ниже рассмотрим пример использования абелевой группы с главными операциями в виде логических операций для описания полутоновых реализаций [6, 7, 8, 9, 13, 17, 55, 57].

Алгебра, основное множество которой состоит из реализаций, а множество главных операций – из процедурных преобразований, позволяет исследовать процесс преобразования исходных изображений в конечные изображения. По-другому этот процесс преобразования можно назвать решением поставленной задачи или процессом конструирования хода решения задачи. Согласно алгебраическому подходу основное множество алгебры можно интерпретировать как все возможные состояния некоторого объекта исследования, элементы которого могут сыграть роль их значений. Например, если возьмем в качестве начальных данных некоторое изображение, то процесс его фильтрации является процессом сведения начального изображения к целевому состоянию, в котором полностью или частично отсутствует ненужная информация. Для этого необходимо подобрать такой метод фильтрации с некоторым набором значений его параметров, при использовании которого в определенном порядке можно будет получить другие изображения. Эти изображения должны быть элементами основного множества алгебры. Но, к сожалению, ныне существующие методы фильтрации формально являются унарными операциями со скалярными, векторными или матричными параметрами [124-151].

В предыдущем параграфе рассматривалась полугруппа полутоновых реализаций  $\mathbb{S}_P^\oplus$ . ППР  $\mathbb{S}_P^\oplus$  можно использовать в качестве модели процесса преобразования полутоновых реализаций. Но ППР по своему математическому строению является простой алгеброй. Ее главная операция является бинарной, т.е. ранг этой операции равен 2. Использование в качестве главной операции алгебры операции с рангом 1 также возможно. Такая алгебра будет примитивной и обычно такие алгебраические системы не изучаются в силу их тривиальности [66, 92, 93, 94, 100].

*Утверждение.*: Система  $\langle M_{gray}, \{O_T^{filter}(\cdot; \bar{\mu})\} \rangle$  является алгеброй типа (1) и обозначается  $\mathfrak{R}_P^F$ , т.е.  $\mathfrak{R}_P^F = \langle M_{gray}, \{O_T^{filter}(\cdot; \bar{\mu})\} \rangle$

*Доказательство.* При изучении методов линейной и нелинейной пространственной фильтрации был получен результат:

$$O_T^{filter}(I_{gray}, (n, m)) = I_{gray}$$

Это означает, что операция  $O_T^{filter}$  замкнута на множестве  $M_{gray}$  и  $rang(O_T^{filter}) = 1$ . Следовательно, по определению  $\mathfrak{R}_P^F$  есть алгебра типа (1).

*Замечание.* Как известно, введение во множество главных операций дополнительных операций позволяет специализировать и конкретизировать алгебру. Введение дополнительных главных операций и конкретизация алгебры накладывает на нее ограничения в смысле уменьшения способов взаимного описания элементов. Подобные алгебраические системы находят большое применение на практике и считаются наиболее ценными. Аналогично ППР АФПР можно применять для описания процесса фильтрации исходных полутоновых реализаций [124-151].

*Определение.* Алгебра  $\mathfrak{R}_P^F$  называется алгеброй фильтрации полутоновых реализаций (АФПР).

Рассмотренные выше алгебраические структуры представляют собой математические модели пространств обработки изображений. Так как каждая такая алгебра содержит в своем основном множестве только однотипные элементы, то невозможно с их помощью описать процессы преобразования разноформатных изображений. Это наталкивает на мысль их объединения в более сложный математический объект, который подобен пространству состояний объектов исследования [124-151].

### 3.3. Пространство для моделирования процессов обработки изображений

Алгебры изображений и дескриптивные алгебры изображений имеют общие черты, которые заключаются в одинаковой природе основного множества алгебры и в однотипности главных операций. Было бы правильным сказать, что ДАИ являются расширением алгебр изображений вообще. В первой главе были сформулированы основные достоинства ДАИ [124-151](с.19-20).

8. Построение унифицированных представлений для описания изображений;

9. Эффективность перехода от входной информации в виде изображений к различным формальным моделям изображений;
10. Естественность объединения алгебраического представления информации с разработанным и успешно применяемым алгебраическим аппаратом распознавания образов;
11. Возможность использования методов математического моделирования, применяемых в тех прикладных областях, к которым относятся обрабатываемые изображения;
12. Возможность использования описаний изображений в виде теоретико-групповых представлений;
13. Естественность объединения методов структурного анализа изображений с аппаратом вероятностного анализа;
14. Возможность формализованного описания для задач распараллеливания с учетом специфики конкретных вычислительных архитектур.

В данной работе упор делается на пункты 1, 3, 4, 6 и 7. Особо стоит отметить в этом списке альтернативный и более естественный вариант реализации пункта «эффективность перехода от входной информации в виде изображений к различным формальным моделям изображений». Под формальными моделями в дальнейшем нужно будет понимать идеализированные после применения операции структуризации к реализации изображений. Интересную задачу формирует 7 пункт – «возможность формализованного описания для задач распараллеливания с учетом специфики конкретных вычислительных архитектур». С учетом основных результатов данной работы седьмой пункт можно сформулировать следующим образом: возможность распараллеливания процесса построения и поиска решения поставленных задач и их реализация на параллельных вычислительных машинах. Для более четкого понимания выбора мощных параллельных вычислительных систем для решения задач обработки, анализа и распознавания изображений, проведем подробный анализ и приведем аргументы, обуславливающие необходимость их использования [124-151].

Исходными данными для задач обработки, анализа и распознавания изображений являются дискретные цифровые изображения наблюдаемой сцены. В вычислительных системах они представляются в разных форматах и группируются в бинарные, полутоновые и цветные реализации изображений. Набор однотипных реализаций можно рассматривать в качестве элементов основного множества некоторой алгебры. В данном случае алгебра формирует единую среду оперирования над этими элементами. Роль операций

играют главные операции алгебры, которые могут иметь различные ранги: нульместные, унарные, бинарные и т.д. Главные операции алгебры замкнуты на ее основном множестве, т.е. применение любой главной операции к элементам основного множества позволяет получить снова элементы из этого множества. К числу таких операций можно отнести все возможные бинарные операции над реализациями [124-151].

В пункте «Преобразования изображений и их классификация» главы 2 использование разного типа математических операций предполагает деление алгебр на классы: A, L, F и M. В работах И.Б. Гуревича и его учеников в основном исследованы алгебры класса A. В более ранних работах рассматриваются алгебры как класса A, так и классов L и M. Если для их обозначения в ранних исследованиях использовался термин «алгебра изображений» [93, 94], то в дальнейшем вводятся термины «дескриптивный подход к обработке, анализу и распознаванию изображений» и «дескриптивные алгебры изображений» [124-151]. Конечно же, введение нового термина должно иметь под собой жесткую основу. Приведенные в первой главе требования однозначно говорят в их пользу. Остается сделать одно только заключение, что алгебры изображений являются частным случаем дескриптивных алгебр изображений. Ранее было отмечено требование к выбору элементов основного множества подобных алгебр – «в качестве объектов могут использоваться точки, множества, модели, преобразования и морфизмы». В данной работе роль моделей в МДАИ играют геометрические места точек, что также обуславливает выбор специфичных операций их обработки.

Возвращаясь к главным операциям алгебр и их классификации, также приходим к заключению о том, что преобразования типа конвертации не могут быть главными в пределах алгебры, содержащей однотипные реализации. Ибо операция конвертирования по определению направлена на изменение типа ее аргумента. Это и означает, что она не может войти в список главных операций. Но так как она достаточно часто используется при решении задач обработки, анализа и распознавания изображений, ее также нельзя исключать из списка формализуемых операций. Для разрешения этой методологической проблемы остается единственный вариант – включение всех возможных реализаций изображений предметной области в основное множество алгебры. Однако это лишь усложняет разрабатываемую алгебру, увеличивая ее структурную неоднородность. Поэтому было принято решение о раздельном рассмотрении алгебр. Тогда становится понятным и место операции конвертирования. При таком раскладе эта операция начинает играть роль связующей

операции между алгебрами. То есть, используя операцию конвертирования, возможен переход из одной разновидности алгебры в другую. Следовательно, постановка любой задачи обработки, анализа и распознавания изображений предполагает задание исходных данных во всех форматах изображений. Совокупность исходных изображений будет разделена на группы однотипных реализаций: бинарных, полутоновых и цветных. Наиболее важными среди них являются цветные изображения, что связано с возможностью получения из них остальных видов реализаций. Если реализация получена на аппаратном уровне, то ей будет присуща природа устройства фиксации изображения. Если же она получена посредством операции конвертирования, то данные будут отражать недостатки метода конвертации и природу устройства, фиксирующего цветные изображения. На выделенных группах возможно создание дескриптивных алгебр изображений за счет выбора замкнутых операций над реализациями в виде главных операций создаваемых алгебр. Такие алгебры будут являться всего лишь подпространствами для некоторого единого пространства, где будет рассматриваться процесс решения задач обработки, анализа и распознавания изображений. Таким образом, появляется аргумент в пользу введения нового термина «Пространство состояний изображений» (ПСИ). Предлагается следующее определение этого понятия:

*Определение.* Совокупность дескриптивных алгебр изображений  $I_f$ ,  $f \in \{bin, gray, color\}$ , элементы основных множеств которых содержатся одинаково, а переход между ними осуществляется процедурным преобразованием  $O_T$ , называется пространством состояний изображений (ПСИ) и обозначается  $GS_I$ , т.е.

$$GS_I = \langle \{I_f\}, \{O_T\} \rangle,$$

где  $f \in \{bin, gray, color\}$

*Утверждение.* Упорядоченная совокупность  $\langle \{I_{bin}, I_{gray}, I_{color}\}, \{O_T^{X \rightarrow Y}\} \rangle$  есть пространство состояний изображений.

*Доказательство.* На самом деле операция конвертирования одних реализаций в другие не является замкнутой ни в одной из алгебр, образующих первое множество упорядоченной совокупности. Однако применение этой операции к реализациям изображений из алгебры цветных реализаций позволяет преобразовать их в полутоновые реализации. А применение операции конвертирования к полутоновым реализациям позволяет получить бинарные реализации. Эти преобразования возможны в силу определения операции

конвертирования. Следовательно, упорядоченная совокупность  $\langle \{I_{bin}, I_{gray}, I_{color}\}, \{O_T^{x \rightarrow y}\} \rangle$  является ПСИ по определению.

*Замечание.* Такое ПСИ допускает переходы только в одном направлении. Возможно создание специфичных операций обработки изображений, допускающих переходы и в обратных направлениях.

Важной задачей является оценка мощности основных множеств ДАИ, образующих ПСИ с главными бинарными операциями. Рассмотрим ДАИ  $\mathfrak{R}_B^g$ , где  $g$  есть бинарная операция логического или арифметического характера, являющаяся ее единственной главной операцией [124-151]. Элементы  $\mathfrak{R}_B^g$  являются бинарными реализациями размера  $n \times m$ , т.е.  $\mathfrak{R}_B^g = \langle M_{bin}, g \rangle$ , где  $M_{bin} = \{I_{bin}\}$ ,  $I_{bin} = \|x_{ij}\|$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{1, m}$ . Ясно, что математической моделью бинарного изображения является бинарная реализация, представленная матрицей размера  $n \times m$ . Так как каждая ячейка этой матрицы может принимать лишь два значения, 0 или 1, то число различных заполнений этой матрицы будет равно  $2^{nm}$ . Таким образом, если под заполнением подразумевать состояние данной реализации, то число состояний бинарной реализации размера  $n \times m$  будет равно  $2^{nm}$ . Большие размеры ПСИ позволяют отнести его к числу проблемных пространств, вызывающих явление «пространственного взрыва». Например, для бинарного изображения размера  $100 \times 100$  пикселей, число состояний этой реализации будет равно  $1,9950631168807583848837421626836e+3010$ . Аналогично можно оценить количество состояний полутоновых и цветных реализаций, представляющих более сложные формы ПСИ. Если задана АПР  $\mathfrak{R}_G^g = \langle M_{gray}, g \rangle$ ,  $M_{gray} = \{I_{gray}\}$  такой же размерности реализаций изображений, то мощность  $M_{gray}$  будет равна  $256^{nm}$ . Например, для полутонового изображения размера  $100 \times 100$  число состояний равно  $2,50988092810539007004183232767e+24082$ . Если же задана алгебра цветных реализаций размерностей  $n \times m$ , то мощность  $M_{color}$  будет составлять при 8-ми битной кодировке для каждой из составляющих цвет компонент  $r$ ,  $g$  и  $b$ ,  $(256 \cdot 256 \cdot 256)^{nm} = 16777216^{nm}$ . Ясно, что это число невообразимо огромное. Например, при размерности цветной реализации  $50 \times 50$  пикселей число различных состояний будет равно  $6,3057948700178233572600261579236e+18061$ . Таким образом, приходим к следующим трем формулам для вычисления числа состояний реализаций в соответствующих алгебрах:



1.  $P(M_{bin}) = 2^{nm}$
2.  $P(M_{gray}) = 256^{nm}$
3.  $P(M_{color}) = (256 \cdot 256 \cdot 256)^{nm}$ ,

где  $P$  – количество взаимно различных элементов множества.

ПСИ является математическим объектом, моделирующим среду поиска и построения решений задач обработки, анализа и распознавания изображений. Использование процедурных преобразований в качестве унарных главных операций подпространств ПСИ позволит легко преобразовывать одни реализации в другие в пределах этих подпространств. Использование операции конвертирования позволяет переходить из одного подпространства в другое. Следовательно, возможно математически описать процессы преобразования изображений и оценивания выбранных характеристик для изображений. В таком случае постановка задачи будет сформулирована следующим образом:

*Даны реализации  $\{I_{bin}, I_{gray}, I_{color}\}$  изображения  $I$  для заданной предметной области в ПСИ  $GS_I = \langle \{I_{bin}, I_{gray}, I_{color}\}, \{O_T^{X \rightarrow Y}\} \rangle$ . Найти путь из исходных данных  $\{I_{bin}, I_{gray}, I_{color}\}$  к такой реализации, которая позволит однозначно определить значения выбранных признаков, характеризующих содержимое изображения  $I$ .*

Такая формулировка задачи позволяет однозначно определить эффективный метод ее решения. Системы технического зрения, в основном, направлены на решение подобных задач. Следовательно, используя ПСИ можно получить математическую модель процесса функционирования системы технического зрения. В следующей главе этой научной работы используются материалы второй и третьей глав для разработки математической модели системы технического зрения, которая решает задачу оценивания геометрических параметров технических изделий, расположенных на конвейере.

## ГЛАВА 4. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ ТЕХНИЧЕСКОГО ЗРЕНИЯ В МДАИ

### 4.1. Описание системы технического зрения

Данная глава научной работы направлена на решение задачи моделирования системы технического зрения в специализированной программной среде. Данная процедура представляет собой последовательность следующих шагов: выбор исходных изображений для обработки и анализа, и построение пространства поиска; конструирование этапов обработки изображений из числа возможных видов задач; использование теоретических конструкций МДАИ для записи математической модели подсистемы обработки изображений СТЗ; выбор метода анализа преобразованных изображений и запись математической модели подсистемы анализа изображений СТЗ; выбор метода оптимизации параметров математической модели и нахождение их оптимальных значений. Разрабатываемый комплекс проблемно ориентированных программ позволяет решить любую задачу из приведенного перечня [16, 75, 85, 110, 117, 118].

Математическое моделирование системы технического зрения является актуальной задачей, что обусловлено отсутствием в настоящее время универсального математического аппарата. Системы технического зрения (СТЗ) представляют разновидность сенсорных систем автоматических и роботизированных промышленных устройств. Сенсорные системы предназначены для получения информации о внешней среде и положении устройства в ней. Разнообразие сенсорных систем достаточно большое и делится на группы по выявляемым свойствам и параметрам. СТЗ относятся к группе систем, дающих общую картину окружающей среды с последующим выделением отдельных объектов, значимых для выполнения устройством его функций или измерением их характеристик [16, 75, 85, 110, 117, 118]. В то же время эта группа сенсоров является наиболее универсальной. Другие группы в этом отношении более специфичны и направлены на получение данных в узком диапазоне значений и только определенных модальностей. СТЗ занимают преобладающую нишу в своей группе. В то же время необходимо учитывать и недостатки СТЗ: использование сложного программного обеспечения для обработки полученных данных, достаточно низкое быстродействие при обработке этих данных на вычислительных системах, резкое увеличение стоимости СТЗ при переносе части алгоритмов на аппаратный уровень.

СТЗ обычно создаются отдельным разработчиком или их группой посредством поэтапного преобразования исходных изображений [16, 75, 85, 110, 117, 118]. Цель заключается в получении такого изображения в процессе преобразований, которое можно использовать для измерения ряда параметров объектов, изображенных в нем. Трудоемкость этого процесса обусловлена большой вариабельностью каждого шага проектирования. Демонстрация ручной разработки СТЗ приводится в пункте «3.4. Пространство для моделирования процессов обработки изображений». В данной главе приводится пример процесса разработки математической модели СТЗ для решения задачи бесконтактного измерения параметров технических деталей, расположенных на конвейере.

#### **4.1.1. Классическая архитектура системы технического зрения**

В мировой и отечественной практике проектирования и разработки СТЗ выбрана трехуровневая архитектура. Эта архитектура основана на бионическом подходе к процессу человеческого восприятия [16, 71, 107, 108]. В рамках указанной архитектуры изображения проходят три этапа преобразований: низкий, средний и высокий. При этом последовательно решаются следующие задачи в указанном порядке [16]:

- 1) ввод (восприятие) информации, т.е. получение изображения рабочей сцены с помощью датчиков;
- 2) предварительная обработка изображения с использованием методов подавления шума;
- 3) сегментация, т.е. выделение на изображении одного или нескольких представляющих интерес объектов сцены;
- 4) описание, т.е. определение характерных параметров каждого объекта, необходимых для его выделения на сцене;
- 5) распознавание, или идентификация, объекта, т.е. установление его принадлежности к некоторому классу;
- 6) интерпретация, т.е. выявление принадлежности объекта к группе распознаваемых или составление семантики сцены.

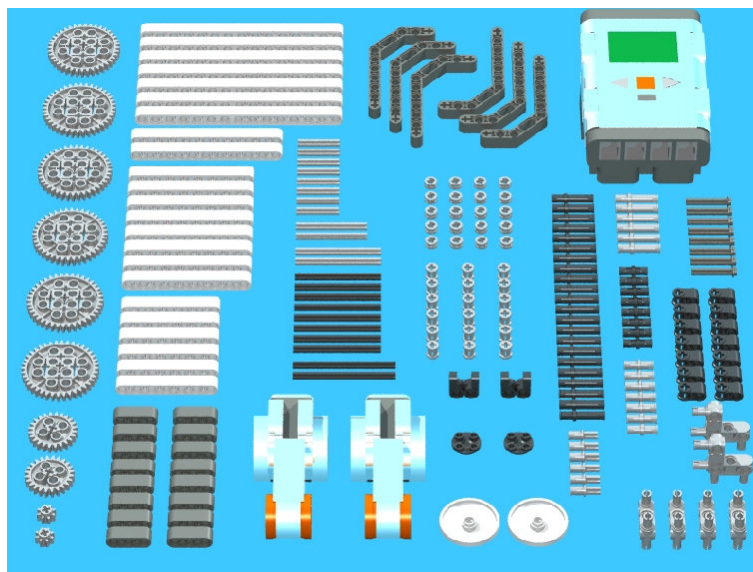
На низком уровне СТЗ решает, в основном, задачи восприятия и предварительной обработки. На среднем уровне решаются задачи сегментации, описания и распознавания отдельных фрагментов. Высокий же уровень направлен на решение задач интерпретации на основе результатов среднего уровня [16]. Наиболее плохо исследованным является последний уровень. Это связано с тем, что при решении задач интерпретации необходимо решение ряда

задач из смежных предметных областей. При этом обычно используют методологию искусственного интеллекта. Формализованное описание последовательности задач позволит получить математическое решение поставленной задачи. Так как СТЗ не является интеллектуальной системой, а представляет собой достаточно универсальную систему «измерения изображений», то самостоятельно создавать решения она не может. Это означает, что СТЗ не является, например, экспертной системой или интеллектуальной агентной системой. Подобного рода система может функционировать только по заранее созданной и загруженной в ее ЭВМ программе. Математическая формулировка алгоритма программы СТЗ представляет ее математическую модель. Данную математическую модель можно получить, используя ДАИ и МДАИ [124-151].

#### 4.1.2. Постановка задачи моделирования и этапы ее решения

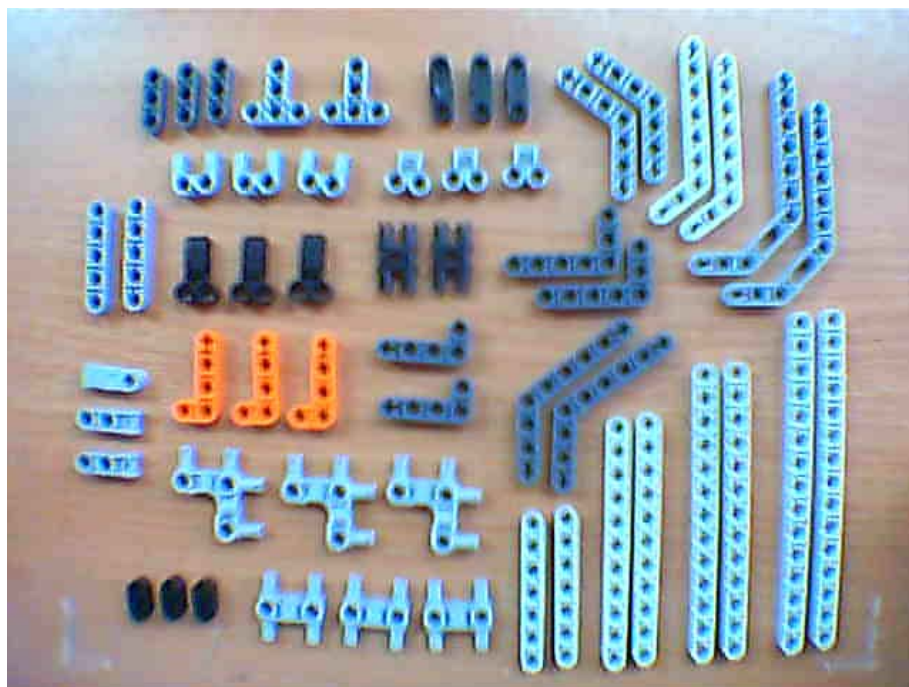
**Описание предметной области и используемых инструментов.** В качестве предметной области выбран игровой технический конструктор LEGO 8547 Mindstorms NXT 2.0, который содержит 618 деталей различных форм и конфигураций (рис.4.1). Процесс разработки СТЗ и ее математической модели, который в дальнейшем будет описан, может быть создан для любой другой предметной области аналогичным образом.

В качестве технических деталей были выбраны основные типы балок конструктора (рис. 4.2). Эти элементы располагаются на конвейере, который состоит из ячеек (рис. 4.3).

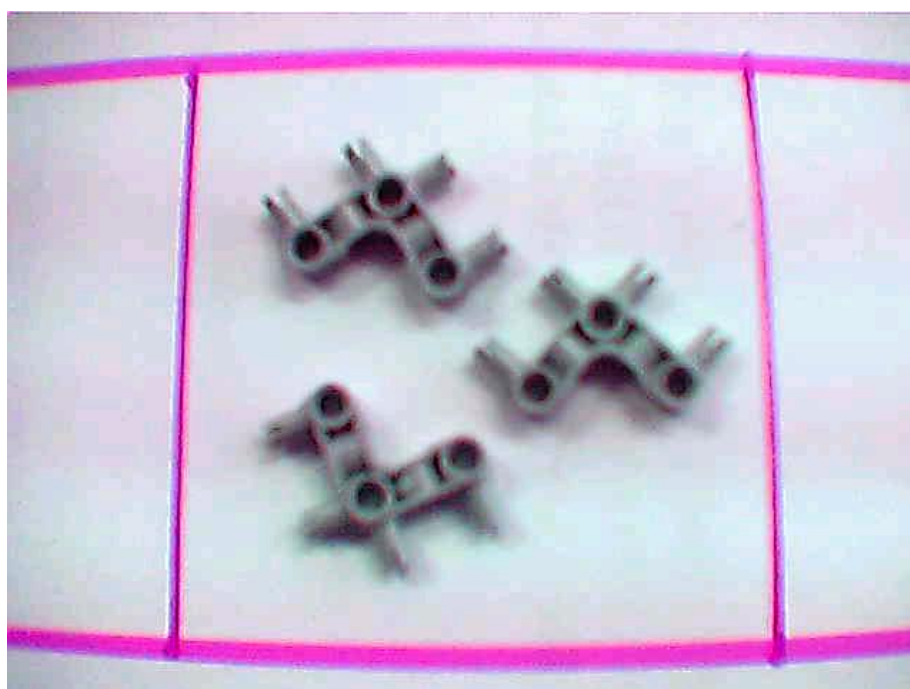


**Рис. 4.1.** Набор элементов конструктора LEGO 8547 Mindstorms NXT 2.0

В каждом сегменте может находиться только один элемент конструктора. Каких-либо других ограничений на расположение элементов в сегменте не накладывается.



**Рис. 4.2.** Расположение элементов на конвейере



**Рис. 4.3.** Изображение ячейки, содержащей три однотипных элемента

Съемка изображений деталей осуществляется цветной аналоговой видеокамерой с беспроводной передачей сигналов 208С с высоты 19 – 20 см. Изображение, передаваемое этой камерой, принимается ресивером R100, со-

единенным с устройством захвата сигналов, и передается в компьютер. В качестве устройства захвата сигналов был выбран TV-тюнер Aver Media внутреннего соединения. Приемник сигналов соединяется через кабель передачи сигналов типа «Тюльпан» с платой тюнера. Захват изображения и видео проходит в среде MATLAB с использованием модуля Image Acquisition Toolbox. Для обработки полученных изображений применяются модули MATLAB: Image Processing Toolbox и Signal Processing Toolbox.

**Исходные данные** изображения, получаемые от видео камеры, фиксируются в среде MATLAB модулем Image Processing Toolbox в виде 24-битных цветных изображений размера 640 на 480 пикселей. Данные изображения сохраняются во внутреннем массиве в полноцветном варианте. Частота получения изображений регулируется и программное обеспечение настроено на движение ленты конвейера.

**Требуется:**

- 1) разработать программное обеспечение СТЗ;
- 2) построить математическую модель СТЗ для идентификации элементов конструктора, расположенных произвольным образом на конвейере, и их количественного учета.

**Этапы решения задачи.** Решение задач обработки и анализа изображений в классическом варианте предполагает прохождение следующих шести пунктов: ввод информации, предварительная обработка, сегментация, описание, распознавание или идентификация и интерпретация. В данном же случае план решения задачи будет состоять из этапов:

- 1) предварительной обработки изображений (фильтрация, улучшение и восстановление);
- 2) сегментации информационно важных частей, их идентификации и описания на основе дискриминантного подхода;
- 3) классификации (балки, соединительные элементы и колесные элементы) по описанию и ведения количественного учета технических деталей.

Предлагаемый план решения задачи описывает классическую архитектуру СТЗ, где на низком уровне предполагается прохождение первого этапа. На среднем уровне СТЗ будут решены задачи сегментации, идентификации и описания технических деталей. Высокий уровень СТЗ будет проводить классификацию по описанию, полученному на втором этапе и вести количественный учет по результатам классификации.

## 4.2. Математическое моделирование системы технического зрения

### 4.2.1 . Математическая модель низкого уровня системы технического зрения

**Начальные данные.** Исходными данными подсистемы низкого уровня СТЗ являются изображения, фиксируемые аналоговой видеокамерой, при их хранении в полноцветном формате во внутреннем варианте имеют размеры 640 на 480 пикселей (рис. 3). Их математическими моделями являются цветные реализации [124-151]:

$$I_{color} \stackrel{def}{=} \|x_{ij}\|, \text{ где } (\forall i, j) \left[ (x_{ij} = \langle r, g, b \rangle) \wedge (r, g, b \in \{0, \dots, 255\}) \right] \text{ в ПСИ}$$

$$GS_I = \langle \{I_{color}\}, \{O_T^{color \rightarrow Y}\} \rangle.$$

ПСИ содержит алгебру цветных реализаций  $\mathfrak{R}_C^g = \langle M_{color}, \{f\} \rangle$  класса  $g \in \{A, L\}$  с основным множеством  $M_{color} = \{I_{color}\}$  и множеством главных бинарных операций  $\{f\}$ . В данном случае роль главных операций могут играть как арифметические, так и логические операции. Расширим ПСИ за счет конвертирования всех цветных реализаций  $I_{color}$  в полутоновые реализации  $I_{gray}$ . Это позволит использовать не только алгебру цветных реализаций  $\mathfrak{R}_C^g$ , но и алгебру полутоновых реализаций  $\mathfrak{R}_G^g$ . Такой шаг является необходимым, чтобы обеспечить максимальный уровень информативности начальных данных. Используя операцию конвертирования

$$(\forall I_{color} \in M_{color}) \left[ I_{gray} = \|y_{ij}\| = O_T^{color \rightarrow gray} (\| \langle r, g, b \rangle_{ij} \|, *), \quad y_{ij} = \left\lceil \frac{r + g + b}{3} \right\rceil \right]$$

создаем алгебру полутоновых реализаций  $\mathfrak{R}_G^g$ .

Далее будем решать задачи фильтрации, улучшения и восстановления в ПСИ  $GS_I = \langle \{I_{color}, I_{gray}\}, \{O_T^{color \rightarrow gray}\} \rangle$ . Такой шаг позволит расширить список используемых инструментов для получения качественных бинарных реализаций для оценки параметров объектов исследования.

**Фильтрация изображений.** Фильтрация изображений может быть использована как в прямом назначении, так и для решения задач улучшения и восстановления. Ясно, что полученные изображения (рис. 3) содержат шумы и искажения. Кроме того, налицо наличие явления «смаза» в изображениях. Рассмотрим основные виды фильтров и оценим их с точки зрения ряда требований. Одним из них является максимальное удаление шума в исходном

изображении. Ясно, что шумы могут повлиять на бинаризацию, обусловив появление ложных объектов в результирующем изображении. Оценить уровень шума возможно [2, 3, 10, 14, 23, 24, 28, 33, 39, 40]:

- 1) на количественном уровне, при наличии оценочной функции;
- 2) на качественном уровне, используя опыт и знания эксперта.

Второй подход, хотя и не дает гарантий из-за эвристичности, но является очень часто применяемым вариантом действий. Для его использования необходимо провести предварительные прогностические действия: получить результаты фильтрации изображения и провести краевую сегментацию. Для фильтрации были выбраны следующие фильтры (табл. 1): медианный, ранговый, адаптивный винеровский, корреляционная и конволюционная фильтрации.

**Таблица 1**

**Операции фильтрации в MATLAB**

№	Команда	Название команды	Формат входного изображения	Формат выходного изображения
1	<b>medfilt2</b>	медианная фильтрация	бинарный, полутоновый, цветной	бинарный, полутоновый, цветной
2	<b>ordfilt2</b>	ранговая фильтрация	полутоновый	полутоновый
3	<b>wiener2</b>	адаптивная винеровская фильтрация	полутоновый	полутоновый
4	<b>imfilter</b>	фильтрация изображений с применением корреляции и конволюции	цветной, полутоновый	цветной, полутоновый

Каждый из них имеет собственный набор параметров, некоторые из которых были выбраны в качестве варьируемых. Для медианного фильтра варьируемым параметром явился размер квадратной маски в пределах от 1 до 7 в виде нечетных чисел. Ранговый фильтр в отличие от медианного фильтра имеет два параметра – маску и позицию центрального пикселя в ней. Размер маски был выбран равным 3, что является его значением по умолчанию. Позиция центрального пикселя варьировалась от 1 ячейки до 9 ячейки. Следующим использованным методом является адаптивный винеровский фильтр с варьируемым размером окна в пределах от 2 до 9. Параллельно была проведена оценка мощности гауссова белого шума, которая находилась в диапазоне от 0.00088097 до 0.0056474. Также были использованы линейные пространственные фильтры с типами масок: усредняющая операция для низких



частот, Гаусса для низких частот, повышения резкости и радиальной операции усреднения. При этом маски Лапласа, Лапласа-Гаусса и для линейного движения камеры не использовались из-за их направленности на высокие частоты. Маски фильтров Собеля и Превитта в данном случае не находят применения в силу их предназначения для решения задач краевой сегментации [42, 43, 77, 82, 83, 84, 88, 90, 96, 97, 98, 105, 106, 109, 111, 112].

Системы технического зрения обычно решают следующие стандартные задачи:

- 1) улучшение изображения за счет удаления максимального уровня шума, содержащегося в начальном изображении;
- 2) восстановление потерянных данных в изображении после фильтрации или их реконструкция в изображении по имеющимся данным;
- 3) улучшение бинарных изображений и восстановление данных в изображении с использованием морфологических операций;
- 4) оценка значений признаков для изображенных объектов.

Первый и второй этапы иногда находят совместное и последовательное применение к исходным изображениям. Поэтому в дальнейшем будут представлены несколько вариантов СТЗ с применением методов улучшения и восстановления в различных комбинациях [16, 75, 85, 110, 117, 118].

Сформулируем требования к возможностям выбранных фильтров и, опираясь на них, проведем экспертную оценку по 5-балльной шкале: 1 (очень низкий), 2 (низкий), 3 (средний), 4 (высокий) и 5 (очень высокий) (табл. 2):

- количество шумовых объектов;
- гладкость границ объектов интереса;
- зашумленность границ объектов интереса;
- сохранность формы объектов интереса (близкие к окружности);
- количество объектов интереса.

**Таблица 2**

Экспертные оценки результатов фильтрации по выбранным критериям

	количество шумовых объектов	гладкость границ объектов интереса	зашумленность границ объектов	сохранность формы объектов	количество объектов интереса
<b>medfilt2</b>	2	3	2	3	3
<b>ordfilt2</b>	4	2	3	2	4
<b>wiener2</b>	3	2	3	3	3
<b>imfilter с маской</b>	2	3	2	3	2

<b>average</b>					
<b>imfilter с маской gaussian</b>	4	2	3	2	4
<b>imfilter с маской unsharp</b>	5	1	5	1	2
<b>imfilter с маской disk</b>	1	4	1	3	2

Стоит отметить, что таблица оценок (табл. 2) содержит экспертное мнение и подвержена субъективным факторам, оказывающим негативное влияние на правильность выбора метода. Понятно, что чем больше опыта эксперта в решении подобных задач, тем точнее будут оценки. Фильтры отбираются по высоким значениям оценок критериев: гладкость границ объекта, сохранность формы объектов интереса и количество объектов интереса. Одновременно по следующим критериям должны иметь низкие значения оценок: количество шумовых объектов и зашумленность границ объектов интереса. Просуммировав по данным аспектам набранные баллы, приходим к следующему заключению [33, 39, 40, 41, 42, 43, 77, 82, 83, 84, 88, 90, 96, 97, 98, 105, 106, 109, 111, 112, 114, 120, 121]:

- 1) к первой категории относим методы: medfilt2, imfilter для average и disk;
- 2) ко второй категории относятся: wiener2, ordfilt2 и imfilter gaussian;
- 3) в третьей категории оказывается: imfilter unsharp.

Таким образом, для увеличения отделимости структурных элементов деталей (разъемы для соединительных элементов конструктора в форме окружностей) можно воспользоваться наиболее эффективными для исходных данных методами фильтрации первой категории. При использовании фильтров второй категории эффективность будет низкой. Запишем математические модели методов фильтрации первой категории [124-151]:

- 1) медианный фильтр

$$I_{gray}' = \|y_{ij}\| = O_T^{median}(I_{gray}, (n, n)) = O_T^{median}(\|x_{ij}\|, (n, n)), \text{ где}$$

$$y_{ij} = z_k \in \langle z_1, \dots, z_k, \dots, z_{n*n} \rangle = Sort(\{x_{i-\lfloor \frac{n}{2} \rfloor, j-\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}, \dots, x_{i+\lfloor \frac{n}{2} \rfloor, j+\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}\}), \quad k = \left\lceil \frac{n^2}{2} \right\rceil,$$

*Sort* - сортировки элементов  $\{x_{i-\lfloor \frac{n}{2} \rfloor, j-\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}, \dots, x_{i+\lfloor \frac{n}{2} \rfloor, j+\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}\}$  по неубыванию;

2) однородный усредняющий фильтр

$$I_{gray}' = \|y_{ij}\| = O_T^{average}(I_{gray}, (n, n)) = O_T^{average}(\|x_{ij}\|, (n, n)),$$

где  $y_{ij} = \left[ \sum_{i=-a}^a \sum_{j=-b}^b w_{ij} \cdot x_{ij} \right]$ ,  $a = b = \frac{n-1}{2}$ ,  $w_{ij} = \frac{1}{n^2}$ . Например, если  $n = 3$ ,

$$\text{то маска имеет вид } \begin{vmatrix} w_{-1,-1} & w_{-1,0} & w_{-1,1} \\ w_{0,-1} & w_{0,0} & w_{0,1} \\ w_{1,-1} & w_{1,0} & w_{1,1} \end{vmatrix} = w \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{n^2} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix};$$

3) круговой усредняющий фильтр имеет наиболее сложную математическую модель (рис.4.4).

**Улучшение изображений.** Непосредственное применение фильтра к конвертированному изображению позволяет получить низкого качества полутоновую реализацию для дальнейших вычислений. Поэтому дополнительно были проведены исследования по их улучшению. Цель таких исследований заключается в повышении их информативности полутоновых реализация и уменьшении контрастности (рис. 4.3). В среде MATLAB для улучшения изображения имеются такие инструменты, как улучшение посредством видоизменения гистограммы изображения, улучшение на основе арифметико-логических операций, улучшение методами пространственной фильтрации. Наиболее распространенным инструментом улучшения обычно является использование гистограммы изображения [33, 39, 40, 41, 42, 43, 77, 82, 83, 84, 88, 90, 96, 97, 98, 105, 106, 109, 111, 112, 114, 120, 121].

Улучшение изображения обусловлено видоизменением его гистограммы, что возможно при эквализации гистограммы (линеаризация) или приведении гистограммы к заданной форме.

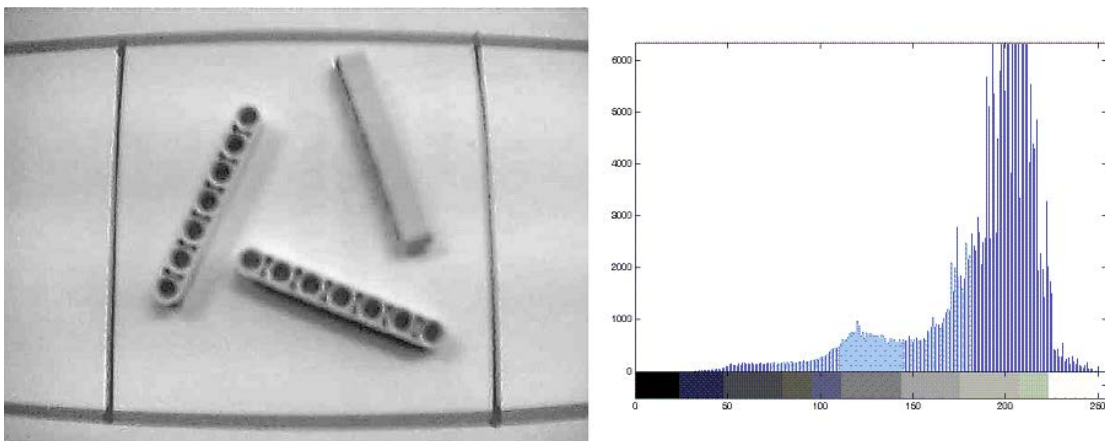
Для улучшения гистограммы исходное изображение выберем в форме полутоновой реализации из алгебры  $\mathfrak{R}_G^g$  (рис. 4.5).

```

case 'disk' % Disk filter
rad = p2;
crad = ceil(rad-0.5);
[x,y] = meshgrid(-crad:crad,-crad:crad);
maxxy = max(abs(x),abs(y));
minxy = min(abs(x),abs(y));
m1 = (rad^2 < (maxxy+0.5).^2 + (minxy-0.5).^2).*(minxy-0.5) + ...
      (rad^2 >= (maxxy+0.5).^2 + (minxy-0.5).^2).* ...
      sqrt(rad^2 - (maxxy + 0.5).^2);
m2 = (rad^2 > (maxxy-0.5).^2 + (minxy+0.5).^2).*(minxy+0.5) + ...
      (rad^2 <= (maxxy-0.5).^2 + (minxy+0.5).^2).* ...
      sqrt(rad^2 - (maxxy - 0.5).^2);
sgrid = (rad^2*(0.5*(asin(m2/rad) - asin(m1/rad)) + ...
            0.25*(sin(2*asin(m2/rad)) - sin(2*asin(m1/rad)))) - ...
          (maxxy-0.5).*(m2-m1) + (m1-minxy+0.5)) ...
        .*(((rad^2 < (maxxy+0.5).^2 + (minxy+0.5).^2) & ...
          (rad^2 > (maxxy-0.5).^2 + (minxy-0.5).^2)) | ...
          ((minxy==0)&(maxxy-0.5 < rad)&(maxxy+0.5>=rad}}));
sgrid = sgrid + ((maxxy+0.5).^2 + (minxy+0.5).^2 < rad^2);
sgrid(crad+1,crad+1) = min(pi*rad^2,pi/2);
if ((crad>0) & (rad > crad-0.5) & (rad^2 < (crad-0.5)^2+0.25))
    m1 = sqrt(rad^2 - (crad - 0.5).^2);
    mln = m1/rad;
    sg0 = 2*(rad^2*(0.5*asin(mln) + 0.25*sin(2*asin(mln)))-m1*(crad-0.5));
    sgrid(2*crad+1,crad+1) = sg0;
    sgrid(crad+1,2*crad+1) = sg0;
    sgrid(crad+1,1) = sg0;
    sgrid(1,crad+1) = sg0;
    sgrid(2*crad,crad+1) = sgrid(2*crad,crad+1) - sg0;
    sgrid(crad+1,2*crad) = sgrid(crad+1,2*crad) - sg0;
    sgrid(crad+1,2) = sgrid(crad+1,2) - sg0;
    sgrid(2,crad+1) = sgrid(2,crad+1) - sg0;
end
sgrid(crad+1,crad+1) = min(sgrid(crad+1,crad+1),1);
h = sgrid/sum(sgrid(:));

```

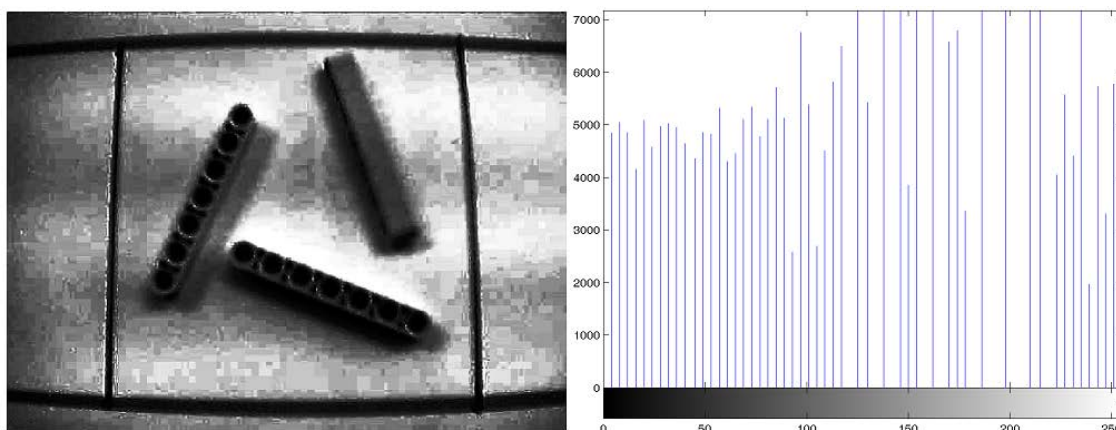
**Рис. 4.4.** Фрагмент алгоритма для вычисления маски кругового усредняющего фильтра на встроенном языке MATLAB



**Рис. 4.5.** Пример полутоновой реализации исходных данных и его гистограмма: слева находится изображение, справа – его гистограмма

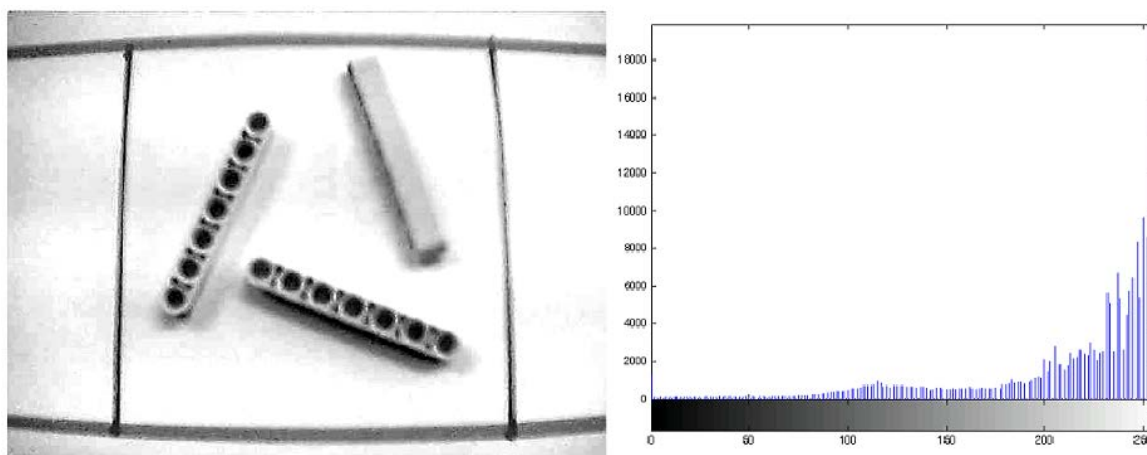
Гистограмма этой полутоновой реализации является неравномерно распределенной (рис. 4.5). Однако попытка выровнить гистограмму приводит

к увеличению числа полутонов с низким значением (рис. 4.6) [33, 39, 40, 41, 42, 43, 77, 82, 83, 84, 88, 90, 96, 97, 98, 105, 106, 109, 111, 112, 114, 120, 121].



**Рис. 4.6.** Улучшение изображения выравниванием его гистограммы: слева находится изображение, а справа – его гистограмма

Следовательно, в данном случае улучшение можно провести, используя изменение яркости палитры. Использование этого метода увеличивает число полутонов с высоким значением, выравнивая количество полутонов в средней части все области (рис. 8). Также нужно заметить, что в данном случае отсутствует гамма-коррекция [33, 39, 40, 41, 42, 43, 77, 82, 83, 84, 88, 90, 96, 97, 98, 105, 106, 109, 111, 112, 114, 120, 121].



**Рис. 4.7.** Изменение яркости полутоновой реализации

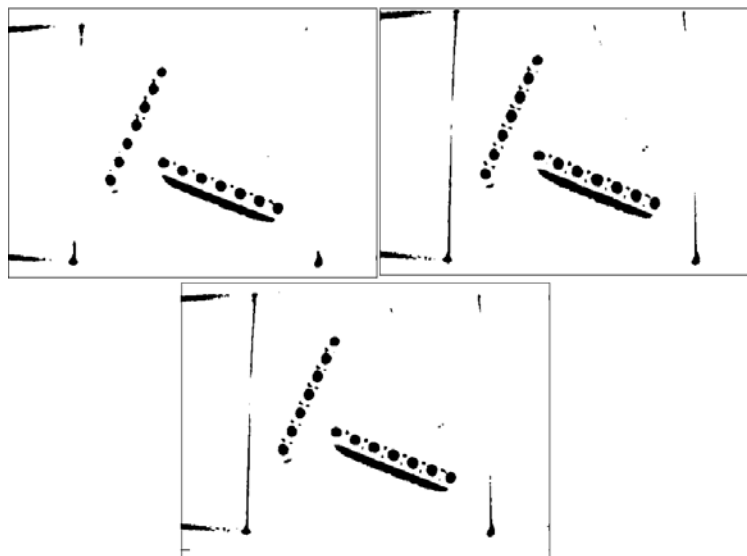
Таким образом, применению методов фильтрации должно предшествовать изменение яркости полутоновых реализаций. Запишем математическую модель процесса изменения яркости полутоновой реализации. Ясно, что это преобразование является процедурным [124-151]:

$$I'_{gray} = \|y_{ij}\| = O_T^{bright}(I_{gray}, \bar{\eta}) = O_T^{bright}(\|x_{ij}\|, (a, b)),$$

$$\text{где } \|y_{ij}\| = O_T^{\text{bright}}(\|x_{ij}\|, (a, b)) \text{ и } y_{ij} = \begin{cases} 0, & x_{ij} < 256 \cdot a \\ \frac{x_{ij} - a}{b}, & 256 \cdot a \leq x_{ij} \leq 256 \cdot b \\ 255, & x_{ij} > 256 \cdot b \end{cases}$$

#### 4.2.2. Математическая модель среднего уровня системы технического зрения

Средний уровень СТЗ обычно направлен на решение задач морфологической обработки изображений, выделения терминальных объектов в изображении, описания границ и областей, вычисления значения выбранных признаков и т.п. [16, 75, 85, 110, 117, 118]. Исходными данными на этом этапе являются отфильтрованные и улучшенные изображения предыдущего шага. Таким образом, начальные данные представляют собой полутоновые реализации  $I_{gray} \in M_{gray}$  в алгебре  $\mathfrak{R}_G^g = \langle M_{gray}, \{f\} \rangle$  класса  $g \in \{A, L\}$  с основным множеством  $M_{gray}$  и множеством главных бинарных операций  $\{f\}$ . Первое действие, которое выполняется системой, конвертирование всех реализаций  $I_{gray} \in M_{gray}$  в бинарные реализации  $I_{bin} \in M_{bin}$ . Основными требованиями при этом остаются: сохранность формы объектов интереса, гладкость границ объектов интереса, низкий уровень ложных объектов [10, 14, 23, 24, 28, 33, 39, 40, 41, 42, 43, 77, 82].



**Рис.4. 9.** Результаты пороговой конвертации после: медианной фильтрации (сверху слева) и пространственной фильтрации с усредненной круговой (сверху справа) и усредненной (снизу по центру) масками

Экспериментальным путем было установлено, что эффективность конвертирования будет максимальной, если уровень порога принимает значения из отрезка [0.3;0.4]. В качестве приемлемого значения порога было выбрано число 0.35. Общая математическая модель операции пороговой конвертации была рассмотрена в пункте «2.4.1 Процедурные преобразования» этой работы и имеет вид [124-151]:

$$O_T^{gray \rightarrow bin}(I_{gray}, \eta_0) = O_T^{gray \rightarrow bin}(\|x_{ij}\|, \eta_0) = \|y_{ij}\| = I_{bin}, \quad \text{где} \quad y_{ij} = \begin{cases} 0, & x_{ij} < \eta_0 \\ 1, & x_{ij} \geq \eta_0 \end{cases} \quad \text{и}$$

$$I_{gray} = \|x_{ij}\|,$$

при этом оптимальное значение. Результаты операции конвертирования приведены на рисунке 4.8. Визуальный анализ результатов показывает, что большинство объектов интереса сопровождаются «ложными спутниками», для отделения которых можно использовать морфологические операции. Другого вида «ложные спутники» имеют природу, связанную с темными сторонами в изображениях технических деталей. Для отделения объектов интереса и «ложных спутников» в бинарных изображениях были применены морфологические операции в следующем порядке:

- 1) двукратное применение эрозии к инвертированному изображению;
- 2) двукратное применение наращивания к результатам предыдущего шага.

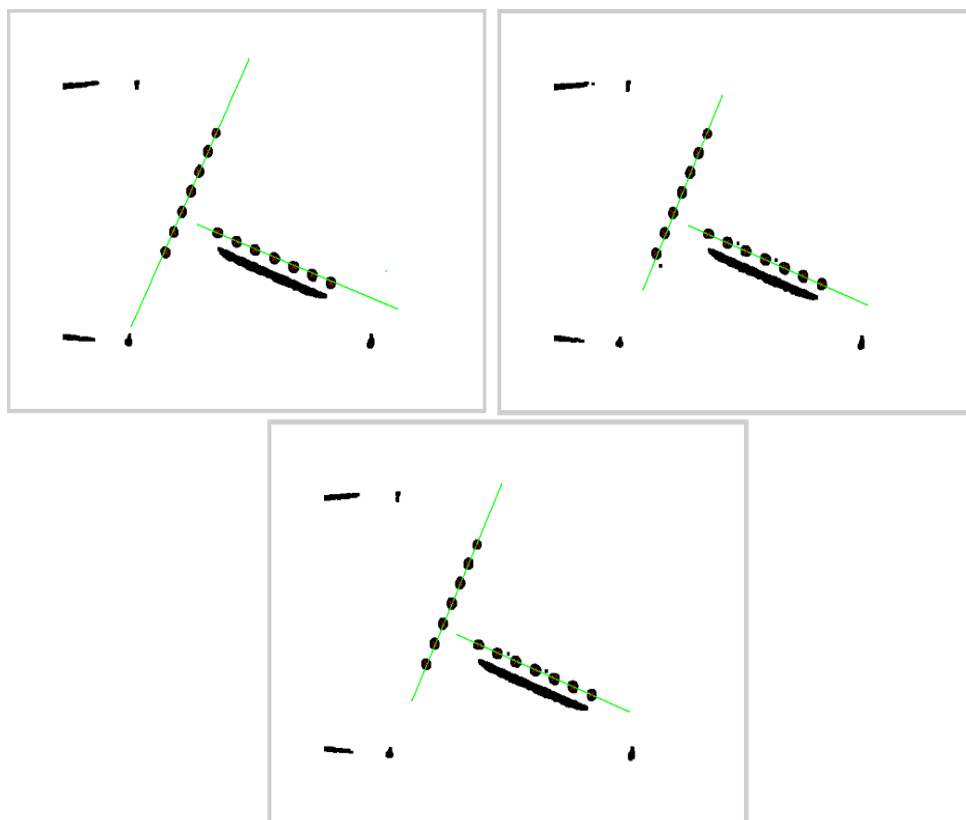
Математическая модель этих действий имеет вид [124-151]:

$$I_{bin}' = O_T^{dl} \left( O_T^{dl} \left( O_T^{er} \left( O_T^{er} (\sim I_{bin}, \|\mu_1\|), \|\mu_1\| \right), \|\mu_2\| \right), \|\mu_2\| \right),$$

где  $\|\mu_1\|$  – маска по умолчанию операции эрозии,  $\|\mu_2\|$  – маска по умолчанию операции наращивания (дилатации).

В результате проведенных морфологических операций получают качественные изображения, в которых объекты интереса на 98–99% отделены от «ложных спутников» (рис. 10). На этих изображениях красными крестами отмечены геометрические центры объектов интереса, а отрезки зеленого цвета являются изображениями линейной регрессионной модели их классов.

Следующим шагом морфологических операций является выявление геометрических центров всех объектов (объектов интереса и «ложных спутников») с предварительной их локализацией [114, 120, 121, 122, 123].



**Рис. 4.10.** Линейные регрессионные модели классов объектов интереса на конвертированных изображениях методами: медианной фильтрации (сверху слева) и пространственной фильтрации с усредненной круговой (сверху справа) и усредненной (снизу по центру) масками

$$\begin{aligned}
 I_{bin} = \mathfrak{R}_T(\bar{\eta})(I_{color}) = \mathfrak{R}_T(\langle * , (a, b), (n, n), 0.35, \|\mu_1\|, \|\mu_1\|, \|\mu_2\|, \|\mu_2\| \rangle)(I_{color}) = \times \dots \\
 \dots \times \left\langle \begin{aligned} &O_T^{color \rightarrow gray}(\square, *), O_T^{bright}(\square, (a, b)), O_T^{average}(\square, (n, n)), \times \dots \\ &\dots \times, O_T^{gray \rightarrow bin}(\square, 0.35), O_T^{dl} \left( O_T^{dl} \left( O_T^{er} \left( O_T^{er} (\sim \square, \|\mu_1\|), \|\mu_1\|, \|\mu_2\| \right) \right) \right) \end{aligned} \right\rangle (I_{color}) = \times \dots \quad \text{И} \\
 \dots \times O_T^{dl} \left( O_T^{dl} \left( O_T^{er} \left( O_T^{er} \left( \left[ O_T^{gray \rightarrow bin} \left( O_T^{average} \left( O_T^{bright} \left( O_T^{color \rightarrow gray} (I_{color}, *), (a, b), (n, n) \right), 0.35 \right) \right] \right), \times \dots \right. \right. \right. \\
 \left. \left. \left. \dots \times \|\mu_1\|, \|\mu_1\|, \|\mu_2\|, \|\mu_2\| \right) \right) \right) \right)
 \end{aligned}$$

идентификацию и локализацию объектов можно провести командой `bwlabel`, которая возвращает число уникальных объектов на изображении. Используя полученные метки, можно провести выделение каждого объекта и вычислить его любую характеристику. Математическая модель процесса выделения в бинарной реализации всех объектов будет записана в форме Т-представления [124-151]:



$$\begin{aligned}
\mathfrak{R}_T(\eta_0, (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n))(I_{bin}) &= \langle S(\cdot, (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)) \rangle (O_T^{bwlabeled}(I_{bin}, \eta_0)) = \times \\
\times &= \langle S(\cdot, (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)) \rangle (I_{gray}^0) = S(S(I_{gray}^0, \mu_1), (\mu_2, \dots, \mu_n)) = \times \\
\times &= S(I_{gray}^1, (\mu_2, \dots, \mu_n)) = S(S(I_{gray}^1, \mu_2), (\mu_3, \dots, \mu_n)) = \times \\
&\dots \\
\times &= S(S(I_{gray}^{n-2}, \mu_{n-1}), \mu_n) = S(I_{gray}^{n-1}, \mu_n) = I_{gray}^n = I_{gray}
\end{aligned}$$

где процедурное преобразование  $I_{gray} = O_T^{bwlabeled}(I_{bin}, \eta_0)$  есть математическая модель алгоритма выделения в бинарной реализации  $I_{bin}$  всех объектов. Эта процедура назначает пикселям бинарной реализации уникальные метки, поэтому результатом будет реализация  $I_{gray}$ . Параметр  $\eta_0$  указывает на тип связности пикселей, т.е.  $\eta_0 \in \{4, 8\}$ . Операция  $S(\cdot, (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n))$  является стандартной операцией структуризации последовательности элементов  $(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$ . Экспериментальным путем было установлено, что для данных текущего этапа (рис. 9) количество элементов в этих последовательностях различное: при медианной фильтрации выделяется последовательность  $(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{39})$ , при пространственной фильтрации с усредняющей круговой маской выделяются структурные элементы  $(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{63})$ , а при пространственной фильтрации с усредняющей маской – структурные элементы  $(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{60})$ . В дальнейшем полутоновая реализация позволит локализовать ГМТ любого объекта на изображении и вычислить любую его характеристику [2, 3, 10, 14, 23, 24, 28, 33, 82, 83, 84, 88, 90, 96, 97, 98].

Следующим этапом является классификация объектов интереса на подобные группы и разработка математических моделей этих классов. В качестве исходных данных этапа выбирается полутоновая реализация  $I_{gray}$ , полученная на предыдущем этапе. Математическими моделями, описывающими подобные паттерны (объекты интереса и «ложные спутники»), являются регрессионные уравнения линий, проходящих через геометрические центры объектов интереса (отрезки зеленого цвета) (рис. 10). Математическая модель этого процесса имеет вид [124-151]:

$$\{\langle x_1, y_1 \rangle, \dots, \langle x_n, y_n \rangle\} = O_P^{determ}(I_{gray}; \{\langle x_1, y_1 \rangle, \dots, \langle x_n, y_n \rangle\}) = \text{Alg}(I_{gray} \downarrow; \{\langle x_1, y_1 \rangle, \dots, \langle x_n, y_n \rangle\} \uparrow),$$

где  $\{\langle x_1, y_1 \rangle, \dots, \langle x_n, y_n \rangle\}$  – геометрические центры всех объектов в бинарной реализации  $I_{bin}$ .

Последним этапом функционирования СТЗ является решение задачи классификации на геометрических центрах объектов интереса. Однако ре-

зультат  $\{\langle x_1, y_1 \rangle, \dots, \langle x_n, y_n \rangle\}$ , полученный на предыдущем шаге, содержит как объекты интереса, так и «ложные спутники». Задачу отделения геометрических центров объектов интереса от геометрических центров «ложных спутников» можно решить, рассматривая ее как задачу их кластеризации. При этом в полученных результатах будут использованы, только те кластеры, которые имеют форму прямой линии. Математические модели классов можно получить, например, используя метод наименьших квадратов. При этом предполагается, что геометрические центры объектов интереса описываются линейными регрессионными прямыми.

Таким образом, система технического зрения определяет разновидность технических деталей по количеству разъемов в их корпусе. Ограничением при этом является наличие изображенных разъемов детали в исходных данных. Если же на изображении сцена рассмотрена с другого ракурса, то СТЗ должна классифицировать деталь по другим параметрам. До сих пор СТЗ разрабатывалась поэтапно, на каждом шаге которого отдельно описывалась его математическая форма. Общая математическая модель СТЗ будет приведена далее в следующем пункте данной работы [16, 75, 85, 110, 117, 118].

#### 4.2.3. Оптимизация математической модели системы технического зрения

Система технического зрения является промышленным объектом, представляющим симбиоз аппаратного и алгоритмического обеспечений. В то же время СТЗ является физической реализацией систем обработки и анализа изображений, направленной на решение узкоспециализированных задач. Предлагаемый в данной научной работе формализованный аппарат направлен на разработку ее математической модели. Структурно математический аппарат состоит из разновидности алгебраических систем, называемых дескриптивными алгебрами изображений, и специальных методов для описания действий над изображениями, аналитического и синтетического характера. В предыдущем пункте был описан процесс разработки функции СТЗ для классификации технических деталей конструктора Lego Mindstorms NXT 2.0. Далее рассмотрим процесс синтеза ее математической модели [124-151].

Пусть даны начальные цветные реализации  $I_{color}$  изображения  $I$  наблюдаемой сцены:

$$I_{color} \stackrel{def}{=} \|x_{ij}\|, \text{ где } (\forall i, j) \left[ (x_{ij} = \langle r, g, b \rangle) \wedge (r, g, b \in \{0, \dots, 255\}) \right]$$

в ПСИ  $GS_I = \langle \{I_{color}\}, \{O_T^{color \rightarrow Y}\} \rangle$ . Используя операции конвертирования

$$1. (\forall I_{color} \in M_{color}) \left[ I_{gray} = \|y_{ij}\| = O_T^{color \rightarrow gray} (\|\langle r, g, b \rangle_{ij}\|, *) \right], \quad y_{ij} = \left\lfloor \frac{r + g + b}{3} \right\rfloor$$

$$2. (\forall I_{bin} \in M_{bin}) \left[ I_{gray} = O_T^{blabel} (I_{bin}, \eta_0) \right],$$

с учетом того, что  $I_{bin} \stackrel{def}{=} \|x_{ij}\|$ , где  $(\forall i, j) [x_{ij} \in \{0, 1\}]$  и  $I_{gray} \stackrel{def}{=} \|x_{ij}\|$ , где  $(\forall i, j) [x_{ij} \in \{0, \dots, 255\}]$ . Расширим это пространство до ПСИ

$$\boxed{GS}_I = \langle \{I_{color}, I_{gray}, I_{bin}\}, \{O_T^{color \rightarrow Y}, O_T^{blabel}\} \rangle.$$

В расширенном ПСИ  $\boxed{GS}_I$  математическая модель СТЗ имеет вид:

$$Alg(I_{color} \downarrow, \langle (a, b), [(n, n), r], 0.35, \|\mu_1\|, \|\mu_2\|, \eta_2 \rangle \downarrow; res \uparrow) =$$

$\langle$

$$I_{color} \Rightarrow I_{gray}^0 = O_T^{color \rightarrow gray} (I_{color}, *)$$

$$I_{gray}^0 \Rightarrow I_{gray}^1 = O_T^{bright} (I_{gray}^0, (a, b))$$

$$I_{gray}^1 \Rightarrow \begin{cases} I_{gray}^2 = O_T^{median} (I_{gray}^1, (n, n)) \\ I_{gray}^2 = O_T^{average} (I_{gray}^1, (n, n)) \\ I_{gray}^2 = O_T^{disk} (I_{gray}^1, r) \end{cases}$$

$$I_{bin}^2 \Rightarrow I_{bin}^3 = O_T^{gray \rightarrow bin} (I_{bin}^2, 0.35)$$

$$I_{bin}^3 \Rightarrow I_{bin}^4 = O_T^{dl} \left( O_T^{dl} \left( O_T^{er} \left( O_T^{er} (\sim I_{bin}^3, \|\mu_1\|), \|\mu_1\| \right), \|\mu_2\| \right) \right)$$

$$I_{bin}^4 \Rightarrow I_{bin}^5 = \mathfrak{R}_T(\eta_2, \bar{\mu})(I_{bin}^4) = \langle O_T^{blabel}(\cdot, \eta_2), S(\cdot, (\langle x_1, y_1 \rangle, \dots, \langle x_n, y_n \rangle)) \rangle (I_{bin}^4)$$

$$I_{bin}^5 \Rightarrow \{\langle x_1, y_1 \rangle, \dots, \langle x_n, y_n \rangle\} = O_P^{determ} (I_{bin}^5; \{\langle x_1, y_1 \rangle, \dots, \langle x_n, y_n \rangle\})$$

$\rangle$

где

$res = \{\langle x_1, y_1 \rangle, \dots, \langle x_n, y_n \rangle\}$  - геометрические центры объектов интереса

$$I_{gray}^0 = \|y_{ij}\| = O_T^{color \rightarrow gray} (I_{color}, *) = O_T^{color \rightarrow gray} (\|\langle r, g, b \rangle_{ij}\|, *) \quad y_{ij} = \left\lfloor \frac{r + g + b}{3} \right\rfloor$$

$$I_{gray}^1 = \|y_{ij}\| = O_T^{bright}(I_{gray}^0, (a, b)) = O_T^{bright}(\|x_{ij}\|, (a, b)), \quad y_{ij} = \begin{cases} 0, & x_{ij} < 256 \cdot a \\ \frac{x_{ij} - a}{b}, & 256 \cdot a \leq x_{ij} \leq 256 \cdot b \\ 255, & x_{ij} > 256 \cdot b \end{cases}$$

$$I_{gray}^2 = \left[ \begin{array}{l} O_T^{median}(I_{gray}^1, (n, n)) = O_T^{median}(\|x_{ij}\|, (n, n)), \\ O_T^{average}(I_{gray}^1, (n, n)) = O_T^{average}(\|x_{ij}\|, (n, n)), \\ O_T^{disk}(I_{gray}^1, r) = O_T^{disk}(\|x_{ij}\|, r), \quad \tilde{n} \hat{=} . \quad 4.3.1 \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} y_{ij} = z_k \in \langle z_1, \dots, z_k, \dots, z_{n \cdot n} \rangle = \times \\ \times = Sort(\{x_{i-\lfloor \frac{n}{2} \rfloor, j-\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}, \dots, x_{i+\lfloor \frac{n}{2} \rfloor, j+\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}\}), \\ k = \left\lceil \frac{n^2}{2} \right\rceil, \quad I_{gray}^1 = \|x_{ij}\| \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} y_{ij} = \left\lceil \sum_{i=-a}^a \sum_{j=-b}^b w_{ij} \cdot x_{ij} \right\rceil \\ a = b = \frac{n-1}{2} \\ w_{ij} = \frac{1}{n^2} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

$$I_{gray}^3 = O_T^{gray \rightarrow bin}(I_{gray}^2, 0.35) = O_T^{gray \rightarrow bin}(\|x_{ij}\|, 0.35), \quad y_{ij} = \begin{cases} 0, & x_{ij} < 0.35 \\ 1, & x_{ij} \geq 0.35 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} I_{gray}^5 &= \mathfrak{R}_T(\eta_2, \bar{\mu})(I_{bin}^4) = \langle O_T^{bwlabel}(\cdot, \eta_2), \mathcal{S}(\cdot, (\langle x_1, y_1 \rangle, \dots, \langle x_n, y_n \rangle)) \rangle (I_{bin}^4) \\ &< \mathcal{S}(\cdot, (\langle x_1, y_1 \rangle, \dots, \langle x_n, y_n \rangle)) \rangle (O_T^{bwlabel}(I_{bin}^4, \eta_0)) = \langle \mathcal{S}(\cdot, (\langle x_1, y_1 \rangle, \dots, \langle x_n, y_n \rangle)) \rangle (I_{gray}^{(0)}) = \times \\ &\times \mathcal{S}(\mathcal{S}(I_{gray}^{(0)}, \langle x_1, y_1 \rangle), (\langle x_2, y_2 \rangle, \dots, \langle x_n, y_n \rangle)) = \mathcal{S}(I_{gray}^{(1)}, (\langle x_2, y_2 \rangle, \dots, \langle x_n, y_n \rangle)) = \times \\ &\times \mathcal{S}(\mathcal{S}(I_{gray}^{(1)}, \langle x_2, y_2 \rangle), (\langle x_3, y_3 \rangle, \dots, \langle x_n, y_n \rangle)) = \times \\ &\dots \\ &\times \mathcal{S}(\mathcal{S}(I_{gray}^{(n-2)}, \langle x_{n-1}, y_{n-1} \rangle), \langle x_n, y_n \rangle) = \mathcal{S}(I_{gray}^{(n-1)}, \langle x_n, y_n \rangle) = I_{gray}^{(n)} \end{aligned}$$

Найденные в результате геометрические центры однозначно определяют количество разъемов на детали. Следовательно, по их количеству, нахо-

дящемуся в одном кластере, можно однозначно определить тип детали. Таким образом, вышепредложенная последовательность шагов однозначно описывает процесс получения геометрических центров  $\{\langle x_1, y_1 \rangle, \dots, \langle x_n, y_n \rangle\}$  из цветных реализаций  $I_{color}$  наблюдаемой сцены. Она же описывает функцию СТЗ для решения этой частной задачи и может представлять ее функциональную схему, однозначно описывающую ее работу. Следовательно, она может представлять математическую запись функциональной модели СТЗ [16, 75, 85, 110, 117, 118].

$$\begin{aligned} \mathfrak{R}_P(\bar{\eta})(I_{bin}) &\stackrel{def}{=} [O_P^{area}(\cdot, 8) \circ O_P^{center}(\cdot, \{\Phi_1, \dots, \Phi_k\})](I_{bin}) = O_P^{area}(I_{bin}, 8) \circ O_P^{center}(I_{bin}, \{\Phi_1, \dots, \Phi_k\}), \\ \{\Phi_1, \dots, \Phi_k\} &= O_P^{area}(I_{bin}, 8) \\ \bar{\eta} &= \langle 8, \{\Phi_1, \dots, \Phi_k\} \rangle \end{aligned}$$

## ГЛАВА 5. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ СИСТЕМ ТЕХНИЧЕСКОГО ЗРЕНИЯ В МОДИФИЦИРОВАННЫХ ДЕСКРИПТИВНЫХ АЛГЕБРАХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

### 5.1 Разработка функции СТЗ для бесконтактного измерения площади объектов в MATLAB

Рассмотрим изображение из шести монет, расположенных на плоскости под «правильным» освещением и сохраненное в файле money.jpg (рис. 5.1).



Рис. 5.1. Сцена наблюдения

В среде MATLAB были разработаны две программы, одна из которых реализует функцию вычисления количества объектов на изображении для последующего распознавания их достоинств. Полнофункциональная программа такой обработки приведена в таблице 1 (левая ячейка). Процесс обработки представляет последовательность следующих действий с варьируемыми параметрами:

- 1) выбирается размер маски для медианной фильтрации полутонового изображения, полученного конвертированием исходного цветного изображения;
- 2) выбирается порог конвертирования полутонового изображения в бинарное изображение;
- 3) выбирается количество морфологической эрозии с постоянной маской, которое позволяет уменьшить максимальным образом число «дыр» в паттернах монет на бинарном изображении.

Таблица 1.

## Программы MATLAB для оптимизации

Измерительная функция СТЗ	Целевая функция
<pre>function res=genim(name,p) a=imread(name); b=rgb2gray(a); pp=round(p(1)*10); bb=medfilt2(b,[pp pp]); c=im2bw(bb,p(2)); n=round(p(3)*10); m=[1 0 1;0 0 0;1 0 1]; for i=1:n     c=imerode(c,m); end; d=bwlabel(c,8); imshow(~d); xlabel(num2str(p)); res=d;</pre>	<pre>function res=g(p) buf=genim('money.jpg',p); res=abs(6-max(max(buf(:,:)))); display(strcat(num2str(res),':',num2str(p)));</pre>

Вторая программа вычисляет на основании результата первой программы реальное число объектов на изображении, используя априорную информацию об этом количестве. Забегая вперед, отметим, что здесь нет никакой ошибки. Подобный подход к созданию самообучающихся и адаптивных систем широко практикуется. Например, в работе [152] применяется нейронный слой Кохонена для понижения градации изображения географической карты. Здесь нейронная сеть в ходе самообучения группирует пиксели изображения по их цвету. Применение такого подхода предполагает изначальное задание числа нейронов равным числу цветов градации, что и определяет количество кластеров, по которым происходит распределение пикселей. Следовательно, автор использует априорную информацию или формирует гипотезу о числе цветов результирующего изображения. В нашем случае эта априорная информация применяется в формировании целевой функции для ее последующей оптимизации. Конечно, использование априорной информации об обрабатываемом изображении является недостатком самой СТЗ и понижает ее интеллектуальность. Система, самостоятельно определяющая этот па-

параметр, будет считаться более интеллектуальной, нежели предыдущая система.

Целевая функция  $g(p_1, p_2, p_3)$  является функцией 3-х неизвестных, где параметр  $p_1$  определяет размер маски медианного фильтра, параметр  $p_2$  является порогом операции конвертирования с полутонового изображения в бинарное изображение, параметр  $p_3$  является количеством морфологических операций над бинарными изображениями. Ясно, что параметры  $p_1$  и  $p_3$  являются целыми числами, а параметр  $p_2$  принимает значения из отрезка  $[0;1]$ . Для оптимизации функции  $g(p_1, p_2, p_3)$  использовалось приложение оптимизации генетическими алгоритмами Matlab Genetic Algorithm Tool со следующими характеристиками:

1. Раздел Population: Population Size=80, Creation Function=Uniform, Initial range=[0;1];
2. Раздел Fitness Scaling: Scaling function=Proportional;
3. Раздел Selection: Selection function=Roulette;
4. Раздел Reproduction: Elite count=10, Crossover fraction=0.7;
5. Раздел Mutation: Mutation function=Gaussian, Scale=1.0, Shrink=1.0
6. Раздел Crossover: Crossover function=Scattered
7. Раздел Stopping criteria: Generations=1000, Stall generations=50, Stall time limit=20, Function tolerance=1e-006;
8. Значения всех параметров остальных разделов идут по умолчанию.

Параметр Initial range указывает на нормализацию аргументов целевой функции. Первые же эксперименты позволили сформулировать гипотезу о том, что данная функция не является унимодальной. Так как целевая функция содержит три неизвестные, то поверхность можно рассмотреть «срезами» по выбранному параметру. В качестве «замораживаемой» переменной был выбран первый аргумент – размер маски медианного фильтра. На рис. 5.2 приведены два таких среза. Верхняя пара изображений иллюстрирует поверхность целевой функции для маски размерности 1x1, а нижняя – маски размерности 10x10. Это изображение очередной раз подтверждает нашу гипотезу о «мультимодальности» целевой функции. Кроме того, изображение позволяет убедиться в изменчивости области оптимальных параметров с изменением размерности маски. Оптимальные значения параметров  $p_2$  и  $p_3$  изображены темно-синим цветом. Это значит, что существует некоторая совокупность бинарных изображений, на которых достоверно можно определить количество наблюдаемых объектов. Однако задача, сформулированная в



данной статье, требует распознавания объектов по их площади. В априори понятно, что не все эти изображения позволяют вычислить площадь объектов с заданной точностью. Поэтому задача сводится к нахождению таких параметров, при которых программа «целевая функция» (табл. 1, правая ячейка) принимает минимальное значение, а измерительная функция СТЗ (табл. 1, левая ячейка) возвращает бинарное изображение, в котором число пикселей объектов (маски объектов) позволяют вычислить их площадь с заданной точностью (\*).

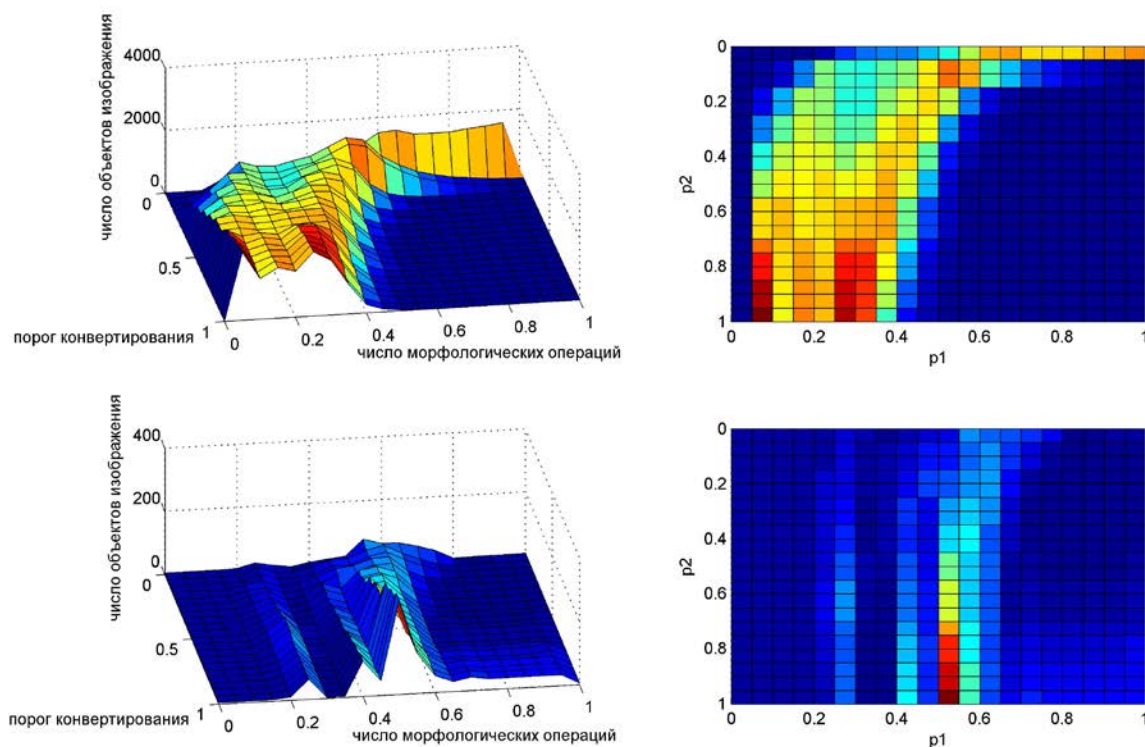


Рис.5.2. Целевая функция при маске фильтрации 1x1 (верхняя пара изображений) и маске фильтрации 10x10 (нижняя пара изображений)

К сожалению, редко промышленные СТЗ решают свои задачи оптимально. В этом можно убедиться, изменив хотя бы освещенность сцены наблюдения. В этом отношении такие СТЗ не являются гибкими и динамичными. Статья направлена на оптимизацию (параметрический синтез) управляющих параметров в измерительных функциях СТЗ. Например, в работах [152] описываются отдельные функции СТЗ с возможными значениями управляющих параметров. Эти параметры были определены экспериментальным путем, но не являются оптимальными. Например, в случае с СТЗ [152], которая понижает градацию цифрового изображения географической карты, можно изменить количество цветов. Нейронная сеть в таком случае не

сможет кластеризовать пиксели нового цвета или его оттенков. Потребуется увеличение числа нейронов в сети и переобучение нейронной сети с новой архитектурой. В задаче распознавания микроскопических водорослей [153] СТЗ состоит из блоков с набором измерительных функций статистических параметров клеток и СПР в виде классической продукционной системы. СПР формирует гипотезу по имеющимся продукциям, и в процессе измерений подтверждает текущую гипотезу (задача распознавания решена) или принимает новую (согласно следующей продукции). Если же просмотрены все продукции и не решена задача распознавания, то в изображении наблюдается новая разновидность микроскопических водорослей и требуется эволюция продукционной модели знаний интеллектуальной системы. Измерительные функции СТЗ также определены экспериментальным путем. Достаточно изменить условия освещения, сразу же падает качество распознавания, что наблюдается и в ходе решения данной задачи. По нашему убеждению эта проблема разрешается решением выше сформулированной задачи (\*). Для ее решения привлекается математический аппарат модифицированных дескриптивных алгебр изображений (МДАИ) [154-159].

## **5.2. Формализация функции СТЗ в МДАИ**

В работах [124-151] можно ознакомиться с математическим аппаратом модифицированных дескриптивных алгебр изображений. Вычислительный аппарат МДАИ демонстрирует достаточную гибкость в описании процессов обработки и анализа в едином математическом пространстве, называемым пространством состояний изображений (ПСИ). ПСИ состоит из МДАИ, представляющих универсальные алгебры на матрицах оцифрованных изображений [154-159]. Аппарат МДАИ является разновидностью и частным случаем дескриптивных алгебр изображений (ДАИ), исследуемых школой академика Ю.И. Журавлева [47-52]. Наиболее известны работы в этом направлении его учеников И.Б. Гуревича и В.В. Яшины [124-151].

Имеющиеся программы измерительной функции СТЗ и целевой функции ГА (табл. 1) позволяют проводить эксперименты по определению оптимальных параметров для повышения достоверности результатов бесконтактных измерений с помощью СТЗ. Однако исследования преследуют более амбициозную цель, нежели получение оптимальных управляющих параметров СТЗ. Это основано на том, что процесс оптимизации не позволяет ответить на вопросы:

1. Может ли СТЗ автоматически адаптироваться к изменяющимся условиям освещенности, обеспечивая достоверность результатов измерений?
2. При каких условиях освещенности имеющийся алгоритм не сможет гарантировать достоверные измерения?
3. Если разработанный алгоритм не гарантирует достоверные измерения, то существуют ли другие эквивалентные алгоритмы, которые позволят провести достоверные измерения?
4. Возможно ли автоматически генерировать алгоритмы, эквивалентные данному алгоритму с последующей их оптимизацией?

К сожалению, к данному моменту времени вопросов больше, чем ответов. Перечисленные вопросы несут прикладную нагрузку. Для ответа на них нужно, в первую очередь, решить задачи методологического характера, которые связаны с задачей оптимизации управляющих параметров СТЗ.

Опираясь на работы [154, 155, 158, 159], рассмотрим ПСИ, в котором протекают процессы обработки изображений (1).

$$GS_I = \langle \{I_f\}, \{O_T^{color \rightarrow gray}, O_T^{gray \rightarrow bin}\} \rangle, \quad f \in \{color, gray, bin\}. \quad (5.1)$$

Элементами ПСИ являются всевозможные изображения  $\{I_f\}$ , размеры которых одинаковы. Кроме того, в ПСИ все элементы взаимосвязаны, так как оно является пространством состояний. Условно можно выделить следующие правила связей между элементами ПСИ [156]:

- 1) изменяется хотя бы один пиксель изображения (унарная операция);
- 2) осуществляется преобразование всего изображения согласно определенному методу (унарная операция);
- 3) результирующее изображение получается после применения бинарной операции двум начальным изображениям (поэлементные бинарные алгебраические операции).

Все остальные операции могут быть легко сведены вышперечисленным за счет применения свойства ассоциативности, декомпозированы и представлены в виде композиции или суперпозиции базовых преобразований. Подчеркнем, что ПСИ структурно может быть разбито на взаимно непересекающиеся подпространства (2).

$$GS_I = \bigcup_{k=bin} G_k, \quad k \in \{color, gray, bin\}, \quad G_i \cap G_j = \emptyset \quad (5.2)$$

Связь подпространств  $G_k$  из (2) обеспечивают операции конвертирования  $\{O_T^{color \rightarrow gray}, O_T^{gray \rightarrow bin}\}$  из (1) [154, 155, 158, 159].

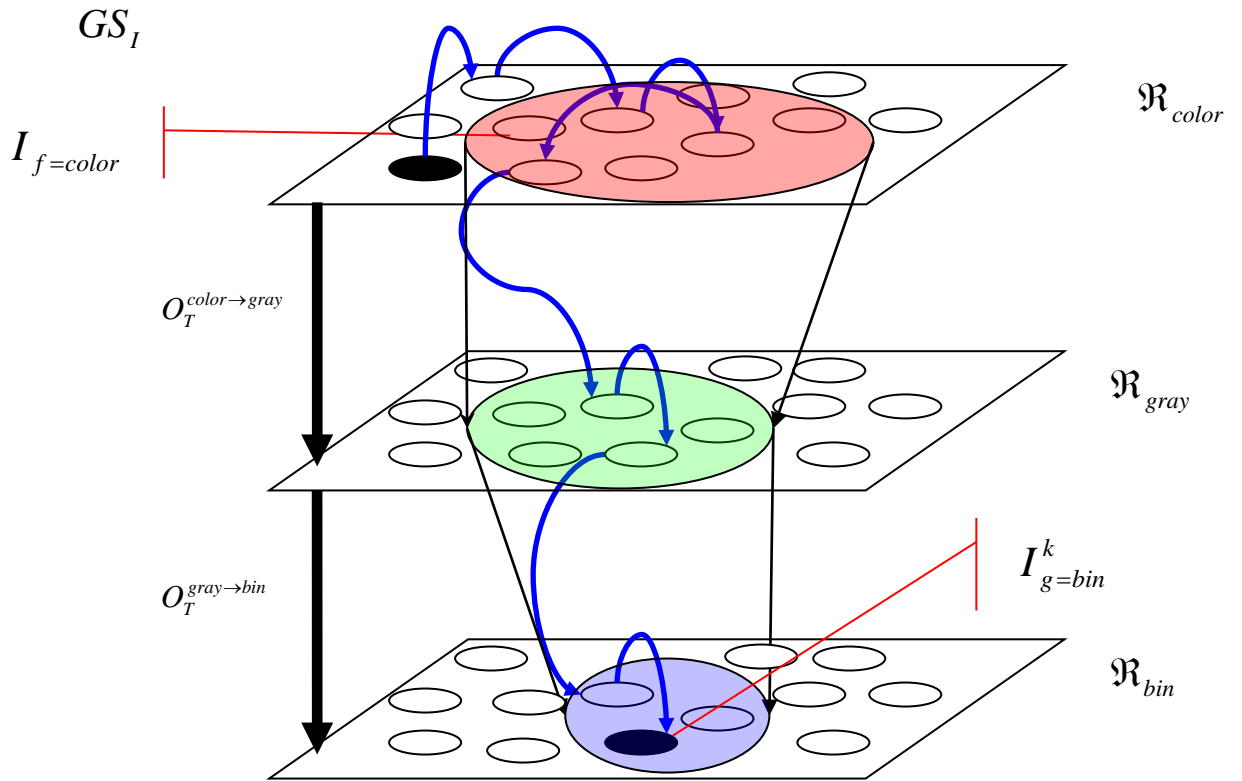


Рис. 5.3. Структурно-графическое представление ПСИ

Причем эти операции необратимы и, как следствие, переходы  $G_{bin} \rightarrow G_{gray}$  и  $G_{gray} \rightarrow G_{color}$  невозможны. Согласно работе [154, 155, 158, 159] каждое из подпространств  $G_k$  является геометрическим представлением МДАИ  $R_k$ , представляющим с алгебраической точки зрения универсальную алгебру конечномерных матриц (реализаций изображений, РИ) с операциями над ними (операции из выше перечисленного списка). Замкнутость операций над РИ гарантируют, что в результате их применения получится преобразованная РИ той же алгебры. Последовательность преобразований будет описывать маршрут в графе ПСИ. Начальная вершины маршрута будет являться первоначальной РИ, а конечная вершина – РИ, подлежащей в дальнейшем анализу (измерению выбранного параметра объекта наблюдения). Итак, маршрут в ПСИ описывает процесс обработки изображений (рис. 5.3) [154, 155, 158, 159].

Согласно работе [156] математической моделью процесса обработки изображений является Т-ДАСПИ (дескриптивная алгебраическая схема преобразования изображений) (3).

$$I_g = \mathfrak{R}_T(\bar{\mu})(I_f) = O_{T_n}^{k_n}(\dots O_{T_1}^{k_1}(I_f; \bar{\mu}_1) \dots \bar{\mu}_n), \quad (5.3)$$

где  $I_f$  – начальная вершина маршрута,  $I_g$  – конечная вершина маршрута,  $T_{i=1,n} \in \{convert, improve, filter, dis\ sect, filter, morph, \dots\}, k_{i=1,m} = type(T_{i=1,n})$ ,

$\bar{\mu} = \langle \bar{\mu}_1, \dots, \bar{\mu}_n \rangle$ . Из (3) ясно, что Т-ДАСПИ  $\mathfrak{R}_T(\bar{\mu})(\cdot)$  является суперпозицией  $n$  процедурных преобразований  $\langle O_{T_1}^{k_1}, \dots, O_{T_n}^{k_n} \rangle$  с параметрами  $\bar{\mu} = \langle \bar{\mu}_1, \dots, \bar{\mu}_n \rangle$  соответственно. Кроме Т-ДАСПИ, в аппарате МДАИ используется еще и Р-ДАСПИ. Согласно [157] Р-ДАСПИ описывают измерение выбранных параметров объектов наблюдения на РИ (решают задачу анализа изображений) и определяются согласно (5.4).

$$\mathfrak{R}_P(\bar{\eta})(I_f) \stackrel{\text{def}}{=} \left[ \begin{array}{c} m \\ \circ O_{P_j}^{k_j}(\cdot, \eta_j) \end{array} \right] (I_f) = \circ_{j=1}^m O_{P_j}^{k_j}(I_f, \eta_j), \quad (5.4)$$

где  $P_{j=1,m} \in \{\text{det } erm, \text{probal}, \text{struct}\}$ ,  $k_{j=1,m} = \text{type}(P_{j=1,m})$ ,  $\bar{\eta} = \langle \eta_1, \dots, \eta_m \rangle$ .

В МДАИ целевая функция (табл. 1, левая ячейка) будет формально представлена в форме (5).

$$\begin{aligned} n_{\text{money}} &= \text{Alg}(I_{\text{color}}; \{p_1, p_2, p_3\}, n_{\text{apriori}}) \\ &\{ \\ I_{\text{gray}}^1 &= O_T^{\text{color} \rightarrow \text{gray}}(I_{\text{color}}; *) \\ I_{\text{gray}}^2 &= O_T^{\text{median}}(I_{\text{gray}}^1; [n \quad n]), \quad n = \lceil 10 \cdot p_1 \rceil \\ I_{\text{bin}}^0 &= O_T^{\text{gray} \rightarrow \text{bin}}(I_{\text{gray}}^2; p_2) \\ I_{\text{bin}}^k &= O_T^{\text{erode}}(\dots(O_T^{\text{erode}}(I_{\text{bin}}^0; m), m), \dots, m), \quad m = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad k = \lceil 10 \cdot p_3 \rceil \\ \|M_{ij}\| &= O_P^{\text{segm}}(I_{\text{bin}}^k; 8), \quad \text{rang}(\|M_{ij}\|) = \text{rang}(I_{\text{color}}) \\ n_{\text{money}} &= \left| n_{\text{apriori}} - \max_{i,j} (\|M_{ij}\|) \right\} \end{aligned} \quad (5.5)$$

В отличие от классического математического подхода, целевая функция в аппарате МДАИ будет рассматриваться в виде алгоритма. Однако, ее также можно записать и в форме единого выражения (5.6), используя (5.3) и (5.4).

$$n_{\text{mon}} = \mathfrak{R}_P(\bar{\eta})(\mathfrak{R}_T(\bar{\mu})(I_f)) = \left| n_{\text{apr}} - \max_{i,j} (O_P^{\text{segm}}(O_{T_n}^{k_n}(\dots O_{T_1}^{k_1}(I_f; \bar{\mu}_1) \dots \bar{\mu}_n); 8)) \right| \quad (5.6)$$

где  $n_{\text{mon}}$  – количество реально найденных объектов наблюдения;

$n_{\text{apr}}$  – количество объектов наблюдения априори;

$\bar{\eta} = \langle 8, n_{\text{apr}} \rangle$  – вектор параметров Р-ДАСПИ;

$O_{T_1}^{k_1} = O_T^{color \rightarrow gray} (;*)$  – первое процедурное преобразование Т-ДАСПИ;

$O_{T_2}^{k_2} = O_T^{median} (;[\lceil 10p_1 \rceil \lceil 10p_1 \rceil])$  – второе процедурное преобразование Т-ДАСПИ;

$O_{T_3}^{k_3} = O_T^{gray \rightarrow bin} (;p_2)$  – третье процедурное преобразование Т-ДАСПИ;

$O_{T_4}^{k_4} = O_T^{erode} \left( \dots \left( O_T^{erode} \left( I_{bin}^0 ; \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right), \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \dots, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right)$  – четвертое процедурное преобразование Т-ДАСПИ;

ное преобразование Т-ДАСПИ;

$\bar{\mu} = \left\langle *, \lceil 10p_1 \rceil, p_2, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \lceil 10p_3 \rceil \right\rangle$  – вектор параметров Т-ДАСПИ.

Ранее кратко было охарактеризовано ПСИ на рисунке 3. Рассмотрим более подробно его структурно-графическое представление. Итак, ПСИ состоит из трех подпространств в виде МДАИ  $R_{color}$ ,  $R_{gray}$  и  $R_{bin}$ . Каждая из них содержит РИ своего вида, связанные правилами перехода между ними. Между МДАИ можно осуществить переходы только за счет операций конвертирования. В каждой из МДАИ имеются окрестности (круги красного, зеленого и синего цветов), РИ которых гарантируют достоверное измерение выбранных признаков после их конвертации. Ясно, что в ходе конвертирования РИ данных окрестностей теряется информация. Последнее означает, что операции конвертирования не реализуют взаимно однозначное отображение МДАИ верхних слоев в нижние слои. Поэтому размеры окрестностей уменьшаются при таких переходах. Оценка числа РИ входящие в указанные окрестности, является важной задачей в аппарате МДАИ и позволяют определить количество маршрутов, позволяющих провести качественную обработку первоначальных изображений [154, 155, 158, 159].

Один из возможных маршрутов изображен на рис.5.3 последовательно стрелок синего цвета. Маршрут начинается с цветной РИ в МДАИ  $R_{color}$  и заканчивается в бинарной РИ МДАИ  $R_{bin}$ . Ясно одно, что переходы из вышерасположенных МДАИ к нижним осуществляются только один раз. Следовательно, максимально возможное количество маршрутов будет равно произведениям количеств РИ в каждом из окрестностей, т.е.

$$N_{subroad} = k_{color} \cdot k_{gray} \cdot k_{bin}, \quad (5.7)$$

где  $k_{color}$  – количество РИ из окрестности в МДАИ  $R_{color}$ ,  $k_{gray}$  – количество РИ из окрестности в МДАИ  $R_{gray}$ ,  $k_{bin}$  – количество РИ из окрестности в МДАИ  $R_{bin}$ .

Наименее сложным является вычисление параметра  $k_{bin}$ . Допустим, что в результате обработки изображения получили бинарную РИ  $I_{bin}$ , которая содержит все значимые пиксели  $y_{ij}^l, l = \overline{1, k_{bin}}$  наблюдаемого объекта, т.е. пиксели объекта, которые позволяют в ходе анализа РИ получить достоверные оценки измеряемых параметров объекта наблюдения. Следовательно,

$$k_{bin} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m z_{ij}, \quad I_{bin} = \|z_{ij}\|, \quad z_{ij} \in \{0,1\} \quad (5.8)$$

Так как  $I_{bin} = \|z_{ij}\| = O_T^{gray \rightarrow bin}(I_{gray}; p) = O_T^{gray \rightarrow bin}(\|y_{ij}\|; p)$  и  $z_{ij} = \begin{cases} 0, & y_{ij} < p_{ij} \\ 1, & y_{ij} \geq p_{ij} \end{cases}, p_{ij} = p$ , то величина  $k_{gray}$  будет интерпретироваться как количество полутоновых РИ  $I_{bin}^q, q = \overline{1, k_{gray}}$  согласно (9), которые преобразуются в единственную бинарную РИ  $I_{bin}$  в ходе их конвертирования.

$$k_{gray}^1 = \prod_{l=1}^{k_{bin}} (\max(y_{ij}^l) - \min(y_{ij}^l) + 1) = \prod_{l=1}^{k_{bin}} (255 - p_{ij}^l + 1) = \prod_{l=1}^{k_{bin}} (256 - p) = (256 - p)^{k_{bin}} \quad (5.9)$$

при этом все остальные незначимые пиксели должны в ходе конвертирования преобразоваться в 0. Следовательно,  $k_{gray} = k_{gray}^1 \cdot k_{gray}^2$ , где  $k_{gray}^1$  – количество полутоновых РИ, конвертируемых в единственную достоверную для измерения бинарную маску, а  $k_{gray}^2$  – количество полутоновых РИ, пиксели которых вне маски будут преобразованы в 0 на бинарной РИ в соответствии с (5.10).

$$k_{gray}^2 = \prod_{l=1}^{nm-k_{bin}} (\max(y_{ij}^l) - \min(y_{ij}^l) + 1) = \prod_{l=1}^{nm-k_{bin}} ((p-1) + 1) = p^{nm-k_{bin}} \quad (5.10)$$

Используя (5.9) и (5.10) вычислим  $k_{gray}$  согласно (5.11).

$$k_{gray} = k_{gray}^1 \cdot k_{gray}^2 = p^{nm-k_{bin}} \cdot (256 - p)^{k_{bin}} = p^{nm} \cdot \left( \frac{256}{p} - 1 \right)^{k_{bin}} \quad (5.11)$$

Далее проведем оценку окрестности в МДАИ  $R_{color}$ , т.е. вычислим количество  $k_{color}$  цветных РИ, соответствующих единственной достоверной маске из МДАИ  $R_{bin}$ . Для его вычисления используем аналогичный подход. По определению цветная РИ описывается выражением

$$I_{color} = \|\langle r, g, b \rangle_{i,j}\| = \|\langle r_{ij}, g_{ij}, b_{ij} \rangle\|$$

$$I_{gray} = \|y_{ij}\| = O_T^{color \rightarrow gray}(I_{color}; p) = O_T^{gray \rightarrow bin}(\|\langle r_{ij}, g_{ij}, b_{ij} \rangle\|; *), \quad (5.12)$$

где  $y_{ij} = \left\lceil \frac{r_{ij} + g_{ij} + b_{ij}}{3} \right\rceil$

Из (5.12) становится ясно, что для вычисления  $k_{color}$  можно воспользоваться (5.9), (5.10), (5.11) и отсутствием влияния компонентных слоев цветной РИ друг на друга. Тогда  $k_{color} = (k_{gray}^1 \cdot k_{gray}^2)^3 = (k_{gray})^3$ , но без аналитических расчетов это выражение остается всего лишь гипотезой. Итак, из МДАИ  $R_{bin}$  выберем маску и наложим ее на цветную РИ. Тем самым, в  $I_{color} = \ll \langle r_{ij}, g_{ij}, b_{ij} \rangle \gg$  выделим набор пикселей соответствующих этой маске, количество которых обозначим  $k_{color}^1$ .

Так как

$$I_{bin} = \ll z_{ij} \gg = O_T^{color \rightarrow bin}(I_{color}; \langle *, p \rangle) = O_T^{gray \rightarrow bin}(O_T^{color \rightarrow gray}(\ll \langle r_{ij}, g_{ij}, b_{ij} \rangle \gg; p)^*),$$

$$\text{где } z_{ij} = \begin{cases} 0, & \left\lceil \frac{r_{ij} + g_{ij} + b_{ij}}{3} \right\rceil < p \\ 1, & \left\lceil \frac{r_{ij} + g_{ij} + b_{ij}}{3} \right\rceil \geq p \end{cases}, \text{ то } \left\lceil \frac{r_{ij} + g_{ij} + b_{ij}}{3} \right\rceil \geq p \Leftrightarrow r_{ij} = g_{ij} = b_{ij} \in [p; 255].$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} k_{color}^1 &= \prod_{l=1}^{k_{bin}} (\max(r_{ij}^l) - \min(r_{ij}^l) + 1) (\max(g_{ij}^l) - \min(g_{ij}^l) + 1) (\max(b_{ij}^l) - \min(b_{ij}^l) + 1) = \times \\ &\times \prod_{l=1}^{k_{bin}} (255 - p_{ij}^l + 1)^3 = \prod_{l=1}^{k_{bin}} (256 - p)^3 = ((256 - p)^{k_{bin}})^3 = (k_{gray}^1)^3 \end{aligned} \quad (5.13)$$

Для всех остальных пикселей, не входящих в маску выполняется неравенство

$$\left\lceil \frac{r_{ij} + g_{ij} + b_{ij}}{3} \right\rceil < p \Leftrightarrow r_{ij} = g_{ij} = b_{ij} \in [0; p - 1]. \text{ Следовательно,}$$

$$\begin{aligned} k_{gray}^2 &= \prod_{l=1}^{nm - k_{bin}} (\max(r_{ij}^l) - \min(r_{ij}^l) + 1) (\max(g_{ij}^l) - \min(g_{ij}^l) + 1) (\max(b_{ij}^l) - \min(b_{ij}^l) + 1) = \times \\ &\times \prod_{l=1}^{nm - k_{bin}} ((p - 1) + 1)^3 = (p^{nm - k_{bin}})^3 = (k_{gray}^2)^3 \end{aligned} \quad (5.14)$$

Итак, используя (5.13) и (5.14) имеем

$$k_{color} = k_{color}^1 \cdot k_{color}^2 = (k_{gray}^1)^3 (k_{gray}^2)^3 = (k_{gray}^1 \cdot k_{gray}^2)^3 = (k_{gray})^3 \quad (5.15).$$

Допуская, что между элементами соседних выделенных окрестностей в МДАИ  $R_{color}$ ,  $R_{gray}$  и  $R_{bin}$  могут быть попарно установлены всевозможные переходы, можно получить верхнюю оценку уникальных подмаршрутов, содержащихся во всех возможных маршрутах из ПСИ [154, 155, 158, 159]. Для этого подставим (5.11) и (5.15) в (5.7).



$$\begin{aligned}
N_{subroad} &= k_{color} \cdot k_{gray} \cdot k_{bin} = k_{bin} \cdot p^{nm} \cdot \left(\frac{256}{p} - 1\right)^{k_{bin}} \cdot \left(p^{nm} \cdot \left(\frac{256}{p} - 1\right)^{k_{bin}}\right)^3 = \times \\
&= k_{bin} \cdot \left(p^{nm} \cdot \left(\frac{256}{p} - 1\right)^{k_{bin}}\right)^4 = p^{4nm} \cdot k_{bin} \cdot \left(\frac{256}{p} - 1\right)^{4k_{bin}}
\end{aligned} \tag{5.16}$$

Оценка (5.16) показывает, что во всех возможных маршрутах, описывающих процессы обработки изображений в ПСИ, может содержаться указанное число уникальных переходов конвертирования из вышерасположенного МДАИ в нижерасположенное.

## ГЛАВА 6. СИСТЕМА ОБНАРУЖЕНИЯ ОБЪЕКТОВ НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ И ВИДЕО

Задача обнаружения на изображениях и видео сцены наблюдения искомым объектов является важной прикладной задачей. Хотелось бы отметить, что обнаружение объектов представляет собой симбиоз двух технических задач – сегментации объекта, как целого, и распознавания класса объекта. К настоящему моменту времени разработано много подходов, методов и технологий для ее решения задач сегментации и распознавания. Сегментация является проблемой, которая разрешается на среднем и на верхнем уровнях трехуровневой архитектуры СТЗ. Однако, распознавания остается прерогативой только верхнего уровня этой архитектуры. К числу инструментов сегментации можно отнести методы классификации, кластеризации, группировки и категоризации пикселей, линий и областей (паттернов). Большинство из них применяет признаковый подход – методы измеряют заранее предопределенный набор признаков и проводят разделение структурных элементов на группы. Сегментация на верхнем уровне СТЗ больше направлено на измерение отношений между ранее выявленными структурно-геометрическими элементами, которые используются наряду с признаками. На верхнем уровне СТЗ решение задачи сегментации больше направлено на распознавания, чем просто разделения на группы.

С этой точки зрения каскадный классификатор является близким к методам среднего уровня, хотя и использует примитивный классификатор в самом алгоритме для принятия решений. В главе 6 будет описано применение каскадного классификатора в обнаружении искомым объектов на изображениях и видео, представляющих информационные угрозы в Интернете. Альтернативным вариантом создания такой системы является разработка СТЗ для каждой задачи обнаружения объектов, например с применением математического аппарата МДАИ. Однако, как показывает опыт, система обнаружения объектов одного класса с высокой вероятностью не подойдет для обнаружения объектов другого класса. Как уже говорилось, это зависит от природы наблюдаемых поверхностей объекта и освещения сцены. Известно, что каскадный классификатор больше инвариантен ко второму фактору и позволяет обнаруживать искомые объекты в широком диапазоне освещенности сцены наблюдения. Но, к сожалению, все известные обучающиеся системы обработки и анализа изображений подлежат обучению для решения задач обнаружения.

Математический аппарат МДАИ позволяет получать дескриптивное описание любой СТЗ. Решение задачи структурной оптимизации моделей СТЗ в МДАИ даст альтернативные к каскадному классификатору системы обнаружения объектов на изображениях и видео. Подобные системы не будут подлежать обучению. Это значит, что такие системы будут конструироваться другой программой в форме «Как есть».

## 6.1. Введение в концепцию доверенных сетей связи

Вопрос реализации доверенных сетей до сих пор остается открытым, что обусловлено рядом неразрешенных технических проблем. Еще со времен публикации «Оранжевой книги» Министерством обороны США сформировалось понятие доверенной системы, среды и сети [160]. Гражданским аналогом этого документа является Международный стандарт ISO/IEC 15408 [161].

Пилотный проект доверенной сети Республики Башкортостан основан на концепции Доверенных сетей ОАО НПП «Полигон». Эта концепция предполагает разграничение всей сети по территориальному признаку на сегменты и организацию доверенной сети на их уровне. Сегменты как структурные элементы доверенной сети будут взаимодействовать по защищенному каналу соединения (рис. 6.1).

Согласно «Оранжевой книге» и его международному гражданскому варианту ISO/IEC 15408 [160, 161] каждый из этих сегментов является доверенной системой, которые реализуются в нашем случае на базе: доверенных средств построения сети, политик безопасности и элементов сетевой инфраструктуры. Сегменты условно разделяются на динамические во времени субсегменты уже не по территориальному признаку. В качестве принципа разделения выбрана степень доверия к составляющим их субсегментам. Под субсегментом сегмента доверенной сети понимается совокупность узлов, функционирующих по одинаковой политике безопасности. Эти субсегменты в некотором понимании аналогичны классам безопасности из «Оранжевой книги» [160, 161], так как направлены на достижение тех же целей что и эти классы. Субсегменты подразделяются на 3 уровня доверия: зеленый, синий и красный. Наивысшую безопасность организует зеленый уровень доверия, обладая «наисильнейшей» политикой безопасности. Для проведения границ уровней доверия используются такие элементы сетевой инфраструктуры, как шлюзы-инспекторы [162, 163].

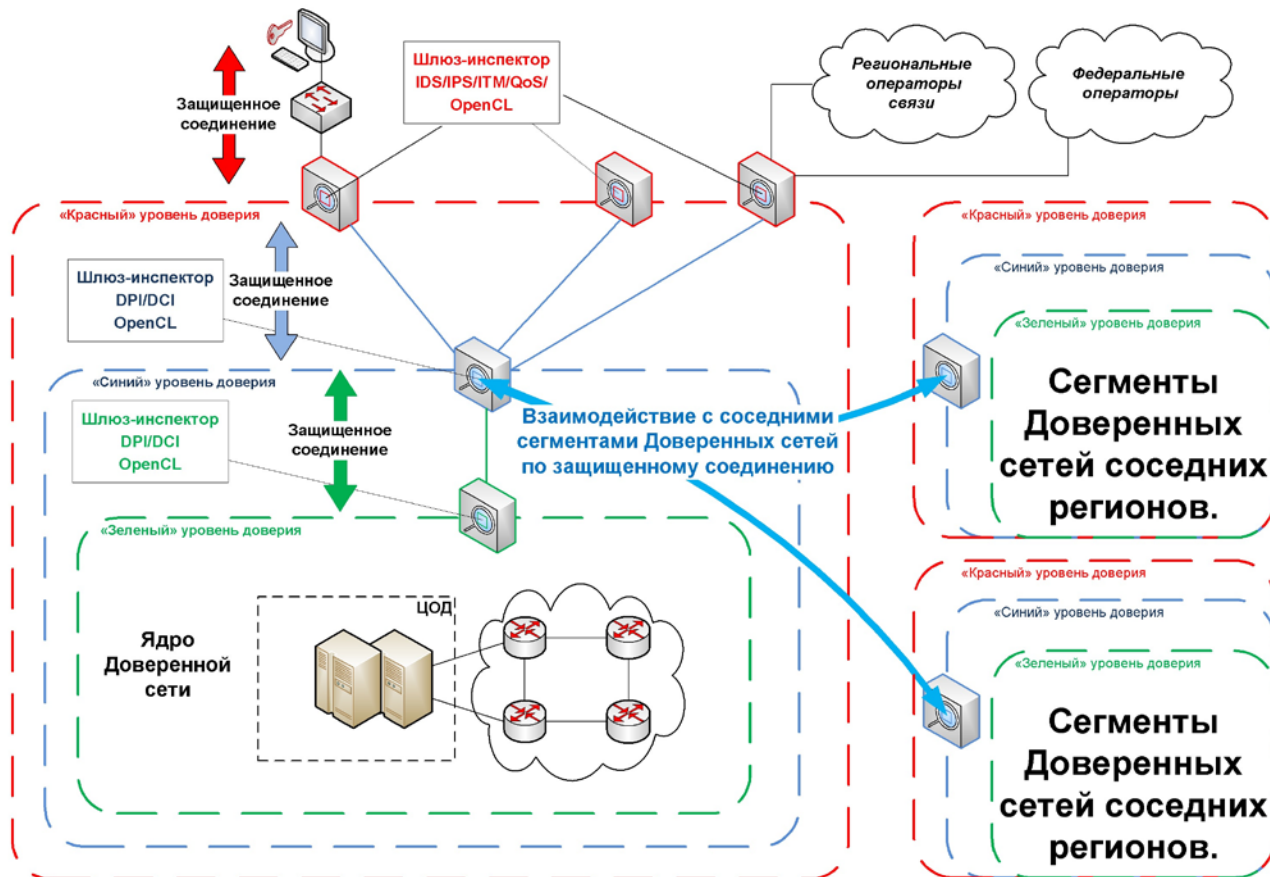


Рис. 6.1 Сегментное представление доверенной сети

Шлюз-инспектор – это программно-аппаратный комплекс отечественного производства, основанный на технологиях Deep Packet Inspection (DPI) и Deep Content Inspection (DCI). Он предназначен для контроля и управления контентом. Предполагается функционирование шлюз-инспектора, начиная с канального уровня OSI модели и выше. Именно по таким шлюз-инспекторам планируется определение периметров субсегментов. Подсеть синего уровня доверия будет защищена двусторонним кольцом шлюз-инспекторов. Первые из них будут реализовывать «слабую» политику безопасности субсегмента с красным уровнем доверия, а вторые – более «сильную» политику безопасности зеленого уровня. Предполагается реализация защищенных соединений между этими субсегментами. В ядро доверенной сети будут входить те узлы сети, в которых хранятся и обрабатываются данные государственной, коммерческой и частной важности, именуемые в данной концепции Центрами обработки данных (ЦОД) (рис. 6.1), который будет продублирован резервным ЦОД. Ядро доверенной сети Республики Башкортостан будет организовано в г. Уфе на базе оборудования ОАО НПП «Полигон» с кольцевой топологией пропускной способности в 10 Гбит/сек (рис. 6.2) [162, 163].

В данной главе описывается один из защитных механизмов доверенной вычислительной базы республиканской доверенной сети, входящий в перечень функций ее монитора обращений. Известно, что концепция доверенной вычислительной базы является центральной при оценке степени доверия безопасности. В соответствии с международным стандартом ISO/IEC 15408 степень доверия оценивается по двум следующим критериям: по политике безопасности и уровню гарантированности. Уровень гарантированности показывает, насколько корректны механизмы, регулирующие политику безопасности. В отличие от такого пассивного аспекта защиты сегмента, политика безопасности реализует активный аспект защиты. В концепции доверенной сети ОАО НПП «Полигон» политика безопасности полностью основывается на средствах анализа потоков данных – технологиях DPI и DCI [162, 163].

Как известно, в пределах сети пользователи работают с данными разной модальности. Обработка одних (например, текста) требует небольших вычислительных ресурсов, что позволяет их запускать на базе шлюз-инспекторов. Другие же в силу сложности алгоритмического обеспечения могут быть запущены только на специализированных узлах ЦОД, предназначенных для анализа только этой категории данных и не выполняющих других функций. К числу последних можно отнести обработку и анализ видеоконтента сети, которое является неотъемлемой частью функциональности монитора обращений. Таким образом, разрабатываемый механизм монитора обращений должен будет располагаться не на шлюзах-инспекторах, а в пределах ядра доверенной сети, т.е. на базе ЦОД (рис. 6.2). Такое расположение механизма монитора обращений будет гарантировать его изолированность. Обеспечить его работу в масштабе реального времени для каждого пользовательского обращения невозможно в силу сложности программного обеспечения. Поэтому требование полноты данный механизм будет обеспечивать в квазистационарном режиме работы – периодически составлять карту узлов сегмента доверенной сети с указанием их уровней доверия. Однако это требует постоянного контроля изменений контента сайтов по появлению новых ссылок на видеоресурсы.

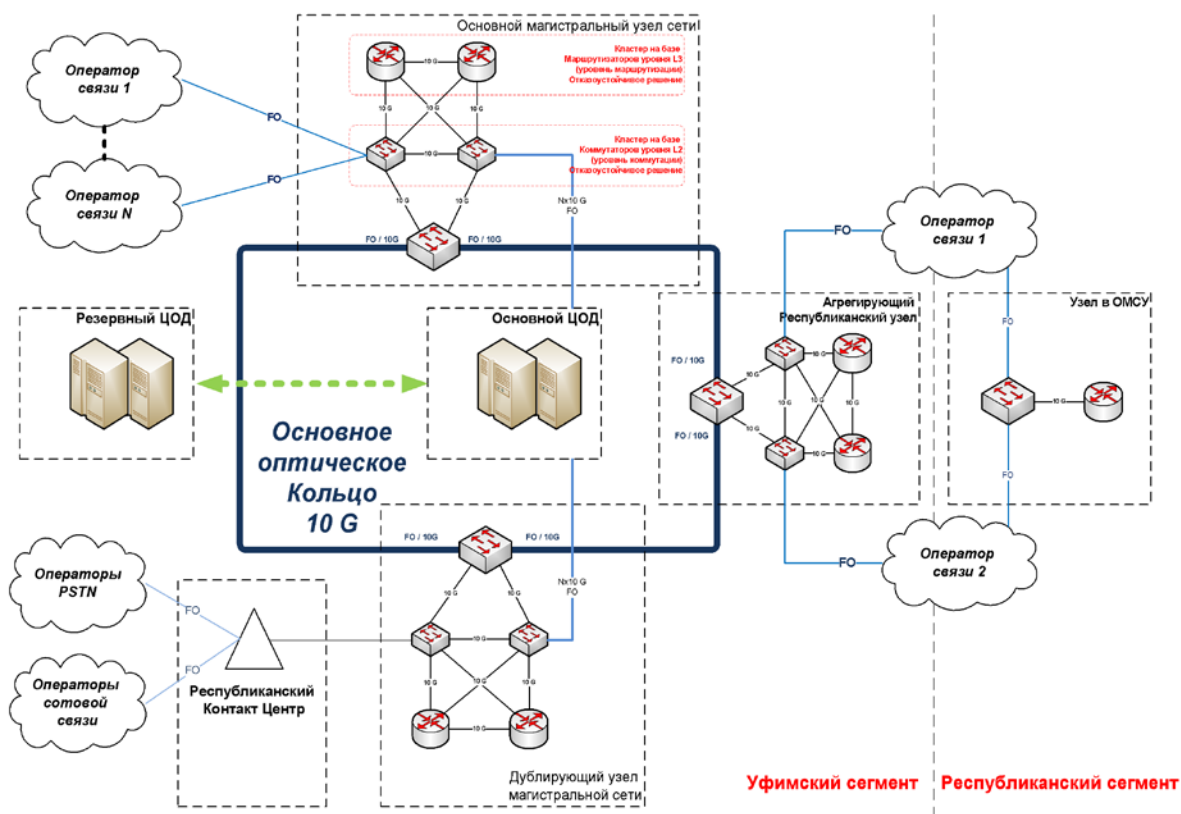


Рис. 6.2. Пилотный проект доверенной сети Республики Башкортостан

Поэтому этот механизм должен функционировать совместно с веб-сервером, получая своевременно информацию об обновлении содержания страниц сайтов, в которых присутствуют теги подключения изображений или видео. Другим аналогичным вариантом является полный контроль ресурсов видеохостинга. Верифицируемость данного механизма обращений будет обеспечивать сервисы безопасности ЦОД в автоматическом режиме. В свою очередь создаваемый механизм анализа видеоконтента сегмента монитора обращений должен своевременно предоставлять ядру безопасности актуализированную карту уровней доверия узлов сегмента. Более детализировано архитектура механизма анализа видеоконтента монитора обращений будет описана [162, 163].

Для реализации функции анализа монитора обращений в качестве инструмента был выбран язык программирования Python версии 2.7.2 для ОС Windows XP. Для обработки видео выбрана библиотека компьютерного зрения с открытым кодом OpenCV 2 версии 4557. Разработка системы анализа видео предполагает последовательное решение следующих задач:

- 1) установку программного обеспечения;
- 2) анализ кода страницы для определения адреса видеоресурса;
- 3) анализ видео файлов с сервера.

## 6.2. Реализация механизма анализа видеоконтента монитора обращений

Задача решается путем установки среды для языка программирования Python и библиотеки компьютерного зрения OpenCV. В качестве программного обеспечения была выбрана 32 разрядная версия интегрированной среды разработки IDLE (Integrated Development Environment) версии 2.7.2 [164]. Это связано с тем, что OpenCV не работает с 64 разрядной версией. Данная среда программирования поддерживает язык программирования Python версии 2.7.2. Следующим шагом этапа является установка библиотеки компьютерного зрения OpenCV версии 2.4.9 [165]. Особенностью этого шага является достаточно продолжительное время, необходимое для установки библиотеки, что связано с его размером в 348,8 Мбайт. Для работы с библиотекой компьютерного зрения нужны еще две библиотеки: NumPy версии 1.6.1 [166] и SciPy версии 0.9.0 [168, 169]. Библиотека NumPy содержит математические операции над большими многомерными массивами [167]. Библиотека SciPy содержит также реализации математических методов, в том числе и методов обработки и анализа цифровых сигналов [169]. Последним шагом в установке программного обеспечения является перенос ряда файлов библиотеки компьютерного зрения в каталог Python, а именно, необходимо скопировать все файлы из подкаталога `\build\python\2.7\` главного каталога OpenCV в каталог среды программирования `C:\Python27\Lib\site-packages`.

Анализ содержания видеоресурса сайта предполагает выявление адреса расположения видеофайла на сервере. Для этого достаточно знать единый указатель ресурсов URL (Uniform Resource Locator) анализируемой страницы сайта.

Для демонстрации функциональности клиентского приложения рассмотрим программу вывода на монитор кода страницы «Посмотри видео» сайта научно-исследовательской лаборатории «Diamond Cyber Systems» [170], содержащего демонстрационные видеоматериалы по умным домам (рис. 6.3).

Написанная на Python программа является простейшим клиентским приложением, не интерпретирующий ответ сервера на прикладном уровне OSI модели. Объем возвращаемых данных от сервера составляет 17226 байтов за 0.281000137329 сек. Известно, что этот ответ представляет собой документ в формате HTML. Внутри этого документа содержатся ряд тегов `iframe` со ссылками на файлы видеохостинга YouTube.



```

Python Shell
File Edit Shell Debug Options Windows Help

Python 2.7.2 (default, Jun 12 2011, 15:08:59) [MSC v.1500 32 bit (Intel)] on win32
Type "copyright", "credits" or "license()" for more information.
>>> import urllib
>>> params=""
>>> f=urllib.urlopen("http://diamondcs.ru/?page_id=162",params)
>>> print f.read()
<!DOCTYPE html>
<html lang="ru-RU">
<head>
<meta charset="UTF-8">
<meta name="viewport" content="width=device-width, initial-scale=1">
<title>Посмотри видео | Diamond Cyber Systems</title>
<link rel="profile" href="http://gmpg.org/xfn/11">
<link rel="pingback" href="http://diamondcs.ru/xmlrpc.php">
<link rel="alternate" type="application/rss+xml" title="Diamond Cyber Systems &raquo; Лента" href="http://diamondcs.ru/?feed=rss2" />
<link rel="alternate" type="application/rss+xml" title="Diamond Cyber Systems &raquo; Лента комментариев" href="http://diamondcs.ru/?feed=comments-rss2" />
<link rel="alternate" type="application/rss+xml" title="Diamond Cyber Systems &raquo; Лента комментариев к &laquo;Посмотри в видео&raquo;" href="http://diamondcs.ru/?feed=rss2&#038;page_id=162" />
<link rel="stylesheet" id="radiate-style-css" href="http://diamondcs.ru/wp-content/themes/radiate/style.css?ver=3.8.4" type="text/css" media="all" />
<link rel="stylesheet" id="radiate-google-fonts-css" href="http://fonts.googleapis.com/css?family=Roboto%7CMerriweather%3A400%2C300%038;ver=3.8.4" type="text/css" media="all" />
<script type="text/javascript">
var eppathtoscripts = "http://diamondcs.ru/wp-content/plugins/youtube-embed-plus/scripts/";
var epresponsiveselector = ["iframe.__youtube_prefs_widget__"];
</script>
<script type="text/javascript" src="http://diamondcs.ru/wp-content/plugins/youtube-embed-plus/scripts/ytprefs.min.js?ver=3.8.4"></script>
<script type="text/javascript" src="http://diamondcs.ru/wp-includes/js/jquery/jquery.js?ver=1.10.2"></script>
<script type="text/javascript" src="http://diamondcs.ru/wp-includes/js/jquery/jquery-migrate.min.js?ver=1.2.1"></script>
<link rel="EditURI" type="application/rsd+xml" title="RSD" href="http://diamondcs.ru/xmlrpc.php?rsd" />
<link rel="wlwmanifest" type="application/wlwmanifest+xml" href="http://diamondcs.ru/wp-includes/wlwmanifest.xml" />
<link rel="prev" title="Что умеет УНИВЕРСИАЛЬНЫЙ ДОМ?" href="http://diamondcs.ru/?page_id=153" />
<link rel="next" title="Наши цены" href="http://diamondcs.ru/?page_id=258" />
<meta name="generator" content="WordPress 3.8.4" />
<link rel="canonical" href="http://diamondcs.ru/?page_id=162" />
<link rel="shortlink" href="http://diamondcs.ru/?p=162" />
<style type="text/css" id="custom-header-css">
#nax-lax-hq { background-image: url('http://diamondcs.ru/wp-content/themes/radiate/images/header/header-ima
Ln: 210 Col: 4

```

Рис. 6.3. Вывод кода страницы сайта diamondcs.ru на Python

Следующая программа на Python анализирует полученный код и составляет перечень адресов к этим файлам:

```

import urllib, time, string
t0=time.time()
f=urllib.urlopen("http://diamondcs.ru/?page_id=162", "")
t1=time.time()
st=f.read()
lenst=len(st)
slov={}
index=range(string.count(st,"youtube.com"))
t2=time.time()
for ind in index:
    index1=string.find(st,'www.youtube.com')
    index2=string.find(st,'" height="',index1,index1+100)
    slov[ind]=st[index1:index2]
    st=st[index2:lenst]

```



**t3=time.time()**

Результаты работы данной программы приведены ниже. Адреса выявленных видеоресурсов из кода страницы «Посмотри видео»:

**www.youtube.com/embed/8m8IwwAm\_-k?feature=player\_embedded**

**www.youtube.com/embed/gZytmqJLqr8?feature=player\_embedded**

**www.youtube.com/embed/MIpr0wJOSWI?feature=player\_embedded**

**www.youtube.com/embed/0XVnDD1kt7c?feature=player\_embedded**

**www.youtube.com/embed/L7WPJ5l0ZVU?feature=player\_embedded**

Время работы фрагментов программы для ОС Windows XP по: загрузке кода страницы с сервера вычислению длины кода страницы и подготовке пустого словаря для адресов ресурсов, анализ полученного кода с последующим заполнением словаря соответственно равны в секундах:

**0.547000169754**

**0.0309998989105**

**0.18700003624**

**0.765000104904**

Данная программа была запущена на компьютере с 4 ядерным процессором AMD Athlon™ II X4 640 с тактовой частотой 3,01 ГГц и оперативной памятью в 3,25 Гб. Такая программа может быть запущена на базе любого шлюз-инспектора доверенных сетей. Работоспособность программы была проверена в ОС Windows XP.

Улучшения на 33,5% этих результатов можно добиться, запустив систему на микроконтроллере Raspberry Pi модели В со следующими техническими показателями: процессор архитектуры ARM 11 с частотой 900 МГц, оперативная память объемом 512 Мб, установленная ОС Debian GNU/Linux Wheezy for raspberrypi 3.10.25+ на SD-карту 10 класса объемом в 8Гб, с подключением к сети Ethernet в 100 Мбит/сек. Такая система позволит получить аналогичный результат за меньшее время в секундах:

**0.476058959961**

**0.0275440216064**

**0.00505304336548**

**0.508656024933**

### **6.3. Анализ видеофайлов с сервера**

Анализ в методологии науки является общенаучным методом, т.е. в каждой области он может быть определен по-своему. Применительно к

нашей задаче он может быть определен следующим образом: *под анализом видеоконтента понимается декомпозиция видеофайла на ряд кадров, представляющих изображения для их последующего анализа*. Таким образом, анализ видео сводится последовательному анализу составляющих его изображений. Видео – это последовательность изображений, предназначенная для демонстрации динамики объектов, процессов или явлений, изображенных в нем. Имея результаты анализа последовательности изображений, описывающих динамику, можно синтезировать результат анализа самого видео, т.е. «осмыслить» описываемую динамику содержания видео.

Анализировать удаленный видеоресурс можно в двух вариантах: в онлайн-овом и оффлайн-овом. Онлайн-овый вариант предполагает получение кадров видеоресурса по сети с параллельным их анализом. В отличие от него, оффлайн-овый вариант заключается в смене места расположения видео ресурса (например, загрузка файла видео с сервера на машину клиента) с последующим его анализом. В пользу этой идеи говорит следующий аргумент – работа с файлом есть работа с локальным потоком, источник которого расположен на текущей машине. В виду этого обработку видео ресурса по сети можно понимать как работу с удаленным потоком, меняется лишь принципы доступа к данному виду потока.

Написание программы загрузки файлов из видеоресурсов, например с YouTube.ru, является непростой задачей. Это связано с организацией видеохостинга. Для упрощения процедуры решения этой проблемы можно воспользоваться уже готовыми приложениями. Одно из таких приложений – программное обеспечение YouTube-DL [171]. Автором этой разработки является Ricardo Garcia Gonzalez [172]. Принцип работы с этим приложением иллюстрирован для третьего видеоресурса из списка, сформированного на предыдущем шаге (рис. 6.4). Используя данное приложение и возможности Python осуществлять системный вызов внешних программ, можно эту же задачу решить и в среде программирования Python. Ниже приведен код этой процедуры для загрузки:

```
import os  
os.chdir("c:/")  
os.system("youtube-dl.exe  
http://www.youtube.com/embed/МIpr0wJOSWI")
```

```
C:\WINDOWS\system32\cmd.exe
Microsoft Windows XP [Версия 5.1.2600]
(C) Корпорация Майкрософт, 1985-2001.

C:\Documents and Settings\1>cd c:\

C:\>youtube-dl.exe http://www.youtube.com/embed/MIpr0wJOSWI
[youtube] Setting language
[youtube] MIpr0wJOSWI: Downloading webpage
[youtube] MIpr0wJOSWI: Downloading video info webpage
[youtube] MIpr0wJOSWI: Extracting video information
[download] Destination: видеонаблюдение-MIpr0wJOSWI.mp4
[download] 100% of 25.65MiB in 00:45

C:\>_
```

Рис. 6.4. Загрузка видео с YouTube приложением YouTube-DL

Данная программа на персональном компьютере ранее указанной конфигурации загружает файл объемом в 25,65 Мб за 3.43700003624 секунд при скорости соединения 100Мбит/сек.

Загрузив файл на логический диск локальной машины, передаем его для анализа следующей программе:

```
import numpy, cv2
cap=cv2.VideoCapture("c:/video.avi")
cascade = cv2.CascadeClassifier("C://lbpcascade_frontalface.xml")
for i in range(int(cap.get(cv2.cv.CV_CAP_PROP_FRAME_COUNT))):
ret,fr=cap.read()
gray = cv2.cvtColor(fr, cv2.COLOR_BGR2GRAY)
faces = cascade. detectMultiScale (gray,1.3,4,cv2.cv. CV_HAAR_
SCALE_IMAGE, (20,20))
for (x,y,w,h) in faces:
cv2.rectangle(fr, (x,y), (x+w,y+h), (255, 0, 0))
cv2.imwrite("c:/video/img"+str(i)+".jpg",fr)
if cv2.waitKey(50)==27:
break
cv2.destroyAllWindows()
```

Приведенная программа требует небольших разъяснений. Первой строкой в среду программирования импортируются две библиотеки, которые выше были охарактеризованы. Вторая строка открывает поток из файла vid-

eo.avi. В переменную cascade загружается каскадный классификатор для обнаружения лица человека при его фронтальном наблюдении [173]. Далее в цикле обрабатываются кадры видео. Обработка кадра представляет собой последовательность следующих операций: извлечение цветного кадра из потока, конвертирование полученного цветного изображения в полутонное, применение каскадного классификатора к текущему кадру, сохранение изображения в указанном каталоге, если классификатор вернул положительный результат. Под положительным результатом классификатора нужно понимать обнаружение лица человека на кадре. Обработка третьего видеоресурса, состоящего из 2015 кадров, потребовала 5,9122333328 минуты. При этом разрешенность кадров составила 1280x720 пикселей, при кодировке видео кодеком DivX® codec. В ходе анализа видео было получено 104 изображения, 17 из которых являются ложноположительными, т.е. классификатор зафиксировал в них наличие человеческого лица, хотя фактически оно там отсутствует. Это составило 16% ложной информации из 104 возможных положительных результатов.

Не менее важным моментом в этой программе является применение каскадного классификатора LBP. Понятие LBP было введено доктором философии Чи Хо Чаном (Chi HO Chan) в его научной работе «Multi-scale Local Binary Pattern Histogram for Face Recognition» [173]. Применение каскадных классификаторов на 16 ядерном процессоре Epirhany с 2.5 кратным уменьшением времени обработки данных было зафиксировано в работе [174].

Таким образом, можно сделать краткий вывод. Применение описываемого подхода к резюмированию видеоресурсов в различных целях может стать эффективным инструментом автоматического формирования их семантики. Под семантикой видео нужно понимать семантическую модель или его осмысленное содержание. Эта модель может быть представлена набором изображений из видео, в которых классификатор детектирует искомые объекты, процессы или явления. Описанные ранее процедуры позволили сделать заключение, что системы автоматического детектирования объектов может быть использованы в концепции доверенных сетей в качестве системы назначения меток доверенным зонам. Далее предлагается архитектура информационной системы анализа видеоресурсов для решения вышеуказанных задач в доверенных сетях.

## 6.4 Архитектура системы анализа видеомонитора обращений ядра

Согласно основной идее системы анализа видео, разрабатываемое программное обеспечение может быть установлено на любом компьютере с выходом в Интернет. Ясно, что это требование продиктовано необходимостью удаленной загрузки видео ресурсов перед их анализом. Однако возможен и другой вариант архитектуры системы, когда требуется анализ данных на уровне пакетов и без предварительной загрузки данных на отдельную машину сети. В таком случае наиболее удобным вариантом расположения данной функции монитора обращений является его установка на маршрутизатор сети. Независимо от используемой аппаратной базы и функциональной загруженности маршрутизатора эта функция монитора обращений может быть легко запущена на нем. Рассмотрим оффлайновый вариант обработки видео на базе выделенной машины для этих целей.

Главным предназначением функции анализа видеомонитора обращений является полный анализ всех видеоресурсов, на которые имеются ссылки на сайте. Поэтому к числу основных задач, решаемых этой системой, можно отнести:

- определение главной страницы сайта;
- полный анализ сайта и составление перечня ссылок на видеоресурсы;
- анализ видеоресурсов по составленному перечню ссылок;
- формирование полного отчета по угрозам сайта, описанным в политике безопасности.

Задача определения главной страницы сайта решается многочисленными способами – от запуска на стороне сервера специальной программы, которая отправляет системе анализа видеосписок всех сайтов, зарегистрированных на сервере, до применения специальных сторонних сервисов, выявляющих точки входа в сайты. Результатом их решения всегда будет адрес главной страницы сайта, представляющая вход в контекстную диаграмму (рис.6.5).

Получив на входе адрес главной страницы сайта, система осуществляет поиск внутренних ссылок на видео. Проводится анализ кода текущей страницы сайта в целях выявления в ней ссылок двух видов: ссылки на другие страницы и ссылки на видеоресурсы. Ранее приводился фрагмент кода на языке Python для поиска и формирования словаря ссылок на видеоресурсы. В эту программу можно включить также и параллельную процедуру поиска внутренних ссылок. Описываемая функция будет функционировать согласно первому правилу политики безопасности для анализа видеоресурсов. Ссылки на

другие страницы используются в дальнейшем для получения их кода от сервера, которые также будут проанализированы. Для полного анализа сайта можно использовать любые доступные методы обхода древовидных графовых структур, например, алгоритмы обхода «в глубину» или «в ширину». При таком анализе стоит остерегаться появления примитивных циклов из-за взаимных обратных переходов на страницах сайта. В результате полного анализа сформируется список всех ссылок на видео ресурсы, который был найден функцией поиска. Этот список будет передан блоку анализа видео (рис. 6.6).

Блок анализа видео ресурсов функционирует согласно второму правилу политики безопасности, которая заключается в решении последовательности задач для каждого видео:

- 1) загрузка видеоресурса на локальную машину;
- 2) анализ всех кадров видеоресурса согласно политике безопасности;
- 3) классификация видеоресурса по возможным классам угроз.

Алгоритм обработки видеофайла на примере поиска человеческих лиц и их сохранении на носителе был рассмотрен ранее на языке программирования Python (рис. 6.6).

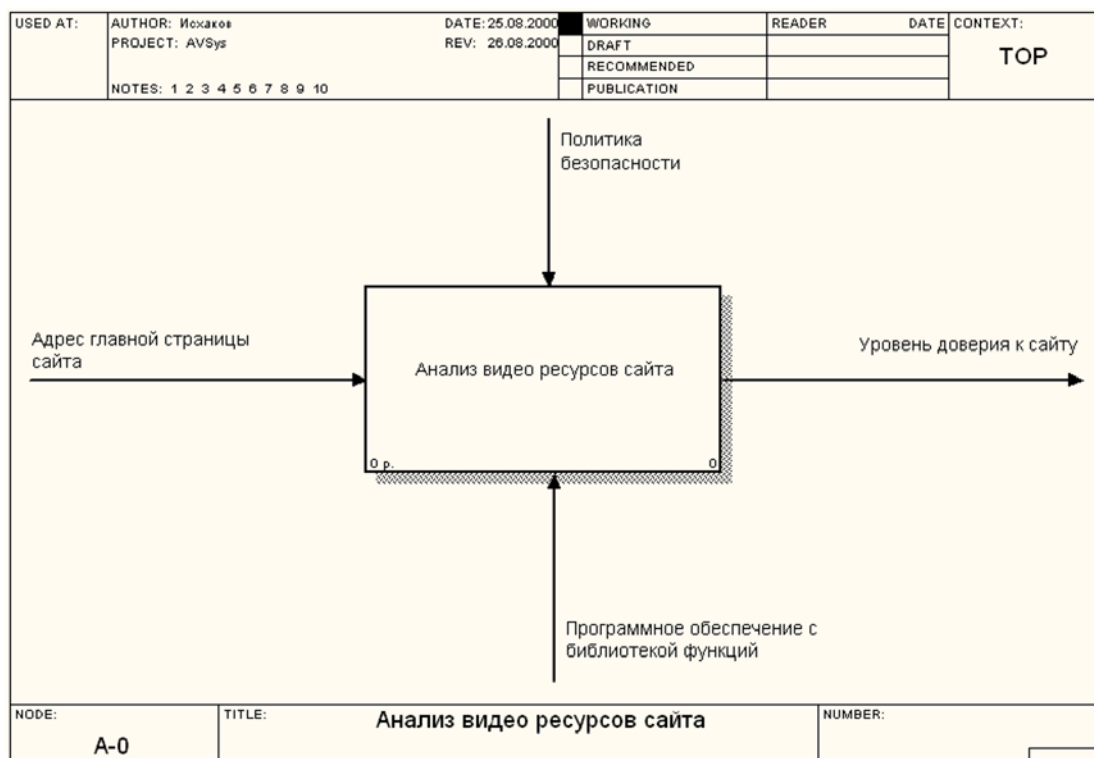


Рис. 6.5. Контекстная диаграмма системы анализа видео

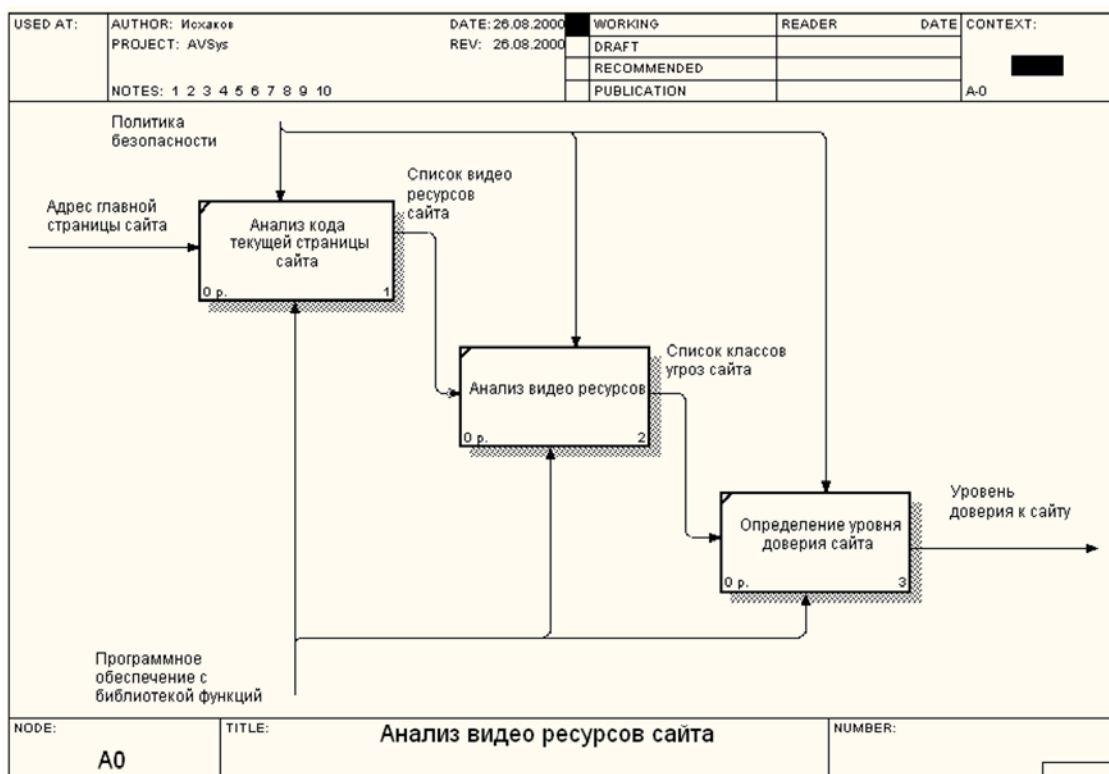


Рис. 6.6. Функциональная декомпозиция системы анализа видео

Блок анализа видеоресурсов завершает свою работу формированием списка из классов угроз на каждый видеоресурс, который будет передан блоку определения уровня доверия сайта. Метод для вычисления уровня доверия должен быть описан в соответствующем правиле политики безопасности. Он может иметь различную природу, например, возможно применение методологии нечеткого моделирования (рис. 6.6). Результатом работы блока определения доверия сайта должна быть численная оценка этого параметра.

## Заключение

Проанализированные работы были выбраны с целью охватить все пространство исследований и разработок, но в то же время для целостного представления современного состояния. Как показывают основные тенденции, математическое моделирование процессов обработки информации в СТЗ в виде изображений плохо исследованы. Кроме того, концепция отечественного автоматического проектирования и моделирования систем технического зрения не получило широкой известности и дальнейшего развития. В целях продолжения исследований в данном направлении была сформулирована система гипотез, которая заложена в основу исследований данной работы.

Для математического моделирования процессов обработки и анализа изображений в системах технического зрения был подобран специализированный математический аппарат отечественной разработки. Основу этого математического аппарата сформулировал академик Ю.И. Журавлев. В дальнейшем, благодаря тяжелому академическому труду его учеников, эта методология была развита до прикладного уровня. В настоящее время математический аппарат дескриптивных алгебр изображений исследуется в ВЦ им. А.А. Дородницына РАН. Обладая достаточной гибкостью она позволяет не только моделировать процессы обработки, анализа и распознавания изображений в любой программной среде, но, как показывают исследования данной работы, моделировать данный процесс и в системе технического зрения.

Уточнение понятий ДАСПИ в ДАИ позволило выйти к моделям подсистем обработки и анализа изображений для систем технического зрения. Для решения задачи автоматизации моделирования систем технического зрения необходимо продолжить исследования самого пространства, в котором протекают эти процессы. Основным принципом является конструктивизм определяемых элементов математического аппарата ДАИ. Как показали исследования, система формальных обозначений аппарата ДАИ в этом отношении является недостаточно развитым. Поэтому предлагается использование стандартных математических обозначений. Точнее говоря, формализации подлежат реализации изображений, операция структуризации, операции преобразования и ДАСПИ. Изображения представлены реализациями в матричной форме, проведена классификация на бинарных, полутоновых и цветных типов. В качестве процедурных преобразований рассмотрены операции конвертирования изображений, фильтрации и операции математической морфологии. Методы этих преобразований представлены в форме стандартного мате-



математического выражения, если допускается наличие такого выражения. Во всех остальных случаях сложные методы представлены в форме алгоритмов и в виде продукционной системы. Антецеденты и консеквенты продукционных правил описываются либо в виде реализаций изображений, либо в виде алгебраических объектов с использованием теоретико-множественных обозначений. На базе процедурных преобразований определяются Т- ДАСПИ как составные операции над реализациями, которые позволяют создавать в реализациях дескриптивные модели. Параметрические преобразования разделены на классы на основе классификации признаков теории распознавания образов: детерминированные, вероятностные и структурные. Аналогично процедурным преобразованиям, в формализации параметрических преобразований участвуют либо математические выражения, отражающие суть этих методов, либо алгоритмы в виде продукционных систем. В работе также описаны Р- ДАСПИ как сложные параметрические преобразования. В аппарате МДАИ отличие Р- ДАСПИ от Т- ДАСПИ заключается в отказе от их возможности создавать другую разновидность дескриптивных моделей. Исследуемые методы и алгоритмы обработки и анализа изображений закладывают основу математическому аппарату модифицированных дескриптивных алгебр изображений. Они являются ее основными структурными элементами и используются непосредственно в МДАИ при решении задач обработки и анализа изображений.

Модифицированные дескриптивные алгебры изображений как алгебраические структуры без операторного кольца предназначены для автоматического поиска решений прикладных задач обработки и анализа изображений. Представление самого пространства моделирования в виде отдельных подпространств позволяет упростить моделирование процессов обработки изображений посредством поиска. Алгебраическое представление пространства позволяет не только упростить процедуру поиска, но рассмотреть решение той же задачи алгебраическим способом, как в случае с ДАИ. Отличие МДАИ от стандартных дескриптивных алгебр изображений заключается в том, что под реализацией изображения подразумевается не только реальное изображение, но и «идеализированное изображение». Последнее означает, что изображение может содержать идеальные формы объектов сцены, которые и являются их дескриптивными моделями. Термин «дескриптивный» означает описательный. «Идеальные» формы подчиняются известной математической закономерности, которую можно легко восстановить, имея геометрическое место точек проекции объекта сцены. Полученное формальное

описание и будет представлять его дескриптивную модель. В качестве главных операций МДАИ были выбраны логические операции, операции фильтрации и морфологические операции. Перечисленные операции определены в матричной форме. В роли основных множеств алгебр были рассмотрены множества бинарных и полутоновых реализаций. Для МДАИ бинарных реализаций с логическими главными операциями было сформулировано 3 определения, доказаны 15 утверждений и сформулированы 3 следствия. Для МДАИ бинарных реализаций с морфологическими главными операциями было доказано 1 утверждение и сформулировано 1 следствие. Для МДАИ полутоновых реализаций с логическими главными операциями было сформулировано 3 определения, доказано 3 утверждения и сформулировано 1 следствие. Для МДАИ полутоновых реализаций с главными операциями фильтрации было сформулировано 1 определение и доказано 1 утверждение. Рассмотренные МДАИ позволяют математически описывать пространство преобразования и анализа изображений одного и того же формата, который получил название пространства состояний изображения. Их объединение позволяет смоделировать более сложную среду преобразований и анализа изображений, что больше соответствует реальности. Для ПСИ было сформулировано 1 определение и доказано 1 утверждение. Основные объекты (реализации изображения, семантическая и контекстная информация об изображении), базовые операции преобразования и анализа реализаций изображений (процедурные и параметрические преобразования), операция создания дескриптивной модели (операция структуризации), составные операции над реализациями изображений (Т- и Р-представления) образуют математический аппарат МДАИ. Задачи преобразования и анализа реализаций изображений одного и того же формата возможно осуществить в пределах одной и той же МДАИ. Более сложные процессы преобразования и анализа реализаций изображений протекают в ПСИ.

Третья и четвертая задачи исследовательской работы полноценно решены изучением МДАИ разных классов и созданием математической модели единого пространства преобразования и анализа изображений. Системы технического зрения являются физической реализацией систем обработки и анализа изображений. Она представляет собой совокупность функций, каждая из которых направлена на решение задачи измерения параметров, характеризующих объекты сцены наблюдения. Создание математических моделей этих функций позволяет разработать математическое описание системы технического зрения.

Дескриптивный подход к обработке, анализу и пониманию изображений является одним из достаточно развитых и удобных языков математического описания процессов обработки, анализа и распознавания изображений. Однако его математический аппарат позволяет получать очень сложные математические описания. Кроме того, предлагаемая система формализмов не отражает суть используемых методов обработки, анализа и распознавания изображений. Отсутствие математической прозрачности и формализованной связи между элементами алгебры расширяет список его недостатков. Математическая модель системы технического зрения должна иметь дескриптивную природу, отражающую суть совершаемых им функций обработки и анализа изображений.

Созданный аппарат МДАИ позволяет получать компактные и математически прозрачные дескриптивные модели систем технического зрения. Являясь, по своей природе, алгебраическими, эти модели описывают процесс обработки и анализа изображений в пространстве состояний изображений, которое является совокупностью алгебраических структур. Главные операции этих алгебр суть операции обработки и анализа изображений. Решение задач преобразования изображений в данном пространстве представляется в виде некоторой последовательности главных операций, сводящих исходные изображения к конечному состоянию.

Исследовательские работы по введению в математический аппарат конструктивизма в целях наделения прогностических возможностей МДАИ ведутся. Возможность эквивалентных преобразований дескриптивных моделей является одним из таких конструктивных направлений. Другое направление представляет применение естественных для МДАИ алгебраических операций к моделям.

Предполагается возможным осуществить оптимизацию моделей по управляющим параметрам – проведение параметрического синтеза математических моделей функций СТЗ. Параметрический синтез в МДАИ должен быть проведен после получения математической модели СТЗ. Построение математической модели СТЗ является задачей структурного синтеза этих информационно-измерительных систем, т.е. синтеза СТЗ. Структурный синтез СТЗ также является конструктивным элементом математического аппарата МДАИ. В случае успеха в исследованиях по структурному синтезу появится возможность автоматизировать процесс построения математических моделей СТЗ на конкретной аппаратной платформе. В техническом плане появится

возможность самообучения (параметрического и структурного) СТЗ в масштабе реального времени.

Четвертая составляющая национальных интересов в информационной сфере из Доктрины информационной безопасности Российской Федерации включает защиту информационных ресурсов от несанкционированного доступа, обеспечение безопасности информационных и телекоммуникационных систем как уже развернутых, так и создаваемых на территории России. В связи с этим, были запланированы следующие первоочередные мероприятия по реализации государственной политики обеспечения информационной безопасности Российской Федерации: комплексное противодействие угрозам информационной войны; создание информационно-телекоммуникационной системы специального назначения в интересах федеральных органов государственной власти и органов государственной власти субъектов Российской Федерации; обеспечение технологической независимости страны в области создания и эксплуатации информационно-телекоммуникационных систем оборонного назначения. Концепция Доверенных сетей ОАО НПП «Полигон» учитывает все выше описанные условия Доктрины информационной безопасности Российской Федерации и соответствует сформулированным в них требованиям.

В работе перечислены основные элементы концепции, необходимые для создания доверенных сетей: доверенные средства построения сети, которые реализуют функции передачи и обработки потоков данных в соответствии с выработанной политикой безопасности; средства анализа потоков данных, результатом деятельности которых является политика безопасности; элементы сетевой инфраструктуры (коммутаторы, маршрутизаторы, шлюзы) с поддержкой технологии программно-конфигурируемых сетей. Все эти функции были инкапсулированы в новую разновидность оборудования сетевой инфраструктуры – шлюз-инспектор. Шлюз-инспектор – Российский программно-аппаратный комплекс, основанный на технологиях DPI и DCI, и предназначенный для накопления статистических данных, проверки и фильтрации сетевых пакетов по их содержимому. Шлюз-инспектор анализирует полное содержимое трафика на уровнях модели OSI со второго и выше. Он должен быть способен обнаруживать и блокировать информацию, не удовлетворяющую заданным критериям. Такое программное обеспечение позволяет решить важную задачу концепции доверенных сетей, а именно обнаружить объекты на изображении и видео, которые соотнесены политикой безопасности сети к одному из классов угроз.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Акимов, О.Е. Дискретная математика: логика, группы, графы. [Текст] / О.Е.Акимов. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. – 352 с.
2. Алпатов, Б.А. Методы автоматического обнаружения и сопровождения объектов. Обработка изображений и управление [Текст] / Б.А. Алпатов, П.В. Бабаян, О.Е. Балашов, А.И. Степашкин. – М.: Радиотехника, 2008. – 176 с.
3. Анисимов, Б.В. Распознавание и цифровая обработка изображений [Текст] / Б.В. Анисимов, В.Д. Курганов, В.К. Злобин. – М.: Высшая школа, 1983. – 259 с.
4. Белоусов, А.И. Дискретная математика: учеб. для вузов / [Текст] / А.И. Белоусов, С.Б. Ткачев. Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – 3-е изд., стереотип. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 744 с.
5. Беркли, Э. Символическая логика и разумные машины [Текст] / Э.Беркли. Пер. с англ. И.В. Соловьева, под ред. и с пер. Г.Н. Поварова. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1961. – 260 с.
6. Булдырев, В.С. Линейная алгебра и функции многих переменных [Текст] / В.С. Булдырев, Б.С. Павлов.– М.: Изд-во Ленинград. ун-та, 1985. – 496 с.
7. Бурбаки, Н. Алгебра: алгебраические структуры, линейная и полилинейная алгебра [Текст] / Н. Бурбаки. Пер. с франц. Д.А. Райкова. – М.: Государственное изд-во физ.-мат. литературы, 1962. – 515 с.
8. Бурбаки, Н. Группы и алгебры Ли. Подалгебра Картана, регулярные элементы, расщепляемые полупростые алгебры Ли [Текст] / Н.Бурбаки. Пер. с франц. А.Н. Рудакова, под ред. А.И. Кострикина. – М.: Изд-во «Мир», 1978. – 342 с.
9. Бурбаки, Н. Группы и алгебры Ли. Группы Кокстера и система Титса. Группы, порожденные отражениями системы корней [Текст] / Н.Бурбаки. Пер. с франц. А. И. Кострикина, А.Н. Тюрина. – М.: Изд-во «МИР», 1972. – 334 с.
10. Бутаков, Е.А. Обработка изображений на ЭВМ [Текст] / Е.А. Бутаков, В.И. Островский, И.Л. Фадеев. – М.: Радио и связь, 1987. – 240 с.
11. Васильков, Ю.В. Компьютерные технологии вычислений в математическом моделировании: учеб. пособие [Текст] / Ю.В.Васильков, Н.Н. Василькова. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 256 с.

12. Вапник, В.Н. Теория распознавания образов. Статистические проблемы обучения [Текст] / В.Н.Вапник , А.Я. Червоненкис. – М.: Изд-во «Наука», 1974. – 416 с.
13. Ван дер Варден, Б.Л. Алгебра [Текст] / Б.Л.Ван дер Варден. – М.: Изд-во «Мир», 1967. – 627 с.
14. Визильтер, Ю.В. Обработка и анализ цифровых изображений с примерами на LabVIEW IMAQ Vision [Текст] / Ю.В.Визильтер, С.Ю Желтов., В.А.Князь, А.Н. Ходарев, А.В. Моржин. – М.: ДМК Пресс, 2007. – 464 с.
15. Волков, И.К. Случайные процессы: учеб. для вузов [Текст] / И.К.Волков, С.М.Зуев, Г.М.Цветкова. Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. – 448 с.
16. Воротников, С.А. Информационные устройства робототехнических систем: учеб. пособие [Текст] / С.А.Воротников. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. – 384 с.
17. Гантмахер, Ф.Р. Теория матриц [Текст] / Ф.Р.Гантмахер– М.: Наука, 1967. – 576 с.
18. Гирко, В.Л. Многомерный статистический анализ: учеб. пособие [Текст] / В.Л.Гирко. – К.: Выща шк. Головное изд-во, 1988. – 320 с.
19. Глушков, В.М. Синтез цифровых автоматов [Текст] / В.М. Глушков. – М.: Физматгиз, 1962. – 476 с.
20. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для вузов [Текст] / В.Е.Гмурман. Изд. 7-е. стер. – М.: Высш. Шк., 1999. – 479 с.
21. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие [Текст] / В.Е.Гмурман. Изд. 5-е, стер. – М.: Высш. шк., 1999. – 400 с.
22. Говорухин, В. Компьютер в математическом исследовании: учеб. курс [Текст] / В.Говорухин, В. Цибулин. – СПб.: Питер, 2001. – 624 с.
23. Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений в среде Matlab [Текст] / Р.Гонсалес, Р. Вудс, С.Эддин. – М.: Техносфера, 2006. – 616 с.
24. Горелик, А.Л.. Современные состояние проблемы распознавания: некоторые аспекты [Текст] / А.Л. Горелик, И.Б. Гуревич, В.А. Скрипкин. – М.: Радио и связь, 1985. – 160 с.
25. Горелик, А.Л. Методы распознавания: Учеб. пособие [Текст] / А.Л. Горелик, В.А.Скрипкин. – 4-е изд., испр. – М.: Высш. Шк., 2004. – 261 с.

26. Горяинов, В.Б. Математическая статистика: учеб. для вузов [Текст] / В.Б. Горяинов, И.В. Павлов, Г.М. Цветкова и др. Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 424 с.
27. Грановский, Р.М. Восприятие и признаки формы [Текст] / Р.М. Грановский, И.Я.Березная, А.Н.Григорьева. – М.: Наука, 1981. – 208 с.
28. Гренандер, У. Лекции по теории образов: синтез образов: синтез образов [Текст] / У. Гренандер. Пер. с англ. – М.: Издательство «МИР», 1979. – 382 с.
29. Гренандер, У. Лекции по теории образов: анализ образов: анализ образов [Текст] / У. Гренандер. Пер. с англ. – М.: Мир, 1981. – 448 с.
30. Гренандер, У. Лекции по теории образов: регулярные структуры [Текст] / У. Гренандер. Пер. с англ.. – М.: Мир, 1983. – 432 с.
31. Гренандер, У. Вероятности на алгебраических структурах [Текст] / У. Гренандер. – М.: Глав. ред. физ.-мат. лит. изд-ва «Наука», – 275 с.
32. Грузман, И.С., Киричук, В.С. и др. Цифровая обработка изображений в информационных системах [Текст] / И.С.Грузман, В.С. Киричук и др. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2002
33. Гуревич И.Б. Дескриптивные алгебры изображений: определения и примеры [Текст] // И.Б. Гуревич, Ю.И. Журавлев, Ю.Г. Сметанин. Автоматизация, 1999. – № 6. – С.1–19.
34. Гуревич, И.Б. Пример выполнения условий принадлежности к классу дескриптивных алгебр изображений [Текст] // И.Б. Гуревич, В.В. Яшина. Тезисы докладов 7-ой Всероссийской с участием стран СНГ конференции «Методы и средства обработки сложной графической информации», Нижний Новгород, 15-18 сентября, 2003. – С .51-52.
35. Джарратано, Дж. Экспертные системы: принципы разработки и программирования [Текст] / Дж. Джарратано, Г.Райли. 4-е издание.: Пер. с англ. – М.: ООО «И.Д. Вильямс», 2007. – 1152 с.
36. Дуда Р. Распознавание образов и анализ сцен [Текст] / Р.Дуда, П. Харт. Пер. с англ. – М.: Изд-во «МИР», 1976. – 507 с.
37. Дьяконов А.Г. Алгебраические замыкания модели АВО, операторы разметки и теория систем эквивалентностей [Электр] /. А.Г. Дьяконов. – М.: 2009. – 86 с. <http://alexanderdyakonov.narod.ru/papers.htm>
38. Дьяконов, В.П. Simulink 4. Специальный справочник [Текст] / В.П. Дьяконов. – СПб.: Питер, 2002. – 528 с.

39. Дьяконов, В.П. MATLAB 6.5 SP1/7+Simulink 5/6 в математике и моделировании. Серия «Библиотека профессионала» [Текст] / В.П. Дьяконов. – М.: СОЛОН-Пресс, 2005. – 576 с.
40. Дьяконов, В.П. MATLAB 7.\*/R2006/R2007: Самоучитель [Текст] / В.П. Дьяконов. – М.: ДМК Пресс, 2008. – 768 с.
41. Дьяконов, В.П. Математические пакеты расширений MATLAB. Специальный справочник [Текст] / В.П. Дьяконов, В.Круглов. – СПб.: Питер, 2002. – 488 с.
42. Дьяконов, В.П. MATLAB. Обработка сигналов и изображений. Специальный справочник [Текст] / В.П. Дьяконов, И.Абраменкова. – СПб.: Питер, 2002. – 608 с.
43. Ерусалимский Я.М. Дискретная математика: теория, задачи, приложения [Текст] / Я.М Ерусалимский. 3-е издание. – М.: Вузовская книга, 2000. – 280 с.
44. Журавлев, Ю.И. Математические основы теории прогнозирования: курс лекций [Текст] / Ю.И. Журавлев. – М.: МГУ. Им. М.В. Ломоносова, 2008. – 35 с.
45. Журавлев, Ю.И. Экстремальные задачи, возникающие при обосновании эвристических процедур [Текст] / Ю.И. Журавлев. // Проблемы прикладной математики и механики, Москва, «Наука», 1971, с.67-75.
46. Журавлев Ю.И. Непараметрические задачи распознавания образов [Текст] / Ю.И. Журавлев. // Кибернетика, №6, 1976.
47. Журавлев Ю.И. Об алгебраическом подходе к решению задач распознавания и классификации [Текст] / Ю.И. Журавлев. // Проблемы кибернетики, выпуск 33. – М.: Наука, 1978, - с. 5-68.
48. Журавлев Ю.И. Корректные алгебры над множествами некорректных (эвристических) алгоритмов [Текст] / Ю.И. Журавлев. // Кибернетика, I (№4, 1977), II(№6, 1977), III(№2, 1978, с. 35-43).
49. Журавлев Ю. И. Распознавание образов и анализ изображений [Текст] / Ю.И. Журавлев, И. Б. Гуревич // Искусственный интеллект: в 3-х книгах. Книга 2. Модели и методы: Справочник. - М.: Радио и связь, 1990. - с. 149 - 191.
50. Журавлёв, Ю.И. Распознавание. Математические методы. Программная система. Применения [Текст] / Ю.И. Журавлев В.В. Рязанов, О.В. Сенько. – М: Фазис, 2006.



51. Журавлев, Ю.И. Алгоритмы распознавания, основанные на вычислении оценок [Текст] // Ю.И. Журавлев, В.В. Никифоров. Журнал «Кибернетика», №3, К., 1971.
52. Загоруйко, Н.Г. Методы распознавания и их применение [Текст] / Н.Г. Загоруйко. – М.: Изд-во «Советское радио», 1972. – 208 с.
53. Залманзон, Л.А. Преобразования Фурье, Уолша, Хаара и их применение в управлении, связи и других областях [Текст] / Л.А. Залманзон. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 496 с.
54. Зариский, О. Коммутативная алгебра. Т. 1-2. [Текст] / О.Зариский, П. Самюэль. Пер. с англ. Е.С. Голода, С.П. Дёмушкина и А.Н. Тюриня, под ред. А.И. Узкова. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1963. – 444 с.
55. Игошин, В.И. Математическая логика и теория алгоритмов [Текст] / В.И. Игошин. – Саратов: Изд-во Сарат. Ун-та, 1991. – 256 с.
56. Канатников, А.Н. Линейная алгебра: учеб. для вузов [Текст] / Канатников А.Н., Крищенко А.П. 3-е изд., стереотип. Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 336 с.
57. Карпов, Ю.Г. Теория автоматов [Текст] / Ю.Г. Карпов. – СПб.: Питер, 2003. – 208 с.
58. Кобринский, Н.Е. Введение в теорию конечных автоматов [Текст] / Н. Е.Кобринский, Б.А.Трахтенброт. – М.: Физматгиз, 1962. – 404 с.
59. Козлов, В.Н. Элементы математической теории зрительного восприятия [Текст] / В.Н. Козлов. – М.: МГУ им. М.В. Ломоносова, 2001. – 122 с.
60. Кострикин, А.И. Введение в алгебру. Основы алгебры: учеб. для вузов [Текст] / А.И.Кострикин. – М.: Физматлит. 1994. – 320 с.
61. Куликов, Л.Я. Алгебра и теория чисел: учеб. пособие для педагогических институтов [Текст] / Куликов Л.Я. – М.: Высш. Школа, 1979. – 559 с.
62. Курош, А.Г. Курс высшей алгебры: учеб. для вузов [Текст] / А.Г. Курош. 9-е изд. – М.: Изд-во «Наука»; Гл. ред. физ.-мат. литературы, 1968. – 431 с.
63. Курош, А.Г. Теория групп [Текст] / А.Г. Курош. 3-е изд., доп. – М.: Изд-во «Наука»; Глав. Ред. физ.-мат. лит., 1967. – 648 с.
64. Лазарев, Ю. Моделирование процессов и систем в MATLAB. Учебный курс [Текст] / Ю. Лазарев. – СПб.: Питер; Киев: Издательская группа ВНУ, 2005. – 512 с.
65. Ланкастер, П. Теория матриц [Текст] / П. Ланкастер. – М.: Глав. ред. физ.-мат. лит. изд-ва «Наука», 1973. – 280 с.

66. Леоненков А. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH [Текст] / А. Леоненков. – СПб.: БХВ-Петербург, 2009. – 726 с.
67. Лепский А.Е. Математические методы распознавания образов: курс лекций [Текст] / А.Е.Лепский, А.Г. Броневич. – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2009. – 155 с.
68. Лорьер Ж.-Л. Системы искусственного интеллекта [Текст] / Ж.- Л. Лорьер: Пер. с франц. – М.: Мир, 1991. – 568 с.
69. Люггер Дж. Ф. Искусственный интеллект: стратегии и методы решения сложных проблем [Текст] / Дж. Ф. Люггер. 4-е издание. Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 864 с.
70. Марр Д. Зрение. Информационный подход к изучению представления и обработки зрительных образов [Текст] / Д. Марр. Пер. с англ. – М.: «Радио и связь», 1987. – 400 с.
71. Мазуров, В.Д. Математические методы распознавания образов [Текст] / В.Д. Мазуров. - Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2010. – 101 с.
72. Местецкий, Л.М. Математические методы распознавания образов [Текст] / Л.М.Местецкий. – М.: МГУ, 2004. – 85 с.
73. Мещеряков, В.В. Задачи по статистике и регрессионному анализу с MATLAB [Текст] / В.В. Мещеряков. – М.: Диалог-МИФИ, 2009 – 448 с.
74. Мошкин, В.И. Техническое зрение роботов [Текст] / В.И.Мошкин, А.А.Петров, В.С.Титов, Ю.Г.Якушенков. – М.: Машиностроение, 1990. – 272 с.
75. Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов [Текст] / Ф.А. Новиков. – СПб.: Питер, 2003. – 304 с.
76. Павлидис, Т. Алгоритмы машинной графики и обработки изображений [Текст] / Т.Павлидис. Пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 398 с.
77. Патрик Э.А. Основы теории распознавания образов [Текст] / Патрик Э.А. Пер. с англ. – М. Сов. Радио, 1980. – 408 с.
78. Печенкин, А.В. Теория вероятностей: учеб. для вузов [Текст] / А.В. Печенкин, О.И. Тескин, Г.М. Цветкова и др./ Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – 3-е изд., испр. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 456 с.
79. Портенко, Н.И. Марковские процессы // Итоги науки и техники. Современные проблемы математики. Фундаментальные направления [Текст] / Н.И.Портенко, А.В.Скороход, В.М. Шуренков. – ВИНТИ, 1989, - 46, - 2. С. 5-248.

80. Потапов, А.С. Распознавание образов и машинное восприятие: Общий подход на основе принципа минимальной длины описания [Текст] / А.С. Потапов. – СПб.: Политехника, 2007. – 548 с.
81. Потапов, А.А. Новейшие методы обработки изображений [Текст] / А.А. Потапов, Ю.В.Гуляев, С.А.Никитов, А.А.Пахомов, В.А.Герман. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 496 с.
82. Приоров, А.Л. Цифровая обработка изображений [Текст] / А.Л.Приоров, И.В.Апальков, В.В.Хрящев. – Ярославль: ЯрГУ, 2007. – 235 с.
83. Прэтт, У. Цифровая обработка изображений [Текст] / У. Прэтт. Пер. с англ. – М.: Мир, 1982 – 312 с.
84. Пью, А. Техническое зрение роботов [Текст] / А. Пью. Пер. с англ. – М.: Машиностроение, 1987. – 320 с.
85. Рассел, Ст. Искусственный интеллект: современный подход [Текст] / Ст.Рассел, П. Норвиг. 2-е изд.: пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2006. – 1408 с.
86. Растрингин, Л.А. Метод коллективного распознавания [Текст] / Л.А.Растрингин, Р.Х. Эренштейн. – М.: Энергоиздат, 1981. – 80 с.
87. Роджерс Д. Алгоритмические основы машинной графики [Текст] / Д.Роджерс, 1989.
88. Рудаков, П.И. Алгебраическая теория универсальных и локальных ограничений для алгоритмов распознавания [Текст] / П.И. Рудаков. – М.: Мир. 2003.– 145 с.
89. Рудаков П.И. Обработка сигналов и изображений. MATLAB 5.x [Текст] / П.И. Рудаков, В.И. Сафонов / Под общ. ред. к.т.н. В.Г. Потемкина. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2000.
90. Рутковский, Д. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы [Текст] / Д.Рутковский, М.Пилиньский, Л.Рутковская. Пер. с польск. И.Д. Рудинского. – М.: Горячая линия – Телеком, 2004. – 452 с.
91. Серр Ж.-П. Алгебры Ли и группы Ли [Текст] / Серр Ж.-П.: Пер. с англ. и франц. А.Б. Болынского, под ред. А.Л. Онищека. – М.: Изд-во «Мир», 1969. – 376 с.
92. Серр Ж.-П. Курс арифметики [Текст] / Серр Ж.-П. – М.: Изд-во «Мир», 1972. – 183 с.
93. Серр Ж.-П. Когомологии Галуа [Текст] / Серр Ж.-П. Пер. с франц. И. В. Долгачева, В.А. Исковских. Под ред. Ю. И. Манина. – М.: Изд-во «Мир», 1968. – 205 с.

94. Симанков В.С. Адаптивное управление сложными системами на основе теории распознавания образов: монография (научное издание) [Текст] / В.С.Симанков, Е.В. Луценко. – Краснодар: ТУ КубГТУ, 1999. – 318с.
95. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов [Текст] / А.Б.Сергиенко. – СПб.: Питер, 2002. – 608 с.
96. Сойфер В.А. Методы компьютерной обработки изображений [Текст] / Под ред. В.А. Сойфера. – Сойфер В.А. 2-е изд. испр. – М.: ФИЗМАТ-ЛИТ, 2003.
97. Солонина А.И., Улахович Д.А., Арбузов С.М., Соловьева Е.Б. Цифровая обработка сигналов [Текст] / А.И.Солонина, Д.А.Улахович, С.М.Арбузов, Е.Б. Соловьева, 2008.
98. Тишин В.В. Дискретная математика в примерах и задачах [Текст] / В.В. Тишин. – СПб.: БХВ-Петербург, 2008. – 352 с.
99. Тронин С.Н. Супералгебры и операды [Текст] / С.Н. Тронин // Сибирский математический журнал 2009. Том 50. № 3. – стр. 631-646.
100. Дж. Ту. Принципы распознавания образов: [Текст] / Дж. Ту, Гонсалес Р. ер. с англ. – М.: Изд-во «Мир», 1978. – 414 с.
101. Тэрано, Т. Прикладные нечеткие системы [Текст] / Т.Тэрано, К.Асаи, М.Сугэно. Пер. с япон. – М. Мир, 1993. – 368 с.
102. Файн, В.С. Опознавание изображений [Текст] / В.С. Файн. – М.: Изд-во «Наука», 1970. – 299 с.
103. Файн, В.С. Алгоритмическое моделирование формообразования [Текст] / В.С. Файн. – М.: «Наука», 1975. – 141 с.
104. Фисенко, В.Т.Компьютерная обработка и распознавание изображений: учеб. пособие [Текст] / В.Т.Фисенко, Т.Ю. Фисенко. – СПб.: СПбГУ ИТМО, 2008. – 192 с.
105. Форсайт, Д. Компьютерное зрение. Современный подход. [Текст] / Д. Форсайт, Ж.Понс. Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. – 928 с.
106. Фу, К. Структурные методы в распознавании образов [Текст] / К. Фу. – М.: Изд-во «МИР», 1977. – 320 с.
107. Фу, К. Последовательные методы в распознавании образов и обучении машин [Текст] / К. Фу. Пер. с англ. Э.Ф. Зайцева, под ред. Л.А. Меерovichа и Я.З. Цыпкина. – М.: Изд-во «Наука»; Глав. Ред. физ.-мат. лит., 1971. – 255 с.

108. Фурман, Я.А. Цифровые методы обработки и распознавания бинарных изображений [Текст] / Я.А.Фурман, А.Н.Юрьев, В.В.Яншин. – Красноярск: Изд-во Краснояр. ун-та, 1992. – 248 с.
109. Хорн, Б.К.П. Зрение роботов [Текст] / Б.К.П. Хорн. Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 487 с.
110. Хуанг, Т.С. Обработка изображений и цифровая фильтрация [Текст] / Т.С. Хуанг. Пер. с англ. – М.: Изд-во «Мир», 1979. – 318 с.
111. Хуанг, Т.С. и др. Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений [Текст] / Т.С. Хуанг. Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1984. – 224 с.
112. Хьюбел, Д. Глаз, мозг, зрение [Текст] / Д. Хьюбел Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 239 с.
113. Шапиро, Л. Компьютерное зрение [Текст] / Л. Шапиро, Дж. Стокман. Пер. с англ. – М. БИНОМ. Лаборатория знаний. 2006. – 752 с.
114. Шапорев, С.Д. Дискретная математика. Курс лекций и практических занятий [Текст] / С.Д. Шапорев. – СПб.: БХВ-Петербург, 2009. – 400 с.
115. Эдвард А. Патрик Основы теории распознавания образов. – М.: Советское радио, 1980. – 408с.
116. Юревич, Е.И. Основы робототехники [Текст] / Е.И. Юревич. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 416 с.
117. Мошкин В.И. Техническое зрение роботов [Текст] / В.И.Мошкин, А.А.Петров, В.С.Титов. Под общ. ред. Якушенкова Ю.Г. – М.: Машиностроение, 1990. - 272 с.
118. Сырямкин, В.И.Справочник. Системы технического зрения [Текст] / В.И.Сырямкин, В.С.Титов, Ю.Г. Якушенков и др. Под общ. ред.В.И.Сырямкина и В.С.Титова. – Томск: МГП «РАСКО», 1992.- 367 с.
119. Ярушкина Н.Г. Основы теории нечетких и гибридных систем: Учеб. пособие[Текст] / Н.Г.Ярушкина. – М.: Финансы и статистика, 2004. – 320 с.
120. Яне, Б. Цифровая обработка изображений [Текст] / Б. Яне. - М.: Техносфера, 2007. - 584с.
121. Яншин, В.В. Анализ и обработка изображений: принципы и алгоритмы. – М.: Машиностроение[Текст] /, 1995
122. Яншин В.В., Калинин Г.А. Обработка изображений на языке СИ для IBM PC: Алгоритмы и программы [Текст] / В.В. Яншин.– М.: Мир, 1994.
123. Ярославский Л.П. Введение в цифровую обработку изображений [Текст] / Л.П.Ярославский. – М.: Сов. Радио, 1979. – 312 с.

124. Gurevich I.B. Descriptive Technique for Image Description, Representation and Recognition // Pattern Recognition and Image Analysis: Advances in Mathematical Theory and Applications in the USSR.- MAIK "Interperiodika", 1991.-vol. 1-P. 50-53.
125. Gurevich I.B.The Descriptive Approach to Image Analysis. Current State and Prospects // Proceedings of 14th Scandinavian Conference on Image Analysis.- Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005.- LNCS 3540.- pp. 214-223.
126. Gurevich I.B. Image Mining via Descriptive Approach. I. Basic Techniques // Proceedings of the 7th Open German-Russian Workshop on Pattern Recognition and Image Understanding (OGRW-7-2007), Ettlingen, Germany, August 20-23, 2007 [Электронная публикация].
127. Gurevich, I., Harazishvili, D., Jernova, I., et al., 2003. Information Technology for the Morphological Analysis of the Lymphoid Cell Nuclei. In Proceedings, The 13th Scandinavian Conference on Image Analysis, LNCS 2749, 541-548.
128. Gurevich I.B., Harazishvili D.V., Salvetti O., Trykova A.A., Vorob'ev I.A. Elements of the Information Technology of Cytological Specimen Analysis: Taxonomy and Factor Analysis // Pattern Recognition and Image Analysis: Advances in Mathematical Theory and Applications. – MAIK "Nauka/Interperiodica"/Pleiades Publishing, Inc., 2006. - Vol.16, No.1. - P. 113-115.
129. Gurevich I., I.Koryabkina. Method for Image Transform Selection in Cytological Image Analysis // Image Mining Theory and Applications: Proceedings of the 2nd International Workshop on Image Mining Theory and Applications - IMTA 2009 (in conjunction with VISIGRAPP 2009), Lisboa, Portugal, February 2009 / Edited by I.Gurevich, H.Niemann and O.Salvetti. - Portugal: INSTICC PRESS, 2009. -P.100-106.
130. Gurevich I., I. Koryabkina, V. Yashina, H. Niemann, and O. Salvetti. An application of a descriptive image algebra for diagnostic analysis of cytological specimens. An Algebraic Model and Experimental Study // Proceedings of VISAPP 2007 - Second International Conference on Computer Vision Theory and Applications, Barcelona, Spain, March 8-11, 2007. Volume Special Sessions /Edited by A. Ranchordas, H. Araujo, and J. Vitria. – INSTICC Press, 2007. - P.230-237.
131. Gurevich I., H. Niemann, O. Salvetti, V. Yashina, I. Zhernova. An Algorithmic Scheme for Analysis of Cytological Specimens // Proceedings of the 7th Open German-Russian Workshop on Pattern Recognition and Image Under-

- standing (OGRW-7-2007), Ettlingen, Germany, August 20-23, 2007 [Электронная публикация].
132. Gurevich I., V. Yashina. Conditions of Generating Descriptive Image Algebras by a Set of Image Processing Operations // Progress in Pattern Recognition, Speech and Image Analysis. Proceedings of the 8th Iberoamerican Congress on Pattern Recognition, November 26-29, 2003, Havana, Cuba /A. Sanfeliu, J. Ruiz-Shulcloper (Eds.): CIARP'2003, LNCS 2905. - Springer- Verlag Berlin Heidelberg, 2003. - pp. 498-505.
  133. Gurevich I.B., V.V. Yashina. Descriptive Image Algebras with One Ring // Pattern Recognition and Image Analysis: Advances in Mathematical Theory and Applications, Vol. 13, No.4., 2003. - pp. 579-599.
  134. Gurevich I.B., V.V. Yashina. Investigation of Descriptive Image Algebras with a Single Ring // Proceedings of the 6th German-Russian Workshop "Pattern Recognition and Image Understanding" (OGRW-6-2003), Katun Village, Altai region, Russian Federation, August, 25-30, 2003. - Novosibirsk, 2003. - P. 84-87.
  135. Gurevich I.B., V.V. Yashina. Application of algebraic language in image analysis. Illustrative example // Proceedings of the 7th International conference "Pattern Recognition and Image Analysis: New Information Technologies" (PRLA-7-2004), St. Petersburg, Russian Federation, October 18-23, 2004.- SPbETU, 2004. - P.240-243.
  136. Gurevich I.B., V.V Yashina. Algorithmic Scheme Based on a Descriptive Image Algebra with One Ring: Image Analysis Example // Pattern Recognition and Image Analysis: Advances in Mathematical Theory and Applications. - MAIK "NaukaAnterperiodica", 2005. - Vol.15, No.1. - P.192-194.
  137. Gurevich I.B., V.V. Yashina. Generating Descriptive Trees // Proceedings of 10th International Fall Workshop on Vision, Modeling, and Visualization.- Infix, 2005.-P. 367-374.
  138. Gurevich I.B., V.V. Yashina. Operations of Descriptive Image Algebras with One Ring // Pattern Recognition and Image Analysis: Advances in Mathematical Theory and Applications. Pleiades Publishing, Inc. 2006. – Vol.16, No.3.- pp. 298-328.
  139. Gurevich I.B. and V.V. Yashina. Computer-Aided Image Analysis Based on the Concepts of Invariance and Equivalence // Pattern Recognition and Image Analysis: Advances in Mathematical Theory and Applications, - MAIK "Nauka/Interperiodica"/Pleiades Publishing, Inc., 2006. - Vol.16, No.4. - pp.564-589.

140. Gurevich I., V. Yashina. Image Mining via Descriptive Approach. II. Basic concepts // Proceedings of the 7th Open German-Russian Workshop on Pattern Recognition and Image Understanding (OGRW-7-2007), Ettlingen, Germany, August 20-23, 2007 [Электронная публикация].
141. Gurevich I., V. Yashina. Descriptive Theory of Image Analysis. Models and Techniques // 8th International Conference "Pattern Recognition and Image Analysis: New Information Technologies (PRIA-8-2007). Conference proceedings. In two volumes. — Yoshkar-Ola, 2007. - Vol.1. - P.103-112.
142. Gurevich I., V. Yashina. Medical Image Mining Schemes Based on Descriptive Image Algebras // 8th International Conference "Pattern Recognition and Image Analysis: New Information Technologies (PRIA-8-2007). Conference proceedings. In two volumes. - Yoshkar-Ola, 2007. - Vol. 1. - P. 113-117.
143. Gurevich I., V.Yashina. Descriptive Analysis of Image Data. Basic Models // Image Mining Theory and Applications: Proceedings of the 1st International Workshop on Image Mining Theory and Applications -IMTA 2008 (in conjunction with VISIGRAPP 2008), Funchal, Madeira, Portugal, January 2008 / Edited by I.Gurevich, H.Niemann, O.Salvetti. - INSTICC PRESS, 88, 2008. - pp. 3-15.
144. Gurevich I., V.Yashina. Image Representation Space in the Descriptive Approach Environment // 9th International Conference "Pattern Recognition and Image Analysis: New Information Technologies" (PRIA-9-2008): Conference Proceedings. In two volumes. — Nizhni Novgorod: N.I.Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod, 2008. - Vol.1. - P.201-209.
145. Gurevich I., V.Yashina. Prolegomena Toward Algebraic Image Analysis // 9th International Conference "Pattern Recognition and Image Analysis: New Information Technologies" (PRIA-9-2008): Conference Proceedings. In two volumes. - Nizhni Novgorod: N.I.Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod, 2008. - Vol.1. -P.210-214.
146. Gurevich I.B. and V.V. Yashina. Descriptive Approach to Image Analysis: Image Models // Pattern Recognition and Image Analysis: Advances in Mathematical Theory and Applications. – MAIK "Nauka/Interperiodica"/Pleiades Publishing, Inc., 2008. - Vol.18, No.4. - P. 518-541.
147. Gurevich I., V.Yashina. Prolegomena toward Algebraic Image Analysis // Image Mining Theory and Applications: Proceedings of the 2nd International Workshop on Image Mining Theory and Applications - IMTA 2009 (in conjunction with VISIGRAPP 2009), Lisboa, Portugal, February 2009 / Edited



- by I.Gurevich, H.Niemann and O.Salveti. - Portugal: INSTICC PRESS, 2009. -P.3-8.
148. Gurevich I., V.Yashina. Image Representation: From Raw Data to Models // Image Mining Theory and Applications: Proceedings of the 2nd International Workshop on Image Mining Theory and Applications – IMTA 2009 (in conjunction with VISIGRAPP 2009), Lisboa, Portugal, February 2009 / Edited by I.Gurevich, H.Niemann and O.Salveti. - Portugal: INSTICC PRESS, 2009.-P.20-29.
  149. Gurevich I.B., V.V. Yashina, I.V. Koryabkina, H. Niemann, and O. Salvetti. Descriptive Approach to Medical Image Mining. An Algorithmic Scheme for Analysis of Cytological Specimens // Pattern Recognition and Image Analysis: Advances in Mathematical Theory and Applications. – MAIK "Nauka/Interperiodica"Vpleiades Publishing, Inc., 2008. - Vol.18, N0.4. - P. 542-562.
  150. Gurevich I., V.Yashina, H.Niemann, O.Salveti. Descriptive Approach to Medical Image Analysis - Substantiation and Interpretation // Image Mining Theory and Applications: Proceedings of the 1st International Workshop on Image Mining Theory and Applications -IMTA 2008 (in conjunction with VISIGRAPP 2008), Funchal, Madeira, Portugal, January 2008 / Edited by I.Gurevich, H.Niemann, O.Salveti. - INSTICC PRESS, 2008. - P. 26-36.
  151. Gurevich I., V.Yashina, H.Niemann, O.Salveti. Medical Image Mining on the Base of Descriptive Image Algebras. Cytological Specimen Case // Proceedings of the - International Conference on Health Informatics - HEALTHINF 2008, Funchal, Madeira, Portugal, 28-31 January, 2008. - INSTICC PRESS, 2008. - Vol. 2. - P.66-73.
  152. Исхаков А.Р. Автоматизация предварительной обработки картографического материала, содержащего цветные контуры, в целях их дальнейшей векторизации [Текст] / А.Р.Исхаков, Р.М.Асадуллин, М.Р.Богданов, Н.И.Федоров // Информационные технологии, 2011, №5, С. 67-72.
  153. Исхаков А.Р. Система классификации микроскопических водорослей рода *Chlorella*[Текст] / А.Р.Исхаков, Р.М.Асадуллин, М.Р.Богданов, Н.И.Федоров // Известия Самарского научного центра Российской академии наук, 2010, Т.12, №1(3), С. 688-690.
  154. Исхаков А.Р. Модифицированные дескриптивные алгебры изображений и пространство состояний изображения [Текст] / А.Р. Исхаков, Н.Г.Мигранов, А.И.Ильина, Р.М. Гумеров // Материалы IX международной научно-практической конференции «Современные проблемы гума-

- нитарных и естественных наук», научно-информационный издательский центр «Институт Стратегических Исследований», Москва, 2011. С.94-101.
155. Исхаков А.Р. Моделирование функции системы технического зрения в пространстве состояний изображения [Текст] / А.Р.Исхаков, Н.Г.Мигранов, А.С.Павлов, Э.Ф.Газизов // Материалы IV международной научно-практической конференции «Теория и практика современной науки», Науч.-инф. издат. центр «Институт стратегических исследований», Москва, изд-во «Спецкнига», 2011, С. 169-185.
156. Исхаков А.Р. Об одном подходе к формализации операции структуризации, процедурных преобразований и Т-представлений в дескриптивных алгебрах изображений [Текст] / А.Р. Исхаков, Ф.Ф.Исламов, Г.В.Логвин, М.С. Агафонов // Материалы международной заочной научно-практической конференции «Инновации и современная наука», Часть 1, НП «Сибирская ассоциация консультантов», Новосибирск, 2011. С.6-18.
157. Исхаков А.Р. Параметрические преобразования и Р-представления дескриптивных алгебр изображений [Текст] / А.Р.Исхаков, Н.Г.Мигранов, Е.М.Кузнецова, И.В.Мухаметова, В.А.Галанов // Материалы международной заочной научно-практической конференции «Математика и информационные технологии в современном мире», НП «Сибирская ассоциация консультантов», Новосибирск, 2011. С.65-76.
158. Исхаков А.Р. Математическое моделирование систем технического зрения на основе модифицированных дескриптивных алгебр изображений [Текст] / А.Р.Исхаков, Н.Г. Мигранов, Р.Ф. Маликов // Материалы республиканской научно-практической конференции «Информатизация образования: опыт, проблемы и перспективы», Изд-во УКСИВТ, Часть 2, Уфа, 2011, С.12-16.
159. Исхаков А.Р. Методология теории обработки и анализа изображений [Текст] / А.Р.Исхаков, Н.Г. Мигранов, Р.Ф. Маликов. // Материалы Всероссийской научно-практической конференции «Прикладная информатика и компьютерное моделирование», г. Уфа, Том. 1, БГПУ им. М. Акмуллы, С. 100-103.
160. Википедия. Критерии определения безопасности компьютерных систем [Электронный ресурс]. Адрес в Интернете: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Критерии\\_определения\\_безопасности\\_компьютерных\\_систем](https://ru.wikipedia.org/wiki/Критерии_определения_безопасности_компьютерных_систем).
161. INTERNATIONAL STANDART ISO/IEC 15408. Information technology. Security techniques. Evaluation criteria for IT security.

162. SecurityLab. Введена в действие «Оранжевая книга» [Электронный ресурс]. Адрес в Интернете: <http://www.securitylab.ru/informer/240650.php>
163. Блинов А.М. Информационная безопасность. – СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 2010.
164. Установочный файл среды программирования Python 2.7.2. [Электронный ресурс] Адрес в Интернете: <https://www.python.org/ftp/python/2.7.2/python-2.7.2.msi>
165. Установочный файл библиотеки компьютерного зрения OpenCV 2.4.9. [Электронный ресурс]. Адрес в Интернете: <http://sourceforge.net/projects/opencvlibrary/files/opencv-win/2.4.9/opencv-2.4.9.exe/download>
166. Установочный файл библиотеки NumPy [Электронный ресурс]. Адрес в Интернете: <http://sourceforge.net/projects/numpy/files/NumPy/1.6.1/numpy-1.6.1-win32-superpack-python2.7.exe/download>
167. Сайт разработчика NumPy. [Электронный ресурс]. Адрес в Интернете: <http://www.numpy.org/>
168. Установочный файл библиотеки SciPy. [Электронный ресурс]. Адрес в Интернете: <http://sourceforge.net/projects/scipy/files/scipy/0.9.0/scipy-0.9.0-win32-superpack-python2.7.exe/download>
169. Сайт разработчика SciPy. [Электронный ресурс]. Адрес в Интернете: <http://www.scipy.org/>
170. Сайт видео ресурсов научно-исследовательской лаборатории «Diamond Cyber Systems». [Электронный ресурс]. Адрес в Интернете: [http://diamondcs.ru/?page\\_id=162](http://diamondcs.ru/?page_id=162)
171. Установочный файл приложения YouTube-DL. [Электронный ресурс]. Адрес в Интернете: <https://yt-dl.org/downloads/2014.08.27.1/youtube-dl.exe>
172. Сайт разработчика YouTube-DL. Адрес в Интернете: <http://rg3.github.io/youtube-dl/>
173. Chi Ho CHAN.: Multi-scale Local Binary Pattern Histogram for Face Recognition, Submitted for the Degree of Doctor of Philosophy from the University of Surrey, Guildford, Surrey GU2 7XH, U.K., p. 158, 2008
174. Сухинов, А.А. Эффективная детекция лиц на многоядерном процессоре Eriphany [Текст] / А.А.Сухинов, Г.Б. Остроброд // Параллельные вычислительные технологии 2014 (ПАВТ'2014). – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2014, с. 319-329.

Научное издание

Алмаз Раилевич Исхаков  
Рамиль Фарукович Маликов

Моделирование систем технического зрения  
в модифицированных дескриптивных  
алгебрах изображений

Редактор Т.В. Подкопаева  
Технический редактор И.В. Пономарев

Лиц. на издат. деят. Б848421 от 03.11.2000 г. Подписано в печать 17.04.2015.  
Формат 60X84/16. Компьютерный набор. Гарнитура Times New Roman.  
Отпечатано на ризографе. Усл. печ. л. – 10,2 Уч.-изд. л. – 10.  
Тираж 100 экз. Заказ №

ИПК БГПУ 450000, г.Уфа, ул. Октябрьской революции, 3а