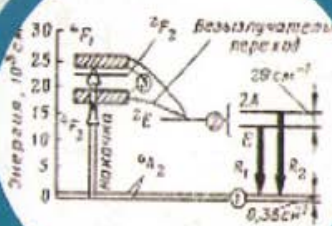
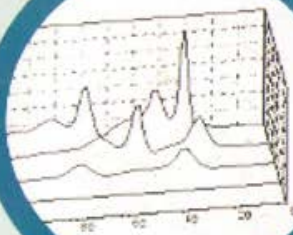


МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КООПЕРАТИВНЫХ КОГЕРЕНТНЫХ ЭФФЕКТОВ В СПЕКТРОСКОПИИ

$$\frac{\partial A^2}{\partial x} = \frac{\Omega}{n^2 v} \int R^2(\Delta) G(\Delta) d\Delta$$
$$\frac{\partial R^{\pm}}{\partial T} = (-\gamma_2 \pm i\Delta) R^{\pm} + 2A^{\pm} R^{\mp}$$
$$\frac{\partial Z}{\partial T} = -\gamma_1 Z - \Omega(A^+ R^-)$$



$$R^{\pm}(s+1, j-s) = [R^{\pm}(s, j-s) + \dots]$$
$$Z^{\pm}(s+1, j-s) = [Z^{\pm}(s, j-s) + \dots]$$
$$A^{\pm}(s+1, j-s) = A^{\pm}(s, j-s) + \dots$$



```
COMPLEX*8 A2,  
REAL*8 DD,GD,DG  
OPEN(2,FILE='SPEC  
OPEN(3,FILE='DOPT  
OPEN(4,FILE='ST.D  
OPEN(7,FILE='KOG  
OPEN(8,FILE='Z.D  
OPEN(9,FILE='IN  
OPEN(10,FILE='
```

АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ БАШКОРТОСТАН
ОТДЕЛЕНИЕ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ И ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМ. М. АКМУЛЛЫ

Р. Ф. Маликов

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
КООПЕРАТИВНЫХ КОГЕРЕНТНЫХ ЭФФЕКТОВ
В СПЕКТРОСКОПИИ**

Издательство «Гилем»
Уфа – 2006

УДК 519.7
ББК 22.18
М 18

*Издание осуществлено при финансовой поддержке
Фонда фундаментальных исследований
Академии наук Республики Башкортостан*

Маликов Р.Ф.

Математическое моделирование кооперативных когерентных эффектов в спектроскопии / Р.Ф. Маликов. – Уфа: Гилем, 2006. – 284 с.
ISBN 5-7501-0739-6

В монографии рассмотрены технологии метода математического моделирования «модель – алгоритм – программа – вычислительный эксперимент – обработка результатов» для исследования явлений в когерентной спектроскопии. Рассмотрены многочисленные модели и проведен анализ аналитических и численных решений. Разработаны программы для проведения вычислительного эксперимента. Эти исследования позволили представить физическую картину формирования динамики импульсов и спектра, таких кооперативных эффектов, как сверхизлучение, триггерное сверхизлучение, когерентное усиление импульсов и фотонное эхо в активных средах с реальными параметрами.

Для специалистов по математическому и компьютерному моделированию, научных работников в области нелинейной оптики и когерентной спектроскопии, а также для молодых ученых и магистров, начинающих свои исследования в области математического и компьютерного моделирования реальных объектов.

Рецензенты:

чл.-корр. РАН, д-р физ.-мат. наук, проф. *М.А. Ильгамов*

чл.-корр. АН РБ, д-р техн. наук, проф. *Р.А. Валиуллин*

ISBN 5-7501-0739-6

© Маликов Р.Ф., 2006

© Издательство «Гилем», 2006

ПРЕДИСЛОВИЕ

Электронно-вычислительную технику в области физических исследований стали применять в начале 50-х годов. С помощью электронно-вычислительных машин численно решали задачи, у которых нет аналитических решений. Приведем наиболее яркий исторический пример: в 1955 г. специалисты по вычислительной математике, работавшие в Лос-Аламосе, попросили Энрико Ферми поставить задачу, отвечающую трем условиям: она должна представлять интерес для физиков, не должна иметь аналитического решения и быть по силам ЭВМ, существовавшим в то время. Ферми предложил выяснить, как возникают статистические свойства в цепочке из 100 связанных нелинейных осцилляторов. В то время считалось, что любая нелинейность автоматически порождает статистические свойства. Однако проведенный машинный эксперимент дал отрицательный результат, положив начало многочисленным работам, посвященным попыткам понять это явление, получившее название явления Ферми–Паста–Улама.

Таким образом, уже первый машинный (вычислительный) эксперимент поставил под сомнение один из разделов статистической физики (эргодическую теорию), согласно которой экспериментально наблюдаемые макрорезультаты возникают в результате некоего усреднения микрорезультатов. Статистическая физика позволяет связать микроскопический уровень объяснения с макроскопическим, однако при этом создатель статистической теории вынужден постулировать способ усреднения. Используемые постулаты проверить обычно невозможно, поэтому время от времени возникают сомнения в их достоверности. В результате, несмотря на большие успехи статистических теорий в механике и физике, вопрос – правильно ли мы понимаем и описываем макроскопические явления – часто остается без ответа. И здесь ЭВМ выступает, как мы видели, в роли арбитра.

Численные эксперименты постепенно выводят из тупика традиционную теоретическую физику, создававшийся веками аппарат которой оказался неэффективным при решении нелинейных задач. Синергетика (наука о саморазвивающихся, самоорганизующихся системах), лазеры, взаимодействие излучений с веществом, разрушение и т.п. – все эти направления науки и техники приводят к принципиально нелинейным уравнениям. Традиционный путь решения такого типа задач состоит в формулировке нелинейной задачи, ослаблении нелинейности и приближенном решении. Если применять ЭВМ, то полученные численные решения позволяют лучше понять суть рассматриваемого явления. Иногда после такой машинной подсказки удается отделить главные факторы от второстепенных и, по-новому сформулировав проблему, построить более простое нелинейное уравнение, имеющее аналитическое решение. Как правило, при этом возникает новое научное направление с массой интересных компьютерных и аналитических результатов. Например, всплеск научного интереса к солитонам в 60-е годы объясняется попыткой понять проблему Ферми-Паста-Улама, с которой солитоны оказались тесно связаны (Крускал, Забуски), а интерес к явлению сверхизлучения (superradiance) и фотонного эха в 80-х годах – с попыткой создания сверхизлучающих лазеров и оптических ячеек памяти для ЭВМ.

Таким образом, новый метод исследования – комбинация аналитических методов и численного компьютерного эксперимента – становится все более важным в научном открытии, чем и определяется его значение в образовательном уровне современного специалиста по математическому моделированию.

В настоящее время возможности исследования оптических эффектов и явлений в когерентной спектроскопии расширились. Это обусловлено развитием фемтосекундной и криогенной техники. Рассмотренные в книге когерентные эффекты для примесных кристаллов реализуются при азотных и гелиевых температурах. В монографии представлена методика теоретического исследования физической картины кооперативных эффектов в когерентной спектроскопии методом математического моделирования с использованием полуклассического подхода к описанию поля и системы атомов. Математические модели, описывающие взаимодействие оптического излучения с системой резонансных атомов, представляются в виде нелинейных систем уравнений в частных производных. В частном случае они могут

быть приведены к уравнениям гиперболического типа, в общем случае эта система уравнений может быть решена численными методами с помощью компьютерного эксперимента.

Написание данной монографии обусловлено двумя причинами.

Первая заключается в ознакомлении и популяризации интересных явлений в когерентной спектроскопии, таких, как сверхизлучение, индуцированное (триггерное) сверхизлучение, когерентное, некогерентное, летаргическое усиление ультракоротких импульсов света, световое (фотонное) эхо. Рассмотренные кооперативные эффекты реализуются в условиях сохранения фазовой памяти многоатомной системы, т.е. когда длительность импульса излучения меньше времени релаксаций населенности и поляризации атомов. Использование предельно коротких оптических импульсов длительностями в несколько фемтосекунд, позволяет исследовать структуру кристаллов, оптические характеристики и параметры кристаллов и атомов. Рассмотренные в монографии явления могут быть использованы для укорочения ультракоротких импульсов в нано- и пикосекундном диапазоне, для создания оптических лазеров на явлениях сверхизлучения и постоянно запоминающих устройств (ПЗУ) и оперативно запоминающихся устройств (ОЗУ) памяти для оптических ЭВМ на явлениях фотонного аккумулированного, стимулированного и фотохимического эха.

Вторая состоит в представлении классического примера использования вычислительной техники, математических методов и математического моделирования в научном исследовании кооперативных эффектов в когерентной спектроскопии.

Монография предназначена не только для специалистов в области математического моделирования и когерентной спектроскопии, но и для молодых ученых и магистров, начинающих свои исследования в области математического и компьютерного моделирования реальных явлений и объектов и работающих над магистерскими, кандидатскими и докторскими диссертациями по специальности «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ». Знакомство и изучение описанных явлений в монографии позволит молодым ученым корректно использовать модный термин «superradiance» в своих работах в области нелинейной оптики и когерентной спектроскопии как в России, так и за рубежом.

Книга состоит из восьми глав.

Первая глава носит вводный характер. Здесь даны общие понятия и этапы математического моделирования и дается характеристика различных методов процесса моделирования физико-механических систем и объектов.

Вторая глава посвящена построению полуклассической теории кооперативных когерентных эффектов в излучении, исследованию устойчивости и сходимости алгоритма приближенного решения уравнений Максвелла – Блоха и построению компьютерной вычислительной установки.

В третьей главе рассматриваются математические, аналитические модели явления сверхизлучения, и проведен численный анализ этого явления в зависимости от параметров среды и поля.

В четвертой главе на основе математического и компьютерного моделирования исследуется явление индуцированного сверхизлучения в зависимости от различных параметров среды и поля.

В пятой главе приводится построение математической модели и программной установки для исследования кооперативных когерентных явлений при некогерентной накачке.

В шестой главе методом математического моделирования проводится исследование усиления ультракоротких импульсов света в лазерных системах при низких температурах.

В седьмой главе приводятся технологии математического моделирования кооперативных эффектов в средах с расщеплением энергетических уровней, и проводится сравнение теоретических и экспериментальных результатов когерентного усиления в кристалле рубина.

В восьмой главе даются основы и результаты исследования явления светового (фотонного) эха методом математического моделирования.

Автор выражает искреннюю признательность своим коллегам, совместные работы с которыми использованы в этой книге, и особую благодарность профессорам В.А. Малышеву и Е.В. Трифонову за сотрудничество и помощь при написании данной книги.

ГЛАВА 1

МЕТОД И ЭТАПЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Всю совокупность знаний человека можно представить как модель материального мира, в которой отражен сам субъект моделирования. Метод математического моделирования используется и находит широкое применение в экономике, биологии, физике, при исследовании процессов, происходящих в алюминиевом производстве, при разработке и добыче нефти и газа и во многих других областях знаний и производства. Методы моделирования в настоящее время внедрились не только в технические области, но и в сферы социально-экономические, общественные, международных отношений, т.е. практически во все сферы человеческой деятельности. Это связано с необходимостью расширения и углубления знаний о реальном мире. Существует множество реальных объектов и процессов, информацию о которых мы не можем получить из-за малости или масштабности размеров (объекты микро- и макрокосмоса), высоких или криогенных температур; не можем проводить эксперименты, что связано с длительностью процесса (экологические); высокой стоимостью исследований объекта-оригинала; уникальностью объекта исследования; отсутствием объекта-оригинала (эскизные, архитектурные и конструкторские проекты), опасностью исследования (ядерные взрывы).

Возможность использования методов моделирования связана с научно-технической революцией в области информатизации и телекоммуникации; развитием вычислительной техники; появлением компьютерных систем автоматического проектирования и моделирования. Развитие персональных вычислительных машин и методов ма-

тематического моделирования позволяет сегодня решать задачи, о которых лет тридцать тому назад мы только мечтали. Выше сказанное позволяет говорить о том, что изучение основ и методов математического и компьютерного моделирования является одной из важных задач образовательного процесса не только специалистов по математическому моделированию, информатике, информационным системам и технологиям, но и инженеров, работников различных областей науки, техники и производства.

Данный метод выделился в отдельную междисциплинарную область знаний, относится к теоретическим методам познания и преподается во многих высших учебных заведениях различного профиля.

Использование метода математического моделирования как средства решения сложных научных и прикладных проблем в случае каждой конкретной задачи имеет специфические особенности. Тем не менее всегда четко просматриваются характерные основные черты, позволяющие говорить о единой структуре этого процесса.

Математическое моделирование предполагает построение математических моделей и получение решений на основе различных подходов и технологий. Основная сущность этого метода и технологии моделирования отражена в триаде академика А.А. Самарского «модель – алгоритм – эксперимент». Рассматриваемый метод представляет собой некий технологический процесс, который принято подразделять на ряд этапов. Деление на этапы является условным.

Примеры использования метода математического моделирования изложены в ряде монографий и книг [1–14].

1.1. ЭТАП ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Представим себе, что в связи с научной или производственной необходимостью перед группой специалистов поставлена задача построения и решения математической модели реального объекта или явления.

Какова последовательность или этапы решения поставленной проблемы методом математического моделирования?

Первым этапом в методе математического моделирования является этап построения математической модели. Данный этап предполагает некоторую последовательность действий. В дальнейшем мы бу-

дем рассматривать задачу построения математической модели физических объектов.

1. Для исследуемого объекта формулируется содержательная постановка задачи, иначе говоря, строится информационная физическая модель с критическим анализом существующих экспериментальных данных, связанных с изучаемым объектом, процессом или явлением. В рассматриваемом явлении проводится выделение существенных факторов и свойств объекта. Здесь же определяется цель предполагаемого исследования, т.е. перечень задач и вопросов, которые необходимо решить.

2. Формулируются гипотезы, предпосылки, допущения относительно свойств и поведения объекта моделирования, определяются параметры предполагаемой модели, границы (интервалы) применимости модели (полученные результаты будут справедливы только в рамках этих границ). Эту часть постановки задачи часто называют концептуальной.

3. Математическая постановка задачи, конструирование математической модели проводится физиками, математиками или другими специалистами, хорошо знающими данную предметную область. Модель записывается в математических терминах, как правило, в виде дифференциальных или интегро-дифференциальных уравнений или системы таких уравнений. Указываются дополнительные условия, представляющие собой начальные или граничные условия, которым должно удовлетворять искомое решение.

Физика – это наиболее интересная область знаний, в которой наглядно можно представить принципы и методы построения математической модели. Перечислим некоторые существующие в теоретической и прикладной физике методы создания (построения) математической модели.

1) Наиболее распространен метод *от общего к частному*: для создания математических моделей применяют *фундаментальные законы природы*. Это могут быть законы сохранения, которые, возможно, существуют в рассматриваемом объекте, или законы природы, которым подчиняются эти явления, или вариационные принципы – общие утверждения о движении (эволюции) объекта, которые подчиняются определенным экстремальным условиям.

Законов сохранения в природе достаточно много, в физике – это законы сохранения массы, энергии, импульса, моментов импульса, числа частиц, заряда и т.д.

Использование законов сохранения для построения математических моделей начинается с анализа реального процесса. Закон, присущий данному объекту, записывается в математических терминах. Чаще всего первоначальная модель является достаточно простой и может быть сведена к обыкновенному дифференциальному уравнению. Затем проводится исследование поведения модели, результаты сравнивают с данными эксперимента или расчетами на основе других моделей, т.е. выясняют адекватность модели изучаемому явлению.

Использование фундаментальных законов природы для создания математических моделей демонстрирует, в частности, курс общей и теоретической физики. Для описания любого физического объекта применяют законы природы, представленных в виде фундаментальных уравнений: уравнения движения Ньютона, Лагранжа, Гамильтона в механике; уравнения Максвелла в электродинамике; уравнения Шредингера, фон Неймана в квантовой механике и комбинации перечисленных уравнений.

Создание математической модели при применении фундаментальных уравнений идет по следующему пути: начав со сложного уравнения или системы уравнений, исследователь выясняет, что в силу специфики рассматриваемого явления или задачи эти уравнения могут быть упрощены. Иначе говоря, если математическая модель настолько сложна, что невозможно решить ее современными математическими методами, то ее приводят к более простой форме, в которой сохраняются свойства исходной математической задачи. Такая упрощенная модель используется для выяснения математических вопросов принципиального характера, для исследования вида зависимости решения от параметров, а также в качестве теста для отработки алгоритма численного решения основной задачи. Для предварительного исследования построенной модели используется аналитический метод, включающий в себя анализ размерности величин, поиск частных решений, рассмотрение предельных случаев. Таким образом, получают первоначальную информацию о характере изучаемого явления.

Построение математических моделей возможно на основе вариационных принципов: виртуального перемещения, наименьшего (экстремального) действия, наименьшего принуждения. Эти принципы относятся в некотором смысле к фундаментальным законам природы.

Вариационные принципы представляют собой общие утверждения о рассматриваемом объекте (системе, явлении) и гласят, что из всех возможных вариантов его поведения (движения, эволюции) выбирают лишь те, которые удовлетворяют определенному условию. Обычно согласно этому условию некоторая связанная величина достигает экстремального значения при переходе из одного состояния в другое. Иногда такой подход к построению математической модели называют **вариационным методом**.

2) Построить математическую модель для сложных объектов сразу во всей полноте с учетом всех факторов бывает довольно сложно, поэтому для построения моделей адекватных объекту используют метод **«от простого к сложному»**.

Подход к построению математической модели реального процесса (явления) на основе существующих простых моделей получил название **иерархического метода**, или **метода от простого к сложному**. Создав вначале простую математическую модель, решают и исследуют ее поведение, результаты сравнивают с данными эксперимента или расчетами на основе других моделей. Если эта модель не удовлетворяет результатам эксперимента, то строится следующая сложная модель, адекватная реальному объекту (явлению). Таким образом, строится иерархия все более полных моделей.

3) **Метод аналогий** позволяет строить математической модели в экологии, биологии и других областях науки. Сущность его состоит в поиске и нахождении в природе явлений и процессов, подобных, аналогичных изучаемому явлению. Подобные, аналогичные явления в природе встречаются достаточно часто, например, колебания физического маятника и зарядов в колебательном контуре или явления радиоактивного распада и спонтанного излучения атомов и др. Такие явления описываются одинаковыми уравнениями. Результаты, полученные для одного явления, можно считать решением другого.

4) Следующий метод называют **статистическим**. Модель строится на основе статистического анализа экспериментальных данных или наблюдений. Метод основан на теории математической статистики и широко используется в экономике, социологии, педагогике, психологии и др.

Создание адекватной модели реальному объекту возможно, если мы используем комбинации перечисленных методов.

4. После построения математической модели проводится предварительное исследование:

- на корректность поставленной задачи;
- на единственность решения;
- на адекватность построенной модели реальному объекту.

Если моделируются сложные объекты, то при исследовании выделяются подсистемы, для которых строятся математические модели. Данный набор моделей определенным образом структурирован и упорядочен. Такой подход к моделированию часто называют прикладным или структурным математическим моделированием. При прикладном математическом моделировании принципиальным моментом является то, что речь идет не об отдельной математической модели (отдельной какой-то задаче), а об определенном классе (наборе) математических моделей (задач), связанных между собой.

1.2. ЭТАП ВЫБОРА МЕТОДА РЕШЕНИЯ И ПОСТРОЕНИЯ АЛГОРИТМА МОДЕЛИРОВАНИЯ

На этом этапе необходимо осуществить выбор метода решения математической модели. Математические модели можно решать различными методами.

1. **Аналитический метод** дает решение математической модели физической задачи либо в виде компактной формулы, либо в виде разложения в ряды или интегралы по полному набору собственных функций какого-нибудь оператора.

Задача классического математика состоит в применении известных и разработке новых математических методов и способов для решения математической модели реального процесса или явления, чаще всего представленного в виде системы линейных и нелинейных уравнений и неравенств или дифференциального, интегрального уравнения, системы дифференциальных или интегро-дифференциальных уравнений.

Аналитическое решение математической модели объекта или явления математики находят, применив различные приближения, т.е. решают упрощенную задачу (модель). Корректность решения зависит от используемого приближения.

Любая задача имеет геометрические ограничения (плоскость, шар, цилиндр, эллипсоид и т.д.), которые записываются в виде начальных и граничных условий для дифференциальных или геометрических областей в интегральных уравнениях. Усложнение геометрии задачи

иногда вызывает непреодолимые трудности в нахождении аналитических решений.

Достоинство аналитических методов в том, что полученная аналитическая формула даже для упрощенной модели удовлетворительно характеризует суть явлений. Аналитические решения позволяют понять и наглядно представить основные закономерности, особенно при изучении нового явления или процесса. Поэтому при математическом моделировании явлений на первом этапе используют аналитический способ первоначального анализа математической модели. Исследование объекта или явления обычно начинается с поиска возможных аналитических решений упрощенной математической модели. Полученные аналитические решения часто используются как тестовые модели для сравнения результатов решения математической модели, полученных с помощью численного метода и математических пакетов.

2. Численный метод связан с разработкой метода вычисления сформулированной математической задачи (создания или использования готового вычислительного алгоритма задачи) [17–23]. Дискретный аналог математической модели – это разностные уравнения, представляющие собой совокупность цепочек алгебраических формул, по которым ведутся вычисления, и логических условий, позволяющих установить нужную последовательность применения этих формул.

Использование численных моделей позволяет исправить часть недостатков аналитического метода:

1) численное моделирование часто позволяет решать математические модели реального объекта со сложной геометрией;

2) имеется возможность решения более реальных математических моделей, моделирующих явление или процесс, т.е. решения нелинейных дифференциальных, систем дифференциальных уравнений в частных производных, интегральных уравнений.

Численный метод – это приближенный метод решения, поэтому одним из существенных его недостатков является оценка погрешности. Аналитическая оценка погрешности – чаще всего более сложная процедура, чем сам процесс решения, иногда она просто невозможна. В этих случаях для оценки погрешности используют вычислительный эксперимент или сравнение с аналитическими решениями и реальным натурным экспериментом.

3. Метод статистических испытаний (Монте-Карло) заключается в применении теории вероятности и математической статистики для решения задач в различных областях и близок к численному методу. Освоить этот метод можно по книгам [9, 14, 24–33]. Однако в нем подход к решению поставленной задачи имеет свою специфику. В частности нет необходимости создания разностной (дискретной) модели. В этом методе реальному процессу сопоставляется вероятностный процесс. Решение имитационной (вероятностной) модели считается решением реальной задачи. Метод Монте-Карло (вероятностно-имитационного и статистического моделирования) является одним из мощных методов численного решения математических задач, особенно в тех случаях, в которых проблему невозможно решить ни аналитическими, ни приближенными методами.

Таких задач, решения которых необходимы для физических, экономических, психолого-педагогических, производственных и других областей, в настоящее время достаточно много, и одним из направлений развития математических методов является применение именно этого метода.

Все перечисленные выше недостатки аналитических и классических приближенных методов в нем отсутствуют. Таким образом, метод Монте-Карло:

- метод универсален;
- нет сложностей в выборе геометрии выбранной задачи;
- метод является прямой математической моделью реального процесса, достаточно описать имитирующий вероятностный процесс;
- нет необходимости создания математической модели в виде интегрального или дифференциального уравнения или их комбинаций;
- точность в оценке погрешности слабо зависит от размерности пространства и памяти ЭВМ.

Основной недостаток метода Монте-Карло заключается в оценке погрешности, точнее, в ее определении. Погрешность в определении искомой величины методом Монте-Карло определяется статистической погрешностью, которую можно записать как

$$\delta = \frac{c}{\sqrt{N}}.$$

Из этой формулы следует, что число испытаний N должно быть достаточно большим. Сложность в определении погрешности вычис-

ления данным методом состоит в определении коэффициента c в числителе. Во многих задачах применение аналитических методов позволяет определить и уменьшить значение коэффициента c . В этом случае использование метода Монте-Карло позволяет получить не только количественные характеристики, но и необходимые качественные закономерности.

Второй недостаток метода связан с необходимостью проведения однотипных расчетов для нескольких серий экспериментов на ЭВМ, их количество связано с количеством испытаний $N_1 \cdot N_2$, где N_1 – количество испытаний для одной серии, N_2 – количество серий экспериментов. Этот недостаток фактически связан с быстродействием современных вычислительных машин.

Необходимость использования метода Монте-Карло может следовать из того, что поставленная задача не может быть решена с помощью аналитических и классических приближенных численных методов.

Опыт работы специалистов по методу Монте-Карло показывает, что:

1) нет такого классического приближенного метода расчета, который бы не мог быть усовершенствован превращением его в метод Монте-Карло;

2) нет такой схемы Монте-Карло, которая бы не могла быть усовершенствована на основе известных аналитических решений, имеющих для данного класса задач.

Аналитические, приближенные методы и метод Монте-Карло дополняют друг друга.

4. Информационные системы компьютерного проектирования и моделирования. Следующие методы решения математической модели – это применение различных информационных систем проектирования и моделирования, которые можно подразделить на системы компьютерной математики и технического моделирования (рис. 1.1) [34–44]. Хотя эти компьютерные системы являются отражением разработанных численных методов на современном этапе и не всегда возможно их использовать из-за ограниченности имеющихся методов решения, возможности систем компьютерной математики расширяются и растут. Появление систем схмотехнического моделирования позволяет решать и анализировать математические модели с помощью имитаторов электронных приборов и логических схем [45–51].

К системам компьютерной математики можно отнести пакеты Derive, Mathematica, MathCad, Maple, MatLAB и др. В них алгоритмированы, систематизированы и заложены в виде процедур практически все известные методы аналитического и численного решения математических задач.

Наряду с разработкой цифровых электронных вычислительных машин развивалось направление аналоговых вычислительных машин

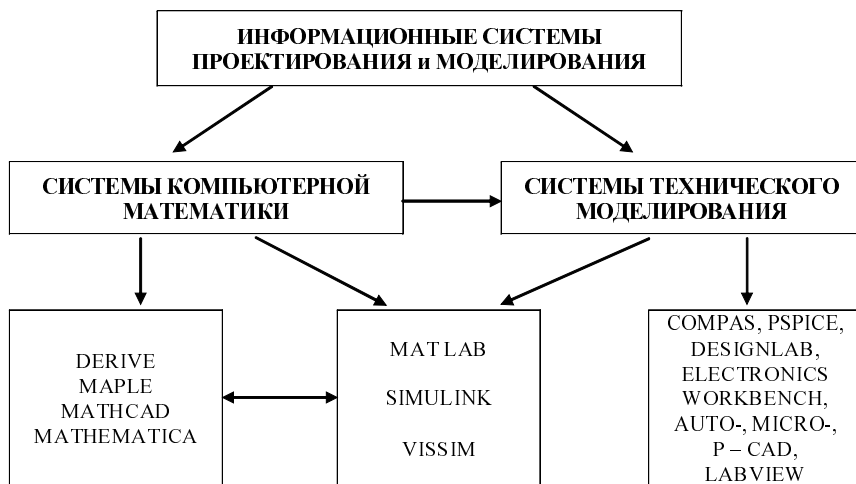


Рис. 1.4. Условная классификация информационных систем по типу решаемых задач

(АВМ), с помощью которых решались различные физические и математические задачи.

АВМ позволяли решать различные виды математических моделей, представленных в виде дифференциальных уравнений, с помощью натурального схмотехнического моделирования [52–53]. Аналоговые ЭВМ в настоящее время не разрабатываются. Однако в последние годы появились информационные системы (компьютерные виртуальные конструкторы), в частности, Electronics Workbench, Simulink, Vissim, LabVIEW и др., позволяющие решать инженерные задачи систем автоматического управления, а также различные математические задачи с помощью схмотехнического моделирования.

Системы технического моделирования построены по принципу конструктора, по системе блоков. В системах технического моделирования виртуально можно собирать и конструировать любые электротехнические схемы с использованием компьютерных аналогов электротехнических и измерительных деталей, а также инженерные, технические имитаторы электронных приборов и логических устройств. Более того, проектированные и созданные виртуальные инженерные и производственные компьютерные объекты и установки можно использовать для натурального эксперимента и производственных испытаний в реальном масштабе времени.

Применение систем компьютерной математики и схемотехнического моделирования позволяет модельщикам оперативно оценить решения простых упрощенных моделей, представить закономерности изучаемого явления; перейти к выбору метода и способа решения более реалистической математической модели и полномасштабному исследованию реального явления или процесса.

Достоинство применения математических систем состоит в сокращении времени решения математической задачи. Недостаток на сегодняшний день заключается в ограниченности методов решения систем дифференциальных и интегральных уравнений, а также систем нелинейных уравнений в частных производных.

При компьютерном моделировании с помощью систем компьютерной математики важен также субъективный фактор. Глубокое знание и освоение технологий математического моделирования в системах MathCAD, Maple, MatLAB и в других пакетах существенно отражается на оперативности решения математической модели реального объекта.

1.3. ЭТАП РАЗРАБОТКИ КОМПЬЮТЕРНОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

На этом этапе проводится разработка компьютерной вычислительной установки для решения математической модели.

Если при решении математической модели мы используем численный метод и метод Монте-Карло, то для реализации разработанного алгоритма необходимо создание программы на машинных языках. Существует много языков программирования, каждый из кото-

рых ориентирован на определенный тип машины, на свой класс задач. Наиболее распространенные языки программирования – Бейсик, Фортран, Паскаль, СИ, Ассемблер.

Разработка и реализация программного обеспечения для решения математической модели имеет свои этапы и особенности:

- создание технического задания на программное обеспечение;
- создание структуры программного комплекса;
- программирование;
- отладка и тестирование;
- разработка технического описания программного обеспечения для эксплуатации;
- сопровождение программного обеспечения.

Программное обеспечение современной ЭВМ представляет собой сложное хозяйство, включающее языки, трансляторы, операционные системы, библиотеки стандартных программ, вспомогательные информационные системы, пакеты прикладных программ и прочие программные продукты.

Современное программирование – это самостоятельная наука с фундаментальными принципами, подходами и методами.

Таким образом, проведение вычислительного эксперимента требует от специалиста по математическому моделированию не только знаний языков программирования и навыков работы на вычислительных машинах, но и умений по созданию спецификаций на техническое задание, описание и навыков сопровождения программного обеспечения.

После создания технического задания и структуры программного комплекса согласно разработанному алгоритму необходимо разработать (написать) программу, затем отыскать и исправить все ошибки и опечатки, допущенные как при создании алгоритма, так и при его программной реализации.

Отладка программы – это процесс поиска и устранения ошибок в программе, производимых по результатам ее прогона на компьютере. При отладке происходит локализация и устранение синтаксических ошибок и явных ошибок кодирования.

Тестирование – это испытание, проверка правильности работы программы в целом или ее составных частей. В процессе тестирования проверяется работоспособность программы.

Отладка и тестирование – это два различных процесса. Отладка выясняет причину неправильной работы программы, а тестирование устанавливает факт наличия ошибок.

В современных программных системах отладка осуществляется с помощью специальных программных средств, называемых отладчиками, которые обеспечивают следующие возможности:

– пошаговое выполнение программы с остановкой после каждой команды;

– просмотр текущего значения любой переменной или нахождение значений любого выражения, в том числе использование стандартных функций;

– установка необходимого нового значения переменной;

– установка в программе контрольных точек, в которых программа временно прекращает свое выполнение, так что можно оценить промежуточный результат.

При отладке программ нужно помнить, что при начальном процессе отладки необходимо использовать простые тестовые данные. Возникающие затруднения устранять строго поочередно.

Тест – это совокупность данных плюс точное описание соответствующих этим данным всех результатов программы в том виде, в котором они должны быть выданы.

При тестировании проводятся различные проверки программного обеспечения:

- проверка в нормальных условиях;
- проверка в экстремальных случаях;
- проверка в исключительных случаях.

Программу условно можно считать правильной, если при прогоне по выбранной системе тестов получаем правильный результат. Для реализации тестовых методов должны быть изготовлены эталонные результаты тестов. Тестовые данные обеспечивают проверку всех возможных условий возникновения ошибок. Необходимо испытать каждую ветвь алгоритма: очередной прогон должен контролировать то, что не было проверено на предыдущих прогонах; первый тест должен быть максимально прост, чтобы выяснить, работала ли программа вообще; арифметические операции в тестах предельно упрощаются для сокращения объема вычисления. Уменьшение вычислений не должно снижать надежности контроля; тестирование является целенаправленным и систематизированным, так как случайный

выбор набора тестов данных обычно приводит к затруднению в определении ручным способом ожидаемых результатов. Усложнение тестовых данных необходимо проводить постепенно.

В этих предварительных расчетах тестируется также сама математическая модель, выясняется, насколько хорошо она описывает изучаемый класс явлений, в какой степени адекватна реальности. Существуют различные методы тестовой проверки математической модели:

1) использование при математическом моделировании реальных процессов, законов сохранения (интегралов движения), которые являются вспомогательными уравнениями, помогающими при решении дифференциальных уравнений протестировать полученное численное решение, т.е. являются контрольными уравнениями, проверяющими правильность решения на ЭВМ;

2) проверка порядка и размерности величин;

3) использование метода сравнения результатов моделирования с возможными аналитическими решениями упрощенной модели (асимптотика);

4) использование сравнения результатов расчета на ЭВМ с экспериментальными надежными данными по изучаемому явлению;

5) анализ свойств решения (проверка инвариантности).

Эти методы обычно используются в комплексе. Сопоставление результатов тестовой проверки позволяет уточнить математическую модель, обрести уверенность в правильности предсказаний, которые будут получены с ее помощью.

Освоение численных методов решения дифференциальных уравнений или системы дифференциальных уравнений и создание программного обеспечения являются одним из необходимых навыков решения физических задач. Однако надо осознать, что временные затраты на разработку программного обеспечения для решения достаточно сложных математических моделей измеряются иногда не в днях, а в месяцах. Поэтому в некоторых случаях имеет смысл воспользоваться пакетами для математических расчетов типа Maple, MathCAD, MatLAB и т.п.

Этапы создания компьютерной вычислительной установки при использовании систем компьютерной математики и схемотехнического моделирования те же, что и при создании с помощью языков программирования. Однако при этом изменяется стиль создания программного обеспечения, используется технология моделирования, в

частности, языка программирования самого математического пакета или применения заложенных в этих пакетах процедур и технологий решения математических моделей.

1.4. ЭТАП КОМПЬЮТЕРНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ИЛИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

На данном этапе проводятся расчеты на ЭВМ, где наиболее отчетливо проявляется его сходство с экспериментом натурным, поэтому этот этап часто называют вычислительным экспериментом. Если в лаборатории экспериментатор с помощью специально построенной установки задает вопросы природе, то специалисты по вычислительному эксперименту с помощью ЭВМ ставят эти вопросы перед математической моделью. Ответ в обоих случаях получается в виде некоторой цифровой информации, которую предстоит еще расшифровать. Причем в современных физических экспериментах со сложными объектами или процессами, протекающими в экстремальных условиях, каждое измерение температуры, плотности, скорости и т.д. дается с большим трудом. Зачастую нужную информацию приходится извлекать из косвенных данных. Точность полученных результатов, как правило, невелика.

Иное дело – вычислительный эксперимент. ЭВМ в процессе расчета может выдавать любую информацию, необходимую исследователю. Конечно, точность этой информации будет определяться достоверностью самой модели. Именно по этой причине в серьезных прикладных исследованиях никогда не начинают вести полномасштабные, или, как говорят, производственные, расчеты по новой программе.

Отметим, что в отличие от обычного физического эксперимента, который сопровождается известными и неизвестными воздействиями, в машинном эксперименте можно контролировать входные данные.

Преимущество компьютерного эксперимента состоит в том, что это интегральный метод исследования. Обычно сложное явление разбивают на части, вследствие чего пропадает взаимодействие, а результаты изучения отдельных частей нередко плохо согласуются друг с другом. Компьютерный же эксперимент играет роль синтезатора, позволяющего всесторонне исследовать все перестановки и сочета-

ния исходных, фундаментальных событий, заложенных в модель процесса, и изучить их взаимодействие, не нарушая связей.

Терминология компьютерной физики в настоящий момент еще формируется. Работы подобного рода часто называют машинным или компьютерным моделированием, поскольку вначале создают модель явления, затем исследуют ее на ЭВМ. Иногда применяют и другие термины: вычислительный или численный эксперимент, численное моделирование и т.п.

В отличие от аналитической процедуры решения вычислительный эксперимент имеет многовариантный характер, так как при его использовании каждый конкретный расчет проводится при фиксированном значении параметров. Если параметров много, то приходится проводить большое число расчетов однотипных вариантов задачи, отличающихся значениями некоторых параметров.

При вычислительном эксперименте часто используется теория планирования эксперимента, так как многовариантные расчеты путем планирования в широких пределах свободных параметров модели требуют осмысленного, направленного действия.

Проведение расчетов – это исследовательская работа, поиск, имеющий свою стратегию. Фактически в процессе расчетов осуществляется диалог «человек – компьютер».

1.5. ЭТАП ОБРАБОТКИ И АНАЛИЗА РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Обработка результатов расчетов, их всесторонний анализ и, наконец, выводы составляют сущность пятого этапа. Выводы, полученные на этом этапе, бывают в основном двух типов: либо возникает необходимость уточнения модели; либо результаты, пройдя проверку на разумность и надежность, публикуются или передаются заказчику на использование.

Однако чаще всего эти две стороны переплетаются: выясняются какие-либо необычные формы протекания изучаемого процесса, неожиданные режимы работы проектируемой установки, в результате чего появляется желание уточнить те или иные детали процесса. Математическая модель модифицируется, как правило, усложняется, и начинается новый цикл компьютерного исследования со всеми его этапами. В этом случае говорят о многомодельности и цикличности вычислительного эксперимента.

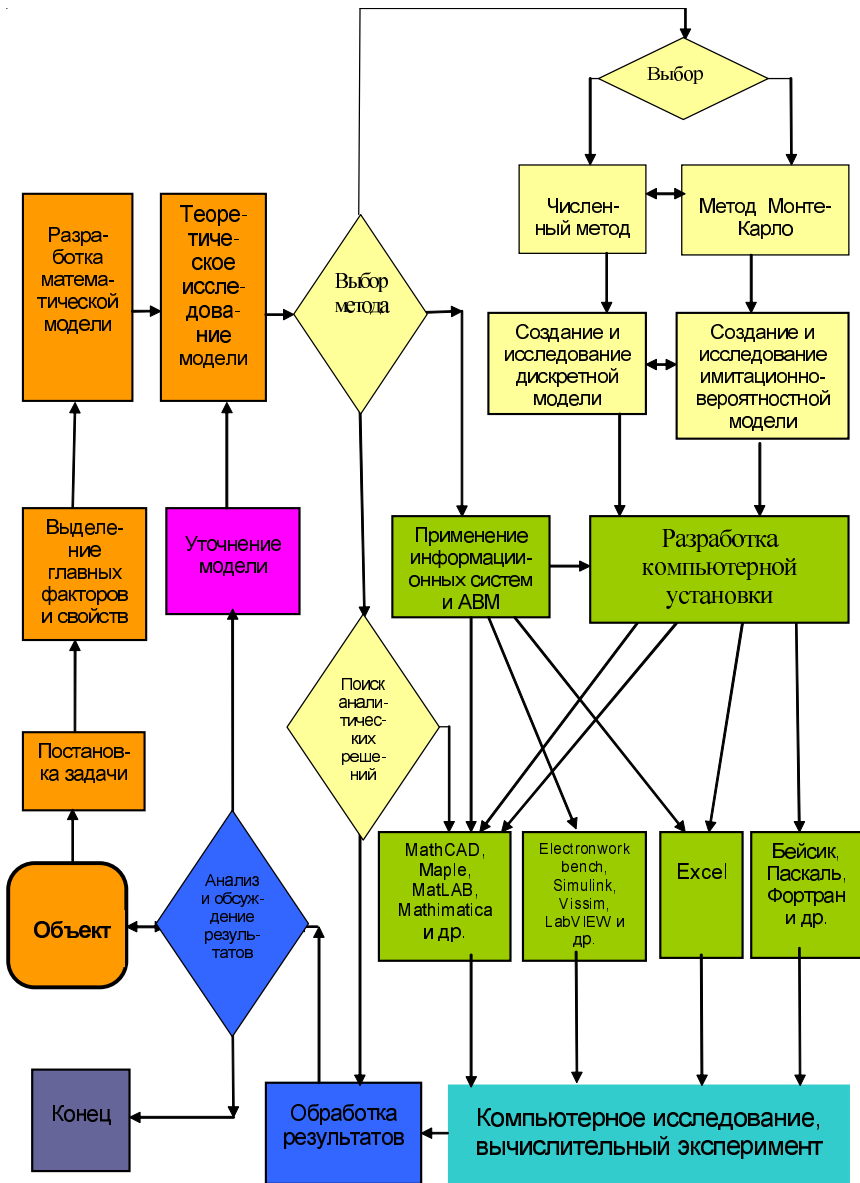


Рис. 1.2. Схема математического и компьютерного моделирования реальных процессов и явлений

Визуализация результатов вычислительного эксперимента проводится на основе графических пакетов, компьютерной графики, систем 3D - моделирования и анимации [54–57].

После проведения длительной, кропотливой работы с использованием метода планирования эксперимента с помощью компьютерной установки мы выясняем картину изучаемого реального процесса или явления. Если компьютерная установка позволяет предсказывать поведение исследуемого объекта, в частности, в условиях, при которых эксперименты пока не проводились или они вообще невозможны, то считается, что достигнута одна из основных целей компьютерного моделирования – управление поведением реального объекта. Выяснение и прогнозирование поведения процесса с помощью компьютерной установки (модели) и возможность управлять поведением реального объекта являются конечной целью теории математического и компьютерного моделирования.

Технологический цикл математического и компьютерного моделирования реальных объектов, явлений и процессов представлен схематически на рис. 1.2. После нескольких описанных циклов вычислительного эксперимента поведение исследуемого объекта становится достаточно ясным и понятным. На очередном витке этапа математического моделирования возможно упрощение модели, на построение своего рода «инженерных формул», которые опираются на сложные модели и расчеты и дают возможность получить необходимую информацию значительно более дешевым образом. Рассматриваемые методы математического и технологии компьютерного моделирования ориентированы на решение научных и производственных задач в различных областях.

Отметим, что результаты математического моделирования в значительной степени определяются тем, какие математические модели удалось построить, насколько они адекватны исследуемому процессу и доступны для исследования.

ГЛАВА 2

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ КОГЕРЕНТНЫХ ПРОЦЕССОВ В ПРИМЕСНЫХ КРИСТАЛЛАХ

Когда мы говорим о когерентности, то вспоминаем определенные когерентности электромагнитных волн или явление вынужденного излучения света. Когда речь идет о когерентных кооперативных явлениях в спектроскопии, то мы должны иметь в виду не только когерентность излучаемыми атомами электромагнитных волн, но и когерентность дипольных моментов самих излучаемых атомов. Поэтому в дальнейшем под когерентными процессами в спектроскопии необходимо понимать явления, в которых дипольные моменты атомов когерентны при излучении или при взаимодействии с электромагнитным излучением. Когерентность предполагает коррелированность атомных состояний и сохранение сфазированности дипольных моментов атомной системы в течение всего процесса излучения многоатомной системы.

Первой работой в этой области было теоретическое исследование Дики о когерентности спонтанного излучения многоатомной системы [1]. Им было получено, что для систем с размерами меньшими, чем длина волны излучения ($L \ll \lambda$), интенсивность спонтанного излучения связана с возникновением макроскопического момента. Качественно это явление можно пояснить следующим образом: за время прохода фотона через систему происходит спонтанная корреляция дипольных моментов многоатомной системы. Дипольный момент макроатома $D \sim N \cdot d$, где N – число излучателей. Так как число излучателей пропорционально N , то

вследствие испускания интенсивность излучения становится пропорциональной N^2 .

Для теоретического описания когерентных процессов обычно используются полуклассические уравнения Максвелла – Блоха для электрического поля и матрицы плотности. Эти исследования начались в 1960-х гг. и были связаны с кинетикой излучения квантовых генераторов. Из пионерских работ того времени можно назвать статьи Блоха (1946) [2], Тори (1949) [3], Хана (1950)[4], Фейнмана, Вернона и Хелворса (1957) [5], Файна (1957) [6], Ораевского (1959)[7], Пао (1962) [8], Уитке и Уортера (1964) [9], Ареки и Бонифачио (1965) [10], Копвиллема и Нагибарова (1963) [11], Лэмба (1964) [12, 13], Крюкова и Летохова (1969) [14], Хопфа и Скалли (1969) [15] и др.

Теоретическое исследование сверхизлучения в квантовом, полуклассическом приближении и методом Монте-Карло для двухуровневых систем проводилось многими авторами [16–37]. По явлению сверхизлучения написано несколько монографий [38–40], в которых рассмотрены различные аспекты явления сверхизлучения от геометрии образца, параметров среды и входного поля.

В оптическом диапазоне размеры атомной системы намного больше длины волны ($L \gg \lambda$). Для таких систем квантово-механический подход ведет к принципиальным затруднениям. Усложнение модели сверхизлучательной системы (многомодовость, учет протяженности, запаздывания, фазовых релаксаций) приводит к целесообразности использования полуклассического приближения [19–22, 25–35].

Первый эксперимент в газе HF [41] по сверхизлучению в протяженных системах показал, что выводы теоретических исследований при использовании полуклассического подхода качественно правильно описывают явление сверхизлучения протяженных систем. Затем появились публикации о наблюдении этого явления в газовых средах [42–45]. В 1982–1983 гг. появились работы, претендующие на изучение явления сверхизлучения в примесных и молекулярных кристаллах. Одними авторами [46, 47] проводились эксперименты по наблюдению сверхизлучения в кристалле KCl на центрах O^{+3} , другими [48–50] в молекулярном кристалле дифенила с пиреном.

При постановке экспериментов по сверхизлучению в газах и примесных кристаллах существуют большие трудности и проблемы по созданию когерентности многоатомной системы, возника-

ют вопросы создания полной инверсии атомной системы, реализации условий проявления сверхизлучения в зависимости от геометрических и релаксационных параметров среды и ряд других проблем.

Условия проявления сверхизлучения в газовых средах и активированных кристаллах рассматривались в предположении полной инверсии по неоднородному контуру линии люминесценции. Возможность наблюдения сверхфлуоресценции в условиях неполной инверсии отмечалась в работе [30, 37, с. 111], а эксперименты [48–50] в кристалле дифенила с пиреном были проведены при неполной инверсии, в условиях селективного возбуждения неоднородного контура спектра поглощения. Все эти эксперименты претендуют на явление сверхизлучения, однако теоретических доказательств, насколько выполнены условия проявления сверхизлучения в этих средах, нет.

2.1. ПОЛУКЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ КООПЕРАТИВНЫХ КОГЕРЕНТНЫХ ПРОЦЕССОВ В ИЗЛУЧЕНИИ

При полуклассическом описании излучение представляют в виде классических световых волн, а вещество – в виде атомного коллектива, описываемого соответствующими волновыми функциями. Иными словами, излучение рассматривают макроскопически, а вещество – микроскопически. В полуклассическом приближении система атомных центров описывается квантовомеханически с помощью формализма матрицы плотности, а электромагнитное поле – классически. Матрица плотности центров излучения подчиняется уравнению фон Неймана, в котором учитывается влияние электромагнитного поля на электронную систему. Источником электромагнитного поля является поляризация электронной системы, которая выражается через матрицу плотности.

Предположим, что некоторый световой импульс воздействует на многоатомную систему. Поляризацию среды, наведенную полем, можно вычислить, используя формализм матрицы плотности. С другой стороны, решая уравнения Максвелла, можно найти поле, индуцированное поляризацией среды. Самосогласованное решение указанных уравнений позволяет промоделировать когерентные процессы в активированных кристаллах с учетом всех реальных параметров среды и светового поля.

2.1.1. Укороченная система уравнений Максвелла – Блоха

Рассмотрим эволюцию системы двухуровневых атомов (центров излучения) в электромагнитном поле. Для чистых состояний атома можно ввести волновую функцию

$$\psi(t) = a(t)\psi_a + b(t)\psi_b, \quad (2.1)$$

где ψ_a и ψ_b – волновые функции состояний двухуровневого атома, соответствующие уровням E_a и E_b . Функция $\psi(t)$ удовлетворяет уравнению Шредингера:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = (\hat{H}_0 + \hat{H}_{\text{int}})\psi, \quad (2.2)$$

$$\hat{H}_0\psi_a = \hbar\omega_a\psi_a = E_a\psi_a,$$

$$\hat{H}_0\psi_b = \hbar\omega_b\psi_b = E_b\psi_b,$$

Волновая функция $\psi(t)$ полностью определяется действительными и мнимыми частями величин $a(t)$ и $b(t)$.

При взаимодействии атомной системы с электромагнитным полем в общем случае точную волновую функцию определить невозможно. Поэтому используется метод матрицы плотности, который позволяет вычислять средние значения физических величин. Этот метод приводит к дифференциальным уравнениям для классических переменных, причем такие уравнения имеют физическую интерпретацию, которая позволяет понять основные процессы и дает руководство при использовании приближенных методов.

Уравнение для матрицы плотности записывается в виде

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{H}_0 + \hat{H}_{\text{int}}, \hat{\rho}] \quad (2.4)$$

и называется уравнением фон Неймана.

Поскольку в нашем случае во взаимодействии участвуют два уровня, матрица плотности имеет размерность (2x2) с элементами:

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{aa} & \rho_{ab} \\ \rho_{ba} & \rho_{bb} \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

Как известно, она является эрмитовой матрицей, т.е. $\rho_{ab} = \rho_{ba}^*$. Кроме того, она нормирована на единицу. Диагональные элементы

матрицы плотности определяют вероятности заселенности уровней, а недиагональные элементы – степень корреляции между отдельными состояниями. В правой части стоят скобки Пуассона. Взаимодействие атомов с электромагнитным полем будем рассматривать в дипольном приближении

$$\hat{H}_{\text{int}} = -\hat{\mu}\vec{E}(\mathbf{r}, t), \quad (2.6)$$

где $\hat{\mu} = \begin{pmatrix} \vec{\mu}_{aa} & \vec{\mu}_{ab} \\ \vec{\mu}_{ba} & \vec{\mu}_{bb} \end{pmatrix}$ – оператор дипольного момента, $\vec{E}(\mathbf{r}, t)$ – напряженность электрического поля в месте расположения атома. Диагональные матричные элементы оператора \hat{H}_{int} равны нулю $\mu_{aa} = \mu_{bb} = 0$, поскольку рассматриваемые состояния считаем невырожденными. Оператор взаимодействия в этом случае имеет вид:

$$\hat{H}_{\text{int}} = \begin{pmatrix} 0 & -\vec{\mu}_{ab}\vec{E} \\ -\vec{\mu}_{ba}\vec{E} & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.8)$$

Уравнение для матрицы плотности после подстановки выражения примет вид:

$$\begin{aligned} i\hbar\dot{\rho}_{bb} &= -\vec{E}(\vec{\mu}_{ba}\rho_{ab} - \vec{\mu}_{ab}\rho_{ba}), \\ i\hbar\dot{\rho}_{aa} &= \vec{E}(\vec{\mu}_{ba}\rho_{ab} - \vec{\mu}_{ab}\rho_{ba}), \\ i\hbar\dot{\rho}_{ba} &= \hbar(\omega_b - \omega_a)\rho_{ba} - \vec{E}\vec{\mu}_{ba}(\rho_{aa} - \rho_{bb}). \end{aligned} \quad (2.9)$$

Напряженность электрического поля удовлетворяет волновому уравнению Максвелла

$$(\Delta^2 - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \chi' \frac{\partial}{\partial t})\vec{E} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{P}, \quad (2.10)$$

где член с первой производной учитывает объемные потери излучения, n – показатель преломления.

Поляризованность среды выражается через недиагональные элементы матрицы плотности

$$\vec{P}(\mathbf{r}, t) = N_0[\vec{\mu}_{ba}\rho_{ab}(\vec{r}, t) + \vec{\mu}_{ab}\rho_{ba}(\vec{r}, t)] \quad (2.11)$$

где N_0 – число атомов в единице объема.

2.1.2. Однородное и неоднородное уширение

Вследствие того, что происходят столкновения атомов в газах и колебания атомов в узлах кристаллической решетки, происходит деформация электронных оболочек атомов, что приводит к изменению расстояния между энергетическими уровнями атома на некоторую величину $\omega_{ba} = \omega_0 \pm \gamma$. Линия излучения не является бесконечно узкой, а имеет некоторую ширину, т.е. спектральная линия испускаемая уширена, что обусловлено конечностью времени жизни возбужденного состояния атома. Данное уширение линии люминесценции атома учитывается феноменологическим введением в уравнение для поляризации и населенности (2.9) релаксационных членов, определяемых матрицей $\hat{\gamma} = \|\gamma_{ab}\|$.

$$\begin{aligned} i\hbar(\dot{\rho}_{bb} + \gamma_{bb}\rho_{bb}) &= -\bar{E}(\bar{\mu}_{ba}\rho_{ab} - \bar{\mu}_{ab}\rho_{ba}), \\ i\hbar(\dot{\rho}_{aa} + \gamma_{aa}\rho_{aa}) &= \bar{E}(\bar{\mu}_{ba}\rho_{ab} - \bar{\mu}_{ab}\rho_{ba}), \\ i\hbar(\dot{\rho}_{ba} + \gamma_{ba}\rho) &= \hbar(\omega_b - \omega_a)\rho_{ba} - \bar{E}\bar{\mu}_{ba}(\rho_{aa} - \rho_{bb}). \end{aligned} \quad (2.12)$$

Рассмотрим уравнения в предположении отсутствия поля

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{bb} &= -\gamma_{bb}\rho_{bb}, \quad \dot{\rho}_{aa} = -\gamma_{aa}\rho_{aa}, \\ \dot{\rho}_{ba} &= -(\gamma_{ba} + i\hbar\omega_{ba})\rho_{ba}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Найдем решение

$$\begin{aligned} \rho_{bb} &= \rho_{bb}(0)e^{-\gamma_{bb}t}, \\ \rho_{aa} &= \rho_{aa}(0)e^{-\gamma_{aa}t}, \\ \rho_{ba} &= \rho_{ba}(0)e^{-\gamma_{ba}t}e^{-i\omega_{ba}t}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Свободное затухание населенности происходит по экспоненциальному закону, а недиагональный элемент матрицы плотности, еще и осциллирует с частотой ω_{ba} . Затухание населенности атомов (2.14) называют продольной, а поляризованности среды – поперечной релаксацией.

В реальной среде, кроме осцилляций поляризации, обусловленных столкновительными процессами в газах, составляющие его диполи могут осциллировать с разными частотами из-за неоднородности условий, в которых они находятся. Поэтому каждое вещество имеет множество частот излучения, составляющих неоднородно уширенную линию излучения. Поляризованность среды фактически

обусловлена осцилляциями диполей на всех этих частотах. Спектральная линия зависит от многих факторов. Например, вследствие эффекта Доплера атомы газа, движущиеся с неодинаковыми скоростями, имеют разные эффективные резонансные частоты, даже если они идентичны во всех других отношениях. Подобная картина наблюдается и в твердых телах: слегка различные окружения атомов, случайные дислокации, примеси, механические напряжения приводят к разным резонансным частотам для идентичных в других отношениях атомов. Вследствие этого во многих случаях наблюдаемый спектр излучения должен рассматриваться как суперпозиция большого числа спектральных линий, имеющих характерную однородную ширину. В таких случаях говорят, что полная линия уширена неоднородно.

Неоднородное уширение учитывается феноменологическим введением в уравнение поляризации функции $G(D)$.

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = N_0 \int d\Delta G(\Delta) \{ \vec{\mu}_{ba} \rho_{ab}(\vec{r}, \Delta, t) + \vec{\mu}_{ab} \rho_{ba}(\vec{r}, \Delta, t) \}. \quad (2.15)$$

Будем считать, что собственные частоты атомов распределены по неоднородному контуру, задаваемому распределением $G(\Delta)$, $\Delta = \omega - \omega_0$, где ω_0 – максимум неоднородного контура. Поляризация среды (дипольный момент единицы объема) определяется через недиагональные элементы матрицы плотности.

Система уравнений (2.10), (2.12), (2.15) описывает самосогласованную задачу о взаимодействии электромагнитного поля с системой двухуровневых атомов. Решить эту систему в данном виде достаточно сложно, поэтому рассмотрим некоторые приближения, которые позволяют упростить данные уравнения.

2.1.3. Приближение медленноменяющихся амплитуд поля и поляризации для одномерной протяженной системы

Будем решать систему (2.10), (2.12), (2.15) в одномерном приближении, т.е. будем учитывать зависимость величин ρ , \vec{P} , \vec{E} только от одной координаты x , отчитываемой вдоль направления излучения. Одномерное приближение оправдано для случая, когда число Френеля $F = D^2/\lambda L > 1$ (D – поперечный, L – продольный размер системы) [29–30]. Направления дипольных моментов перехода всех атомов будем считать одинаковыми и перпендикулярными к оси X . Тогда век-

торы E и P будут иметь такое же направление, поэтому в дальнейшем мы опускаем векторные обозначения. Система (2.10), (2.12), (2.15) может быть переписана в виде:

$$\begin{aligned}\dot{\rho}_{bb} &= -\gamma_{bb}\rho_{bb} + i\frac{\mu}{\hbar}E(\rho_{ab} - \rho_{ba}), \\ \dot{\rho}_{aa} &= -\gamma_{aa}\rho_{aa} - i\frac{\mu}{\hbar}E(\rho_{ab} - \rho_{ba}), \\ \dot{\rho}_{ba} &= -\gamma_{ba}\rho_{ba} - i(\omega_0 + \Delta)\rho_{ba} + i\frac{\mu}{\hbar}E(\rho_{aa} - \rho_{bb}), \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \chi'\frac{\partial}{\partial t}\right)E &= \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}P.\end{aligned}\quad (2.16)$$

Поле будем искать в виде плоских волн, распространяющихся слева направо (правая волна) с медленно меняющимися в пространстве и во времени комплексными амплитудами:

$$E(x, t) = E^+(x, t)e^{i(\omega_0 t - k_0 x)} + E^-(x, t)e^{-i(\omega_0 t - k_0 x)}, \quad (2.17)$$

где $k_0 = n\frac{\omega_0}{c}$, $E^- = (E^+)^*$.

Интенсивность излучения, определяемая как число фотонов, проходящих через поперечное сечение S в единицу времени (отнесенное к одному атому), выражается через вектор Умова–Пойнтинга. Этот вектор, усредненный по периоду колебаний, имеет вид

$$I = \frac{c}{4\pi} \left[\vec{E} \times \vec{H} \right] \frac{S}{N\hbar\omega_0} = \frac{cn}{2\pi\hbar\omega_0 N_0 L} |E^\pm|^2, \quad (2.18)$$

где $N = N_0 SL$ – полное число атомов. В элементах матрицы плотности выделим существенную зависимость от x и t :

$$\begin{aligned}\rho_{ba}(x, \Delta, t) &= R^-(x, \Delta, t)e^{-i(\omega_0 t - k_0 x)}, \\ \rho_{ab}(x, \Delta, t) &= R^+(x, \Delta, t)e^{+i(\omega_0 t - k_0 x)}, \\ R^- &= (R^+)^*.\end{aligned}\quad (2.19)$$

Условие медленного изменения амплитуд означает, что функции E^\pm , R^\pm слабо меняются на длине порядка λ и в течение промежутка времени порядка ω_0^{-1} , т.е.

$$\left| \frac{\partial E^\pm}{\partial t} \right| \ll \langle \omega_0 | E^\pm | \rangle, \quad \left| \frac{\partial E^\pm}{\partial x} \right| \ll \langle k_0 | E^\pm | \rangle,$$

$$\left| \frac{\partial R^\pm}{\partial t} \right| \langle \langle \omega_0 | R^\pm \rangle \rangle, \quad \left| \frac{\partial R^\pm}{\partial x} \right| \langle \langle k_0 | R^\pm \rangle \rangle. \quad (2.20)$$

Учитывая эти неравенства, можно перейти к системе уравнений для медленно меняющихся амплитуд:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E^\pm}{\partial x} + \frac{n}{c} \frac{\partial E^\pm}{\partial t} + \frac{c\chi'}{2n} E^\pm &= \mp \frac{2\pi i \omega_0}{nc} P^\pm, \\ \frac{\partial R^\pm}{\partial t} &= (-\gamma_2 \pm i\Delta) R^\pm \pm \frac{2i\mu}{\hbar} E^\pm Z, \\ \frac{\partial Z}{\partial t} &= -\gamma_1 Z + i \frac{\mu}{\hbar} (E^- R^+ - E^+ R^-), \end{aligned} \quad (2.21)$$

здесь

$$\begin{aligned} P^\pm &= \mu N_0 \int d\Delta G(\Delta) R^\pm, \quad Z = \frac{1}{2} (\rho_{bb} - \rho_{aa}), \\ \gamma_{aa} &= \gamma_{bb} = \gamma_1, \quad \gamma_{ba} = \gamma_{ab} = \gamma_2. \end{aligned}$$

Введем запаздывающее время $T = t - \frac{nx}{c} = t - \frac{x}{v}$, где $v = \frac{c}{n}$ — скорость света в среде, и перейдем от переменных t и x к переменным T , x' :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} &= \frac{\partial x'}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x'} + \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial}{\partial T} = \frac{\partial}{\partial x'} - \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial T}, \\ \frac{\partial}{\partial t} &= \frac{\partial x'}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x'} + \frac{\partial T}{\partial t} \frac{\partial}{\partial T} = \frac{\partial}{\partial T}. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Тогда система укороченных уравнений для медленно меняющихся амплитуд может быть записана в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial E^\pm}{\partial x'} + \frac{c\chi'}{2n} E^\pm &= \pm \frac{2\pi N_0 \mu \omega_0}{icn} \int G(\Delta) R^\pm d\Delta, \\ \frac{\partial R^\pm}{\partial T} &= (-\gamma_2 \pm i\Delta) R^\pm \pm \frac{2i\mu}{\hbar} E^\pm Z, \\ \frac{\partial Z}{\partial T} &= -\gamma_1 Z + i \frac{\mu}{\hbar} (E^- R^+ - E^+ R^-). \end{aligned} \quad (2.23)$$

Если рассматривать решение системы уравнений при начальном условии $Z(0, x, \Delta) = Z_0$, $R^\pm(0, x, \Delta) = R_0^\pm$, соответствующее начальной инверсии $2N_0 Z_0$ и начальной поляризации $\mu N_0 R_0^\pm$ (при полной начальной

инверсии $Z_0=0,5$), то вместо величин R^+ и Z можно ввести $R^\pm = R^\pm / (2Z_0)$, $Z' = Z / (2Z_0)$. Тогда уравнения (2.23) сохраняют свой вид, если N_0 в первом уравнении заменить на $N_0' = 2Z_0 N_0$, т.е. плотность атомов заменить плотностью инверсии. В дальнейшем для простоты обозначенные штрихи в величинах Z', R^\pm, N_0', x' мы будем опускать, понимая под N_0 плотность инверсии.

2.1.4. Приведение системы укороченных уравнений к безразмерному виду

Одним из важных моментов при моделировании на ЭВМ является выбор масштабов физических величин, особенно если речь идет о графической интерпретации результатов модельного эксперимента. Например, при моделировании движения какого-либо тела движением точки на экране дисплея необходимо обеспечить этот процесс при заданных параметрах именно на экране, а не за его пределами.

С другой стороны, если мы имеем дело с очень маленькими величинами, например, субатомными масштабами, где расстояния изменяются в 10^{-14} см, время нано и пикосекундах, или с масштабами, связанными с размерами солнечной системы, где время измеряется в годах, то использование реальных моделей при создании компьютерных вычислительных установок может привести к переполнению или делению на нуль. Поэтому порядок величин математической модели, необходимой для реализации в вычислительной установке, рекомендуется выбирать равной примерно единице.

Для удобства проведения численного моделирования приведем систему уравнений (2.15) к безразмерному виду. Переход к безразмерным переменным можно произвести двумя способами.

Первый способ используется при рассмотрении задачи о когерентном усилении импульсов света и в качестве единицы времени выбирается время, обратное частоте:

$$\Omega = \left(\frac{2\pi\omega_0 N_0 \mu^2}{\hbar} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\mu}{\hbar} \sqrt{2\pi N_0 \hbar \omega_0}, \quad (2.24)$$

величина Ω является константой взаимодействия атомной системы и электромагнитного поля и имеет смысл частоты Раби для максимально возможного поля. Можно ввести безразмерную амплитуду электрического поля A^\pm соотношением

$$E^{\pm} = \pm i \sqrt{2\pi N_0 \hbar \omega_0} A^{\pm} = \pm i \frac{\hbar}{\mu} \Omega A^{\pm}, \quad (2.25)$$

тогда система уравнений (2.23) запишется в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A^{\pm}}{\partial x} + 0.5 \chi' \nu A^{\pm} &= \frac{\Omega}{n^2 \nu} \int R^{\pm}(\Delta) G(\Delta) d\Delta, \\ \frac{\partial R^{\pm}}{\partial T} &= (-\gamma_2 \pm i\Delta) R^{\pm} + 2\Omega A^{\pm} Z, \\ \frac{\partial Z}{\partial T} &= -\gamma_1 Z - \Omega(A^- R^+ + A^+ R^-). \end{aligned} \quad (2.26)$$

Переопределим масштабную единицу Ω^{-1} и поле A^{\pm} :

$$\tilde{\Omega}^{-1} = n\Omega^{-1}, \tilde{A}^{\pm} = nA^{\pm} \quad (2.27)$$

и перейдем к безразмерным переменным

$$\xi = x\tilde{\Omega}\nu^{-1}, \tau = T\tilde{\Omega}, \quad (2.28)$$

тогда получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{A}^{\pm}}{\partial \xi} + \chi A^{\pm} &= \int G(\Delta) R^{\pm}(\Delta) d\Delta, \\ \frac{\partial R^{\pm}}{\partial \tau} &= (-g_2 \pm i\Delta) R^{\pm} + 2\tilde{A}^{\pm} Z, \\ \frac{\partial Z}{\partial \tau} &= -g_1 Z - (\tilde{A}^- R^+ + \tilde{A}^+ R^-), \end{aligned} \quad (2.29)$$

где $\chi = \chi' \nu / \tilde{\Omega}^{-1}$, $g_2 = \gamma_2 \tilde{\Omega}^{-1}$, $g_1 = \gamma_1 \tilde{\Omega}^{-1}$, $\tilde{\Delta} = \Delta \Omega^{-1}$,

начальные условия R^{\pm}, A^{\pm}, Z при этом задаются на прямой ($t=0$)

$$T = -\frac{x}{\nu} \Rightarrow \tau = -\xi \quad (2.30)$$

Интенсивность излучения, приходящаяся на один атом, определяется как

$$I = \frac{cn}{2\pi N_0 \hbar \omega_0 L} |E^{\pm}|^2 = \frac{\nu}{L} |A^{\pm}|^2. \quad (2.31)$$

Из системы уравнений (2.29) и соотношений (2.27), (2.28) видно, что при решении можно использовать систему уравнений с показа-

телом преломления $n = 1$. Для реальных кристаллов с $n > 1$ достаточно пересчитать масштабную единицу времени по соотношению (2.28), в результате которого меняется лишь масштаб времени t и масштаб интенсивности I .

Второй способ обезразмеривания уравнений используется при рассмотрении задачи о сверхфлуоресценции. Здесь в качестве масштабной единицы выбирается сверхизлучательное время

$$\tau_R = \frac{\hbar c}{4\pi\omega_0 N_0 \mu^2 L}. \quad (2.32)$$

Оно имеет смысл времени корреляции дипольных моментов многоатомной протяженной системы. Связь между временем сверхизлучения и временем Ω^{-1} определяется соотношением

$$\Omega^{-1} = \sqrt{\frac{2L}{c}} \tau_R. \quad (2.33)$$

Введем безразмерное поле

$$E^\pm = \pm \frac{2\pi\omega_0 N_0 \mu L}{ic} \tilde{A}^\pm, \quad (2.34)$$

тогда система уравнений (2.23) примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{A}^\pm}{\partial x} + 0.5 \chi' \nu A^\pm &= \frac{1}{nL} \int R^\pm(\Delta) G(\Delta) d\Delta, \\ \frac{\partial R^\pm}{\partial T} &= (-\gamma_2 \pm i\Delta) R^\pm + \tau_R^{-1} \tilde{A}^\pm Z, \\ \frac{\partial Z}{\partial T} &= -\gamma_1 Z - 0.5 \tau_R^{-1} (\tilde{A}^- R^+ + \tilde{A}^+ R^-). \end{aligned} \quad (2.35)$$

Переходя к безразмерным переменным

$$\tau = T/\tau_R, \xi = x/nL, \quad (2.36)$$

получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{A}^\pm}{\partial \xi} + \chi A^\pm &= \int G(\Delta) R^\pm(\Delta) d\Delta, \\ \frac{\partial R^\pm}{\partial \tau} &= (-g_2 \pm i\Delta \tau_{\text{жс}}) R^\pm + \tilde{A}^\pm Z, \\ \frac{\partial Z}{\partial \tau} &= -g_1 Z - 0.5 \cdot (\tilde{A}^- R^+ + \tilde{A}^+ R^-), \end{aligned} \quad (2.37)$$

где $\chi = \chi'cL/2$, $g_2 = \gamma_2\tau_R$, $g_1 = \gamma_1\tau_R$, $\tilde{\Delta} = \Delta\tau_R$.

Интенсивность при этом запишется в виде:

$$I = \frac{cn}{2\pi\hbar\omega_0 N_0 L} |E^\pm|^2 = n \frac{|\tilde{A}^\pm|^2}{2\tau_R}. \quad (2.38)$$

Для того, чтобы найти полную интенсивность, эту величину надо умножить на инверсию населенности.

2.1.5. Начальные и граничные условия для уравнений Максвелла – Блоха

В зависимости от начальных и граничных условий системы уравнений (2.29) и (2.37) описывают различные задачи когерентной спектроскопии.

Граничные и начальные условия для задачи о сверхфлуоресценции.

Если в начальный момент времени ($t=0$) электромагнитное поле по образцу равно нулю, т.е.

$$\tilde{A}^\pm(\xi, \tau = -\xi) = 0 \quad (2.39)$$

и задается малая начальная однородная поляризация $R^\pm = X \pm iY$, которая в полуклассической теории имитирует спонтанное излучение

$$X(\xi, \tau = -\xi, \Delta) = X_0, Y(\xi, \tau = -\xi, \Delta) = Y_0, \quad (2.40)$$

а многоатомная система полностью возбуждена. т.е. инверсия населенности

$$Z(\xi, \tau = -\xi, \Delta) = Z_0 = 0.5, \quad (2.41)$$

то система уравнений (2.37) с условиями (2.39–2.41) описывает задачу сверхфлуоресценции.

Начальные и граничные условия для задачи когерентного усиления импульсов.

Если в начальный момент времени ($t=0$) электромагнитное поле и поляризация по образцу равна нулю, т.е.

$$\tilde{A}^\pm(\xi, \tau = -\xi) = 0, \quad (2.42)$$

$$R^\pm(\xi, \tau = -\xi, \Delta) = 0,$$

все атомы находятся в возбужденном состоянии, т.е. инверсия населенности

$$Z(\xi, \tau = -\xi, \Delta) = Z_0 = 0,5, \quad (2.43)$$

электромагнитное поле на левой границе ($x = 0$) отлично от нуля

$$\operatorname{Re} A_R^\pm(0, \tau) = E_{R0}(\tau) \neq 0, \quad (2.44)$$

$$\operatorname{Re} A_L^\pm(0, \tau) = 0,$$

то система уравнений (2.37) с условиями (2.42–2.44) описывает задачу когерентного усиления импульсов.

Граничные условия для задач когерентного распространения импульса в поглощающей среде и светового эха.

Если в начальный момент времени ($t=0$) электромагнитное поле и поляризация по образцу равно нулю, т.е.

$$\tilde{A}^\pm(\xi, \tau = -\xi) = 0, \quad (2.45)$$

$$R^\pm(\xi, \tau = -\xi, \Delta) = 0,$$

система атомов не возбуждена, т.е. инверсия населенности

$$Z(\xi, \tau = -\xi, \Delta) = Z_0 = -0,5, \quad (2.45)$$

электромагнитное поле на границе ($\xi = 0$) отлично от нуля

$$\operatorname{Re} A^\pm(0, \tau) = E_0(\tau) \neq 0, \quad (2.46)$$

то система уравнений (2.37) с условиями (2.44–2.46) моделирует задачу о самоиндуцированной прозрачности и задачу о фотонном (световом) эхо в двухуровневых системах в зависимости от граничных условий.

Таким образом, мы рассмотрели первый этап метода математического моделирования – построили полуклассическую модель теории излучения системы двухуровневых атомов, описывающую взаимодействие света с веществом и сводимую к системе дифференциальных уравнений в частных производных, и привели эту систему к безразмерному виду, удобную для численного интегрирования. В общем случае эта система нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных не имеет аналитических решений, поэтому необходимо решать их численным методом.

2.2. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ ТИПА УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА – БЛОХА

Следующим этапом математического моделирования является разработка эффективных алгоритмов и программ, позволяющих про-

делировать когерентные кооперативные явления в двухуровневых системах. В этот этап входит также задача проведения исследований устойчивости данных программ относительно шага интегрирования и сходимости решений, полученных с помощью этих алгоритмов.

Как было отмечено, система уравнений (2.29) в общем случае не имеет аналитического решения при учете всех реальных параметров среды и внешнего поля. Эта система является нелинейной и выражается уравнениями в частных производных.

Система уравнений (2.29) без учета релаксаций может быть переписана в действительных переменных и примет вид:

$$\frac{\partial A}{\partial \xi} = R, \frac{\partial R}{\partial \tau} = 2 \cdot Z \cdot A, \frac{\partial Z}{\partial \tau} = -2 \cdot R \cdot A \quad (2.47)$$

с начальными и граничными условиями

$$A(\xi, -\xi) = 0, Z(\xi, -\xi) = Z_0, R(\xi, -\xi) = R_0, \\ A(0, t) = A_0(t).$$

Из системы уравнений для R и Z можно получить закон сохранения вектора Блоха

$$Z^2 + R^2 = Z_0^2 = const.$$

Поэтому решение можно искать в виде

$$R(\xi, \tau) = Z_0 \sin \theta(\xi, \tau), \\ Z(\xi, \tau) = Z_0 \cos \theta(\xi, \tau). \quad (2.48)$$

Тогда

$$A(\tau) = \frac{\dot{\theta}(\tau)}{2}.$$

Подставляя (2.48) и выражение для поля в (2.47), получим для θ уравнение, описывающее колебания вектора Блоха:

$$\ddot{\theta}_{\xi\tau} - 2Z_0 \sin \theta = 0 \quad (2.49)$$

Мы получили уравнение синус-Гордона, исследованное в теории поверхностей постоянной отрицательной кривизны [51] и в ряде других работ для различных физических задач [52–54].

Таким образом, рассматриваемая система уравнений (2.37) является уравнением гиперболического типа и представляет смешанную задачу Коши с начальными и граничными условиями.

2.2.1. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА – БЛОХА И ИХ МОДИФИКАЦИЙ

Рассмотрим численные методы решения уравнений Максвелла–Блоха.

Метод Эйлера. Для решения системы уравнений (2.47) можно применить метод Эйлера. Сеточная схема и шаблон вычисления для данной системы представлены на рис. 2.1. Здесь $T = t - \xi = dt \cdot (j - s)$, где $dt = dt_x = dt_t$ – шаг интегрирования по длине и времени. Тогда система уравнений (2.53) для метода Эйлера примет вид:

$$\begin{aligned} A(s+1, j-s) &= A(s, j-s) + dt \cdot R(s, j-s), \\ R(s, j+1-s) &= R(s, j-s) + 2dtA(s, j-s)Z(s, j-s), \\ Z(s, j+1-s) &= Z(s, j-s) - 2dtA(s, j-s)R(s, j-s), \end{aligned} \quad (2.50)$$

Начальные условия для функций A , R , Z задаются при $j = 0$, а граничные условия для поля $A_0(t)$ при $s = 0$. Процедура вычисления заключается в определении функций A , R , Z по известным начальным и граничным условиям согласно шаблону (рис 2.1а).

Проведем оценку числа операций для системы уравнений (2.50) для реальных параметров среды при длине образца $L=20 \text{ с}\Omega^{-1}$ и времени $T=100 \text{ }\Omega^{-1}$. Шаг интегрирования по времени и длине возьмем равным $dt = 0,02$. Количество шагов для циклической процедуры вычисления равно $N = T \cdot L / dt^2 = 200000$, умножив на число уравнений (их у нас 3), мы в общем случае получим $6 \cdot 10^5$ шагов вычислений. Учет неоднородного спектра приводит к циклической процедуре, увеличивающей число итераций на число разбиений неоднородного контура. Для более точного расчета число точек по неоднородному контуру можно взять равным 100.

Таким образом, для определения решения уравнений в табличной форме необходимо произвести 10^7 итераций. Причем еще не учтены математические операции, которые нужно произвести в самих уравнениях. Учет арифметических операций увеличит число шагов вычислений, соответственно увеличатся ошибки и время вычислений.

При таком числе шагов вычислений, естественно, велико распространение и рост ошибок ограничения и вычислений. Ошибки округлений можно уменьшить, выбирая, например, двойную точность при вычислениях. Однако ошибки ограничения могут быть сведены к минимуму только выбором метода интегрирования систем уравнений.

При использовании простого метода Эйлера для такого числа вычислений будет велика ошибка ограничения

$$E_m = K * dt^2.$$

Метод Эйлера является неустойчивым, так как малая ошибка (происходящая от ограничения, округления или заложенная в исходных данных) увеличивается с ростом t и x . Уменьшение шага интегрирования может уменьшить величину ошибок ограничения, но отметим, что в то же время уменьшение шага интегрирования увеличивает число итераций и время счета в четыре раза.

Исправленный метод Эйлера. Этот метод может быть перенесен на систему нелинейных уравнений Максвелла – Блоха. Сущность его заключается в следующем. На первом этапе сеточные функции A, R, Z на втором слое определяются по методу Эйлера; на втором – проводится уточнение значений A, R, Z .

$$\begin{aligned} A^1(s+1, j-s) &= A^0(s, j-s) + 0.5dt \cdot (R^0(s, j-s) + R^1(s+1, j-s)), \\ R^1(s, j+1-s) &= R^0(s, j-s) + dt(A^0(s, j-s)Z^0(s, j-s) + \\ &\quad + A^1(s, j+1-s)Z^1(s, j+1-s)), \\ Z^1(s, j+1-s) &= Z^0(s, j-s) - dt(A^0(s, j-s)R^0(s, j-s) + \\ &\quad + A^1(s, j+1-s)R^1(s, j+1-s)), \end{aligned} \quad (2.51)$$

Однако для проведения уточнения значение функции $R^1(s+1, j-s)$ неизвестно, поэтому систему уравнений (2.50) и (2.51) для вычислений использовать нельзя.

Если в этих уравнениях произвести замену S на $S+1$ для R и Z тогда получим алгоритм решения системы уравнений (2.47) по исправленному методу Эйлера:

$$\begin{aligned} A^1(s+1, j-s) &= A^0(s, j-s) + dt \cdot R^0(s, j-s), \\ R^1(s+1, j-s) &= [R^0 + 2dtA^0Z^0](s+1, j-(s+1)), \\ Z^1(s+1, j-s) &= [Z^0 - 2dtA^0R^0](s+1, j-(s+1)), \end{aligned} \quad (2.52)$$

$$\begin{aligned} A^2(s+1, j-s) &= A^0(s, j-s) + 0.5dt \cdot (R^0(s, j-s) + R^1(s+1, j-s)), \\ A^2(s+1, j-s) &= A^0(s, j-s) + 0.5dt \cdot (R^0(s, j-s) + R^1(s+1, j-s)), \\ R^2(s+1, j-s) &= [R^0 + dt(A^0Z^0 + A^1Z^1)](s+1, j-(s+1)), \\ Z^2(s+1, j-s) &= [Z^0 - dt(A^0R^0 + A^1R^1)](s+1, j-(s+1)), \end{aligned} \quad (2.53)$$

Разностные уравнения (2.52–2.53) являются неявными и имеют шаблон вычислений, показанный на рис.2.1в. Как видно из этих уравнений и рис. 2.1, граничные значения нужно определять из системы

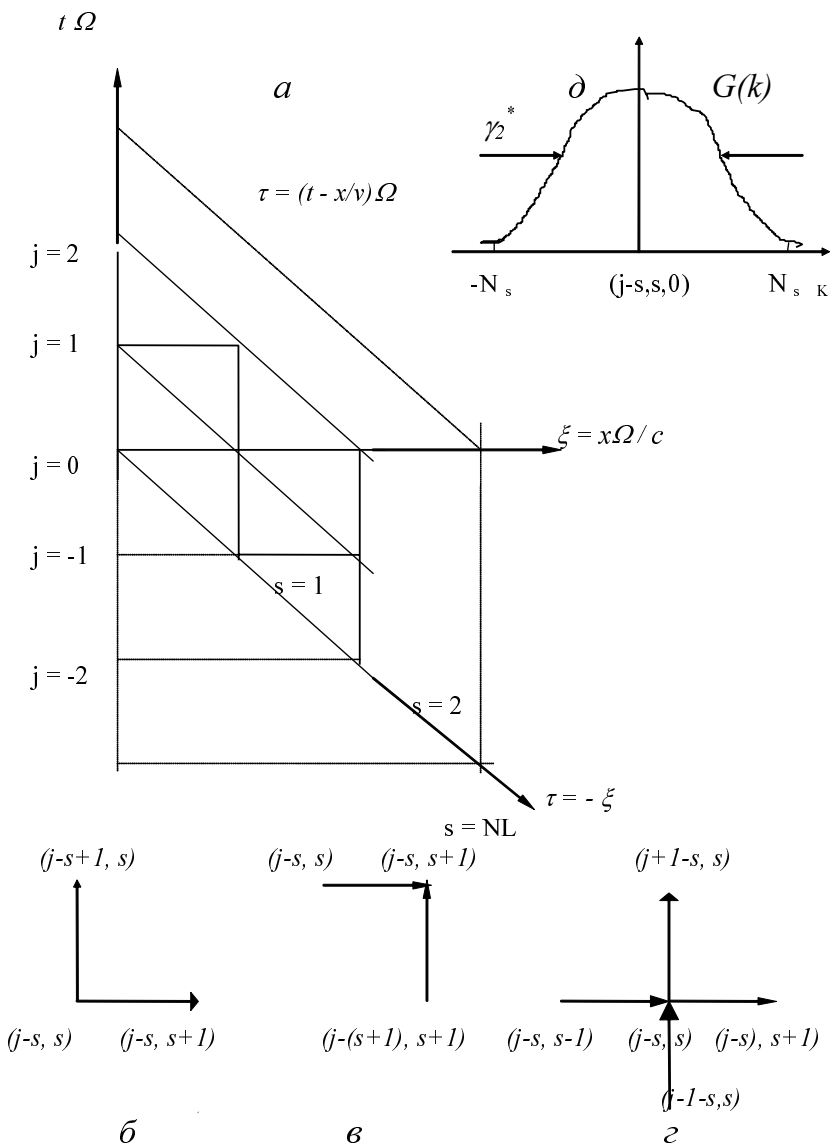


Рис. 2.1. Сеточная схема: *a* – сетка вычисления для системы уравнений Максвелла – Блоха и их модификаций; *б* – диаграмма сетки для метода Эйлера; *в* – диаграмма сетки для коррекции A, R, Z ; *г* – диаграмма сетки для прогноза A, R, Z ; δ – вид неоднородного контура в сеточном узле

уравнений (2.50–2.51) при $S = 0$. Метод Эйлера согласуется с разложением в ряд Тейлора до членов порядка dt . Исправленный метод Эйлера является методом Рунге–Кутты второго порядка и согласуется с разложением в ряд Тейлора до членов порядка dt^1 .

*Метод прогноза–коррекции*² заключается в определении сеточных функций на втором слое по времени или длине и в многократном уточнении этих вычисленных значений. В зависимости от шаблона вычислений можно использовать различные методы прогноза–коррекции. Рассмотренный выше алгоритм с применением двухточечного шаблона использовался нами для создания программы исследования явления сверхфлуоресценции в протяженных системах. Устойчивость и сходимость этого алгоритма достигалась экспериментально, уменьшением шага интегрирования.

Рассмотрим метод прогноза–коррекции [55] и применим его для нелинейных систем уравнений типа Максвелла – Блоха. Для составления разностной аппроксимации производной при прогнозе будем использовать пятиточечный шаблон сетки – диаграмму «крест».

На первом этапе определим значения сеточных функций A , R , Z с использованием центральной разностной схемы:

$$\begin{aligned}
 A^1(s+1, j-s) &= A(s-1, j-s) + 2 \cdot dt \cdot R(s, j-s), \\
 R^1(s+1, j-s) &= R(s+1, j-2-s) + 4dt \cdot A(s+1, j-(s+1)) \times \\
 &\quad \times Z(s+1, j-(s+1)), \\
 Z^1(s+1, j-s) &= Z(s+1, j-2-s) - 4dt \cdot A(s+1, j-(s+1)) \times \\
 &\quad \times R(s+1, j-(s+1)).
 \end{aligned}
 \tag{2.54}$$

Значения в точке $(s, j-s)$ определяются по схеме креста и ошибка вычислений пропорциональна $O(dt^3)$. Коррекция вычисленных сеточных функций проводится по уравнениям:

$$\begin{aligned}
 A^{i+2}(s+1, j-s) &= A(s, j-s) + 0.5dt \cdot (R(s, j-s) + R^{i+1}(s+1, j-s)), \\
 R^{i+2}(s+1, j-s) &= [R + dt(A Z + A^{i+1} Z^{i+1})](s+1, j-(s+1)), \\
 Z^{i+2}(s+1, j-s) &= [Z - dt(A R + A^{i+1} R^{i+1})](s+1, j-(s+1)).
 \end{aligned}
 \tag{2.55}$$

¹ О методе прогноза и коррекции см. также [56–62].

Для вычисления по этому алгоритму нам необходимы значения сеточных функций в точках на характеристике $j - s = 2$ и на границе, которые на первом слое сеточной схемы определяются по исправленному методу Эйлера.

Таким образом, анализ рассмотренных выше методов решения систем уравнений приводит к определенной последовательности использования методов прогноза–коррекции высших порядков. Например, алгоритм использования методов прогноза–коррекции типа Милна или Адамса-Башфорта более высоких порядков при решении уравнений Максвелла – Блоха состоит в следующем:

- исправленный метод Эйлера используется для определения сеточных функций A, R, Z на втором слое по координате и шаге по времени,
- метод прогноза- коррекции по шаблону «креста» используется для определения значений на третьем слое по длине и шаге по времени,
- для последующих слоев по времени и координате x , используется прогноз–коррекция по типу Милна или Адамса.

2.2.2. Сходимость и устойчивость метода прогноза и коррекции

Сходимость. Решение в точке $(s+1, s)$ прогнозируем на первом шаге по исправленному методу Эйлера, коррекцию проводим по формуле (2.55) до тех пор, пока полученное значение не удовлетворяет, например, соотношению

$$\left| A^{i+1}(s+1, j-s) - A^i(s+1, j-s) \right| < eps, \quad (2.56)$$

где eps – заданное положительное число, определяющая точность вычисления. Необходимо выяснить сходимость итерационного процесса. Исследования на сходимость, проведенные в [61], перенесем на систему нелинейных уравнений.

Из разностных уравнений (2.52) – (2.53) следуют следующие равенства

$$\begin{aligned} (A^{i+1} - A^i)(s+1, j-s) &= 0.5dt [R^{i+1} - R^i](s+1, j-s), \\ (R^{i+1} - R^i)(s+1, j-s) &= dt [(AZ)^{i+1} - (AZ)^i](s+1, j-s), \\ (Z^{i+1} - Z^i)(s+1, j-s) &= dt [(AR)^{i+1} - (AR)^i](s+1, j-s). \end{aligned} \quad (2.57)$$

Используя теорему о среднем, получим

$$\begin{aligned}
A^{i+1} - A^i &= 0.5dt \frac{\partial R}{\partial A} (A^i - A^{i-1}), \\
R^{i+1} - R^i &= dt \frac{\partial(ZA)}{\partial R} (R^i - R^{i-1}), \\
Z^{i+1} - Z^i &= dt \frac{\partial(RA)}{\partial Z} (Z^i - Z^{i-1}),
\end{aligned} \tag{2.58}$$

Формально данную систему уравнений можно записать в виде:

$$\Delta \bar{F}^{i+1} = dt \cdot M \cdot \Delta \bar{F}^i, \tag{2.59}$$

где ΔF – вектор с компонентами $(\delta A, \delta R, \delta Z)$, M – матрица с диагональными элементами $(0.5\partial A/\partial R, \partial(AZ)/\partial R, \partial(AR)/\partial Z)$.

Для выполнения сходимости необходимо выполнение неравенства

$$\|\Delta \bar{F}^{i+1}\| \leq dt \cdot \|M\| \cdot \|\Delta \bar{F}^i\| \tag{2.60}$$

подставляя в правую часть (2.44) условие сходимости для $i, i-1, i-2$ и т.д. итераций, получим

$$\|\Delta \bar{F}^{i+1}\| \leq (dt \cdot \|M\|)^i \cdot \|\Delta \bar{F}^1\|. \tag{2.61}$$

Таким образом, имеем, что если шаг интегрирования удовлетворяет условию

$$dt < 2 / \|M\|, \tag{2.62}$$

то разница между коррелированными значениями стремится к нулю.

Из (2.56) следует, что чем меньше dt , тем скорее сойдется итерационный процесс. Уменьшая шаг интегрирования, мы уменьшаем число итераций по I , однако в этом случае число узлов по s и j увеличивается. Существует эмпирическое правило для обыкновенных дифференциальных уравнений [55, 57], согласно которому оптимальное число итераций равно двум, т.е. шаг интегрирования надо выбрать таким, чтобы после двух итераций выполнялось соотношение (2.56).

Устойчивость. Рассмотрим устойчивость метода прогноза и коррекции второго порядка. В отсутствии объемных потерь и релаксаций система уравнений (2.47) имеет следующие интегралы движения.

Первый интеграл движения можно получить, если уравнения для R^+ и R^- умноженные на комплексно сопряженные R^- и R^+ , сложить с уравнениями для Z (умноженные на Z), тогда имеем

$$I_1 = |R^+|^2 + Z^2 = 0.25. \quad (2.63)$$

Оно отражает закон сохранения вектора Блоха.

Второй интеграл движения можно получить, если уравнения для поля A^+ и A^- , умноженные на комплексно сопряженные A^- и A^+ , сложить с уравнениями для разности населенностей.

Проинтегрировав по времени и координате, получим

$$\int_0^\tau J_\xi(\tau') d\tau' + \frac{1}{5} \int_0^\xi Z_\tau(\xi') d\xi' = const. \quad (2.64)$$

Этот интеграл движения отражает выполнение закона сохранения энергии для всего процесса излучения.

Из закона сохранения (2.64) следует, что нормы векторов Блоха

$$\|R\| < 0.5, \quad \|Z\| < 0.5 \quad (2.65)$$

Так как имеют место законы сохранения вектора Блоха и энергии, то интегралы движения можно использовать как критерии сходимости и устойчивости методов интегрирования нелинейных систем уравнений типа уравнений Максвелла – Блоха.

Распространение и рост ошибок, возникающих в ходе вычислений, определяется формулой коррекции. Точное решение можно записать как

$$\begin{aligned} A^{i+1}(s+1, j-s) &= A^i(s, j-s) + 0.5dt \cdot (R^i(s, j-s) + R^{i+1}(s+1, j-s)) + \varepsilon_A, \\ R^{i+1}(s, j-s) &= [R^i + dt(A^i Z^i + A^{i+1} Z^{i+1})](s, j-s) + \varepsilon_R, \\ Z^{i+1}(s, j-s) &= [Z^i - dt(A^i Z^i + A^{i+1} Z^{i+1})](s, j-s) + \varepsilon_Z, \end{aligned} \quad (2.66)$$

где $\varepsilon_A, \varepsilon_R, \varepsilon_Z$ – включает в себя ошибки вычислений и ограничений.

На основе вышеизложенных алгоритмов (исправленного метода Эйлера и метода прогноза–коррекции) для нелинейных систем уравнений Максвелла – Блоха были составлены комплексы программ по исследованию когерентных кооперативных явлений в двухуровневых атомных системах (см. П1).

Как показано выше, для сходимости необходимо выполнение условия

$$dt \cdot \|M\| < 1. \quad (2.67)$$

Мы не можем определить норму матрицы M , так как значения ее проекций на оси A, R, Z определяются в процессе вычислений из

самосогласованной системы уравнений (2.47). Однако шаг интегрирования dt мы можем оценить экспериментально. С этой целью были проведены численные эксперименты по определению шага интегрирования, при котором решение системы уравнений (2.47) является устойчивым. В качестве теста было выбрано распространение 2 π -импульса в поглощающей среде, т.е. рассматривалась задача самоиндуцированной прозрачности. Для данной задачи системы уравнений (2.47) имеется стационарное решение, имеющее вид:

$$A = \frac{2}{\tau_p} \operatorname{sech} h \frac{\tau - \xi}{\tau_p}, \quad (2.68)$$

$$R = -\frac{sh((\tau - \xi) / \tau_p)}{ch^2((\tau - \xi) / \tau_p)}, \quad (2.69)$$

$$Z = 2 \cdot th^2((\tau - \xi) / \tau_p) - 1, \quad V = (1 + t_p^2)^{-1}, \quad (2.70)$$

где t_p – длительность импульса на половине высоты, V – скорость распространения импульса.

На рис. 2.2 приведено сравнение точного решения (2.68) и решения, полученного с помощью уравнений (2.47) для задачи самоиндуцированной прозрачности при входном импульсе, имеющем вид (2.68). При этом использовался метод прогноза-коррекции. Шаг интегрирования $dt = 0.01 \tau_R$ (рис. 2.2*а* – мелкая пунктирная линия) и шаг интегрирования $dt = 0.05 \tau_R$ (рис. 2.2*б* – крупная пунктирная линия).

Устойчивость решения проверялась методом сгущения сеток. Неустойчивость решения проявляется на больших временах и при большой длине.

Как показывают эти расчеты, устойчивость решения по исправленному методу Эйлера достигается при шаге интегрирования $dt = 0.005 \tau_R$. Для метода прогноза и коррекции второго порядка устойчивость решения достигается при шаге интегрирования $dt = 0.01 \tau_R$.

Аналогичные исследования проводились для задачи когерентного усиления с учетом неоднородного уширения линии люминесценции, которые показали, что при выборе шага интегрирования $dt < 0.01 t_R$ для метода прогноза и коррекции, полученные приближенные решения будут максимально приближены к истинному решению. Таким образом, для неявной консервативной схемы алгоритм решения уравнений типа уравнений Максвелла – Блоха по методу прогноза и коррекции второго порядка сводится к следующему.

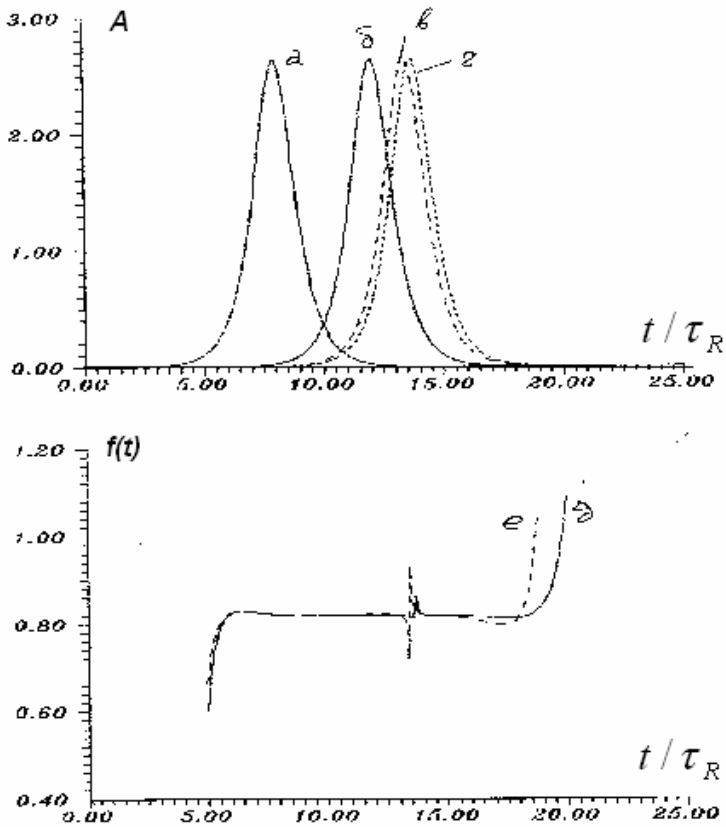


Рис. 2.2. Устойчивость метода прогноза и коррекции в двухуровневой системе от шага интегрирования: *a* – входной импульс поля с площадью $\theta_0 = 2\pi$, *б* – стационарное решение для самоиндуцированной прозрачности (2.68), *в* – выходной импульс поля при шаге $dt = 0.05t_R$, *г* – выходной импульс поля при шаге $dt = 0.01t_R$, *д* – скачки производной при шаге интегрирования $dt = 0.05t_R$ и $dt = 0.01t_R$ соответственно

1. На первом шаге интегрирования по времени, на характеристике $j - s = 2$ (второй слой сеточной области) и по длине система уравнений (2.47) решается исправленным методом Эйлера. На этом шаге мы определяем значения функций из системы уравнений (2.53) и (2.54). Граничные условия определяются из уравнений (2.51) и (2.52) при $S=0$.

2. При дальнейшем интегрировании по времени в качестве прогноза используется трехточечная консервативная схема или разностная схема второго порядка.

3. Вычисленные значения используются для проведения коррекции по системе разностных уравнений.

4. Точность вычислений можно проверять с помощью интегралов движения (2.63) и (2.64).

5. Устойчивость решения и выбор шага интегрирования определяются сгущением сетки по методике, изложенной выше.

Отметим, что в данном параграфе рассмотрена система уравнений (2.47) и на этой модели показали методы численного решения. Для проведения вычислительных экспериментов использовалась более сложная модель с учетом неоднородного уширения линии люминесценции в виде системы уравнений (2.29) или (2.37). Алгоритм решения и комплекс программ даны в приложении 2.

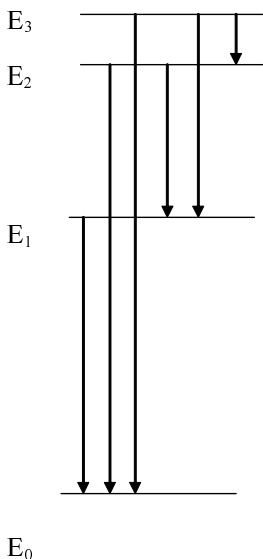
Таким образом, в этой главе для исследования кооперативных когерентных явлений в спектроскопии мы построили математическую модель, разработали алгоритм для численного моделирования и создали вычислительную компьютерную установку (см. приложение 1).

ГЛАВА 3

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЯВЛЕНИЯ СВЕРХИЗЛУЧЕНИЯ

Квантовыми системами называют системы, состоящие из микрочастиц (электронов, ядер, атомов, молекул и т.д.) и подчиняющиеся квантовым законам, характерным для микромира.

В квантовой теории отдельный электрон, атом или молекулу (и более сложные системы) можно рассматривать только как объект, существующий в некотором разрешенном квантовом состоянии. Важнейшим свойством квантовой системы, состоящей из связанных микрочастиц, является то, что ее внутренняя энергия при определенных условиях может принимать лишь разрешенные дискретные значения E_j , каждому из которых соответствует одно или несколько устойчивых состояний движения частиц в системе: энергия квантована.



Энергетические состояния, которыми может обладать квантовая система, для наглядности изображают графически в виде уровней энергии по аналогии с потенциальной энергией тела, поднятого на различные уровни (рис. 3.1). Самый нижний уровень, соответствующий наименьшей возможной энергии системы, называют основным. Все остальные уровни называют возбужденными. Изменение

Рис. 3.1. Энергетическая
схема

энергии системы сопровождается квантовым скачком скачкообразным переходом квантовой системы с одного уровня энергии E_i на другой E_j . При $E_i > E_j$ система отдает энергию, а при $E_i < E_j$ поглощает ее.

Атомы (молекулы, ионы, электроны), находящиеся в верхнем энергетическом состоянии, могут совершать спонтанные переходы в нижнее состояние. Эти переходы самопроизвольны. Происходящий при спонтанном излучении распад верхнего энергетического состояния подобен радиоактивному распаду неустойчивого ядра. Вероятность спонтанных переходов не зависит от внешнего электромагнитного поля, акты спонтанного излучения никак не связаны с внешним полем. Поэтому спонтанное излучение некогерентно по отношению к внешнему полю (т.е. отдельная частица излучает поле, фаза которого не коррелирует с фазами полей, излучаемых другими частицами) и играет роль собственных шумов. Кроме того, спонтанное излучение опустошает верхний энергетический уровень, способствуя возвращению атома в нижнее энергетическое состояние.

Спонтанное излучение является эффектом принципиально квантовым, не допускающим классической трактовки. В классической механике метастабильное состояние, обладающее большей энергией к некоторому основному устойчивому состоянию, в отсутствие внешних возмущений может жить бесконечно долго. В квантовой области такое метастабильное состояние спонтанно распадается с некоторой отличительной от нуля средней скоростью.

Рассмотрим систему N – двухуровневых атомов, заключенных в протяженном объеме. Предположим, что все атомы в начальный момент возбуждены. Для каждого атома существует вектор дипольного момента перехода $\vec{\mu}$, величина которого связана с вероятностью перехода электрона с одного уровня на другой следующим образом:

$$\gamma = \frac{4\mu^2\omega^3}{3\hbar c^3}.$$

Существуют два типа высвечивания многоатомной системы. При первом типе высвечивания атомы не сфазированы друг с другом, каждый атом излучает независимо. Направление излучения фотона при таком распаде атомов случайное. Это излучение называется спонтанным. Другой тип излучения, когда атомы связаны между собой, дипольные моменты их коррелированы (сфазированы), иначе говоря, когерентны в процессе излучения. Корреляция происходит в про-

цессе высвечивания в собственном поле излучения атомов. Атомы чувствуют друг друга через общее поле излучения и начинают излучать одновременно в коррелированном направлении. Такой тип излучения называется сверхизлучением. Впервые второй тип излучения был предсказан в работе [1] и называется сверхизлучением Дике. Время, в течение которого происходит корреляция дипольных моментов атомов, называется временем сверхизлучения и обозначается буквой τ_R .

В своей работе, представленной в 1954 г., Дике показал, что при рассмотрении всей среды и ее поля излучения как единой квантовой системы существуют состояния, в которых скорость спонтанного излучения аномально велика. В этих состояниях волновые функции частиц коррелируют друг с другом по фазе, и спонтанное излучение становится когерентным процессом, в котором поле излучения превышает в N раз поле, которое излучалось бы отдельными частицами. Дике предложил, «для более точной терминологии состояния вещества, сильно излучающие, вследствие когерентного эффекта, называть сверхизлучающими».

Сверхизлучение относится к классу когерентных оптических явлений. Причина когерентности, как было отмечено ранее, очевидна, — общее поле излучения оказывает влияние на состояние каждого из них. Этот процесс эффективен только в том случае, если все остальные взаимодействия атомов (дополнительные к взаимодействию с полем излучения) не успевают нарушить фазы волновых функций атомов.

Таким образом, сверхизлучением называется явление спонтанного высвечивания полностью инвертированной многоатомной системы в условиях сохранения ее фазовой памяти. Этот процесс представляется следующим образом: в возбужденной системе за время

$$\tau_R = \frac{\hbar c}{4\pi\omega_0 \mu^2 N_0 L} \quad (3.1)$$

происходит нарастание корреляции дипольных моментов многоатомной системы в собственном поле излучения этих атомов. Иначе говоря, создается фазировка дипольных моментов атомов, атомная система становится когерентной. В отсутствии релаксаций, сбивающих фазу дипольных моментов атомов, самопроизвольно подготовленная таким образом когерентная инвертированная многоатомная система кооперативно излучает с некоторой задержкой. Время задержки излучения определяется из соотношения

$$\tau_d = \tau_R (\ln \sqrt{N})^2. \quad (3.2)$$

Условием реализации явления сверхизлучения является то, что время процесса сверхизлучения должно быть меньше времен релаксаций, сбивающих фазу коррелированных дипольных моментов атомов, т.е. $\tau_{imp} < \gamma_2^{-1}, \gamma_2^{*-1}$. Здесь $\gamma_2 = T_2^{-1}$ поперечная релаксация дипольных моментов атомов, она обусловлена температурными явлениями; $\gamma_2^* = T_2^{*-1}$ так называемая неоднородная релаксация, обусловленная неоднородностями, посторонними примесями в кристаллах и доплеровским эффектом в газах. В примесных кристаллах $\gamma_2 = 0$, если температура близка к гелиевой.

Основной отличительной чертой сверхизлучения от спонтанного излучения (люминесценции) является то, что интенсивность сверхизлучения пропорциональна квадрату излучающих атомов N^2 , в отличие от люминесценции, где $I \sim N$.

3.1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СВЕРХИЗЛУЧЕНИЯ

Рассмотрим различные математические модели сверхизлучения на основе полуклассических уравнений Максвелла – Блоха [2–8].

3.1.1. Автомодельное решение для сверхизлучения

Рассмотрим решения системы уравнений (2.47). В полуклассической теории квантовые флуктуации спонтанного шума имитируются затравочной начальной поляризацией по всему образцу, которая может быть определена из эксперимента

$$R_0 = \frac{2}{\sqrt{N}} \quad (3.3)$$

где N_0 – число возбужденных атомов.

Определение формы импульса сверхфлуоресценции значительно упрощается, если начальную поляризацию считать однородной

$$R(x, t)_{x=0} = R_0, \quad (3.4)$$

и в этом случае существует автомодельное решение [9, 10].

Действительно, выписывая уравнения (2.49)

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi \partial \tau} = \sin \theta, \quad (3.5)$$

$$A = 0.5 \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \tau}, R = 0.5 \cdot \sin \theta, Z = 0.5 \cdot \cos \theta$$

и предполагая, что θ зависит от ξ и только через переменную

$$w = 2 \cdot \sqrt{\xi \cdot \tau} \quad (3.6)$$

из (3.5) получим

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial w^2} + \frac{1}{w} \frac{\partial \theta}{\partial w} - \sin \theta = 0. \quad (3.7)$$

Мы можем воспользоваться этим автомодельным решением, так как граничные и начальные условия можно выразить как $\theta_0(0) = \theta_0$.

С помощью решения уравнения (3.7), удовлетворяющего начальному условию, можно найти поле

$$A = \frac{1}{2} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{1}{2} \frac{\xi}{\sqrt{\tau \xi}} \theta'(2\sqrt{\tau \xi}). \quad (3.8)$$

Интенсивность (отнесенная к одному атому) излучения, проходящего через сечение ξ равна

$$I = |A|^2 / 2\tau_R.$$

Итак, мы получаем импульс, который по мере распространения сужается пропорционально пройденной длине, а его интенсивность растет как квадрат длины.

3.1.2. Сверхизлучение малых систем ($L \leq \lambda$)

Построим математическую модель для исследования сверхизлучения малых систем. Будем исходить из системы уравнений для матрицы плотности (2.4). Сверхизлучение реализуется в отсутствии фазовых релаксаций, тогда система уравнений (2.4) запишется в виде:

$$\begin{aligned} i\hbar \dot{\rho}_{bb} &= -\bar{\mathbb{E}}(\bar{\mu}_{ba}\rho_{ab} - \bar{\mu}_{ab}\rho_{ba}), \\ i\hbar \dot{\rho}_{aa} &= \bar{\mathbb{E}}(\bar{\mu}_{ba}\rho_{ab} - \bar{\mu}_{ab}\rho_{ba}), \\ i\hbar \dot{\rho}_{ba} &= \hbar(\omega_b - \omega_a)\rho_{ba} - \bar{\mathbb{E}}\bar{\mu}_{ba}(\rho_{aa} - \rho_{bb}). \end{aligned} \quad (3.9)$$

Напряженность электрического поля удовлетворяет волновому уравнению Максвелла

$$(\Delta^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2})\bar{\mathbb{E}} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \bar{P}. \quad (3.10)$$

Система уравнений (3.9) и (3.10) описывает самосогласованную задачу о взаимодействии электромагнитного поля с системой двухуровневых атомов. Поляризация среды (дипольный момент единицы объема) определяется через недиагональные элементы матрицы плотности

$$\bar{P}(\vec{r}, t) = N_0 \bar{\mu} \{ \rho_{ab}(\vec{r}, t) + \rho_{ba}(\vec{r}, t) \}, \quad (3.11)$$

где N_0 – число атомов в единице объема.

Для малых систем ($L \leq \lambda$) уравнение для электромагнитного поля имеет явное решение

$$\bar{E}(\vec{r}, t) = -\frac{2\pi}{c} \int \bar{P}(\vec{r}', t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c}) d\vec{r}'. \quad (3.12)$$

Рассмотрим одномерное приближение. Будем считать, что поле, поляризация и населенность зависят только от выделенной координаты x и t . Используя (3.12), получим

$$E(x, t) = -\frac{2\pi\mu N_0}{c} \int_0^L [\rho_{ba}(x', t - \frac{|x - x'|}{c}) + \rho_{ab}(x', t - \frac{|x - x'|}{c})] dx'.$$

Выделим в элементах матрицы плотности существенную зависимость от времени

$$\begin{aligned} \rho_{ba}(x, t) &= R^-(x, t) e^{-i\omega_0 t}, \\ \rho_{ab}(x, t) &= R^+(x, t) e^{+i\omega_0 t}. \end{aligned}$$

Введем вектор Блоха с составляющими X, Y, Z

$$X \pm Y = R^\pm, \quad Z = \frac{\rho_{bb} - \rho_{aa}}{2}.$$

Тогда в приближении медленно меняющихся амплитуд получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial R^\pm}{\partial t} &= \pm \frac{2i\mu}{\hbar} E^\pm Z e^{\pm i\omega_0 t}, \\ \frac{\partial Z}{\partial t} &= +i \frac{\mu}{\hbar} E (R^+ e^{i\omega_0 t} - R^- e^{-i\omega_0 t}); \end{aligned} \quad (3.13a)$$

$$\begin{aligned} E(x, t) &= -\frac{2\pi\mu\omega_0 N_0}{c} \int_0^L [R^+(x', t - \frac{|x - x'|}{c}) e^{i\omega_0(t - \frac{|x - x'|}{c})} - \\ &- R^-(x', t - \frac{|x - x'|}{c}) \cdot e^{-i\omega_0(t - \frac{|x - x'|}{c})}] dx'. \end{aligned} \quad (3.13b)$$

Представляя уравнение (3.136) в виде

$$E(x, t) = E^+(x, t)e^{i\omega_0 t} + E^-(x, t)e^{-i\omega_0 t},$$

пренебрегая быстро осциллирующими членами вида $\exp(\pm 2i\omega t)$ и вводя безразмерное поле

$$E^\pm = \pm \frac{2\pi\omega_0 N_0 \mu L}{ic} \tilde{A}^\pm = \pm \frac{\hbar}{2i\mu \tau_R} A^\pm,$$

получим следующую математическую модель для сверхизлучения малых систем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial R^\pm}{\partial t} &= \frac{1}{\tau_R} A^\pm Z, \\ \frac{\partial Z}{\partial T} &= -\frac{1}{2\tau_R} (A^- R^+ + A^+ R^-); \end{aligned} \quad (3.14a)$$

$$A^\pm(x, t) = \frac{1}{L} \int_0^L R^\pm(x', t - \frac{|x-x'|}{c}) e^{\mp i\omega \frac{|x-x'|}{c}} dx'. \quad (3.14б)$$

В отличие от уравнений (2.25), где выделяется одно направление излучения, в данной модели излучение распространяется в двух противоположных направлениях.

Численное решение этих уравнений для малых систем ($L \leq \lambda$) показано на рис. 3.2, где импульс сверхизлучения имеет форму гиперболического секанса. В этом случае с хорошей точностью сохраняется пространственная однородность величин A^\pm, R^\pm, Z в течение все-

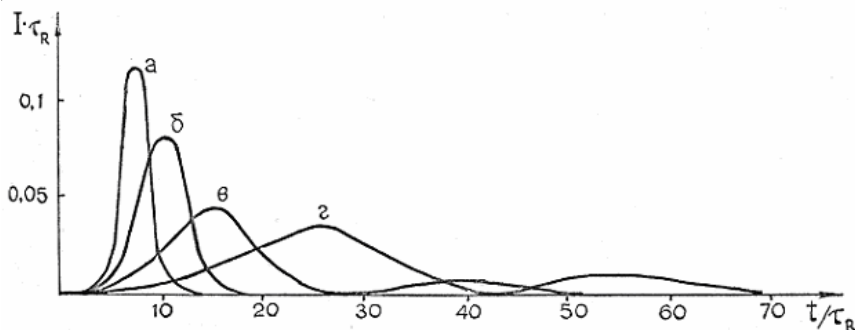


Рис. 3.2. Импульсы сверхизлучения малой системы. $X_0 = Y_0 = 4 \cdot 10^{-2}$:

а) $L = 0.1\lambda$; б) $L = 0.4\lambda$; в) $L = \lambda$; г) $L = 5\lambda$

го процесса излучения (рис. 3.3). Проведенные расчеты показали, что при увеличении длины образца появляются дополнительные осцилляции, которые обусловлены неоднородностью инверсии и поляризации по образцу.

В предельном случае ($L \ll \lambda$), используя пространственно-одно-родное приближение, можно получить аналитическое решение системы уравнений (3.14). Так как система очень мала, то можем пренебречь зависимостью поляризации от координаты, тогда получаем $A^\pm = R^\pm$, т.е. поле непосредственно выражается через поляризацию.

С учетом этого уравнения примет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial R^\pm}{\partial t} &= \frac{1}{\tau_R} R^\pm Z, \\ \frac{\partial Z}{\partial t} &= -\frac{1}{\tau_R} R^- R^+. \end{aligned} \quad (3.15)$$

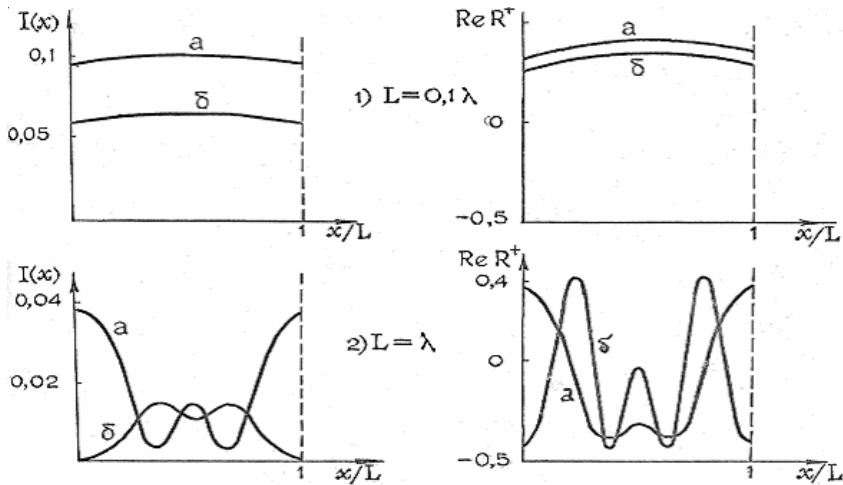


Рис. 3.3. Распределение интенсивности $I(x)$ и поляризации $\text{Re } R^\pm(x)$

по образцу в различные моменты времени. 1) $L = 0,1\lambda$: а) $t = 6\tau_R$,

б) $t = 10\tau_R$; 2) $L = \lambda$: а) $t = 15\tau_R$, б) $t = 30\tau_R$

Умножая первое уравнение (3.15) на $2Z$, второе на $2R^\pm$, и складывая, получим, что вектор Блоха сохраняет свою длину

$|R^\pm|^2 + Z = const$. При начальной полной инверсии $Z_0=0,5$, имеем $X^2 + Y^2 + Z^2 = 0,25$.

Введем полярный угол θ и азимутальный φ :

$$X = 0,5 \sin \theta \cdot \cos \varphi, \quad Y = 0,5 \sin \theta \sin \varphi, \quad Z = 0,5 \cos \theta, \quad (3.16)$$

тогда система уравнений (3.15) примет вид:

$$\dot{\theta} - \frac{1}{2\tau_R} \sin \theta = 0, \quad \dot{\varphi} = 0. \quad (3.17)$$

Решение системы имеет вид

$$\cos \theta = -th \frac{t-t_0}{2\tau_R}, \quad \varphi = const, \quad t_0 = 2\tau_R \ln \frac{2}{\theta(0)}. \quad (3.18)$$

Интенсивность излучения с учетом (3.15) равна

$$I = \frac{cn}{2\pi\hbar\omega_0 N_0 L} |E^\pm|^2 = \frac{n}{2\tau_R} R^+ R^-.$$

Используя уравнение (3.15), получим

$$I = -\frac{n}{2} \dot{Z}.$$

Выражая \dot{Z} через (3.16) и (3.18) имеем

$$I = \frac{1}{2} \frac{n}{4\tau_R} \sec^2 h^2 \frac{t-t_0}{2\tau_R}. \quad (3.19)$$

Здесь t_0 определяется по начальному значению θ_0 и может быть записано в виде

$$t_0 = \tau_R \ln N.$$

Таким образом, мы получили аналитическое выражение для интенсивности сверхизлучения из полуклассической модели сверхизлучения малых систем, которое согласуется с численным решением системы (3.14) в пределе ($L \ll \lambda$).

3.1.3. Сверхизлучение протяженной системы

без учета запаздывания ($L \gg \lambda$ и $\frac{L}{c} \ll t_{имп}$)

Сверхизлучение¹ для протяженных систем $L \gg \lambda$ проявляется, когда времена поперечной T_2 , продольной T_1 и неоднородной T_2^* ре-

¹ Сверхизлучение в протяженных системах ($L \gg \lambda$) часто называют **сверхфлуоресценцией**.

лаксации достаточно велики по сравнению с временем излучения системы. В этом случае в уравнениях (3.38) можно положить, что $\gamma_2 = 0$, $G(\Delta) = \delta(\Delta)$.

Рассмотрим случай, когда можно пренебречь запаздыванием. Это возможно, когда процесс излучения системы медленнее, чем распространение света через систему, т.е. $L/c \ll t_{\text{инв}}$. В этом случае запаздывающее время $T = t - x/c$ можно заменить обычным временем t .

Тогда математическую модель сверхизлучения протяженной системы в отсутствие запаздывания в единицах t_R и L можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{A}^{\pm}}{\partial x} &= \frac{1}{L} R^{\pm}, \\ \frac{\partial R^{\pm}}{\partial t} &= \tau_R^{-1} \tilde{A}^{\pm} Z, \\ \frac{\partial Z}{\partial t} &= -0.5 \tau_R^{-1} (\tilde{A}^{-} R^{+} + \tilde{A}^{+} R^{-}). \end{aligned} \quad (3.20)$$

В качестве начального условия выбиралась однородная по длине инверсия и однородная малая поляризация, значение которой определялось по интенсивности спонтанного излучения (см. 3.3).

Результаты решения системы уравнений (3.20) приведены на рис. 3.4–3.6. Как видно, интенсивность излучения имеет осцилляционный характер, который связан с возникающей пространственной неоднородностью населенности (см. рис. 3.4) и эффектами распространения.

Время задержки и период осцилляции интенсивности логарифмически зависят от $R^{\pm}(0, \xi)$. Поскольку величина τ_R обратно пропорциональна плотности инверсии N_0 , то интенсивность сверхизлучения, отнесенная к одному возбужденному атому, пропорциональна плотности инверсии, а полная интенсивность пропорциональна квадрату плотности инверсии.

Система уравнений обладает инвариантностью относительно масштабного преобразования

$$\xi \Rightarrow \alpha \xi, \tau \Rightarrow \frac{1}{\alpha} \tau, A^{\pm} \Rightarrow \alpha A^{\pm}. \quad (3.21)$$

Если начальные и граничные условия инвариантны относительно этого преобразования, то решение имеет автомодельный вид и

зависит только от переменной $W=xt$ [9, 10]. И все решения систем уравнений (3.19) в отсутствие релаксации образуют однопараметрическое семейство (с параметром τ_R).

Форма импульса сверхизлучения для различных значений начальной поляризации, вычисленная по модели (3.20), изображена на рис. 3.4. Как следует из результатов численного решения, импульс сверхизлучения имеет осциллирующую форму.

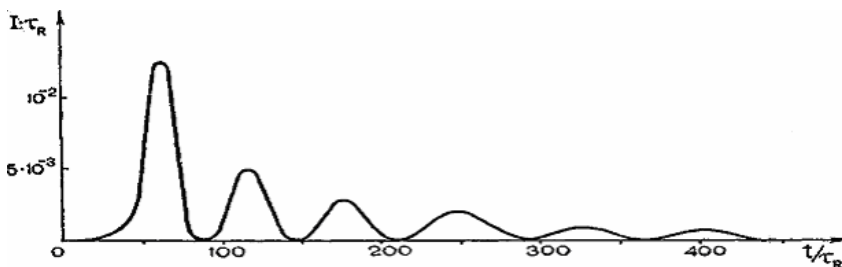


Рис. 3.4. Интенсивность сверхизлучения в отсутствие запаздывания $R_0=2 \cdot 10^{-4}$

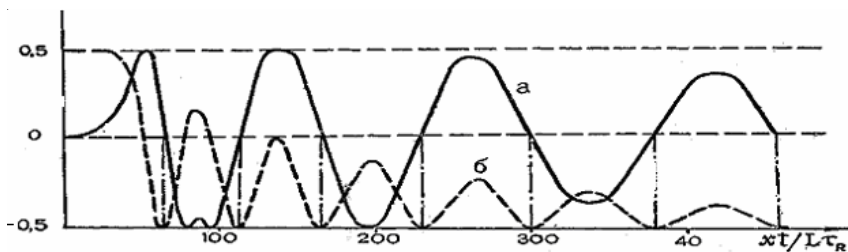


Рис. 3.5. Масштабные свойства сверхизлучения в отсутствие запаздывания $R_0=2 \cdot 10^{-4}$: а) распределение поляризации R; б) распределение населенности Z

Временной масштаб импульса сверхизлучения для образца длины $x = \xi L$ определяется временем сверхизлучения τ_R . Для начальной поляризации $R_0 = 0.5 * \theta_0$ характерна задержка первого максимума на величину порядка

$$\tau_d \approx \tau_R \left| \ln \frac{\theta_0}{2\pi} \right|. \quad (3.22)$$

Масштабные свойства решения показаны на рис. 3.5 и 3.6. Они заключаются в следующем: зависимость $\text{Re } R^+$ и Z от τ при фиксированном ξ совпадает с зависимостью этих величин от ξ при фиксиро-

ванном τ . Распределение величин R^\pm и Z по длине в момент времени τ_1 получается растяжением распределения этих величин в момент τ_2 , с коэффициентом растяжения $\alpha = \frac{\tau_2}{\tau_1}$, напряженность A^\pm умножается при этом на коэффициент растяжения.

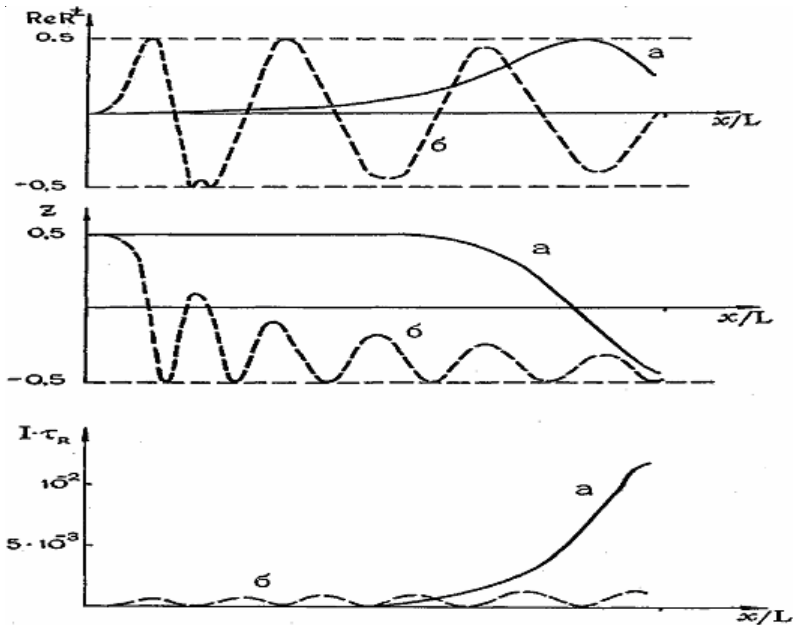


Рис. 3.6. Масштабные свойства распределения поляризации $Re R$, инверсии Z , интенсивности I в различные моменты времени при сверхизлучении протяженной системы (без запаздывания): а) $t_1 = 60 \tau_R$; б) $t_2 = 400 \tau_R$.

3.1.4. Пространственно-однородная модель сверхизлучения

В ряде работ [19, 22] для описания сверхизлучения протяженной системы использовалось пространственно-однородное приближение, т.е. предполагалось, что поле, поляризация и населенность не зависят от пространственной координаты в течение процесса излучения. Это приближение хорошо оправдано для малых систем. Хотя решения, полученные таким способом, качественно описывают сверхиз-

лучение протяженных систем, однако количественного согласия при сравнении с экспериментом в газе HF [13] не достигается. Ниже будет показано, что пространственно-однородное решение может быть использовано для описания импульса сверхизлучения протяженной системы в течение времени L/c .

С этой целью рассмотрим данное приближение более детально. При решении системы уравнений (2.29) считаем, что в начальный момент поле равно нулю, но имеются начальная инверсия и малая однородная поляризация, имитирующая спонтанное излучение. Амплитуды A и R будем считать вещественными. Тогда уравнения (2.29) в пространственно-однородном приближении примут вид:

$$\begin{aligned}\frac{\partial A}{\partial t} &= -\chi' A + \Omega R \\ \frac{\partial R}{\partial t} &= -\gamma_2 R + 2\Omega AZ, \\ \frac{\partial Z}{\partial t} &= -\gamma_1 Z - \Omega AR.\end{aligned}\tag{3.23}$$

Величина $Z^2 + R^2$ в отсутствии релаксаций $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ является интегралом движения. Ищем решение в виде

$$R(t) = 0.5 \sin \theta(t), \quad Z = 0.5 \cos \theta(t),\tag{3.24}$$

тогда

$$A = \frac{1}{2} \Omega^{-1} \dot{\theta}(t).\tag{3.25}$$

Подставляя (3.24) и (3.25) в (3.23), получим уравнение маятника

$$\ddot{\theta} + \chi \dot{\theta} - \Omega^2 \sin \theta = 0.\tag{3.26}$$

Интенсивность излучения (число фотонов, проходящее через поперечное сечение в единицу времени, отнесенное к одному атому) имеет вид

$$I = \frac{c}{L} |A|^2 = \frac{c}{2L\Omega^2} \dot{\theta}^2,\tag{3.27}$$

т.е. выражается через кинетическую энергию маятника.

При большом затухании ($\chi \gg \Omega$) из (3.26) и (3.27) следует

$$I = \frac{c}{2L\chi} \frac{1}{\tau_R^*} \sec h^2 \frac{t-t_0}{2\tau_R^*},\tag{2.28}$$

где

$$\tau_R^* = \frac{\chi}{\Omega^2}, t_0 = \tau_R^* \ln \frac{2}{\theta_0}, \quad (3.29)$$

где θ_0 – начальное значение полярного угла, соответствующее начальной поляризации $\mu N_0 \sin \theta_0$ и начальной инверсии $N_0 \cos \theta_0$ при полной начальной инверсии $Z_0 = 0.5$.

Как следует из (3.28), интенсивность излучения, отнесенная к одному атому, пропорциональна $\tau_R^* = \frac{\chi}{\Omega^2}$, следовательно, и плотности

инверсии, так как $\Omega = \left(\frac{2\pi\omega_0 N_0 \mu^2}{\hbar} \right)^{\frac{1}{2}}$. Поэтому полная интенсивность сверхизлучения пропорциональна квадрату плотности инверсии.

В общем случае в системе будут происходить затухающие колебания интенсивности, связанные с обменом энергией атомов и электрического поля. В предельном случае $\chi = 0$ угол θ будет испытывать незатухающие колебания с периодом $4\Omega^{-1} \ln \frac{4}{\theta_0}$. При малом начальном угле, асимптотический вид решения на одном периоде

$$\theta(t) = 4 \operatorname{arctg}(\exp(\Omega(t - t_0))), \quad t_0 = \Omega^{-1} \ln \frac{4}{\theta_0}. \quad (3.30)$$

Приближенность формулы (3.27) связана с тем, что в начальный момент времени ($t = 0$) маятник имеет величину, отличную от нуля

скорость (при нулевой скорости период колебаний равен $4\Omega^{-1} \ln \frac{8}{\theta_0}$).

Интенсивность излучения, соответствующая одному максимуму, может быть представлена в виде:

$$I = \frac{c}{2L\Omega^2} \dot{\theta}^2 = \frac{c}{L} \sec^2 h^2[\Omega(t - t_0)]. \quad (3.31)$$

Первый максимум будет иметь задержку (3.30). Последующие максимумы интенсивности разделены интервалом $2\Omega^{-1} \ln \frac{4}{\theta_0}$.

Предположение о пространственной однородности решения соответствует циклическим граничным условиям: поле на выходе равно полю на входе. Эти решения можно интерпретировать как соли-

тоны [14, 15], распространяющиеся в инвертированной бесконечно протяженной среде или в торе с большим радиусом с бесконечной скоростью.

3.1.5. Сверхизлучение протяженной системы с учетом запаздывания

Рассмотрим решение уравнений Максвелла – Блоха (2.37) с учетом запаздывания. В этом случае если $\tau_{\text{инн}} \leq \frac{L}{c}$, то запаздыванием пренебрегать нельзя. При решении уравнений (3.23) удобно использовать в качестве единиц длины и времени соответственно $c\Omega^{-1}$ и Ω^{-1} . В отличие от решения без учета запаздывания данное решение не имеет автомодельного характера, так как начальные условия задаются на прямой $\tau = -\xi$ и не инвариантны относительно масштабного преобразования (3.23).

Система уравнений (2.37), описывающая сверхизлучение протяженной системы $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_2^* = 0$, имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial \xi} &= R, \\ \frac{\partial R}{\partial \tau} &= 2AZ, \\ \frac{\partial Z}{\partial \tau} &= -(A^- R^+ + A^+ R^-), \end{aligned} \tag{3.32}$$

где $\xi = \frac{x}{c\Omega^{-1}}$, $\tau = (t - \frac{x}{c})\Omega$.

Для того, чтобы проследить зависимость формы импульса сверхизлучения от длины усиления, было проведено численное решение уравнений (3.32). Изменение формы импульса сверхизлучения в зависимости от длины усиления иллюстрирует рис. 3.6. Как видно из рис. 3.6 и 3.8, при длинах $L \gg ct_0$, где t_0 – время задержки импульса, проявляются пульсации, соответствующие режиму «математического маятника», т.е. пространственно-однородному решению $\chi = 0$.

Поле A^\pm одной пульсации с учетом (3.27) и (3.30) примет вид

$$A^\pm = \sec h[\Omega(t - t_0)].$$

Вычислим площадь одной пульсации

$$\int A^{\pm}(t)dt = \int_0^{2t_0} \sec h[\Omega(t - t_0)]dt = \pi . \quad (3.33)$$

Реальная амплитуда поля в два раза больше, чем A^{\pm} . Очевидно, что пульсации пространственно-однородного решения есть « 2π »-импульсы. Из рис. 3.7 также видно, что населенность Z в течение времени L/c падает от 0,5 до 0,5 и вновь инвертируется, при этом излучается « 2π »-импульс. Так как максимум интенсивности в таком решении обратно пропорционален длине образца, то их интегральная интенсивность не зависит от L .

Еще раз следует отметить область применимости пространственно-однородного решения. В течение времени прохождения света через среду выходной импульс точно совмещен с импульсом интенсивности пространственно-однородной задачи. Данное утверждение фактически основано на принципе причинности: для волны, распрост-

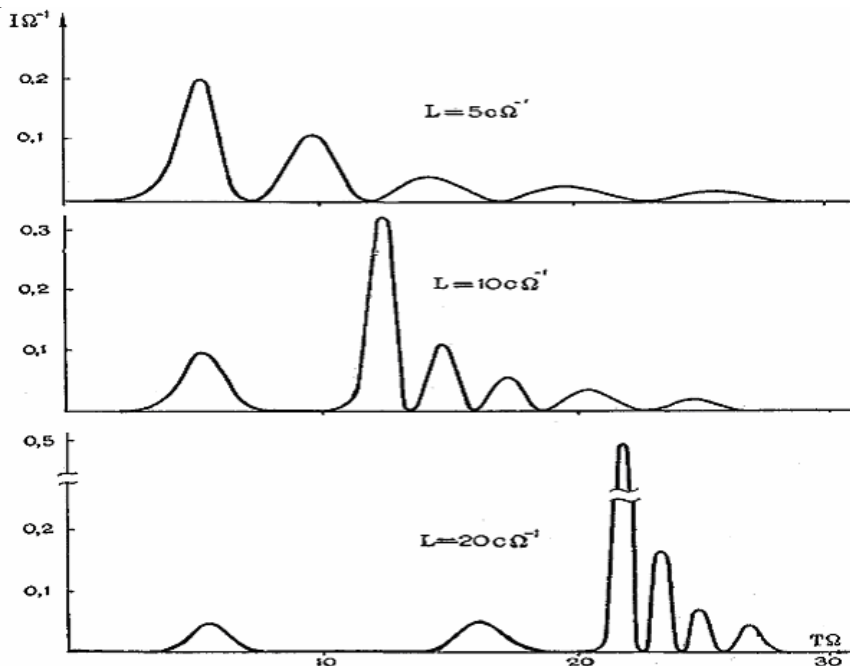


Рис. 3.6. Импульсы сверхизлучения протяженной системы при наличии запаздывания для различных длин. $R_0 = 2 \cdot 10^{-3}$

раняющейся в одном направлении, влияние граничных условий на выходной импульс не может сказаться ранее, чем через L/c . Мы можем считать, что в течение этого времени имеют место циклические граничные условия, обеспечивающие пространственно-однородное решение.

Вслед за « 2π »-импульсами следует, как видно из рис. 3.8, «квадратичный» импульс, близкий к импульсу сверхизлучения в отсутствии запаздывания. Так как интенсивность излучения « 2π »-импульса пропорциональна плотности инверсии (см. (3.36)), а следующий за ним импульс «квадратичен» плотности инверсии, то полная интенсивность пропорциональна $\sim N^2$.

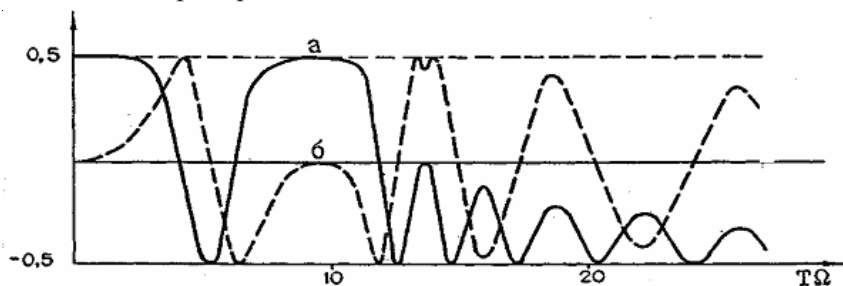


Рис. 3.7. Динамика сверхизлучения протяженной системы. $R_0 = 2 \cdot 10^{-2}$, $Z_0 = 0.5$, $L = 10 \text{ c}\Omega^{-1}$: а) населенность $Z(T, L)$; б) поляризация $\text{Re } R^+(T, L)$

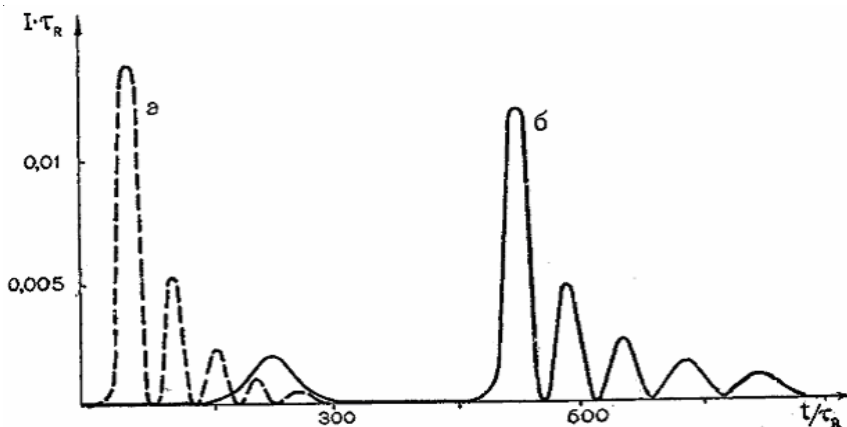


Рис. 3.8. Импульсы сверхизлучения $Z_0 = 0.5$: а) в отсутствие запаздывания $R_0 = 2 \cdot 10^{-4}$; б) при наличии запаздывания $L = 450 \text{ ct}_R$, $R_0 = 2 \cdot 10^{-3}$

Таким образом, кооперативность излучения многоатомной протяженной системы не всегда проявляется в сокращении времени излучения обратно пропорционально числу излучателей N . Импульс излучения, выходящий из системы в течение времени $\frac{L}{c}$ имеет временной масштаб $N^{\frac{1}{2}}$. «Квадратичный» импульс сверхизлучения, который по форме и интенсивности близок к сигналу сверхизлучения в отсутствии запаздывания, формируется при выходе спустя время, после серии « 2π »-импульсов.

3.2. СПЕКТР СВЕРХИЗЛУЧЕНИЯ

При решении уравнений Максвелла – Блоха (3.38) вычислялись интенсивность $I(x, t)$ и спектр импульса $S(x, \omega)$ излучения при $x = L$.

Рис. 3.9 иллюстрирует импульсы $I(L, t)$ сверхизлучения протяженной системы и их спектры $S(x, \omega)$. Расчеты выполнялись для длин $L = 0.5c\Omega$ и $L = 5cW$ и для случая без учета запаздывания. Фурье спектр излучения вычислялась с помощью следующих соотношений:

$$A(x, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} A(x, t) e^{i\omega t} dt, \quad S(x, \omega) = \frac{1}{2\pi} \frac{|A^{\pm}|^2}{N_0 \hbar \omega L}.$$

Как видно из рис. 3.9, спектр сверхизлучения имеет характерную линейчатую структуру с примерно одинаковым расстоянием между соседними пиками и симметричен относительно частоты перехода ω_0 .

Из сравнения формы импульса излучения и его спектра легко усматривается связь между максимумами в импульсе и дублетами в спектре. Естественно предположить, что структура в спектре есть проявление динамического штарковского расщепления атомного уровня в электрическом поле сверхизлучательного импульса.

Действительно, расчет показывает, что величина штарковского расщепления

$$\delta\omega = 2 \left| \frac{\mu A_0}{\hbar} \right|,$$

где поле A_0 соответствует пиковому значению интенсивности в отдельном максимуме импульса высвечивания на выходе ($x = L$), коррелирует с расщеплением соответствующих дублетов в его спектре.

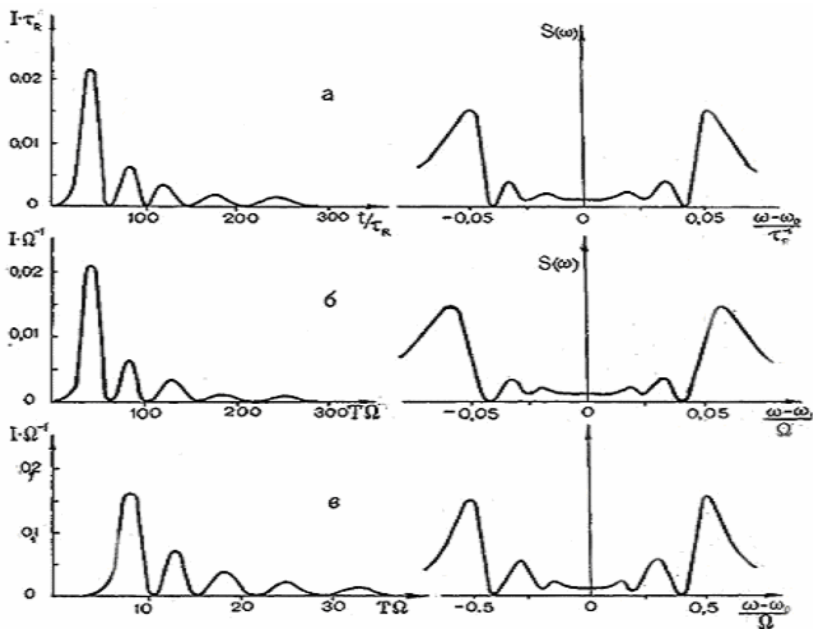


Рис. 3.9. Импульсы сверхизлучения протяженной системы и их спектры. $R = 2 \cdot 10^{-3}$: а) в отсутствии запаздывания; б) $L = 0.5 c \Omega^{-1}$, $t_R = \Omega^{-1}$; в) $L = 5 c \Omega^{-1}$, $\Omega^{-1} = 10 t_R$

Расчетное значение $\Delta\omega$ для первых двух максимумов и соответствующие значения расщеплений в спектрах излучения представлены в таблице 3.1. То обстоятельство, что расщепление в спектре меньше штарковского $\Delta\omega \tau_R$, можно объяснить немонохроматичностью поля, вызывающего это расщепление, а также неоднородностью поля вдоль системы.

В монохроматическом резонансном поле дублетная структура спектра излучения двухуровневой системы обусловлена оптической

Таблица 3.1

В отсутствии запаздывания $R_0 = 2 \cdot 10^{-3}$		$L = 0.5 c \Omega^{-1}$ $R_0 = 2 \cdot 10^{-3}$		$L = 5 c \Omega^{-1}$ $R_0 = 2 \cdot 10^{-3}$	
$\delta\omega \tau_R$	$\Delta\omega \tau_R$	$\delta\omega \tau_R$	$\Delta\omega \tau_R$	$\delta\omega \tau_R$	$\Delta\omega \tau_R$
0.44	0.1	0.42	0.13	3.5	0.95
0.2	0.064	0.22	0.06	3.44	0.58

нутацией, т.е. модуляцией амплитуды среднего дипольного момента с частотой $\Omega = \left| \frac{\mu A_0}{\hbar} \right|$, где A_0 амплитуда поля. Если атом находится в монохроматическом поле вида $E(t) = E_0 A(t) \cos \omega_{ba} t$, где функция $A(t)$ имеет колоколообразную форму с шириной T , то оптическая нутация, а, следовательно, и дублетная структура в спектре излучения будут проявляться, если ширина T импульса порядка или больше периода колебаний Раби $2\pi\Omega^{-1}$.

Это соотношение выполнено для первых двух максимумов в импульсе сверхизлучения. На рис. 3.10 представлены импульсы сверхизлучения и их спектры для разных значений R_0 . Как следует из этого рисунка, пиковая интенсивность I обратно пропорциональна времени

задержки $\approx \left[\ln \frac{1}{R_0} \right]^2 \tau_R$, где $R_0 = \frac{1}{\sqrt{N}}$, N – число возбужденных атомов. Кроме того, изменение начальной поляризации R_0 на несколько порядков несущественно меняет форму спектра сверхизлучения. Таким образом, найденная структура спектра может служить одним из признаков сверхизлучения, особенно в тех случаях, когда осцилли-

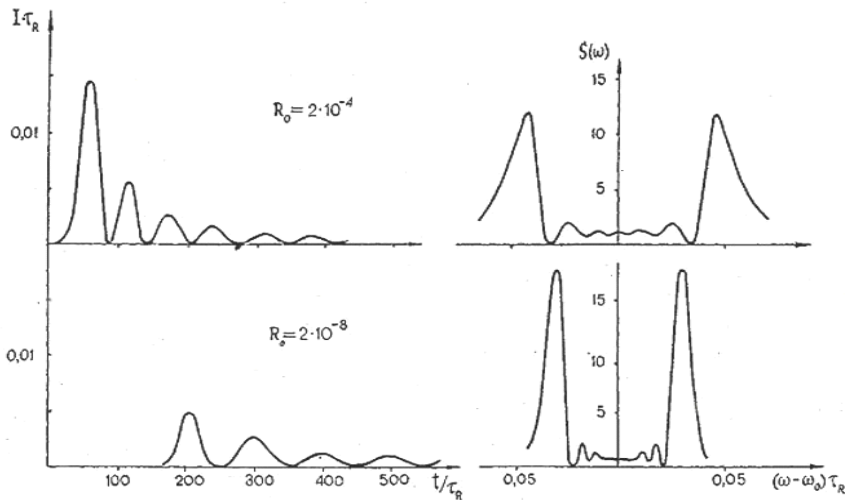


Рис. 3.10. Импульсы сверхизлучения протяженной системы в отсутствие запаздывания и их спектры при различных значениях начальной поляризации R_0

онная структура импульса высвечивания не разрешена вследствие положения импульсов с различными временами задержки, так как флуктуации времени задержки не влияют на форму спектра интенсивности излучения. Определяющей в этом смысле является осцилляционная структура отдельного импульса высвечивания.

3.3. ВЛИЯНИЕ ФАЗОВОЙ РЕЛАКСАЦИИ НА СВЕРХИЗЛУЧЕНИЕ ПРОТЯЖЕННОЙ СИСТЕМЫ БЕЗ УЧЕТА ЗАПАЗДЫВАНИЯ

Условием проявления сверхизлучения является отсутствие релаксации макроскопической поляризации. Однородное уширение спектра люминесценции обусловлено релаксацией дипольного момента каждого атома и характеризуется временем T_2 поперечной релаксации. Рассмотрим вначале влияние поперечной релаксации на динамику и спектр сверхизлучения протяженной системы в отсутствии запаздывания. Выполненные численные решения системы уравнений (2.37) в отсутствии запаздывания позволяют сделать следующие выводы (рис. 3.11). Уменьшение времени поперечной релаксации приводит к увеличению времени задержки импульса кооперативного излучения, к подавлению осцилляции и уменьшению интегральной интенсивности. В спектре сверхизлучения влияние времени T_2 приводит к подавлению крайних дублетов, возникновению и росту линии на центральной частоте.

Численное моделирование зависимости кинетики и спектра сверхизлучения от времени поперечной и неоднородной релаксации показывает, что характерные черты сверхизлучения без учета запаздывания сохраняются при условии

$$T_2^* \geq 40\tau_R, T_2 \geq 300\tau_R, \quad (3.34 \text{ а})$$

для начальной поляризации $R_0 = N^{-1/2} = 10^{-5} - 10^{-6}$, что соответствует плотности возбуждения $N_0 = 10^{10} - 10^{12} \text{ см}^{-3}$, и при условии

$$T_2^* \geq 50\tau_R, T_2 \geq 400\tau_R \quad (3.34 \text{ б})$$

для $R_0 = 10^{-7} - 10^{-8} (\text{см}^3)$, $N_0 = 10^{14} - 10^{16} \text{ см}^{-3}$.

Время поперечной релаксации в твердых телах, которое в основном обусловлено электрон-фононным взаимодействием, можно увеличить понижением температуры исследуемого кристалла.

Однако ограничение, связанное с неоднородной релаксацией, остается даже при низких температурах. Поэтому наблюдению сверх-

флуоресценции в примесных кристаллах препятствует неоднородное уширение линии люминесценции.

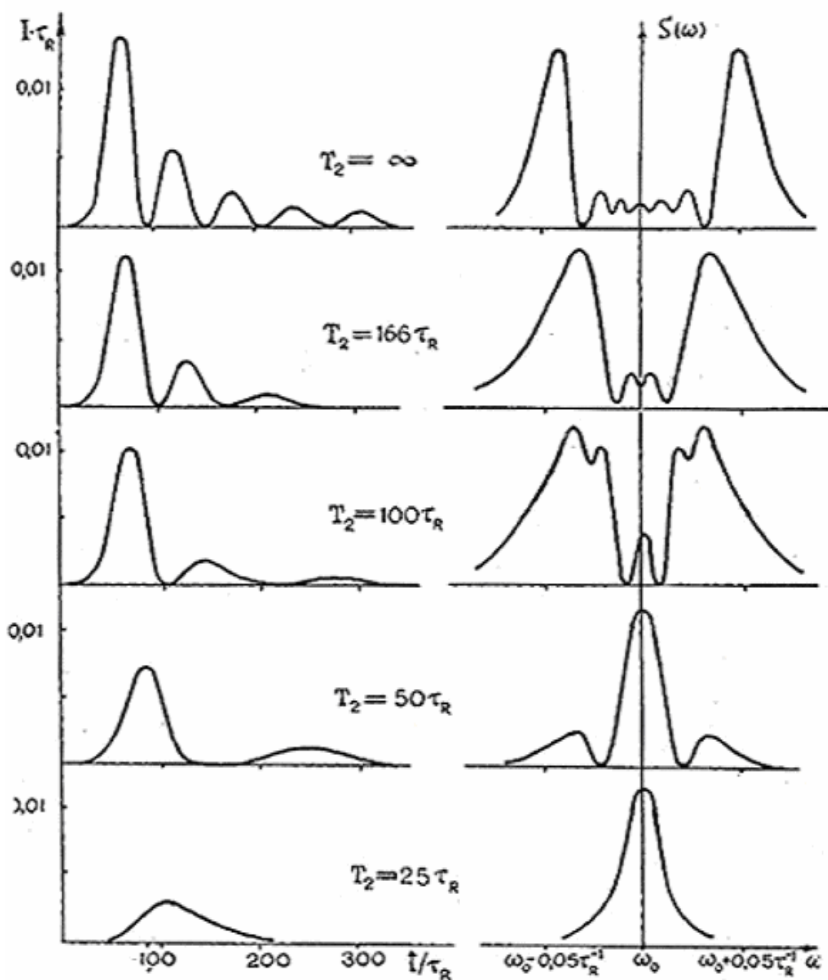


Рис. 3.11. Влияние однородного уширения на форму импульса высвечивания и его спектр без учета запаздывания. $R_0 = 2 \cdot 10^{-4}$ $Z_0 = 0.5$ (площадь спектра не нормирована)

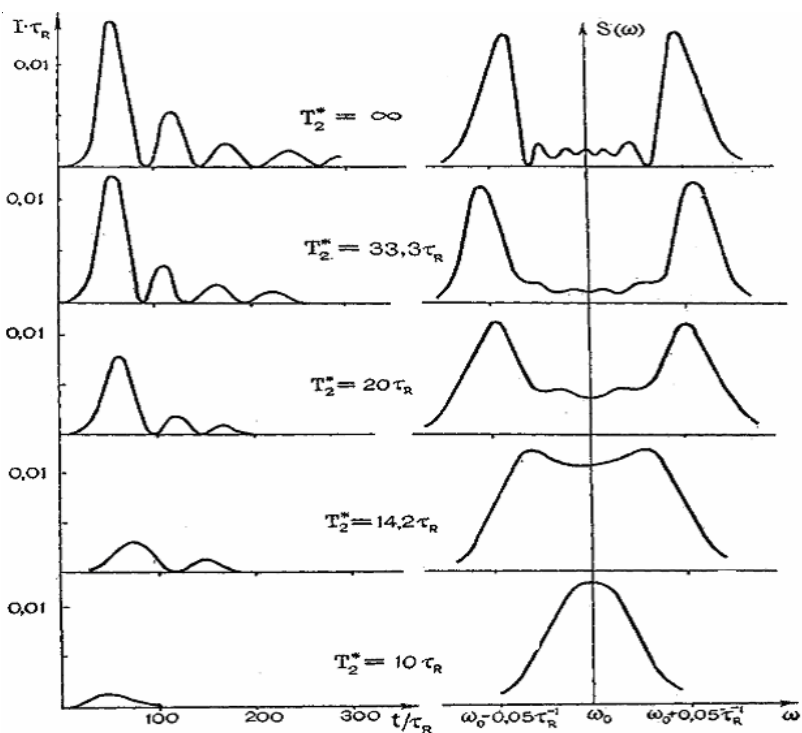


Рис. 3.12. Влияние неоднородного уширения на форму импульса высвечивания и его спектр без учета запаздывания. $R_0 = 2 \cdot 10^{-4}$, $Z_0 = 0.5$ (площадь спектра не нормирована)

3.4. УСИЛЕНИЕ СПОНТАННОЙ ЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ (сверхлюминесценция)

Рассмотрим систему уравнений (2.29) в отсутствии неоднородного уширения ($G(\Delta) = \delta(\Delta)$), объемных потерь.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial A^\pm}{\partial x} &= \frac{\Omega}{c} \int R^\pm(\Delta) G(\Delta) d\Delta, \\
 \frac{\partial R^\pm}{\partial T} &= -\gamma_2 R^\pm + 2\Omega A^\pm Z, \\
 \frac{\partial Z}{\partial T} &= -\Omega(A^- R^+ + A^+ R^-).
 \end{aligned}
 \tag{3.35}$$

В общем случае решение данной системы может быть найдено лишь численным способом. Однако прежде чем перейти к численному моделированию, остановимся на одном предельном случае, допускающем точное решение.

Если время поперечной релаксации T_2 меньше характерного времени высвечивания ($T_2 \ll \tau_p$), то во втором уравнении можно пренебречь производной $\frac{\partial R^\pm}{\partial T} \approx \frac{R^\pm}{\tau_p}$ по сравнению с релаксационным членом $\frac{R^\pm}{T_2}$. Тогда функция R^\pm выражается как

$$R^\pm \approx 2T_2 \Omega A_\pm Z, \quad (3.36)$$

т.е. при сильной фазовой релаксации поляризация в данной точке x и момент времени t выражаются через населенность и поле в той же точке и в тот же момент времени. Подставляя (3.36) в (3.35), получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial I}{\partial x} &= \frac{4T_2 \Omega^2}{c} I \cdot Z, \\ \frac{\partial Z}{\partial T} &= -\frac{4T_2 \Omega^2}{c} I \cdot Z, \end{aligned} \quad (3.36)$$

где $T = t - \frac{x}{c}$.

Отсюда следует, что величина

$$\alpha = \frac{2T_2 \Omega^2 L}{c} = \frac{T_2}{\tau_R} \quad (3.37)$$

равна коэффициенту усиления.

Таким образом, система балансных уравнений может быть записана в виде:

$$\frac{\partial I}{\partial x} = 2\alpha IZ, \quad \frac{\partial Z}{\partial T} = -2\alpha IZ. \quad (3.38)$$

Для начальных условий

$$\begin{aligned} Z(x, T) \Big|_{T=-\frac{x}{c}} &= Z_0, \\ I(x, T) \Big|_{x=0} &= I(t), \\ I(x, T) \Big|_{T=-\frac{x}{c}} &= I(x, -\frac{x}{c}); \end{aligned}$$

аналитическое решение уравнений можно записать в виде [6]:

$$I = \frac{I_{0x}(-cT)}{1 + 2\alpha \left[\int_{-cT}^x dx' Z_0(x') \exp(-2\alpha L \int_0^{x'} g(x'') dx'') \right] \exp[-2\alpha L \int_0^x g(x') dx]}, \quad (3.39)$$

$$Z = \frac{Z_0(x) \exp(-2\alpha \int_0^x g(x') dx')}{\exp(-2\alpha L \int_0^{-cT} g(x') dx') + 2\alpha \int_{-cT}^x dx' Z(x') \exp[-2\alpha L \int_0^x g(x') dx]}, \quad (3.40)$$

где $g(x) = \frac{I_{0x}(x)}{c} + \frac{Z_0(x)}{L}$.

Пусть в начальный момент $t=0$ все атомы возбуждены ($Z_0=0.5$). Начальную интенсивность считаем постоянной $I_{0x}(x) = \gamma_0$ во всем образце, т.е. начальные условия имеют вид

$$\begin{aligned} Z(x, T) \Big|_{T=-\frac{x}{c}} &= 0.5, \\ I(x, T) \Big|_{x=0} &= 0, \\ I(x, T) \Big|_{T=-\frac{x}{c}} &= \gamma_0. \end{aligned} \quad (3.41)$$

В этом случае интегрирование в формулах легко выполняется:

$$I = \frac{c}{2L} \frac{I_{0x}(-cT)}{\gamma_0 + \frac{c}{2L} \exp(-\alpha(1 + \frac{2L\gamma_0}{c})ct)}, \quad (3.42)$$

$$Z = \frac{1}{2} \frac{1 + \frac{2L}{c} \gamma_0}{1 + \frac{2L\gamma_0}{c} \exp[\alpha(1 + \frac{2L\gamma_0}{c})ct]}, \quad T > 0, \quad (3.43)$$

$$Z = \frac{1}{2} \frac{1 + \frac{2L}{c} \gamma_0}{1 + \frac{2L\gamma_0}{c} \exp[\alpha(1 + \frac{2L\gamma_0}{c})x]}, \quad T < 0. \quad (3.44)$$

Как следует из выражения (3.42), неоднородность поля по образцу полностью определяется множителем $I_{0x}(-cT)$, который опи-

сывает распространение заднего фронта импульса сверхлюминесценции: $I_{0,x}(-cT,0) = \gamma_0$. Таким образом, в области $x > ct$ поле в образце однородно (при фиксированном t). Этот результат согласуется с принципом причинности: неоднородность, связанная с наличием у образца границы при $x = 0$, не может проявиться в точке $x > 0$ раньше, чем через время x/c . Длительность импульса сверхлюминесценции ограничена временем прохода света через систему L/c .

Из (3.42) следует, что интенсивность достигает своего максимального значения $c/2L$ за время порядка $t_D \cong \frac{1}{c\alpha} \ln \frac{c}{2L\gamma_0}$. Как видно, в данном случае, в отличие от сверхизлучения, кооперативный когерентный эффект отсутствует: интенсивность I (в расчете на один атом) не зависит от числа излучателей N , следовательно, полная интенсивность пропорциональна N . При определении времени задержки t_D мы пренебрегли величиной $I_{0,x}(x) = \gamma_0$ сравнению с единицей. По смыслу величина γ_0 есть скорость спонтанного распада возбужденного состояния атома в телесный угол S/L^2 . Тогда $\frac{L}{c}\gamma_0$ является площадью под кривой спонтанного шума (в расчете на один атом). Форма импульса сверхлюминесценции представлена на рис. 3.13. Для того, чтобы амплитуда сигнала на выходе достигла за время максимального значения, необходимо выполнение неравенства $t_D < \frac{L}{c}$. Тогда ус-

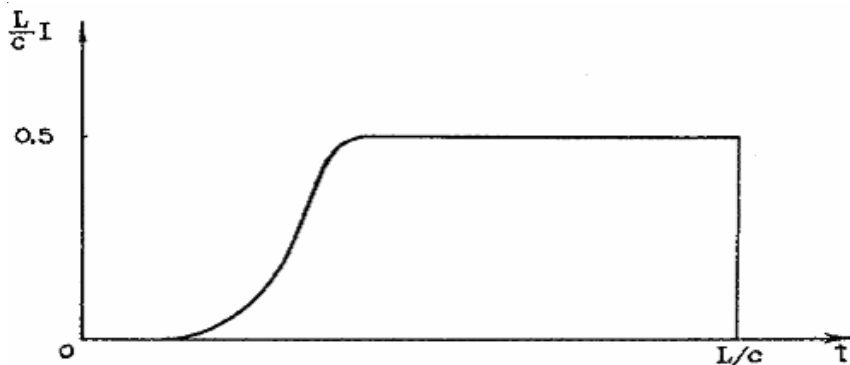


Рис. 3.13. Форма импульса сверхлюминесценции

ловие наблюдения сверхлюминесценции можно записать в следующем виде:

$$T_2 < t_D < \frac{L}{c}. \quad (3.45)$$

Таким образом, некогерентное усиление спонтанной люминесценции при короткой импульсной накачке возможно лишь в том случае, если время поперечной релаксации T_2 короче времени прохода света через систему. Фактически соотношение (3.45) определяет также область применимости системы балансных уравнений (3.38) для описания излучения многоатомной системы при импульсном возбуждении.

3.5. ВЛИЯНИЕ ПОПЕРЕЧНОЙ РЕЛАКСАЦИИ НА СВЕРХИЗЛУЧЕНИЕ ПРОТЯЖЕННОЙ СИСТЕМЫ С УЧЕТОМ ЗАПАЗДЫВАНИЯ

Рассмотрим влияние поперечной и неоднородной релаксаций на форму импульса сверхизлучения для систем, когда длина образца такова, что

$$L \gg ct_0, \quad t_0 = \Omega^{-1} \ln \frac{1}{R_0}. \quad (3.46)$$

При этих длинах проявляются « 2π »-импульсы (пространственно-однородное решение).

На рис. 3.14 изображены численные решения уравнений Максвелла – Блоха для разных значений поперечной релаксации T_2 . Расчеты выполнялись для длины $L = 20c\Omega^{-1}$ при следующих начальных и граничных условиях:

$$Z_0 = Z(x, -\frac{x}{c}) = 0.5,$$

$$R_0 = R(x, -\frac{x}{c}) = 2 \cdot 10^2,$$

$$A^\pm(x, -\frac{x}{c}) = A^\pm(0, t) = 0.$$

Как видно из рис. 3.14, при достаточно малом времени T_2 импульс высвечивания близок по форме к импульсу сверхлюминесцен-

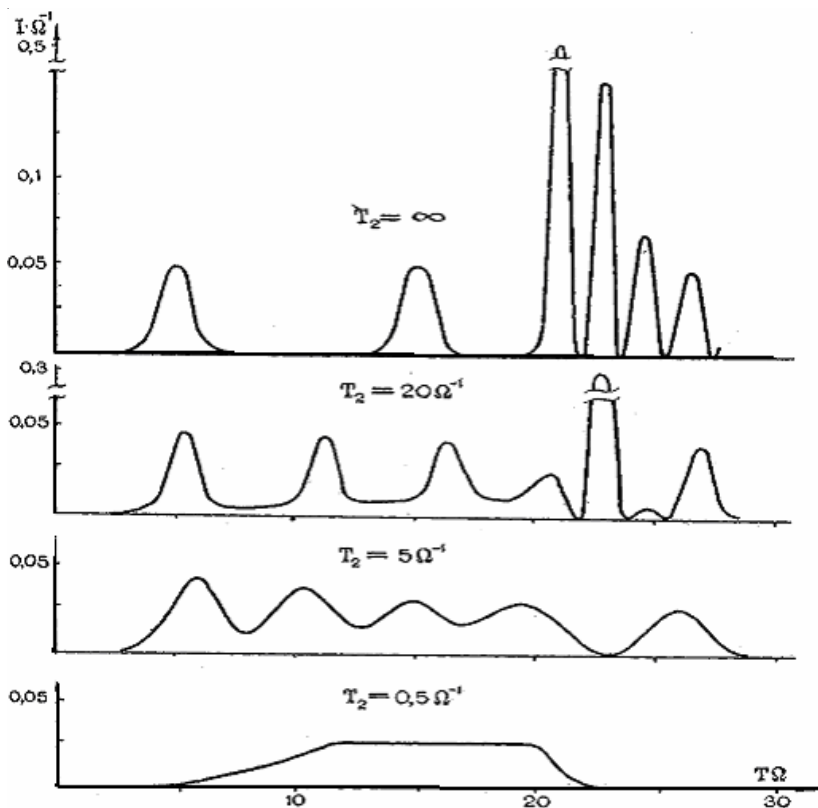


Рис. 3.14. Эволюция формы импульса высвечивания $I(t)$ в зависимости от величины однородного уширения при наличии запаздывания. $R_0=2 \cdot 10^2$, $T_2^* = \infty$

ции (рис. 3.13). Отсутствие крутого заднего фронта, полученного при аналитическом расчете импульса, связано с конечным значением времени T_2 .

Исследование влияния неоднородного уширения на импульс сверхизлучения для систем, когда проявляются « 2π »-импульсы проводилась с помощью уравнений (3.35) при тех же начальных и граничных условиях. Длина образца полагалась равной $L = 13 \text{ c}\Omega^{-1}$.

Эволюция формы импульса кооперативного излучения в зависимости от величины представлена на рис. 3.15. « 2π »-импульс появляется на выходе из образца за время меньшее, чем L/c , что соответ-

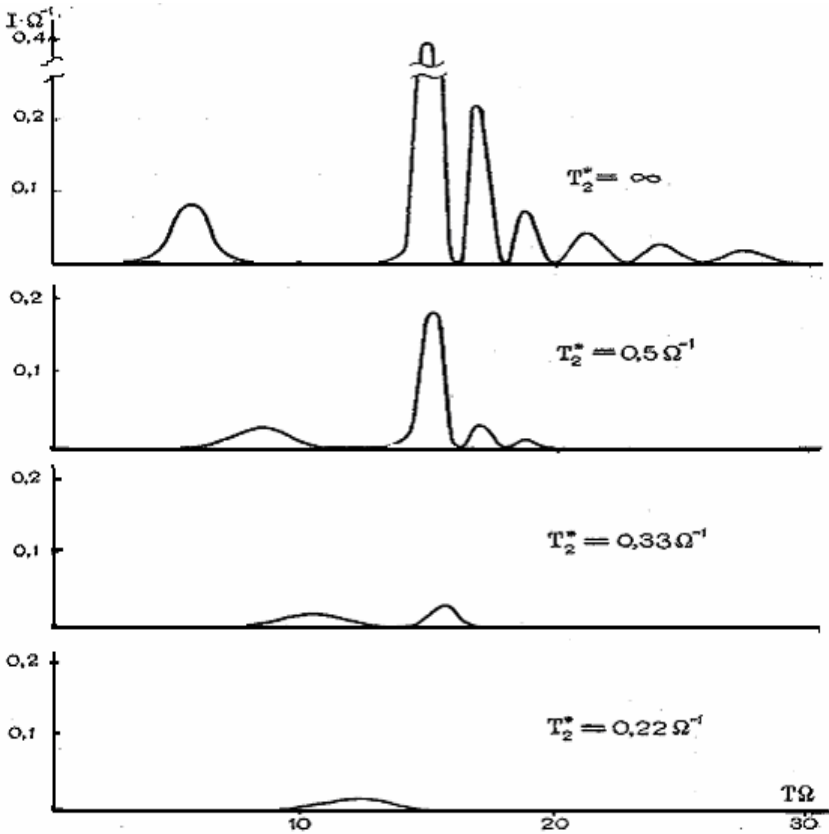


Рис. 3.15. Эволюция формы импульса высвечивания $I(t)$ в зависимости от величины неоднородного уширения при наличии запаздывания $R_0 = 2 \cdot 10^2$, $T_2 = \infty$

ствуется пространственно-однородному решению. Уменьшение времени неоднородной релаксации приводит к подавлению « 2π »-импульса и согласуется с точным решением (3.35). Неоднородное уширение подавляет также «квадратичный» импульс, который следует за « 2π »-импульсом, и его осцилляционная структура сохраняется при временах $T_2^* > \Omega^{-1}$ (для заданной длины и начальной поляризации).

ГЛАВА 4

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНДУЦИРОВАННОГО (ТРИГГЕРНОГО) СВЕРХИЗЛУЧЕНИЯ

Данная глава посвящена исследованию когерентного усиления импульсов света малой площади. Задачи распространения импульсов малой площади ($\theta_0 \ll 1$) в условиях когерентности атомной системы практически не рассматривались. Считалось, что этот случай не представляет практического интереса, поскольку при усилении площадь импульса увеличивается и условие ($\theta_0 \ll 1$) нарушается. Как показано в [1], нарастание сигнала в этом случае происходит по закону, отличному от экспоненциального (закон Бэра), характерного для некогерентного усиления в линейном режиме. Обнаруженное отклонение от закона Бэра для импульсов малой площади было названо лазерной летаргией, или летаргическим усилением [2]. Примечателен и тот факт, что когерентное усиление импульсов малой площади непосредственным образом связано с эффектом сверхизлучения [3]. Чтобы проследить эту связь и выявить практическую значимость данного режима, нужно провести детальные исследования по прохождению слабого короткого импульса в резонансной инвертированной среде.

Впервые прохождение импульса малой площади в инвертированной среде было рассмотрено в экспериментальной работе [4], авторы которой на примере сверхизлучения в парах атома цезия (переход $7P_{3/2} - 7S_{1/2}$) экспериментально показали, что сверхизлучательная лавина может быть инициирована слабым затравочным импульсом. Этот режим возбуждения или индуцирования сверхизлучения получил

название триггерного запуска сверхизлучения [5]. В дальнейшем этот режим мы будем называть индуцированным (триггерным) сверхизлучением [6].

Однако теоретических исследований в литературе по индуцированному сверхизлучению не имеется. В данной главе приведена теория индуцированного сверхизлучения в инвертированных системах и результаты исследований.

4.1. ИНДУЦИРОВАННОЕ СВЕРХИЗЛУЧЕНИЕ

Сверхизлучение Дике [7] характеризуется как спонтанное, кооперативное когерентное излучение многоатомной системы, поскольку оно инициируется квантовыми флуктуациями атомной поляризации. Как показано в [8], исходная атомная поляризация представляет собой гауссовский случайный процесс. Соответствующее распределение начальных углов векторов Блоха определяется средней величиной $\theta_0 \approx 2 / \sqrt{N}$, где N – полное число инвертированных атомов в кооперативно излучающей системе. Статистический характер развития сверхфлюоресценции приводит к нестабильности параметров импульса. Например, разброс времен задержки первого максимума интенсивности достигает $\sim 10\%$ от среднего значения времени задержки [9]. Последнее можно оценить как [10].

$$\tau_d = \frac{\tau_R}{4} \left| \ln \frac{\theta_0}{2\pi} \right|^2, \quad (4.1)$$

где θ_0 – среднее значение начального угла поворота вектора Блоха, τ_R – характерное время сверхизлучения. Исследование статистики времен задержки, проведенное в работах [8] показало, что (4.1) дает правильный порядок величины τ_d .

Спонтанная фазировка дипольных моментов в процессе излучения хорошо проявляется в газе HF [10], в парах атома цезия [11] и других системах [12–17], при выполнении условия $\tau_R > \frac{L}{c}$. Здесь па-

раметр $\tau_R = \frac{\hbar c}{4\pi N_0 \mu^2 \omega_0 L}$ имеет смысл времени жизни коллективного спонтанного излучения. С другой стороны τ_R – можно интерпретировать как время спонтанной корреляции дипольных моментов мно-

гоатомной системы для данной длины, а длину $L_c = c \tau_R$ называть длиной когерентности системы.

Для протяженных систем ($L \gg \lambda$) и ($L > c \tau_R$) спонтанная фазировка дипольных моментов практически невозможна, так как время, в течение которого происходит спонтанная корреляция дипольных моментов, меньше, чем время прохода фотона через систему ($\frac{L}{c} > \tau_R$).

Можно искусственно разбивать протяженные системы на протяженные участки с длиной когерентности $L_c = c \tau_R$, однако модель согласования отдельных участков таким образом, чтобы спонтанная корреляция по всему образцу была одновременной, не соответствует реальности. Если создать корреляцию дипольных моментов протяженной системы, то многоатомная протяженная среда может проявить свои кооперативные свойства.

Рассмотрим следующую **теорему** (гипотезу). Если длительность входного импульса поля τ_p меньше времени корреляции τ_R и площадь его намного меньше единицы ($\theta_0 \ll 1$), то такой импульс должен проходить через протяженную систему, не взаимодействуя с резонансной средой, а только коррелируя дипольные моменты системы (т.е. его действие сводится к наведению начальной малой поляризации по всему образцу).

Доказательство. При прохождении через инвертированную среду импульс малой площади и длительности практически не изменит населенности, т.е. $Z = \text{const}$. Тогда основная система уравнений без учета релаксаций (2.29) примет вид:

$$\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = R, \quad \frac{\partial R}{\partial x} = A. \quad (4.2)$$

Начальные значения A и R полагаются равными нулю. Входной импульс задается граничным условием

$$A(0, \tau) = A_0(\tau). \quad (4.3)$$

Введем следующее обозначение

$$\theta_0 = \int A_0(\tau) d\tau,$$

в когерентной спектроскопии площадь под полем входного или выходного излучения одна из основных характеристик.

Решение линейной задачи (4.2) имеет вид [8, 18]

$$A(\xi, \tau) = A_0(\tau - \xi) + \int_0^\tau \theta(\tau' - \xi) \sqrt{\frac{\xi}{\tau' - \xi}} \cdot I_1(2\sqrt{\xi(\tau' - \xi)}) A_0(\tau - \tau') d\tau', \quad (4.4)$$

где $\theta(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases}$, I_1 – модифицированная функция Бесселя первого порядка.

Задавая в формуле (4.4) входное поле в виде

$$A_0(\tau - \tau') = \theta_0 \cdot \delta(\tau - \tau'), \quad (4.5)$$

получим

$$A(\xi, \tau) = A_0(\tau - \xi) + \frac{1}{2} \theta_0 \theta(\tau - \xi) \sqrt{\frac{\xi}{\xi - \tau}} I_1(2\sqrt{\xi(\xi - \tau)}); \quad (4.6)$$

при малых значениях длительности входного поля τ_p время наблюдения τ сравнимо с временем прохождения света через образец ξ , а для малых значений аргумента имеем

$$I_1(2\sqrt{\xi(\tau - \xi)}) \approx 2\sqrt{\xi(\tau - \xi)}, \quad (4.7)$$

тогда

$$A(\xi, \tau) = A_0(\tau - \xi) + \theta_0 \cdot (\tau - \xi); \quad (4.8)$$

интегрируя поле по времени от 0 до $\tau + \tau_p$, получим начальное значение для поляризации

$$R_0 = \theta_0 + \theta_0 \tau_p. \quad (4.9)$$

Таким образом при распространении δ -образного импульса происходит увеличение поля на малую величину $\theta_0 \cdot (\tau - \xi)$ и корреляция дипольных моментов многоатомной протяженной системы.

На рис. 4.1 представлено численное решение систем уравнений (2.29) для гауссовского входного поля при различных значениях длительности и площади входного поля. Как следует из расчета, затраченный импульс подготавливает протяженную систему к кооперативному сверхизлучающему состоянию, затем происходит излучение коррелированной многоатомной системы. Иначе говоря, мы наблюдаем сверхизлучение протяженной системы, индуцированное когерентным импульсом малой площади.

Увеличение длительности τ_p возбуждающего импульса при постоянных значениях остальных параметров приводит к слиянию вы-

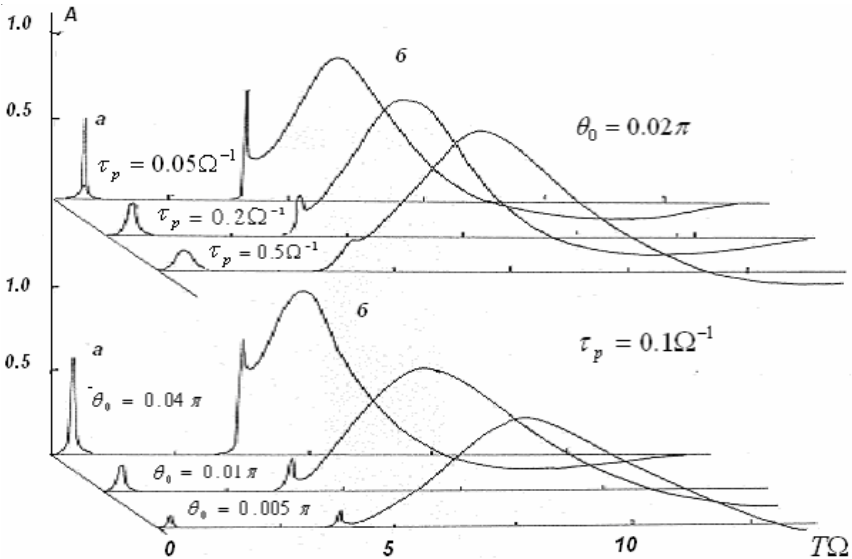


Рис. 4.1. Динамика индуцированного сверхизлучения в зависимости от длительности и площади запускающего импульса

ходного затравочного импульса с импульсом сверхизлучения и ослаблению пикового значения поля. Уменьшение же площади затравочного импульса при постоянной длительности увеличивает время задержки и ослабляет пиковое значение выходного импульса сверхизлучения.

Необходимым условием проявления сверхизлучения является выполнение неравенств

$$\tau_R \left| \ln \frac{\theta_0}{2\pi} \right|^2 \leq T_2, \text{ и } \tau_p \leq \tau_R. \quad (4.10)$$

По вопросу ограничения на время неоднородной релаксации в дальнейшем предполагается отдельное исследование.

4.2. ВЛИЯНИЕ ФАЗОВОЙ РЕЛАКСАЦИИ НА ИНДУЦИРОВАННОЕ СВЕРХИЗЛУЧЕНИЕ

Рассмотрим влияние фазовой релаксации на распространение импульса малой площади в инвертированной двухуровневой среде. Релаксация поляризации обусловлена однородным и неоднородным

уширением спектра люминесценции и характеризуется величинами $\gamma_2 = T_2^{-1}, \gamma_2^* = T_2^{*-1}$, где T_2, T_2^* – времена соответственно поперечной и неоднородной релаксации.

Рассмотрение влияния фазовой релаксации имеет важное значение с точки зрения эксперимента, поскольку именно скорость расфазировки определяет возможность наблюдения индуцированного сверхизлучения в той или иной среде.

Проведем численное моделирование режима индуцированного сверхизлучения с учетом поперечной релаксации. Это позволит, в частности, установить предельные значения релаксационных констант T_2 и T_2^* , при которых проявляются основные закономерности когерентного усиления и индуцированной сверхфлуоресценции.

Моделирование когерентного усиления с учетом фазовых релаксаций проводилось с помощью уравнений (2.29). Время фазовой релаксации определяется как

$$T = \left(\frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_2^*} \right)^{-1}. \quad (4.11)$$

Полученные результаты (см. рис. 4.2 и 4.3) позволяют сделать следующие заключения:

Импульс излучения, приближающийся по площади к π , формируется только в том случае, если время расфазировки превышает время задержки сверхизлучения. По мере уменьшения времени поперечной релаксации T_2 в отсутствие неоднородной релаксации сверхизлучение подавляется, интегральная интенсивность уменьшается;

– Если преобладает однородное уширение, то задний фронт спадает плавно и осцилляции отсутствуют (см. рис. 4.2) при временах $T_2 \approx \Omega^{-1}$;

– Если в T преобладает неоднородное уширение (рис. 4.3), то задний фронт первого выброса интенсивности спадает более круто и имеется тенденция к появлению осцилляций поля.

Рассмотрим режим, при котором импульс малой площади не меняет заметным образом инверсию на переходе, т.е. $Z=0.5$ (см. рис.4.2 и 4.3, нижний график динамики поля). В этом случае система уравнений (2.29) становится линейной.

$$\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{1}{c} \frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\Omega}{c} \int d\Delta g(\Delta) R,$$

$$\frac{\partial R}{\partial t} = -\left(\frac{1}{T_2} + i\Delta\right)R + \Omega A, \quad (4.12)$$

$$\Omega^2 = 2\pi\mu N_0\omega_0 / \hbar.$$

Линейное приближение обычно является справедливым в самой начальной стадии процесса. В частности, оно использовано при исследовании статистики времен задержки импульса сверхизлучения [8]. Однако, если расфазировка является достаточно быстрой и не допускает развития импульса сверхизлучения, то линеаризованная система (4.12) может быть использована для описания всего процесса. Если контур неоднородного уширения является лоренцевским

$$G(\Delta) = \frac{T_2^*}{\pi(1 + (T_2^*\Delta)^2)}, \quad (4.13)$$

то система уравнений (4.12) имеет аналитическое решение [8]

$$A(x, t) = \int \left[\frac{dA_0(\tau')}{dt} + \frac{1}{T} A_0(\tau') \right] I_0(2\Omega\sqrt{\frac{x\tau'}{g}}) \exp(-\frac{\tau'}{T}) d\tau' \quad (4.14)$$

где I_0 – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка, A_0 – амплитуда входного сигнала ($x = 0$).

Видно, что для импульсов малой площади влияние лоренцевского неоднородного уширения неотличимо от влияния однородного уширения. Различия становятся заметны лишь при учете реальной формы линии.

Рассмотрим входной импульс в виде ступеньки, возникающей в момент $t = 0$: $A_0(t) = A_0\theta(t)$. При очень больших временах релаксации ($T = \infty$) решение имеет вид:

$$A(x, t) = A_0 I_0(2 \cdot \Omega \sqrt{\frac{x(t-x/g)}{g}}) \theta(t-x/g). \quad (4.15)$$

Величина $\tau = t - x/g$ имеет смысл времени наблюдения, отчитанного от момента прохождения переднего фронта через сечение x . При $\tau = 0$ получаем $I_0(0) = 1$, т.е. передний фронт проходит через среду без усиления. Поскольку асимптотическое поведение $I_0(z)$ при больших значениях аргумента имеет вид $\exp(z)$, то при фиксированном τ рост амплитуды в пределе больших x будет происходить по закону

$$A(x, t) = A_0 \exp(2\Omega(\tau x / g)^{\frac{1}{2}}), \quad (4.16)$$

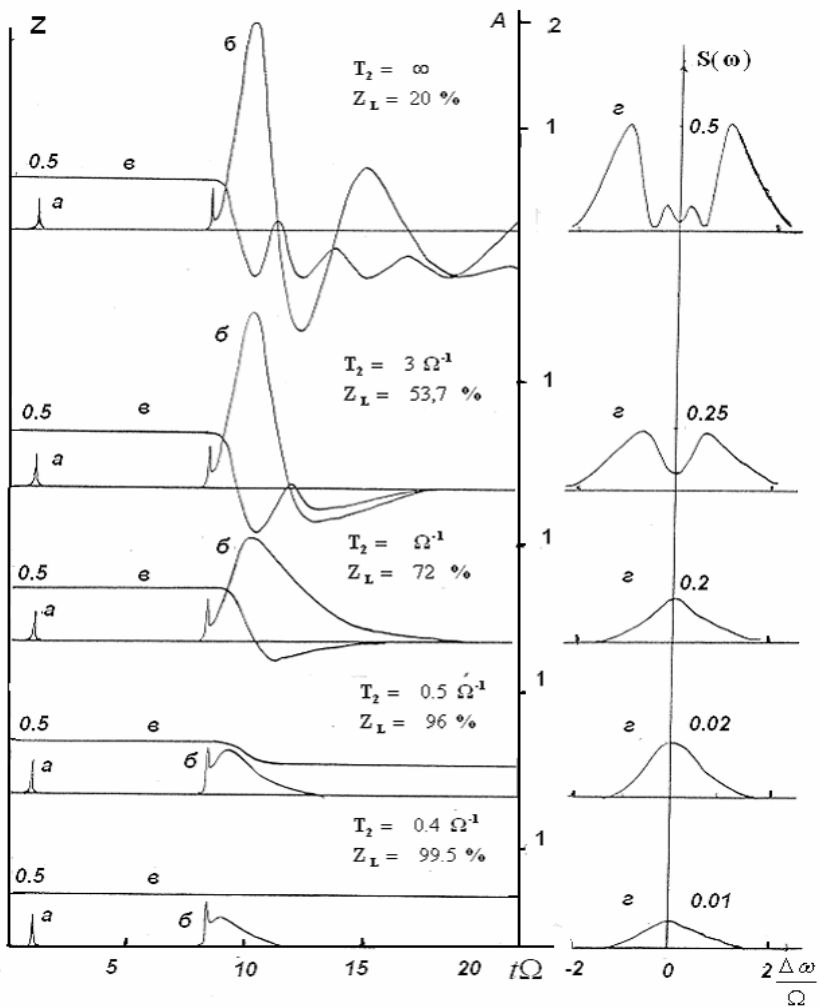


Рис. 4.2. Влияние поперечной релаксации на импульс поля индуцированного сверхизлучения. $L = 7.28 \text{ cW}^{-1}$, $\theta_0 = 0.01 \pi$, $\tau_p = 0.1 \Omega^{-1}$: *a* – импульс входного поля; *б* – импульс выходного поля; *в* – динамика населенности; *г* – Фурье-спектр выходного импульса

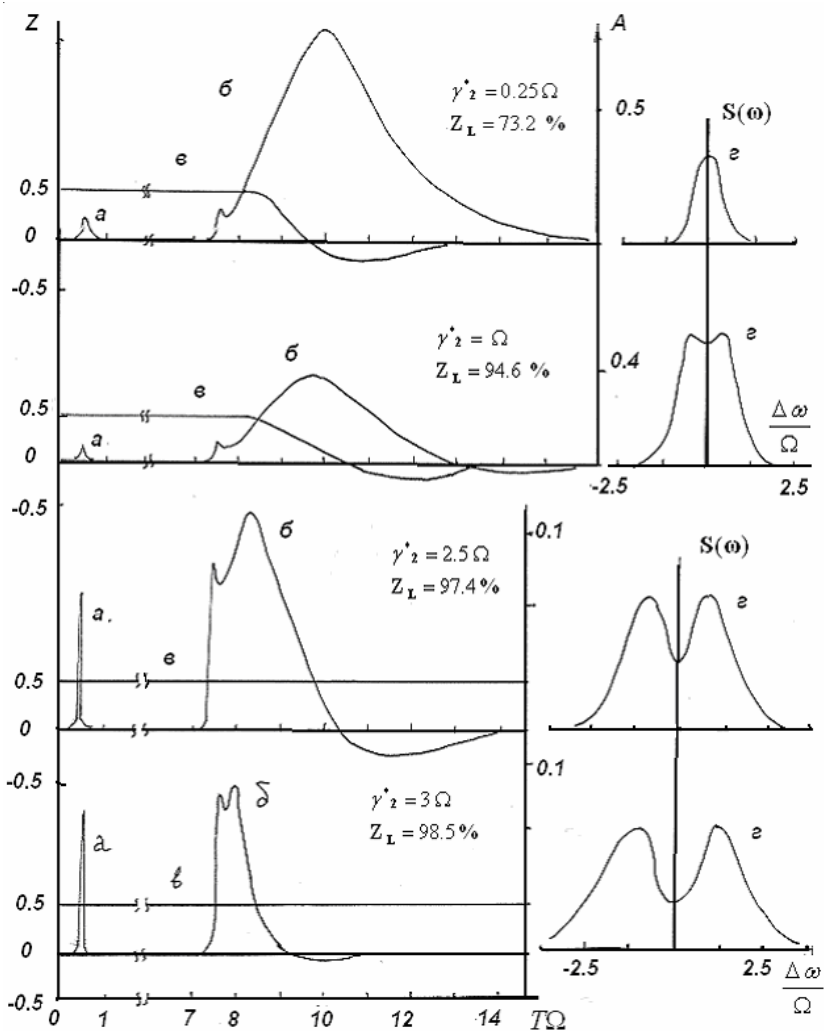


Рис. 4.3. Влияние неоднородной релаксации на динамику и спектр индуцированного сверхизлучения $L = 7.28 \text{ cW}^{-1}$. $\theta_0 = 0.01 \pi$, $\tau_p = 0.1 \Omega^{-1}$; *a* – импульс входного поля, *б* – импульс выходного поля, *в* – динамика, *г* – Фурье спектр выходного импульса, Z_L – остаточная инверсия по образцу

что соответствует латаргическому усилению. С учетом конечного времени расфазировки ступенчатый импульс при усилении принимает вид [18, 19]:

$$A(x, t) = A_0 I_0 (2\Omega (\frac{x\tau}{g})^{\frac{1}{2}}) \exp(-\frac{\tau}{T}) \theta(\tau) + \frac{A_0}{T} \int_0^{\tau} I_0 (2\Omega (\frac{x\tau'}{g})^{\frac{1}{2}}) \exp(-\frac{\tau'}{T}) d\tau'. \quad (4.17)$$

Если τ значительно превышает T , то (4.17) преобразуется в

$$A(x, t \rightarrow \infty) = A_0 \exp(Tx\Omega^2 / g). \quad (4.18)$$

Это выражение представляет собой обычный закон Бэра для некогерентного усиления, причем коэффициент усиления по мощности равен $2T\Omega^2 / g$.

Линеаризованная система уравнений (4.12), полученная подстановкой $Z=1/2$, позволяет исследовать латаргическое усиление в промежуточном случае, когда взаимодействие следует рассматривать как когерентное, однако площадь импульса при этом остается малой из-за достаточно быстрой фазовой релаксации. Если же фазовая релаксация происходит медленно, то для исследования излучения, обусловленного резонансной поляризацией, которая наводится в среде коротким затравочным импульсом малой площади, необходимо использовать полную систему (2.29), учитывающую изменения инверсии, т.е. надо рассматривать режим индуцированного сверхизлучения.

Расчетные графики (рис. 4.4), полученные из системы уравнений (2.29), иллюстрируют переход от индуцированного сверхизлучения к латаргическому усилению при увеличении площади длительности входного импульса. По мере удлинения импульса излучение, обусловленное поляризацией, которая создается в среде исходным импульсом, накладывается на него. Как уже упоминалось, для того, чтобы инициирующий импульс мало изменялся при прохождении через усилитель, он должен быть короче τ_R .

Более точный критерий существования локального максимума огибающей поля на переднем фронте выходного сигнала можно определить из решения (2.29). Для исходного импульса вида $A_0 \exp(-t^2/2\sigma^2)$ он выглядит как

$$\tau_p \leq \tau_R. \quad (4.19)$$

Очевидно, что этот локальный максимум можно поставить в соответствие с входным импульсом, несколько измененным из-за наложения на него импульса индуцированного сверхизлучения. В пре-

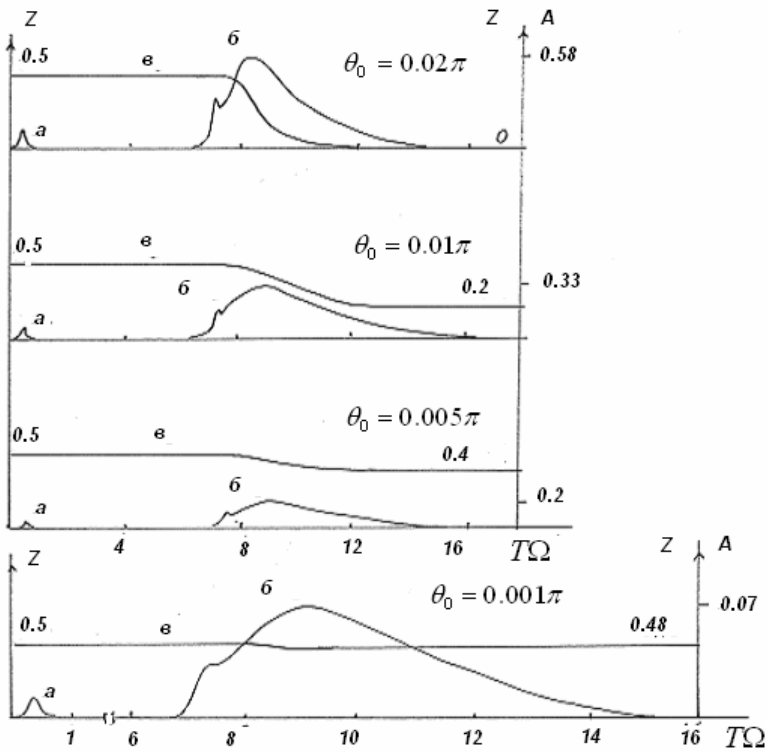


Рис. 4.4. Переход от индуцированного сверхизлучения к летаргическому усилению при изменении площади входного поля $L = 7.28 \text{ cW}^{-1}$, $\gamma_2 = 1.5 \Omega$, $\gamma_2^* = 0$, $\tau_p = 0.21 \Omega^{-1}$

дельном случае очень короткого импульса его максимум возрастает на величину, пропорциональную $\theta_0 \cdot \xi$, где ξ – безразмерная длина.

Летаргическое усиление наблюдается для импульсов с длительностью, удовлетворяющей условию $\tau_R < \tau_p < T$. Его характерные особенности – это удлинение импульса при усилении и малое по сравнению с законом Бэра усиление. Обе особенности можно качественно пояснить, если описывать процесс на спектральном языке. Условие $\tau_p < T$ означает, что спектр входного импульса шире линии перехода. Частотные компоненты, не попадающие в пределы линии, усиливаются менее эффективно. Из-за этого усиление по мощности значительно меньше, чем действие экспоненциального закона Бэра для некогерентного случая, а поскольку спектр входного излучения

при этом сужается, то спектрально ограниченные импульсы должны удлиниться. Интересно, что такой спектральный подход применялся раньше при исследовании формирования спектра генерации в режимах свободной генерации [20] и пассивной синхронизации мод [21]. Преобразование профиля поля при линейном усилении, которое при спектральном описании выглядит как спектральная селекция, есть не что иное, как летаргическое усиление, если применить временное описание.

4.3. ИНДУЦИРОВАННОЕ СВЕРХИЗЛУЧЕНИЕ В НЕОДНОРОДНО УШИРЕННОЙ ДВУХУРОВНЕВОЙ СРЕДЕ

Одно из условий когерентного усиления ультракоротких импульсов света (УКИ) света $T_p < T_2$ может быть обеспечено при использовании криогенных активных сред. Однако в реальных физических объектах (молекулярные кристаллы, замороженные растворы красителей, кристаллы с центрами окраски и др.) ширина линии люминесценции при низких температурах определяется неоднородным уширением, которое не поддается вымораживанию и составляет величину от долей до сотен обратных сантиметров, т.е. для входных импульсов субнаносекундного и пикосекундного диапазонов длительностей, как правило, реализуется неравенство $T_p > T_2^*$. Таким образом, для таких импульсов второе условие $T_p < T_2^*$ когерентного усиления не выполнено.

В данном параграфе проводится анализ возможных режимов распространения световых импульсов малой площади в инвертированной двухуровневой среде, длительность которых удовлетворяет неравенству $T_p < T_2$, на соотношение T_2 и T_2^* не накладывается ограничений [37].

Пусть резонансная двухуровневая среда занимает полупространство $x > 0$ и на нее нормально к поверхности раздела падает импульсное световое поле. Взаимодействие этого поля с активной средой будем описывать одномерной системой укороченных уравнений Максвелла – Блоха (2.29).

Рассмотрим линейный режим усиления, когда можно пренебречь истощением инверсии населенностей, которую в начальный момент будем считать полной ($Z=1/2$). Это приближение справедливо на малых временах с момента включения внешнего поля. Предположим

также, что неоднородный контур $G(\Delta)$ имеет вид лоренцевского распределения

$$G(\Delta) = \frac{1}{\pi} \frac{T_2^*}{(\Delta \cdot T_2^*) + 1}. \quad (4.20)$$

Тогда линеаризованная система уравнений (4.13) решается точно, и для огибающей поля $A(x, T)$ можно получить следующее выражение (см., например, [8, 18])

$$A(x, T) = A(T) + \tau_R^{-1/2}(x) \int_0^T dT_1 \frac{e^{-\frac{(T-T_1)}{T_2^*}}}{(T-T_1)^{1/2}} I_1(2\sqrt{(T-T_1)/\tau_R}) \cdot A_0(T_1), \quad (4.21)$$

где $A_0(T)$ – огибающая падающего импульса, $\tau_R(x) = \frac{c}{x\Omega^2}$ – время сверхфлуоресценции для трубки длиной x , $I_1(z)$ – модифицированная функция Бесселя первого порядка.

Проанализируем это решение в двух предельных ситуациях: короткого ($T_p < \tau_R(x)$) и длинного ($T_p > \tau_R(x)$) падающих импульсов.

В первом случае можно считать

$$A_0(t) = \frac{\theta_0}{\Omega} \delta(t), \quad (4.22)$$

где $\delta(t)$ – δ -функция. Во втором – огибающую $A_0(t)$ для простоты возьмем прямоугольной формы

$$A_0(t) = \begin{cases} \frac{\theta_0}{\Omega T_p}, & t < T_p, \\ 0, & t > T_p. \end{cases} \quad (4.23)$$

Спектральная ширина короткого импульса T_p^{-1} значительно превосходит ширину спектральной линии T_2^{*-1} , а для длинного импульса, напротив, спектр импульса очень узкий ($T_p^{-1} < T_2^{*-1}$).

4.3.1. Усиление короткого импульса

При условии (4.22) решение (4.21) принимает вид:

$$A(x, T) = \frac{\theta_0}{\Omega} \left\{ \delta(T) + [\tau_R(x)T]^{-1/2} e^{-T/T_2^*} I_1(2\sqrt{T/\tau_R(x)}) \right\}. \quad (4.24)$$

Как видно, оно состоит из двух частей. Первая представляет собой падающий импульс, распространяющийся со скоростью света. Вторая соответствует сигналу, который появляется, как мы сейчас убедимся, некоторое время спустя (в той же самой точке) и является импульсом сверхфлуоресценции, которая инициирована поляризованностью, наведенной падающим полем. Таким образом в точке x среды после прохождения падающего импульса будет развиваться импульс так называемой индуцированной сверхфлуоресценции (ИСФ). В дальнейшем мы будем называть ее линейной индуцированной сверхфлуоресценцией (ЛИСФ), подчеркивая тем самым, что этот отклик получен в пренебрежении истощением инверсии.

Найдем время появления максимума ЛИСФ. На временах T таких, что $2\sqrt{T/\tau_R(x)} > 1$, функцию Бесселя $I(z)$ можно заменить асимптотическим выражением

$$I_1(z) = (2\pi z)^{-1/2} e^z.$$

Тогда (4.24) примет вид:

$$A(x, T) = \frac{\theta_0}{\Omega} \left\{ \delta(T) + \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \left[\tau_R(x) T^3 \right]^{-1/4} e^{T^*/\tau_R(x)} e^{-[\sqrt{T/T_2^*} - \sqrt{T_2^*/\tau_R(x)}]_2} \right\}. \quad (4.25)$$

Из (4.25) следует, что максимум импульса ЛИСФ проявляется через время T_{DL} , определяемое из условия $\sqrt{T_{DL}/T_2^*} = \sqrt{T_2^*/\tau_R(x)}$ и, следовательно, равное

$$T_{DL} = \frac{T_2^{*2}}{\tau_R(x)} = \alpha(x) T_2^*, \quad (4.26)$$

где $\alpha(x)$ – величина усиления для трубки единичного сечения и длины x . Максимальное значение амплитуды поля в импульсе и его полуширина, т.е. ширина на половине высоты, определяются соответственно формулами

$$A_{\max}(x) = A(x, T_{DL}) = \frac{\theta_0}{2\sqrt{\pi}\Omega T_2^*} \alpha^{-1/2}(x) e^{\alpha(x)}, \quad (4.27a)$$

$$T(x) = 2T_2^* [2\alpha(x) \ln 2]^{1/2}. \quad (4.27b)$$

Полная интенсивность в максимуме импульса равна

$$I_{\max}(x) = N(x) \frac{c}{x} (A_{\max}(x))^2 = N(x) \frac{\theta_0^2}{4\pi T_2^*} \alpha^{-2}(x) e^{2\alpha(x)}. \quad (4.28)$$

Как видно, с точностью до несущественных множителей, зависящих от координаты, происходит экспоненциальное нарастание интенсивности импульса по мере удаления от начала координат, что соответствует обычному линейному усилению.

Напомним, что этот закон получен в пренебрежении истощением инверсии и справедлив тем самым лишь в области относительно слабых интенсивностей. Другими словами, он имеет место, если число фотонов в импульсе, которое оценивается как $I_{max}(x)T_{1/2}(x)$, намного меньше числа атомов $N(x)$, их испустивших. Ясно, что, начиная с некоторой длины x , эти две величины станут одного порядка, и истощением инверсии нельзя будет пренебречь. Тогда для описания усиления необходимо решать точную систему уравнений Максвелла – Блоха (2.26).

Из условия $I_{max}(x) T_{1/2}(x) \sim N(x)$ получаем следующую оценку длины усиления, начиная с которой вступают в игру нелинейные эффекты

$$\alpha(x_0) \approx |\ln \theta_0|,$$

$$x_0 \approx \frac{c}{\Omega^2 T_2^*} |\ln \theta_0|. \quad (4.29)$$

В точках среды $x > x_0$ будет развиваться автомодельное решение системы уравнений (2.37) [22, 23], описывающее эффект сжатия усиливающего импульса и представляющее собой индуцированную нелинейную сверхфлуоресценцию (ИНСФ). Время появления импульса ИНСФ в точке x после прохождения запускающего входного импульса определяется выражением

$$T_{DL}(x) \approx \tau_R(x) |\ln \theta_0|^2. \quad (4.30)$$

Интенсивность выходного излучения пропорциональна $N^2(x) = N_0^2 x^2$, а длительность пропорциональна x .

Для иллюстрации высказанных выше качественных соображений проведем численное моделирование кинетики усиления короткого светового импульса в зависимости от длины усиления x . Результаты этих расчетов приведены на рис. 4.5 и демонстрируют трансформацию линейного режима усиления в нелинейный режим по мере возрастания длины образца. При длине $x = bc\Omega^{-1}$ мы имеем на выходе автомодельный (когерентный) импульс, площадь которого примерно равна π . Пик на переднем фронте соответствует входному импульсу. Поскольку в расчете принято $T_p = 0.2\Omega^{-1}$, то $T_p / \tau_R(x) = 0.2\Omega x / c$.

Поэтому для $x = 6 c\Omega^{-1}$ входной сигнал уже нельзя считать коротким, так как $T_p > \tau_R$. Как следует из рис. 4.5, для этой длины усиле-

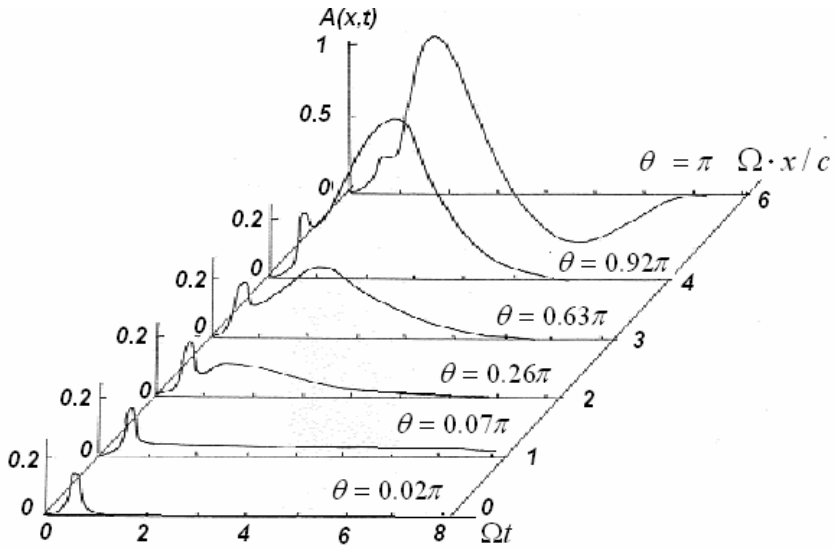


Рис. 4.5. Закономерности усиления короткого импульса света $\tau_p = 0.2\Omega^{-1}$, $\gamma_2 = 0.0001\Omega$, $\gamma_2^* = \Omega$

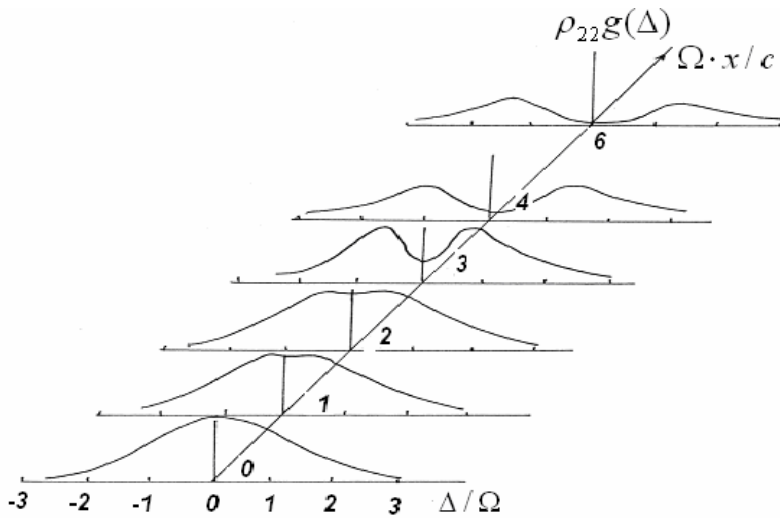


Рис. 4.6. Трансформация спектра усиления $\tau_p = 0.2\Omega^{-1}$, $\gamma_2 = 0.0001\Omega$, $\gamma_2^* = \Omega$.

ния он претерпевает сильные изменения в процессе распространения через инверсную среду. На рис. 4.6 представлены соответствующие результаты расчетов трансформации спектров населенности $G(\Delta)\rho_{22}(x, t, \Delta)$ в момент окончания импульса. Как видно, на линейной стадии усиления ($x=1,2$) инверсия выедается в центре неоднородного контура. С увеличением длины усиления область выедания расширяется и в нелинейном режиме ($x=6$) захватывает весь неоднородный контур.

4.3.2. Усиление длинного импульса

Картина усиления длинного импульса $T_p > \tau_R$, помимо ее линейного и нелинейного аспектов, зависит также и от соотношения времен задержки сверхфлуоресценции $T_{DL}(x)$ и $T_{DN}(x)$ с одной стороны и длительности падающего импульса T_p с другой.

Пусть $T_p < T_{DL}(x)$. В этом случае за время действия падающего поля импульс сверхфлуоресценции не успевает развиться. Тем не менее входной сигнал может измениться заметно, так как распространяется в усиливающей среде. Рассчитаем это изменение, используя формулу (4.21). На временах $T < T_{DL}(x)$ релаксационную экспоненту можно заменить на единицу, а функцию Бесселя на асимптотическое выражение $I_1(z) = (2\pi z)^{-1/2} e^z$. Тогда получим

$$A(x, T) = \frac{\theta_0}{\Omega T_p} \left\{ 1 + \frac{1}{2\sqrt{\pi^2 \tau_R(x)}} \int_0^T dT \frac{e^{2\sqrt{T/\tau_R(x)}}}{T^{3/4}} \right\}, T > T_p. \quad (4.31)$$

Поскольку показатель экспоненты большой, то асимптотику интеграла можно вычислять интегрированием по частям, что дает

$$A(x, T) = \frac{\theta_0}{\Omega T_p} \left\{ 1 + \frac{e^{2\sqrt{T/\tau_R(x)}}}{2\sqrt{\pi^2 T / \tau_R(x)}} \right\}, T > T_p. \quad (4.32)$$

Таким образом, к затравочному импульсу добавляется «летаргическая» добавка [18], которая значительно превосходит его в силу условия $T_p > \tau_R$. После прохождения усиленного падающего импульса в точке x , спустя время порядка $T_{DL}(x)$, развивается импульс ЛИСФ, интенсивность которого экспоненциально возрастает с длиной усиления. В тех точках среды, где уже сказываются нелинейные эффекты ($x > x_0$, см. (4.29)), решение (4.31), справедливое на временах

$T < T_{DL}(x)$, будет непрерывно переходить в автомодельный π -импульс, интенсивность которого пропорциональна x^4 . Как мы видим, для не слишком длинного падающего импульса $T_p < T_{DL}(x), T_{DN}(x)$ картина усиления на далеких временах ($T > T_p$) подобна той, которая имеет место при усилении короткого импульса. Разница по сравнению с последним случаем обнаруживается лишь на интервале действия входного сигнала.

Пусть теперь падающий импульс очень длинный $T_p > T_{DL}(x), T_{DN}(x)$. В этом случае на временном промежутке $T < T_{DL}(x), T_{DN}(x)$ закон нарастания поля в среде будет, очевидно, по-прежнему определяться выражением (4.32). Далее на интервале $T_{DL}(x) < T < T_p$, когда импульс ЛИСФ уже развился, в формуле (4.21) можно заменить функцию Бесселя ее асимптотикой, а интегрирование распространить на всю числовую ось. В результате имеем

$$A(x, T) = \frac{\theta_0}{\Omega T_p} \left\{ 1 + \frac{e^{T_2^*/\tau_R(x)}}{2\sqrt{\pi}\tau_R^{1/4}(x)} \int_{-\infty}^{\infty} dT e^{-[\sqrt{T/T_2^*} + \sqrt{T/\tau_R(x)}]} \frac{1}{T^{3/4}} \right\}, T > T_{DL}. \quad (4.33)$$

Интеграл в (4.33) равен $4\pi^{1/2}T_2^{*1/4}$. В результате, для огибающей поля получаем

$$A(x, T) = \frac{\theta_0}{\Omega T_p} \{1 + 2\alpha^{1/4}(x)e^{\alpha(x)}\}, T > T_{DL}(x). \quad (4.34)$$

Таким образом, в случае $T_p > T_{DL}(x)$ за время действия падающего импульса устанавливается стационарное значение огибающей поля, экспоненциально возрастающее с длиной усиления. После прохождения импульса в этих точках будет наблюдаться спад сигнала за время T_2^* . Если длина усиления такова ($x > x_0$), что за время действия падающего поля начинает проявляться нелинейность, то на временном интервале $T_{DL}(x) < T < T_p$ мы будем наблюдать автомодельный импульс.

На рис. 4.7 изображены результаты численных расчетов усиления протяженного импульса в инвертированных образцах различной длины. В данном случае падающий импульс не разрешается, так как в силу условия $T > t_R(x), T_{DL}(x), T_{DN}(x)$, которое выполняется в этих расчетах, он непрерывно переходит в сигнал индуцированной сверхфлуоресценции. Автомодельный импульс реализуется при длине усиления

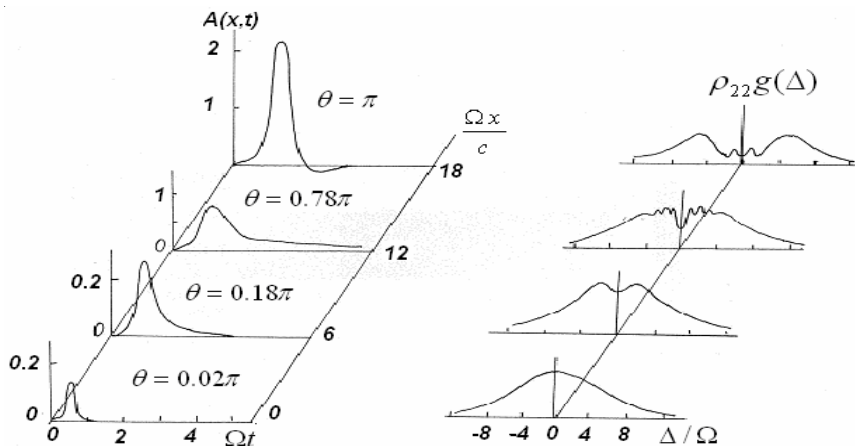


Рис. 4.7. Закономерности усиления длинного импульса света $\tau_p = 2.5\Omega^{-1}$, $\gamma_2 = 0.0001\Omega$, $\gamma_2^* = 5\Omega$

ния $x = 18 \text{ с}\Omega^{-1}$. В его формировании также, как и в случае короткого импульса, участвуют практически все атомы, о чем свидетельствует вид соответствующего спектра населенности на рис. 4.7.

4.4. УСЛОВИЯ НАБЛЮДЕНИЯ СВЕРХИЗЛУЧЕНИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНДУЦИРОВАННОГО СВЕРХИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ СЕЛЕКТИВНОМ ВОЗБУЖДЕНИИ АТОМОВ

В идеальном случае для реализации сверхизлучения должны выполняться определенные условия.

1. Предполагается, что сверхизлучение происходит при полной инверсии. Однако исследований, насколько система должна быть возбужденной, чтобы проявилось явление сверхфлуоресценции не проводилось. Имеются эксперименты по сверхизлучению в кристалле дифенила с пиреном [17], в которых создавалась неполная инверсия атомной системы. Относятся ли эти эксперименты к сверхизлучательным, также математически не доказано. Этот вопрос более подробно рассмотрим в следующей главе.

2. Электромагнитное поле сверхфлуоресценции поляризовано и когерентно и распространяется в условиях когерентности атомной системы, т.е. когда нет явлений, сбивающих фазировку дипольных моментов. Это условие имеет вид

$$\tau_p < T_2^*, T_2,$$

где τ_p – время высвечивания, T_2^* – время неоднородной релаксации, T_2 – время поперечной релаксации.

3. Характерное время сверхфлуоресценции τ_R должно быть меньше времени прохода света через систему $\tau_R < L/c$.

В экспериментальных ситуациях реализация всех условий, перечисленных выше, затруднена. Поэтому выяснение критериев, при которых проявляются основные черты сверхфлуоресценции, важно при постановке экспериментов по обнаружению сверхфлуоресценции в примесных кристаллах.

Экспериментальное наблюдение сверхизлучения в примесных кристаллах проведено в $KCl : O^{3+}$ [15, 16], возможный сверхизлучательный эксперимент в дифениле с пиреном [17], а также исследовалось индуцированное сверхизлучение в гранате и рубине [3]. Во всех этих экспериментах неоднородное уширение играло существенную роль в ограничении проявления сверхизлучения.

Исследование влияния неоднородной релаксации на сверхизлучение было проведено нами и другими авторами, как аналитически, так и численно [24–31]. В результате исследований получены условия проявления сверхизлучения при учете неоднородной релаксации.

Для наблюдения осциллирующей формы импульса сверхизлучения, как показано в работе [31], для времени неоднородной релаксации должно выполняться неравенство

$$\tau_d \leq T_2^* \alpha L / 2, \quad (4.90)$$

где τ_d – время задержки первого импульса осциллирующего сверхизлучения. Кроме того, существует ограничение, связанное с длительностью возбуждения многоатомной системы (ограничение на накачку),

$$\tau_{pump} \leq \tau_d,$$

свидетельствующее о том, что система должна быть полностью возбуждена до того, как начался процесс сверхизлучения, или же необходимо создать такие условия, при которых многоатомная система была бы в летаргическом состоянии до полного возбуждения.

В экспериментальных условиях ограничения, связанные с длиной образца и временем накачки можно снять, но неоднородную релаксацию, подавляющую сверхизлучение, обойти достаточно сложно.

В эксперименте [17] по наблюдению высвечивания возбужденной многоатомной системы (молекулярный кристалл дифенила с пи-

реном), в котором результаты по всем параметрам относятся к сверхизлучательным, не выполнено условие (4.90).

При описании когерентных процессов используется время неоднородной релаксации T_2^* . Оно обратно пропорционально неоднородной ширине линии перехода, которая в активированных кристаллах вызвана различными нерегулярностями кристаллической решетки, неконтролируемыми включениями, а в газах – эффектом Доплера. Вследствие этих причин имеется статистический разброс частот перехода, который, как и поперечная релаксация, вызывает разфазировку поперечных компонент поляризации, но это явление является обратимым.

В нормальных условиях ($T=300\text{ K}$) затухание макроскопической поляризованности среды в основном определяется временем поперечной релаксации, т.е. однородным уширением линии. При понижении температуры в кристаллах время поперечной релаксации увеличивается. Уширение линии, связанное с электрон-фононным взаимодействием, можно свести к минимуму, понижая температуру. Тогда при низких температурах ($T < 77\text{ K}$) ширина линии перехода определяется только неоднородным уширением. Приведем результаты проведенных исследований [38].

На рис. 4.8 представлены графики выходного импульса (б), населенности в концах образца (в) и спектры выходного излучения (г) в зависимости от величины неоднородного уширения для длины $L=7.28\text{ c}\Omega$.

При постоянном значении $g_2=0.0001\ \Omega$, соответствующем отсутствию однородного уширения, что реально при низких температурах, увеличение неоднородного уширения приводит к постепенному подавлению импульса когерентного усиления. Этот факт может быть объяснен увеличением остаточной инверсии в образце при росте неоднородного уширения линии.

В отсутствии неоднородного уширения вклад в усиление проходящего импульса дают все возбужденные атомы. Когда величина неоднородного уширения велика, вклад в усиливающийся сигнал вносят только те возбужденные атомы, энергии переходов которых лежат в полосе, определяемой шириной спектра усиливаемого сигнала вблизи центральной частоты неоднородного контура.

Так как вклад в усиление УКИ света вносят атомы, определяемые спектром усиливаемого сигнала, и в экспериментальных ситуа-

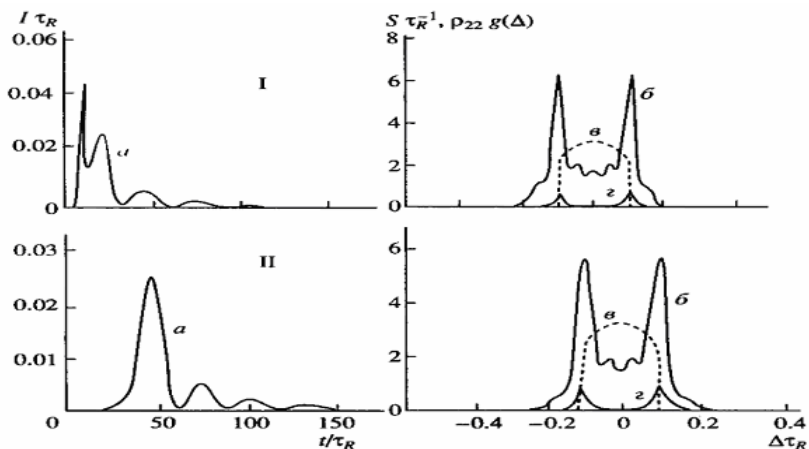


Рис. 4.8. Спектрально-кинетические характеристики когерентного усиления УКИ при селективном возбуждении неоднородного контура. $\theta_0 = 0.25\pi$, $\tau_p = 3\tau_R$, $\gamma_2 = 0.001\tau_R^{-1}$, $\gamma_2^* = 0.12\tau_R^{-1}$

циях спектр входного импульса намного меньше спектра неоднородного контура линии люминесценции, то представляет большой интерес рассмотрение когерентного усиления импульсов при селективном возбуждении неоднородного контура.

Предположим, что мы умеем селективно возбуждать часть неоднородного контура линии люминесценции. Проведем моделирование явления индуцированного сверхизлучения в средах при селективном возбуждении неоднородного контура. Для моделирования будем использовать систему уравнений Максвелла – Блоха (2.37), где в качестве единицы длины и времени выбраны соответственно длина образца L и τ_R . В численном эксперименте изменялась длительность входного импульса поля τ_p при неизменных параметрах площади θ_0 , γ_2^* , γ_2 и длины образца.

Результаты численного моделирования индуцированного сверхизлучения при селективном возбуждении атомов по неоднородному контуру приведены на рис. 4.8. Неоднородный контур аппроксимировался гауссовской функцией с дисперсией $\gamma_2^* = 0.12\tau_R^{-1}$.

При пропускании входного, т.е. затравочного сигнала с площадью $\theta_0 = 0.25\pi$ в многоатомной системе происходит фазировка (поляризация) дипольных моментов.

Атомы в образце возбуждены селективно по неоднородному контуру в интервале с шириной $0,2 \tau_R^{-1}$. На графике интенсивности наблюдаются два пика. Первый пик объясняется тем, что вследствие малой длительности импульса среда не успевает реагировать на возмущение и только фазует дипольные моменты атомов. Затем происходит излучение, объясняемое реакцией среды, т.е. сверхизлучение, связанное с когерентностью дипольных моментов, с последующим снятием инверсии населенности атомов с возбужденного состояния. Осцилляции населенности связаны с протяженностью образца (осцилляции Раби). Увеличение длительности входного сигнала приводит к слиянию входного импульса и излучения среды (рис. 4.8(II)), где $\tau_p = 24\tau_R$, $\tau_0 = 24\tau_R$, причем атомы в образце возбуждены селективно при том же интервале с шириной $0,2 \tau_R^{-1}$. Объясняется это тем, что из-за большей длительности входного импульса атомы успевают реагировать на него, вследствие чего среда излучает за время прохождения внешнего импульса. Спектральный ход инверсии населенностей при этом меняется мало.

При численном моделировании когерентного усиления УКИ с селективным возбуждением (рис. 4.9) менялась ширина селективного возбуждения атомов по неоднородному контуру, причем τ_p и θ_0 оставались постоянными. Неоднородный контур аппроксимировался гауссовской функцией с дисперсией $\gamma_2^* = 0,12 \tau_R^{-1}$. Крылья гауссов-

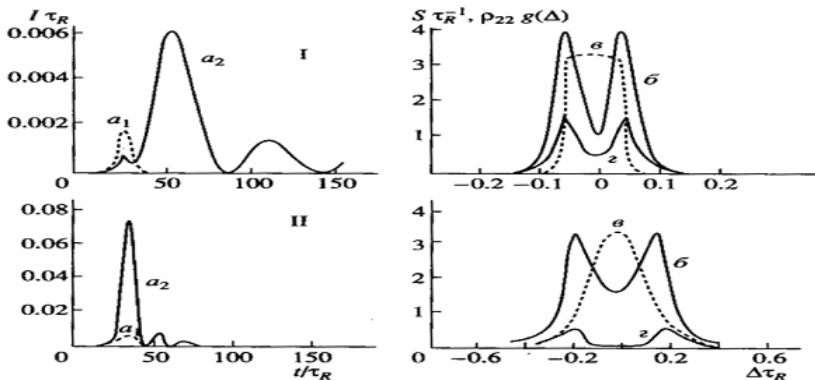


Рис. 4.9. Спектрально-кинетические характеристики когерентного усиления УКИ при селективном возбуждении неоднородного контура. $\theta_0 = 0,25\pi$, $\tau_p = 12\tau_R$,

$$\gamma_2 = 0,001\tau_R^{-1}, \gamma_2^* = 0,12\tau_R^{-1}, L = c\tau_R, \gamma_B = 0,12\tau_R^{-1}$$

ской функции обрезались при соотношении максимума и границы, равной $\exp(-4.5)$, т.е. интегрирование по неоднородному контуру проводилось от $-0.36\tau_R^{-1}$ до $+0.36\tau_R^{-1}$.

Рассмотрим рис. 4.9(I), на котором показано селективное возбуждение атомов с частотами от 0.06 до $+0.06\tau_R^{-1}$ неоднородного контура. Спектр входного сигнала имеет ширину $\gamma_{\text{вх}}=0,25\tau_R^{-1}$. При прохождении через селективно возбужденную среду его спектр сузился до $\gamma_{\text{вых}}=0.12\tau_R^{-1}$. Соответственно длительность выходного сигнала увеличилась в 2 раза. Это можно объяснить как следствие селекции спектрально ограниченного импульса в среде с узкой полосой пропускания. Увеличение ширины полосы селективного возбуждения атомов по неоднородному контуру сокращает длительность выходного сигнала (рис. 4.9(II)).

Интерпретация полученных результатов достаточно прозрачна. Действительно, при селективной накачке неоднородного контура вклад в усиление импульсов света дают только возбужденные атомы, невозбужденные в процессе усиления световых импульсов с активной средой не участвуют. Это следует из остаточной инверсии на всех решениях уравнений Максвелла – Блоха. Иначе говоря, при селективной накачке число участвующих атомов в излучении или усилении уменьшается, что приводит к уменьшению интенсивности усиления. С другой стороны, усиление импульсов в селективно возбужденной среде можно интерпретировать как спектральную селекцию ограниченных импульсов в среде с узким спектром возбуждения, которая приводит соответственно к уширению выходного импульса.

Анализ ограничений для активированных кристаллов показал, что масштаб импульса сверхизлучения лежит в пикосекундном диапазоне, а неоднородное время релаксации при низких температурах определяется шириной линии люминесценции и для большинства высококачественных кристаллов имеет значение не более 200 пс (см. табл. 4.1).

Отметим, что выращивание чистых лазерных кристаллов (без посторонних примесей и дефектов) достаточно сложный и дорогой процесс. Поэтому поиск возможностей наблюдения сверхизлучения в неоднородноуширенных примесных кристаллах, является одним из важных задач когерентной спектроскопии.

Результат, полученный численным моделированием когерентного усиления УКИ света в средах с селективным возбуждением нео-

Таблица 4.1

Кристаллы	T_2^* , пс	N_0 , 10^{18}см^3	τ_R , пс	ν_l , см^{-1}	T, К	τ_0 , мс	Лазерный переход
CaF ₂ :Sm ²⁺	30	0.1	0.017	0.1	4	2	D ⁵ ₁ -> F ⁷ ₄ [33]
CaF ₂ :Dy ²⁺	133	0.7	5.7	0.04	77	50	F ⁵ ₇ -> F ⁵ ₈ [35]
CaF ₂ :Tu ²⁺	177	0.19	4.55	0.03	77	4	F ² _{5/2} -> F ² _{7/2} [33]
Al ₂ O ₃ :Cr ³⁺	75	1.25	1.5	0.07	77	4.3	E ² (E) -> A ⁴ ₂ [34]
Y ₃ Al ₅ O ₁₂ :Nd ³⁺	50	0.0475	1	0.05	77	0.255	F ⁴ _{3/2} -> I ⁴ _{11/2} [32]
KCl:O ²⁻	20	0.08	1.7	0.5	8	2	[15-16]
пирен в дифениле	50	0.24	0.02	-	4	0.1	B _{2u} -> A _g [17]

днородного контура, важен с точки зрения наблюдения сверхизлучения в примесных кристаллах, так как, если в процессе взаимодействия основной вклад вносят только возбужденные атомы, в этом случае неоднородное уширение линии люминесценции можно редуцировать, заменив его спектром возбуждения, соответственно в масштабной единице τ_R заменив плотность инверсии по всему неоднородному контуру плотностью возбужденных атомов.

4.5. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА ПО НАБЛЮДЕНИЮ СВЕРХИЗЛУЧЕНИЯ В КРИСТАЛЛЕ ДИФЕНИЛА С ПИРЕНОМ

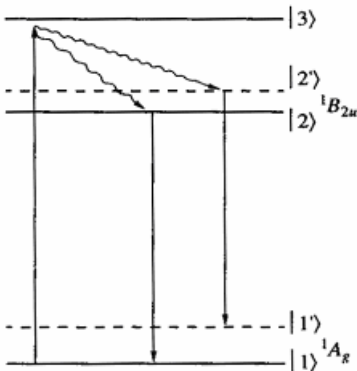


Рис. 4.10. Схема энергетических уровней пирена в матрице дифенила

Рассмотрим эксперимент [17]. Схема энергетических уровней примесной молекулы в молекулярном кристалле дифенила с пиреном схематически представлена на рис. 4.10.

Накачка осуществлялась селективно с помощью лазеров со спектром излучения $\Delta\nu=10^9\text{с}^{-1}$ ($\Delta\nu_B=0.1\text{см}^{-1}$) на переходе 1–3. В результате безизлучательного перехода за время 10^{-10} ... 10^{-11} секунд молекулы оказывались в состоянии (2). Таким образом, создавалась некогерентная инверсная населенность между уровнями 2–1. Спонтанно испущенные фотоны вызывали вынужденное излучение других атомов. Характерное вре-

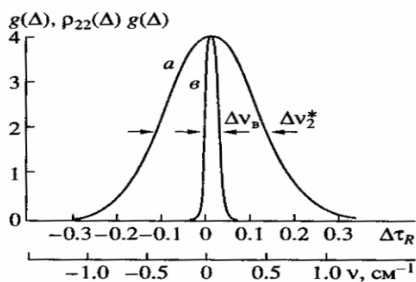


Рис. 4.11. Вид неоднородного контура (а) и спектра возбуждения (б) в кристалле дифенила с пиреном

$\dots 10^{-8}$ с, время обратимой (неоднородной) релаксации $T_2^* = (10^{-10} : 10^{-12})$ с или $\gamma_2^* \approx 1 \text{ см}^{-1}$. Коэффициент поглощения на переходе 2–1 составлял $\alpha_{21} = \alpha_{12} = 6 \text{ см}^{-4}$. В образце с размерами $L = 0,2$ см концентрация активных атомов оценивалась как $N_0 = 2,4 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$.

В работе предполагалось, что при безызлучательной релаксации населенность на неоднородном контуре реализуется в некоторой узкой полосе с шириной $\Delta\nu_{\text{в}}$ меньшей, чем ширина неоднородного контура $\Delta\nu_2^*$. Спектр возбуждения представлен на рис. 4.11. ($\Delta\nu_{\text{в}} / \Delta\nu_2^* = 1:10$).

Плотность активного числа частиц $N_{\text{акт}}$, пересчитанная от полной плотности числа атомов, оценивалась как $N_{\text{акт}} = (10^{14} \dots 5 \cdot 10^{14}) \text{ см}^{-3}$.

На рис. 4.12 и 4.13 показаны концентрационная зависимость интенсивности сверхизлучения и кинетика деформации формы импульса сверхизлучения в зависимости от мощности накачки [17, 40].

Возникает вопрос, относится ли эксперимент в кристалле пирена в дифениле к сверхизлучательному распаду (к сверхизлучению Дике), если для времени неоднородной релаксации $T_2^* = 0,1$ нс не выполняется соотношение (4.88)?

Проведенный нами численный эксперимент при полной инверсии неоднородного контура показал, что сверхфлуоресценция в пирене подавляется неоднородной релаксацией. Однако, так как в эксперименте предполагается селективная накачка, резонно промоделировать сверхизлучение в кристалле пирена в дифениле при селективном возбуждении неоднородного контура.

Выше методом численного моделирования было показано, что при селективном возбуждении неоднородного контура невозбужденные атомы вклад в усиление не вносят. Поэтому будем считать, что не-

мья СИ τ_R меньше времен продольной и поперечной релаксации. На переходе 2–1 с длиной волны $\lambda = 4,72 \cdot 10^{-5}$ см наблюдалось излучение, интенсивность которого превышало интенсивность спонтанного излучения на 45 порядков. В экспериментах время поперечной релаксации $T_2 = (8:10) \cdot 10^{-9}$ с, время продольной релаксации $T_1 = 10^{-7}$

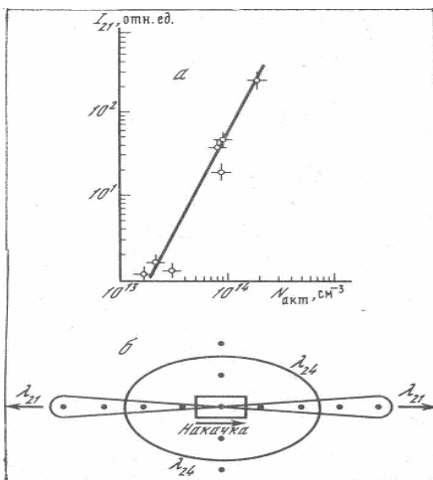


Рис. 4.12. Концентрационная зависимость интенсивности сверхизлучения на 0–0-переходе молекул пирена в матрице дифенила при 4,2 К (а) и пространственное распределение энергии излучения на 0–0-переходе (λ_{21}) и на электронно-колебательном переходе (λ_{24}) при мощности накачки $W_{13} = 8 \cdot 10^6$ Вт/см² (б) [17, 40]

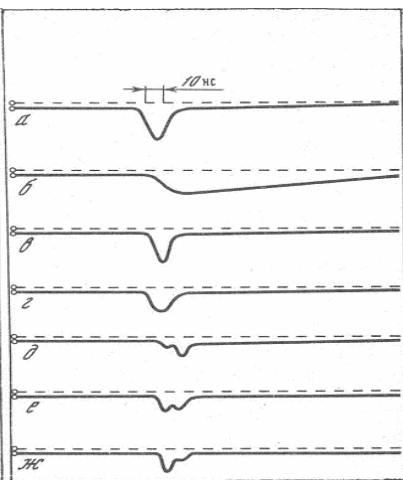


Рис. 4.13. Кинетика деформации формы импульса сверхизлучения в кристалле дифенила с пиреном в зависимости от мощности импульса накачки W_{13} : а – импульс накачки (на переходе 1–3); б – импульс некогерентной спонтанной люминесценции; в–жс – импульсы сверхизлучения при различных значениях $W_{13} \cdot 10^{25}$ квант/(см³ с): в – 0,15, г – 1,0, д – 2,4, е – 3,1, жс – 3, 77. Длительность импульса накачки – 10 нс [17, 40]

возбужденные атомы выключены, соответственно, в расчетах по эксперименту сверхизлучения в дифениле с пиреном неоднородный контур с дисперсией γ_2^* можем заменить на контур

$$g(\Delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\gamma_p} \exp\left(-\frac{(\Delta\omega)^2}{2\gamma_p^2}\right), \quad (4.91)$$

где $\gamma_p = \gamma_b / (2\sqrt{2\ln 2})$ – дисперсия спектра возбуждения. Уравнения Максвелла – Блоха от этого не изменятся. При этом в масштабной единице сверхизлучения τ_R плотность активных атомов N_a заменим на плотность селективно возбужденных атомов N_b .

Дипольный момент перехода, как следует из соотношения (4.89), зависит от точного определения времени продольной релаксации T_2 .

Предполагая, что $T_1=10^{-7}c$ [17], получаем расчетное значение $\mu = 4.3D$ при условии, что $\eta\delta \approx 0.96$.

Число активных возбужденных атомов в объеме $V=2*10^{-3}cm^3$, $N_{акт} = N_6 V = 2*10^{10}$, тогда начальная поляризация, имитирующая спонтанное излучение определяется как $R_0=2 / N_6^{1/2} = 10^{-5}$. Для τ_R при $N_6 = 10^{13} \div 10^{14} cm^{-3}$ выполняется соотношение $L/c < \tau_R < T_2$.

Были проведены численные расчеты с параметрами максимально приближенными к эксперименту в пирене. Ширина спектра возбуждения выбиралась равной $\gamma_6=5*10^8 zц$, поперечная релаксация $\gamma_2=5*10^9 zц$.

В таблице 4.2 показана зависимость времени сверхизлучения, пиковой интенсивности от плотности возбужденных атомов.

Таблица 4.2

$N_6/10^{13} cm^{-3}$	$\tau_R(пс)$	$\gamma_6*\tau_R$	$\gamma_2*\tau_R$	$J_{пик}$	$W_{ввых} вт/см^2$
4.8	100	0.05	0.005	$4.04*10^{-6}$	0.12
4.1	90	0.045	0.0045	$4.04*10^{-5}$	0.76
4.4	80	0.04	0.004	$7.85*10^{-4}$	7.1
4.8	70	0.035	0.0035	$4.22*10^{-3}$	48.5
4.5	60	0.03	0.003	$4.15*10^{-3}$	183
5.35	50	0.025	0.0025	$4.15*10^{-3}$	500
14.2	20	0.01	0.001	$4.8*10^{-3}$	6770

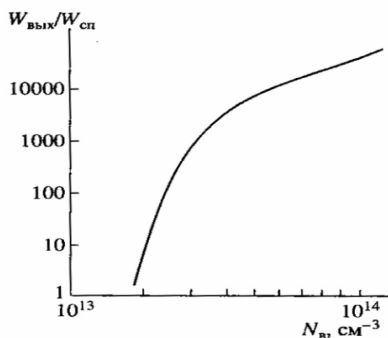


Рис. 4.14. Относительная интенсивность излучения

Рис. 4.14 иллюстрирует относительную интенсивность излучения от концентрации N_6 возбужденных атомов. Из этой зависимости следует, что сверхизлучательный распад начинается при плотности возбуждения $N_6=4.8*10^{13} cm^{-3}$ ($\tau_R=70nc$). До этого значения можно считать, что идет процесс спонтанной люминесценции и сверхлюминесценции, а при $N_6 > N_к$ развивается процесс сверхизлучения. Населенность верхнего уровня при $N_6 < 10^{13} cm^{-3}$ ($\tau_R > 100nc$, $W_{ввых} < 0.1 вт/см^2$) не изменяется (идет процесс спонтанной люминесценции).

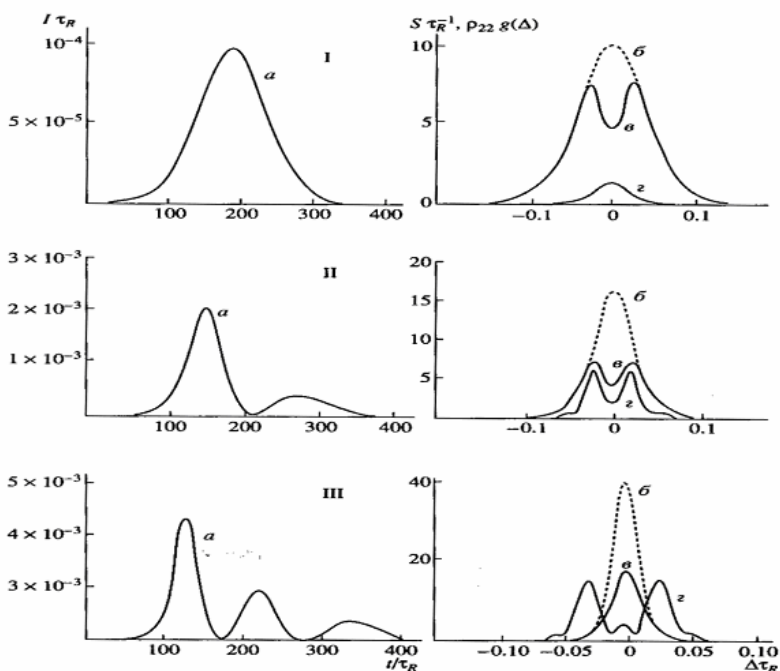


Рис. 4.15. Импульс и спектр излучения в кристалле дифенила с пиреном при различных концентрациях возбужденных атомов: $L = 0.2$ см:

I. $N_0 = 3.4 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $\gamma_2 = 0.004 \tau_R^{-1}$, $\gamma_0 = 0.04 \tau_R^{-1}$, $\tau_R = 80 \text{ нс}$;

II. $N_0 = 4.5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $\gamma_2 = 0.003 \tau_R^{-1}$, $\gamma_0 = 0.03 \tau_R^{-1}$, $\tau_R = 60 \text{ нс}$;

III. $N_0 = 13.2 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $\gamma_2 = 0.001 \tau_R^{-1}$, $\gamma_0 = 0.01 \tau_R^{-1}$, $\tau_R = 20 \text{ нс}$

Из рис. 4.15 можно определить время сверхизлучения при разных концентрациях возбужденных атомов для эксперимента в кристалле дифенила с пиреном.

При росте плотности возбужденных атомов $N_0 = 4.8 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ ($\tau_R = 80 \text{ нс}$, $W_{\text{вых}} = 50 \text{ вт/см}^2$) идет рост пиковой интенсивности и выедание населенности. При значениях $N_0 > 4.5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ ($\tau_R = 60 \text{ нс}$, $W_{\text{вых}} = 200 \text{ вт/см}^2$) проявляется осциллирующая часть импульса сверхизлучения, связанная с осцилляциями Раби. Интенсивность сверхизлучения превышает интенсивность спонтанного излучения на 45 порядков, что соответствует экспериментальным данным [17].

На рис. 4.15 (III) представлен расчет импульса и спектра сверхизлучения в кристалле пирена в дифениле при плотности возбуждения

$N_g = 1.32 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ($\tau_R = 20 \text{ нс}$, $W_{\text{вых}} = 6800 \text{ вт/см}^2$). Из этого расчета следует, что при такой плотности форма импульса осциллирует по времени, спектр имеет дублетную структуру, объяснимую динамическим штарковским расщеплением в поле излучения.

Таким образом, проведенное численное моделирование показало, что селективное возбуждение неоднородного контура позволяет преодолеть ограничение (4.88) или (4.90) на наблюдение явления сверхфлуоресценции (сверхизлучения Дике) и индуцированного (триггерного) сверхизлучения в примесных кристаллах, связанное с доминирующим неоднородным уширением в этих объектах. На наш взгляд это открывает новые возможности для изучения явления сверхизлучения Дике и его практического использования в примесных кристаллах.

4.6. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА ПО ИНДУЦИРОВАННОМУ СВЕРХИЗЛУЧЕНИЮ

Эксперименты по когерентному усилению импульсов малой площади проводились только в далеком ИК-диапазоне [36]. В этой работе наблюдалось усиление по закону $\exp(x^{1/2})$, но измерения формы импульсов не регистрировались.

Рассмотрим эксперименты по исследованию индуцированного сверхизлучения в кристалле граната и рубина [3] и проведем их численное моделирование на основе изложенной выше теории. В эксперименте стержни $Nd:YAG$ имели размер 8×80 мм, концентрация Nd составляла 0.6 %. Коэффициент усиления для слабого сигнала при накачке двумя лампами ИФП-800 в тесном осветителе составлял $\alpha L = 4$. Стержни рубина имели размер 12×120 мм, концентрация Cr $1.5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$.

Накачка осуществлялась двумя лампами ИФП-2000 в тесном осветителе, коэффициент усиления $\alpha L = 5,5$. Стержни охлаждались в потоке жидкого азота, испаряемого из дюара с жидким азотом. Температура могла меняться в пределах $80\text{--}100$ К.

Величина T_2 меняется в пределах $100\text{--}300$ нс. Ширина линии в эксперименте определялась в основном неоднородным уширением и составляла 1 см^{-1} для $Nd:YAG$ и 0.3 см^{-1} для рубина, что соответствовало значениям $T_2^* = 20 \text{ нс}$ и 60 нс .

Исследовалось зависимость выходного сигнала от площади входного импульса при различных длительностях импульсов. Влияние пло-

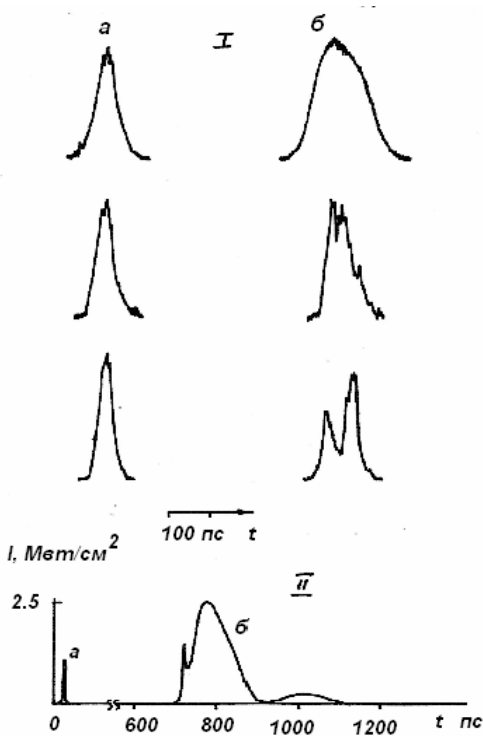


Рис. 4.16. Экспериментальные денситограммы импульсов до (а) и после (б) усиления в кристалле рубина при 80 К: $L = 0.2$ см, $\alpha L = 5.5$, $\theta_0 = \pi/300$

входных импульсов искажена из-за недостаточно высокого разрешения электронно-оптической камеры. Тем не менее, можно заключить, что длительности входных импульсов уменьшаются сверху вниз.

На верхнем графике импульс вторичного излучения полностью перекрывает исходный импульс, т.е. это в чистом виде латаргическое усиление, о котором говорилось выше. На среднем графике в выходном излучении можно выделить фрагмент, соответствующий входному импульсу, на нижнем – выходной импульс уже состоит из двух фрагментов, первый из которых соответствует входному импульсу, второй – импульсу вторичного излучения, возникающему с некоторой задержкой. В эксперименте время дефазировки составляло 50 пс, а характерное время сверхизлучения 10 нс. Следует отметить, что денситограммы дают искаженную форму входного импульса из-за

пада θ оценивалось по длительности импульсов и их энергии и регулировалось с помощью нейтральных светофильтров. На рис. 4.16 приведены денситограммы импульсов, полученных с экрана электронно-оптической камеры (ЭОК). Эти импульсы характеризуют усиление импульса с площадью $\pi/300$ в рубине при 80 К. Слева входные импульсы это импульсы лазера на рубине с пассивной синхронизацией мод, справа выходные импульсы. Оба имеют одинаковое почернение, при этом наиболее очевидны изменения формы. В действительности выходной импульс имеет большую амплитуду, но не в 240 раз, как диктует закон Бэра, а всего в 10 раз. На денситограммах форма

недостаточно высокого разрешения камеры, которое составляло 20–30 *нс*. Тем не менее, все закономерности, проявляющиеся в теории, наблюдаются и в эксперименте.

На рис. 4.16 (II) представлены расчеты по летаргическому усилению для рубина при $\alpha L = 5.5$. Очевидны основные особенности данного режима: импульс при усилении удлиняется и усиление по мощности значительно меньше, чем можно ожидать из закона Бугера-Ламберта Бэра $\exp(\alpha L) \cong 240$.

Аналогичные эффекты были зарегистрированы и при усилении в $YAG:Nd^{3+}$.

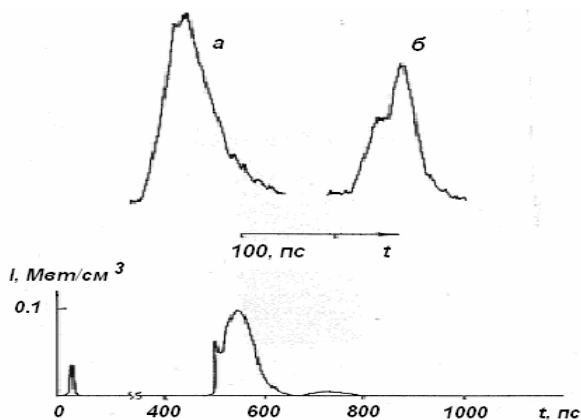


Рис. 4.17. Экспериментальные денситограммы импульсов до (а) и после (б) усиления в кристалле граната при 100 К:
 $L = 8$ см, $\alpha L = 4$, $\theta_0 = \pi/200$

На рис. 4.17 представлены экспериментальные денситограммы усиления в $YAG:Nd^{3+}$ при 100 К. $L = 8$ см, $\alpha L = 4$. Слева входной импульс, справа – выходной. Изменение формы сигнала согласуется с расчетом (рис. 4.17), если принять во внимание конеч-

ное разрешение ЭОК, и также может быть объяснено проявлением эффекта индуцированного сверхизлучения, ослабленного быстрой расфазировкой дипольных моментов атомной системы. Усиление по энергии в экспериментах с $YAG:Nd^{3+}$ не превышало 10 даже при настройке на центр линии усиления, что значительно меньше стационарного значения.

Одновременно с регистрацией на ЭОК в эксперименте проводились измерения методом двухфотонной люминесценции. Установлено, что минимальная длительность входных импульсов составляет 8 *нс* порядка времени сверхизлучения τ_R . Исследования кросс-корреляции входного и выходного сигналов показали, что передний фрагмент выходного сигнала распространяется со скоростью света и, следова-

тельно, для второго фрагмента имело место запаздывание, как и должно быть для индуцированного сверхизлучения.

Таким образом, эксперимент подтверждает особенности летаргического усиления, даваемые численным моделированием, т.е. удлинение импульса и малое по сравнению с законом Бэра усиление. Обе особенности легко поясняются качественно. Исходный импульс создает в среде когерентную макроскопическую поляризацию, которая живет время порядка T . Эта поляризация, в свою очередь, дает поле, которое конструктивно интерферирует с исходным полем, а исходный импульс быстро удлиняется, по крайней мере, до величины T .

Летаргическое усиление выглядит достаточно простым эффектом, однако оно позволяет проследить связь между когерентным усилением и сверхизлучением Дике. В эффекте Дике кинетика спонтанного излучения системы атомов иная, чем для изолированного атома, в частности, система атомов распадается быстрее. Кинетика сверхизлучения характеризуется временным масштабом τ_R . Для точечной системы это время равно спонтанному времени жизни, поделенному на общее число атомов. Для протяженной системы его можно оценить из соотношения Фридберга – Хартмана: $\tau_R = T / (\alpha L)$. Здесь τ_R представляет собой минимальный временной интервал, по окончании которого система начинает реагировать на воздействие импульса малой площади. Если в усилитель подать импульс короче τ_R , то он пройдет через него практически не изменяя своих параметров. При этом в среде создается макроскопическая поляризация, дающая импульс вторичного излучения с некоторой задержкой.

При реальных длительностях входных импульсов (для эксперимента в рубине и гранате) расчет указывает на возможность наблюдения двух фрагментов в выходном сигнале. Однако из-за быстрой расфазировки импульс индуцированного излучения сильно подавлен и его площадь значительно меньше π . Если же увеличивать площадь индуцирующего импульса, то оба фрагмента выходного сигнала сливаются и происходит переход к когерентному усилению.

Наличие двух фрагментов в выходном импульсе можно рассматривать как проявление режима индуцированного сверхизлучения. В эксперименте второй фрагмент, представляющий собой импульс индуцированного сверхизлучения, подавлен из-за относительно быстрой расфазировки.

Для получения импульсов индуцированного сверхизлучения с площадью, близкой к π , при данных длительностях входных импульсов, необходимы образцы рубина с неоднородной шириной линии не более 0.1 см^{-1} и $YAG:Nd^{3+}$ с неоднородной шириной не более 0.3 см^{-1} .

Режим летаргического усиления может быть применен для определения времени релаксации T_2 , так как его длительность равна времени релаксации.

Моделирование процесса индуцированного сверхизлучения (сверхфлуоресценции) проводилось для параметров, близких к экспериментальным по когерентному усилению в кристаллах граната и рубина [3]. Результаты расчета свидетельствуют о возможности наблюдения индуцированного сверхизлучения в активированных кристаллах. В экспериментальных условиях расфазировка определялась в основном неоднородным уширением и время T составляло $15\text{--}20 \text{ нс}$ в $YAG:Nd^{3+}$ и $40\text{--}50 \text{ нс}$ в рубине. Заметим, что наблюдать в этих условиях сверхфлуоресценцию, по-видимому, невозможно, поскольку расчет времен задержки по формуле (4.1) дает значение $\sim 500 \text{ нс}$ для $YAG:Nd^{3+}$ и более 1 нс для рубина. С другой стороны, именно малое по сравнению с τ_d время расфазировки дает возможность накапливать атомы на верхнем уровне при относительно медленной накачке импульсными лампами. В отсутствие расфазировки процессы кооперативного излучения существенно ограничивают заселенность верхнего уровня, если время возбуждения среды превышает τ . Оценки, сделанные в [19], показывают, что в экспериментальных ситуациях интенсивность излучения, обусловленного кооперативными эффектами, ниже интенсивности обычного спонтанного излучения в полный телесный угол. Поэтому плотность инверсии, при которой достигается баланс между накачкой и девозбуждением, определяется только усиленным спонтанным излучением, которое является относительно медленным процессом.

На рис. 4.18 *a* представлен расчет летаргического усиления для рубина.

Для данного режима импульс при усилении удлиняется и усиление по мощности значительно меньше, чем по закону Бэра. Исходный импульс создает в среде когерентную макроскопическую поляризацию, которая живет время порядка $T = T_2 * T_2^*/(T_2 + T_2^*)$. Эта поляризация в свою очередь дает поле, которое интерферирует с исходным полем, в результате чего исходный импульс быстро удлиняется до величины T .

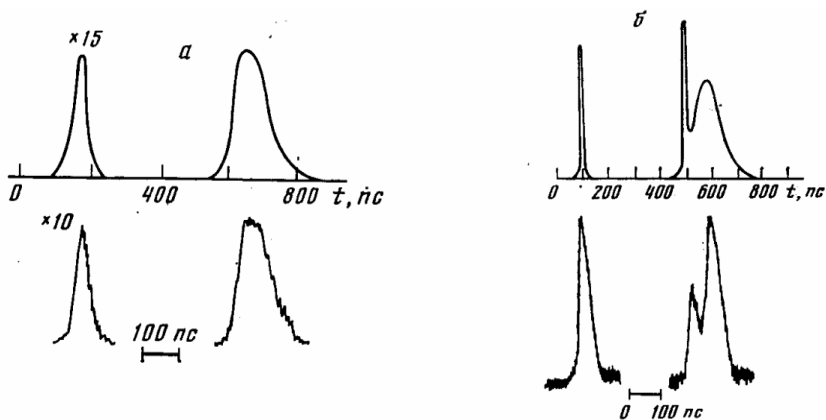


Рис. 4.18. Летаргическое усиление и индуцированное сверхизлучение в кристалле рубина. Ненасыщенное усиление $\exp(\alpha L) = 240$, $T = 40$ нс, входная площадь $\theta_0 = \pi/200$. Вверху расчет, внизу эксперимент. Температура ~ 80 К

На рис. 4.18б приведены расчетные графики и экспериментальные денситограммы, характеризующие усиление в рубине. Если длительность входного импульса короче, то выходной импульс состоит из двух фрагментов, первый из которых соответствует входному импульсу, второй импульсу вторичного излучения, возникающему с некоторой задержкой.

В эксперименте $T = 50$ нс, $\tau_R = 10$ нс. Наличие двух фрагментов в выходном импульсе можно рассматривать как проявление индуцированного сверхизлучения. В эксперименте второй фрагмент подавлен из-за относительно быстрой дефазировки дипольных моментов атомов.

ГЛАВА 5

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КООПЕРАТИВНЫХ ЭФФЕКТОВ ПРИ НЕКОГЕРЕНТНОЙ НАКАЧКЕ

Когерентное взаимодействие световых импульсов с резонансно усиливающими и поглощающими средами в условиях сохранения фазовой памяти широко исследовалось с использованием модели двухуровневого атома. Как известно, реальные системы состоят из атомов и молекул с более сложной структурой энергетических уровней. Наиболее простой задачей является учет только третьего уровня. Характерной трехуровневой системой обладает кристалл рубина [1]. Рубин представляет собой кристалл окиси алюминия Al_2O_3 , в котором часть атомов алюминия замещена атомами хрома ($Al_2O_3 : Cr^{3+}$). Активными центрами являются ионы хрома Cr^{3+} . В оптических генераторах обычно используется бледно-розовый рубин с содержанием хрома около 0.05% (приблизительно $5.6 \cdot 10^{19}$ ионов в 1 см^3). Следует отметить высокую механическую прочность и высокую теплопроводность рубина, которые в значительной степени способствовали широкому распространению его в лазерной технике. К числу привлекательных особенностей кристалла рубина относится также возможность выращивания больших образцов высокого оптического качества.

Диаграмма энергетических уровней кристалла рубина представлена на рис. 5.1. Происхождение их определяется сильным взаимодействием электронной оболочки 3d группы железа (к которой при-

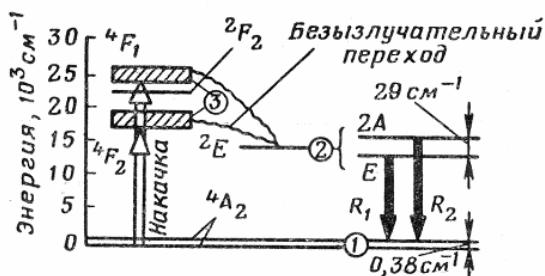


Рис. 5.1. Схема энергетических уровней кристалла рубина [1]

надлежит хром) с кристаллическим полем решетки. Рабочим переходом в рубине является переход между уровнями 2E и 4A_2 . Состояние 2E является метастабильным и имеет при комнатной температуре время жизни около 3 мсек.

В литературе практически отсутствуют исследования динамики сверхфлуоресценции, индуцированного сверхизлучения и когерентного усиления при учете некогерентной накачки. Возможно, это связано с представлением о слабом влиянии некогерентной накачки на эти процессы. Таким образом, эти вопросы остаются невыясненными.

Основной задачей этой главы являются разработка математической модели, описывающей кооперативные когерентные эффекты в резонансных средах, создание компьютерной установки, исследования разработанного алгоритма на сходимость и устойчивость, проведение вычислительного эксперимента с целью выяснения картины формирования динамики кооперативных эффектов с учетом протяженности, однородной и неоднородной ширины линии люминесценции и некогерентной накачки.

5.1. ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ КООПЕРАТИВНЫХ ЭФФЕКТОВ ПРИ НЕКОГЕРЕНТНОЙ НАКАЧКЕ

Рассматриваемая задача хорошо решается в полуклассическом приближении, при котором система атомов описывается квантовомеханически с помощью одноатомной матрицы плотности, а электромагнитное поле классически. Изменение во времени матрицы плот-

ности атома происходит в результате его взаимодействия с классическим электромагнитным полем. В свою очередь, источником поля является поляризованность системы атомов. Взаимодействие атома с электромагнитным излучением будем учитывать в электро-дипольном приближении.

Таким образом, требуется самосогласованное решение уравнений Лиувилля – фон Неймана для матрицы плотности атомов и уравнений Максвелла для электромагнитного поля, что позволяет при моделировании когерентных процессов в активированных кристаллах учесть реальные значения параметров среды и светового поля накачки и излучения [2–5].

Эволюцию системы трехуровневых центров в электромагнитном поле будем описывать на основе уравнения Шредингера:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \widehat{H} \psi \quad (5.1)$$

с гамильтонианом $\widehat{H} = \widehat{H}_0 + \widehat{H}_{\text{int}}$, представленным в виде суммы невозмущенного гамильтониана \widehat{H}_0 и гамильтониана взаимодействия атомов с электромагнитным полем \widehat{H}_{int} . Волновую функцию представим в виде

$$\psi(t) = a(t)\psi_0 + b(t)\psi_1 + c(t)\psi_2, \quad (5.2)$$

где ψ_0, ψ_1, ψ_2 – не зависящие от времени собственные функции гамильтониана \widehat{H}_{int} т.е.

$$\widehat{H}_0 \psi_n = \hbar \omega_n \psi_n, \quad (5.3)$$

где $\omega_n = \frac{E_n}{\hbar}$, а E_n – энергия атома в состоянии n ($n=1,2,3$).

Волновая функция $\psi(t)$ полностью определяется действительными и мнимыми частями комплексных амплитуд разложения $a(t), b(t), c(t)$. Поскольку фаза функции $\psi(t)$ физического смысла не имеет число независимых величин, определяющих состояние системы, снижается. В качестве них можно взять модули комплексных чисел $a(t), b(t), c(t)$ и разность их фаз. Метод матрицы плотности позволяет вычислять средние значения физических величин, даже если точная волновая функция системы неизвестна; приводит к дифференциальным уравнениям для классических переменных, имеющих ясную физическую интерпретацию, что упрощает понимание процессов, происходящих при взаимодействии излучения со средой,

и при их описании позволяет широко использовать приближенные методы.

Поскольку в нашем случае во взаимодействии участвуют три уровня, матрица плотности имеет размерность (3x3) с элементами:

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{00}\rho_{01}\rho_{02} \\ \rho_{10}\rho_{11}\rho_{12} \\ \rho_{20}\rho_{21}\rho_{22} \end{pmatrix}. \quad (5.4)$$

Как известно, она является эрмитовой матрицей, т.е. $\rho_{ab} = \rho_{ba}^*$. Кроме того, она нормирована на единицу. Диагональные элементы матрицы плотности определяют вероятности заселенности уровней, а недиагональные элементы – степень корреляции между отдельными состояниями.

Будем считать, что имеет место электродипольное взаимодействие, которому отвечает гамильтониан:

$$\hat{H}_{\text{int}} = -\vec{d}(\vec{r})\vec{E}(\vec{r}, t), \quad (5.5)$$

где $\vec{E}(\vec{r}, t)$ – напряженность электрического поля, \vec{d} – параллельная электромагнитному полю \vec{E} компонента оператора дипольного момента. Диагональные матричные элементы оператора \hat{H}_{int} равны нулю $d_{00} = d_{11} = d_{22} = 0$, поскольку рассматриваемые состояния считаем невырожденными. Оператор взаимодействия в этом случае имеет вид:

$$\hat{H}_{\text{int}} = \begin{pmatrix} 0 - \vec{d}_{01}\vec{E} - \vec{d}_{02}\vec{E} \\ -\vec{d}_{10}\vec{E} \quad 0 - \vec{d}_{12}\vec{E} \\ -\vec{d}_{20}\vec{E} - \vec{d}_{21}\vec{E} \quad 0 \end{pmatrix}. \quad (5.6)$$

Матрица плотности в представлении невозмущенного оператора \hat{H}_0 подчиняется уравнению

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{H}_0 + \hat{H}_{\text{int}}, \hat{\rho}]. \quad (5.7)$$

Из последнего уравнения, используя представление (5.4) и формулы (5.5) и (5.6), получим следующие уравнения для элементов матрицы плотности:

$$i\hbar \dot{\rho}_{00} = -\vec{E}(\rho_{10}\vec{d}_{01} - \vec{d}_{10}\rho_{01} + \rho_{20}\vec{d}_{02} - \rho_{02}\vec{d}_{20}),$$

$$\begin{aligned}
 i\hbar\dot{\rho}_{11} &= -\bar{E}(\rho_{01}\bar{d}_{10} - \rho_{10}\bar{d}_{01} + \rho_{21}\bar{d}_{12} - \rho_{12}\bar{d}_{21}), \\
 i\hbar\dot{\rho}_{22} &= \bar{E}(\rho_{20}\bar{d}_{02} - \rho_{02}\bar{d}_{20} + \rho_{21}\bar{d}_{12} - \rho_{12}\bar{d}_{21}), \\
 i\hbar\dot{\rho}_{10} &= \rho_{10}\hbar(\omega_1 - \omega_0) + \bar{E}(\bar{d}_{10}(\rho_{11} - \rho_{00}) + \rho_{12}\bar{d}_{20} - \rho_{20}\bar{d}_{12}), \\
 i\hbar\dot{\rho}_{21} &= \rho_{21}\hbar(\omega_2 - \omega_1) + \bar{E}(\bar{d}_{21}(\rho_{22} - \rho_{11}) + \rho_{20}\bar{d}_{01} - \rho_{01}\bar{d}_{20}).
 \end{aligned}
 \tag{5.8}$$

Уравнения (5.8) являются основными для описания поведения трехуровневых атомов в электромагнитном поле в дипольном приближении.

Напряженность электрического поля удовлетворяет волновому уравнению Максвелла:

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \bar{E}(\vec{r}, t) = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \bar{P}(\vec{r}, t) .
 \tag{5.9}$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial \vec{r}^2}$ – оператор Лапласа.

Поляризованность среды (дипольный момент единицы объема) выражается через недиагональные элементы матрицы плотности:

$$\bar{P}(\vec{r}, t) = N_0 Sp \left[\bar{d}(\vec{r}), \rho(\vec{r}, t) \right] ,
 \tag{5.10}$$

где N_0 – число атомов в единице объема.

5.1.1. Укороченная система уравнений Максвелла – Блоха с учетом некогерентной накачки трехуровневой схемы

Рассмотрим трехуровневый атом с учетом некогерентной накачки (рис. 5.2). Будем считать, что выполняются следующие условия:

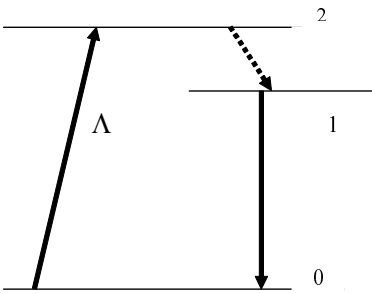


Рис. 5.2. Трехуровневая схема энергетических уровней

а) Расстояние между энергетическими уровнями 2–1 намного меньше частоты переходов 2–0 и 1–0.

б) Переход 2–1 запрещен ($d_{21}=0$), т.е. связь между уровнями 2 и 1 осуществляется посредством безызлучательной релаксации γ_{21} .

в) Переход 2–0 запрещен ($d_{20}=0$), связь между уровнями 0 и 2 осуществляется за счет некогерентной накачки.

г) Рабочим переходом является переход $1 \rightarrow 0$.

С учетом этих условий систему уравнений (5.8) (5.10) можно привести к виду:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} + \gamma_{22} \rho_{22} &= \Lambda' \rho_{00}, \\ \frac{\partial \rho_{11}}{\partial t} - \gamma_{22} \rho_{22} &= -\frac{i}{\hbar} \bar{E} (\bar{d}_{01} \rho_{10} - \bar{d}_{10} \rho_{01}), \\ \frac{\partial \rho_{00}}{\partial t} &= -\frac{i}{\hbar} \bar{E} (\bar{d}_{10} \rho_{01} - \bar{d}_{01} \rho_{10}) - \Lambda' \rho_{00}, \\ \frac{\partial \rho_{10}}{\partial t} + \gamma_{10} \rho_{10} &= -\frac{i}{\hbar} (\hbar(\omega_{10} + \omega) \rho_{10} + \bar{E} \bar{d}_{10} (\rho_{11} - \rho_{00})), \\ (\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}) \bar{E}(\vec{r}, t) &= \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \bar{P}(\vec{r}, t). \\ \bar{P}(\vec{r}, t) &= N_0 \int G(\omega) [\bar{d}_{01} \rho_{10} + \bar{d}_{10} \rho_{01}] d\omega, \end{aligned} \quad (5.11)$$

где Λ' – скорость некогерентной накачки.

Система уравнений (5.11) описывает самосогласованную задачу о взаимодействии электромагнитного поля с распределенной системой трехуровневых центров. Эти уравнения описывают когерентные и некогерентные оптические процессы, происходящие в трехуровневых атомных системах при некогерентной накачке в зависимости от внутренних параметров среды и внешних воздействий.

5.1.2. Использование приближения медленно-меняющихся амплитуд и приведение математической модели к безразмерному виду

Предполагая поле однородным в сечении образца, систему (5.11) будем решать в одномерном приближении, т.е. будем учитывать зависимость величин \bar{P} , \bar{E} только от одной координаты x , отсчитываемой вдоль направления излучения. Это возможно, когда число Френеля $F = D^2 / \lambda L \geq 1$ (D – поперечный, L – продольный размеры образца). Направление дипольных моментов переходов всех атомов будем считать одинаковыми и перпендикулярными оси x . Тогда векторы \bar{E} и \bar{P} также будут направлены перпендикулярно оси x , что

позволяет в дальнейшем опустить векторные обозначения. Под соответствующими величинами будем понимать их проекции на направление дипольного момента.

Учитывая, что $\rho_{01} = \rho_{10}^*$, $\rho_{02} = \rho_{20}^*$, $\rho_{12} = \rho_{21}^*$, систему (5.11) можно переписать в виде

$$\frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} = -\gamma_{22} \rho_{22} + \Lambda' \rho_{00}, \quad (5.12)$$

$$\frac{\partial \rho_{11}}{\partial t} = +\gamma_{22} \rho_{22} - \frac{i}{\hbar} E d_{01} (\rho_{10} - \rho_{10}^*),$$

$$\frac{\partial \rho_{00}}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} E d_{01} (\rho_{10} - \rho_{10}^*) - \Lambda' \rho_{00},$$

$$\frac{\partial \rho_{10}}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} (\hbar(\omega_{10} + \omega) \rho_{10} + E d_{10} (\rho_{11} - \rho_{00})) - \gamma_{10} \rho_{10},$$

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) E(r, t) = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} P(r, t),$$

$$P(r, t) = N_0 \int G(\omega) [d_{01} \rho_{10} + d_{10} \rho_{01}] d\omega.$$

Уравнения (5.12) описывают в одномерном приближении среду трехуровневых атомов, взаимодействующих с излучением, с учетом некогерентной накачки.

В рассматриваемом случае справедливо неравенство

$$|d \cdot E| \ll \hbar \omega_{10}.$$

Поэтому поле будем искать в виде плоских волн с медленно-меняющимися в пространстве и во времени комплексными амплитудами

$$E(x, t) = E^-(x, t) \exp(-i(\omega_{10} t - k_{10} x)) + E^+(x, t) \exp(i(\omega_{10} t - k_{10} x)), \quad (5.13)$$

где $k_{10} = \frac{\omega_{10}}{c}$.

Аналогично выделим существенную зависимость от координат и времени в элементах матрицы плотности:

$$\begin{aligned} \rho_{10}(x, \omega, t) &= R^-(x, \omega, t) e^{-i(\omega_{10} t - k_{10} x)}, \\ \rho_{01}(x, \omega, t) &= R^+(x, \omega, t) e^{+i(\omega_{10} t - k_{10} x)}, \end{aligned} \quad (5.14)$$

$$R^- = (R^+)^*, \quad E^- = (E^+)^*.$$

Условие медленного изменения амплитуд означает, что функции E^\pm, R^\pm слабо меняются на длине порядка λ и в течение промежутка времени порядка ω_{10}^{-1} , т.е.

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial E^\pm}{\partial t} \right| &\ll \omega_{10} |E^\pm|, \quad \left| \frac{\partial E^\pm}{\partial x} \right| \ll k_{10} |E^\pm|, \\ \left| \frac{\partial R^\pm}{\partial t} \right| &\ll \omega_{10} |R^\pm|, \quad \left| \frac{\partial R^\pm}{\partial x} \right| \ll k_{10} |R^\pm|. \end{aligned} \quad (5.15)$$

С учетом этих неравенств получается модифицированная система уравнений Максвелла – Блоха для резонансных систем с расщеплением верхнего уровня и учетом некогерентной накачки:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E^\pm}{\partial x} + \frac{1}{c} \frac{\partial E^\pm}{\partial t} &= \mp \frac{2\pi i \omega_{10}}{c} P^\pm, \\ \frac{\partial R^\pm}{\partial t} &= (-\gamma_2 \pm i\omega) R^\pm \pm \frac{id}{\hbar} E^\pm (\rho_{11} - \rho_{00}), \\ \frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} &= -\gamma_{22} \rho_{22} + \Lambda \rho_{00}, \\ \frac{\partial \rho_{11}}{\partial t} &= +\gamma_{22} \rho_{22} - \frac{i}{\hbar} d(E^+ R^- + E^- R^+), \\ \frac{\partial \rho_{00}}{\partial t} &= \frac{i}{\hbar} d(E^+ R^- + E^- R^+) - \Lambda \rho_{00}, \end{aligned} \quad (5.16)$$

где

$$\begin{aligned} P^\pm &= N_0 d \int G(\omega) R^\pm(\omega) d\omega, \\ \gamma_{10} = \gamma_{01} = \gamma_2, d_{01} &= d_{10} = d. \end{aligned}$$

Введем нормированную амплитуду электрического поля

$$A^\pm, A^- = \frac{E^\pm, E^-}{-, +i\sqrt{2\pi N_0 \hbar \omega_{10}}} = \pm, -i \frac{d}{\hbar} \frac{E^\pm, E^-}{\Omega}, \quad (5.17)$$

и перейдем к новым переменным $\xi = x\Omega/c, \tau = \Omega(t - x/c)$, где

$$\Omega = \frac{d}{\hbar} \sqrt{2\pi N_0 \hbar \omega_{10}}.$$

Величина Ω имеет смысл частоты Раби для максимально возможного поля в случае сверхизлучения. Физический смысл Ω ясен из следующих рассуждений. Если система достаточно близка к точному резонансу, то размах колебаний инверсии оказывается существенным, т.е. инверсия осциллирует во времени и Ω есть частота этих осцилляций. Тогда система уравнений (5.16) примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A^\pm}{\partial \xi} &= \int G(\omega) R^\pm(\omega) d\omega, \\ \frac{\partial R^\pm}{\partial \tau} &= (-g_2 \pm i\omega) R^\pm + A^\pm (\rho_{11} - \rho_{00}), \\ \frac{\partial \rho_{22}}{\partial \tau} &= -g_{22} \rho_{22} + \Lambda \rho_{00}, \\ \frac{\partial \rho_{11}}{\partial \tau} &= g_{22} \rho_{22} - (A^+ R^- + A^- R^+), \\ \frac{\partial \rho_{00}}{\partial \tau} &= A^+ R^- + A^- R^+ - \Lambda \rho_{00}, \end{aligned} \quad (5.19)$$

где $\Lambda = \Lambda' / \Omega$ – безразмерная скорость накачки, $g_{22} = \gamma_{22} / \Omega$ – параметр, описывающий переход электронов со второго на первый метастабильный уровень.

5.1.3. Начальные и граничные условия для уравнений Максвелла – Блоха

В зависимости от начальных и граничных условий системы уравнений (5.19) описывают различные задачи когерентной спектроскопии.

Граничные и начальные условия для задачи о сверхфлуоресценции.

В начальный момент времени действия накачки ($t=0$) условия для населенностей имеют вид:

$$\begin{aligned} \rho_{22}(\xi, \tau = -\xi) &= 0.0, \quad \rho_{11}(\xi, \tau = -\xi) = 0.0, \\ \rho_{00}(\xi, \tau = -\xi) &= 1.0, \end{aligned} \quad (5.20)$$

и задается малая начальная однородная поляризация $R^\pm = X \pm iY$, которая в полуклассической теории имитирует спонтанное излучение

$$X(\xi, \tau = -\xi, \omega) = X_0, Y(\xi, \tau = -\xi, \omega) = Y_0, \quad (5.21)$$

то система уравнений (5.19) с условиями (5.20) и (5.21) описывает задачу сверхфлуоресценции.

Начальные и граничные условия для задачи когерентного усиления импульсов.

В начальный момент времени действия накачки ($t=0$) задается условие для населенностей (5.19). Поляризация по образцу равна нулю, т.е.

$$R^{\pm}(\xi, \tau = -\xi, \omega) = 0.0, \quad (5.22)$$

электромагнитное поле задается в виде

$$A_0(\tau) = \frac{\theta\pi}{\tau_p \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\tau - t_0)^2}{\tau_p^2} / 2\right), \quad (5.23)$$

т.е. в начальный момент времени на вход образца подается входной импульс поля в виде (5.23), где τ_p – длительность входного импульса, t_0 – длительность крыльев входного импульса.

Площадь входного импульса определяется как:

$$\theta_0 = \frac{2d}{\hbar} \int_0^t A(t') dt' \quad (5.24)$$

Тогда система уравнений (5.19) с условиями (5.22–5.24) описывает задачу когерентного усиления импульсов.

Начальные и граничные условия задавались в зависимости от рассматриваемой задачи. Система уравнений решалась численно с использованием метода прогноза и коррекции.

Метод прогноза и коррекции заключается в определении сеточных функций на втором слое по времени или длине и в уточнении этих вычисленных значений. Для разностной аппроксимации производной при прогнозе будем использовать трехточечный шаблон сетки – диаграмму «крест» (глава 1, рис. 2.1 в).

На первом этапе определим сеточные значения $A, R, \rho_{22}, \rho_{11}, \rho_{00}$, с использованием центральной разностной схемы

$$\frac{A(j, s+1) - A(j, s-1)}{2\Delta t} = \sum_{\omega=-nd}^{\omega=nd} G(\omega) R(j, s, \omega) d\omega(j, s, \omega),$$

$$\frac{\rho_{22}(j, s+1, \omega) - \rho_{22}(j-2, s, \omega)}{2\Delta t} = [-g_{22} + \Lambda\rho_{00}](j-1, s+1, \omega), \quad (5.25)$$

$$\frac{\rho_{11}(j, s+1, \omega) - \rho_{11}(j-2, s, \omega)}{2\Delta t} = (g_{22}\rho_{22} - [A^*R + AR^*])^* \\ *(j-1, s+1, \omega),$$

$$\frac{\rho_{00}(j, s+1, \omega) - \rho_{11}(j-2, s, \omega)}{2\Delta t} = ([A^*R + AR^*] - \Lambda\rho_{00})(j-1, s+1, \omega),$$

$$\frac{R(j, s+1, \omega) - R(j-2, s, \omega)}{2\Delta t} = [-g_2 + i\omega]R + A(\rho_{11} - \rho_{00})(j-1, s+1, \omega).$$

Значения в точке (S, J-S) определяются по схеме креста. Ошибка при вычислениях составляет $O(\Delta t^3)$. Коррекция вычисленных сеточных функций проводится по уравнениям

$$\frac{A^{i+2}(j, s+1) - A(j, s)}{0.5\Delta t} = \sum_{\omega=-nd}^{\omega=nd} (R(j, s, \omega) + R^{i+1}(j, s+1, \omega)G(\Delta)d\omega(j, s, \omega),$$

$$\frac{\rho_{22}^{i+2}(j, s+1, \omega) - \rho_{22}(j, s, \omega)}{0.5\Delta t} = [(-g_{22} + \Lambda\rho_{00}) + (-g_{22} + \Lambda\rho_{00}^{i+1})](j-1, s+1, \omega)$$

$$\frac{\rho_{11}^{i+2}(j, s+1, \omega) - \rho_{11}(j, s, \omega)}{0.5\Delta t} = (g_{22}\rho_{22} - [A^*R + AR^*] + g_{22}\rho_{22}^{i+1} - [A^{(i+1)*}R^{i+1} + A^{i+1}R^{(i+1)*}](j-1, s+1, \omega), \quad (5.26)$$

$$\frac{\rho_{00}^{i+2}(j, s+1, \omega) - \rho_{11}(j, s, \omega)}{0.5\Delta t} = ([A^*R + AR^*] - \Lambda\rho_{00}) + [A^{(i+1)*}R^{i+1} + A^{i+1}R^{(i+1)*}] - \Lambda\rho_{00}^{i+1}(j-1, s+1, \omega),$$

$$\frac{R^{i+2}(j, s+1, \omega) - R(j, s, \omega)}{0.5\Delta t} = [-g_2 + i\omega]R + A(\rho_{11} - \rho_{00}) + [-g_2 + i\omega] \times \times R^{i+1} + A^{i+1}(\rho_{11}^{i+1} - \rho_{00}^{i+1})(j-1, s+1, \omega).$$

Для вычисления по этому алгоритму необходимо знания точек на характеристике J-S=2 и на границе, которые на первом слое сеточной схемы определяются по исправленному методу Эйлера.

Опираясь на рассмотренные выше методы решения дифференциальных уравнений (2.29), мы будем использовать комбинированный подход.

Система уравнений решалась численно с использованием метода Эйлера и метода прогноза-коррекции. Начальные и граничные условия задавались в зависимости от рассматриваемой задачи.

В приложении 1 приводится реализация данного алгоритма в виде программы на языке FORTRAN, т.е. создана компьютерная установка для моделирования кооперативных эффектов с учетом некогерентной накачки третьего уровня.

Решения систем уравнений (5.19) выдавались в виде графиков для различных параметров входного импульса и характеристик среды:

– интенсивности излучения в зависимости от времени на конце образца:

$$I(L, t) = \frac{c}{L\Omega} |E(L, t)|^2 = \frac{c}{L} |A|^2; \quad (5.27)$$

– Фурье-спектра от усиленного импульса на конце образца ($x=L$):

$$E(L, \omega) = \int_0^t e^{-i\omega t'} E(L, t') dt',$$

$$S(L, \omega) = \frac{|E(L, \omega)|^2}{2\pi N_0 L \hbar \omega}; \quad (5.28)$$

– населенности всех уровней в зависимости от времени и частот расстройек неоднородного контура.

5.2. УСТОЙЧИВОСТЬ И СХОДИМОСТЬ МЕТОДА ПРОГНОЗА И КОРРЕКЦИИ

Система уравнений (5.19) решалась с помощью метода прогноза и коррекции, который имеет хорошую оценку погрешности по шагу интегрирования. Для разностной схемы (5.26) погрешность вычислений для поля оценивается по формуле:

$$O(\Delta t^3) = \frac{1}{5} |A_{i+1}^{(k-1)} - A_{i+1}^{(k)}|, \quad (5.29)$$

где k – порядок итерации. Величины, используемые для этой оценки, берутся из результатов вычислений.

В таблице 5.1 приведены погрешности, вычисленные по методу прогноза и коррекции для напряженности электрического поля в конце образца $x = L$, для времени $T = 60\Omega^{-1}$.

Из таблицы следует, что с уменьшением шага интегрирования погрешность вычислений стабильно убывает, т.е. метод прогноза коррекции сходится.

Определим количественные критерии сравнения решений при разных шагах интегрирования.

Таблица 5.1

Индекс i	Шаг интегрирования dt_i	$\Delta t = dt_i - dt_j$	Погрешность $O(\Delta t^3)$	Относительная погрешность ε (%)
1	0,1		2,69E-03	
2	0,06		1,74E-03	
3	0,05	0.1–0,05	1,36E-03	43,47
4	0,03	0.06–0,03	7,16E-04	17,77
5	0,025	0.05–0,025	5,51E-04	15,46
6	0,02		4,16E-04	
7	0,015	0.03–0,015	3,06E-04	8,67
8	0,012	0.025–0,012	2,31E-04	7,54
9	0,01	0.02–0,01	1,84E-04	6,02
10	0,008		1,18E-04	
11	0,006	0,006	1,07E-04	3,64

Для выбранного значения шага Δt находится «грубое» решение $A_{i+1}(\Delta t)$. Затем шаг в 2 раза уменьшается и заново находится уточненное значение $A_{i+1}(\Delta t/2)$ на том же отрезке. Если процесс устойчивый, то решения разностных уравнений для шагов интегрирования Δt и $\Delta t/2$ будут сближаться. Относительную погрешность можно оценить как

$$\frac{|A_{i+1}(\Delta t / 2) - A_{i+1}(\Delta t)|}{|A_{i+1}(\Delta t / 2)|} < \varepsilon_0, \quad (5.30)$$

где ε_0 – наперед заданное положительное число, определяющее точность вычислений. Если левая часть будет меньше чем ε_0 , то будем считать, что шаг интегрирования удовлетворяет нас и можно проводить вычислительный эксперимент. В табл. 5.1 приведены относительные погрешности вычислений, рассчитанные по формуле (5.30).

Проведем численные эксперименты по определению шага Δt интегрирования, при котором решение системы (5.19) является устойчивым. Проверку будем проводить для значения интенсивности излучения в конце образца $x = L$, для конечного времени $T = 60\Omega^{-1}$. Это связано с тем, что погрешности вычислений накапливаются при максимальном времени счета и длине образца.

На рис. 5.3 проведены значения интенсивности для различных значений шага интегрирования. Начиная с шага 0.02 и меньше, значение интенсивности изменяется очень достаточно медленно. Мож-

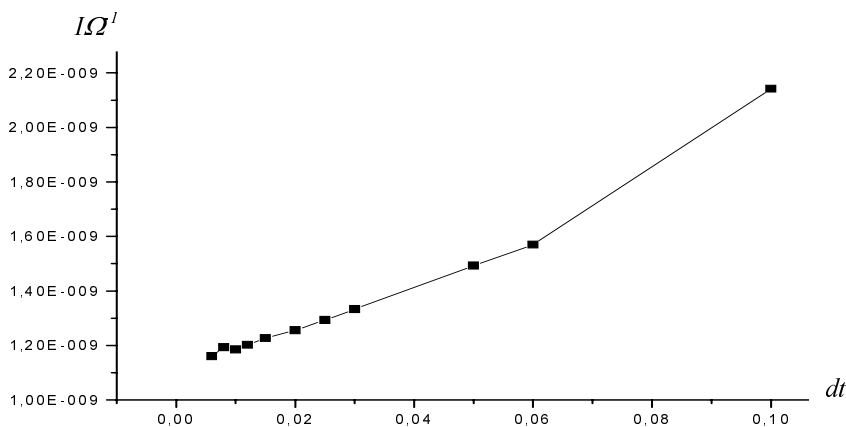


Рис. 5.3. Устойчивость метода прогноза и коррекции в трехуровневой системе в зависимости от шага интегрирования: $L=4c\Omega^{-1}$, $g_2=0.001$, $R_0=0.005$

но считать, что решение при таком шаге становится устойчивым. Можно сказать, что для разностных уравнений (5.25) и (5.26) по методу прогноза и коррекции, полученные решения будут максимально приближены к истинному решению при выборе шага интегрирования $dt < 0.015\Omega^{-1}$.

Оценить, насколько полученное решение достоверно, помогают также интегралы движения (законы сохранения) для данной физической задачи, причем необходимо найти всю их совокупность. Выполнение законов сохранения в процессе вычисления искомых величин является одним из эмпирических методов проверки (тестирования) алгоритма решения физической задачи.

Уравнения (5.21) подчиняются закону сохранения населенностей и закону сохранения энергии:

$$\rho_{22} + \rho_{11} + \rho_{00} = 1,$$

$$\int_0^T |A^\pm|^2 dt + \int_0^L |A^\pm|^2 d\xi + \int_{-\infty}^{+\infty} (\rho_{11} + \rho_{22}) G(\Delta) d\Delta = \int_0^T \Lambda dt. \quad (5.31)$$

Эти законы можно использовать в качестве критериев сходимости и устойчивости методов интегрирования нелинейной системы (5.19).

5.3. ФОРМА ИМПУЛЬСА И СПЕКТРА СВЕРХФЛУОРЕСЦЕНЦИИ ПРИ НЕКОГЕРЕНТНОЙ НАКАЧКЕ

На рис. 5.4. показаны результаты исследования влияния параметра безызлучательной релаксации g_{22} в зависимости от величины некогерентной накачки, при постоянной протяженности образца $L=4c\Omega^{-1}$ и начальной поляризации $R_0=0.005$. Накачка перекачивает электроны с нижнего энергетического состояния в верхнее энергетическое состояние. Электроны за счет параметра быстрой безызлучательной релаксации g_{22} осуществляют переход на метастабильный уровень 1 (рис. 5.1). Сверхфлуоресценция идет на рабочем переходе $1 \rightarrow 0$, и электроны с минимальной энергией занимают свое основное состояние на нулевом энергетическом уровне. Действие постоянной накачки сводится к тому, что основная часть электронов, оказавшаяся в основном состоянии, вновь переходит в возбужденное состояние. В результате мы получаем цуг импульсов сверхфлуоресценции. Далее проводим исследования по увеличению параметра накачки, изменяя ее от θ до 0.2Ω , что приводит к уменьшению времени задержки импульса сверхфлуоресценции, увеличению пиковой интенсивности, а также преобразует режим сверхизлучения в виде пичков в осциллирующую форму, которая выходит на некоторый стационарный уровень излучения. Такой режим сверхфлуоресценции будем называть сверхизлучением на пьедестале, обусловленном некогерентной накачкой. Этот режим излучения на практике можно использовать для преобразования некогерентного излучения в когерентный. Спектр излучения из дублетной структуры преобразуется в одномодовый, интенсивность которого возрастает с увеличением накачки.

При $g_{22}=0.05$ слабая некогерентная накачка приводит к появлению пичков. При накачке, равной 0.1Ω , наблюдаем осциллирующий импульс сверхфлуоресценции, убывающий со временем по экспоненциальному закону, а также проявление признаков осциллирующего импульса на пьедестале. Динамика импульса сверхфлуоресценции с увеличением накачки приобретает характер сверхизлучения на пьедестале. Это можно объяснить тем, что накачка передает электронам энергию, позволяющую без задержки во времени переходить из нижнего состояния в верхнее, создавая непрерывный поток излучения.

При $g_{22}=0.1$ наблюдаем уменьшение времени между последовательными пичками, импульс сверхфлуоресценции на пьедестале проявляется при значении накачки, большем 0.05Ω .

При $g_{22}=0.5$ и значении накачки 0.05Ω пиковая структура преобразовалась в осциллирующую. Импульс на пьедестале становится более очевидным, значение пьедестала увеличивается.

Таким образом, из графиков видно, что увеличение g_{22} приводит к уменьшению времени задержки импульса сверхфлуоресценции, времени между последовательными пиками, а пиковая структура преобразуется в осциллирующую.

Это объясняется тем, что за счет увеличения параметра безызлучательной релаксации накопление населенности на метастабильном

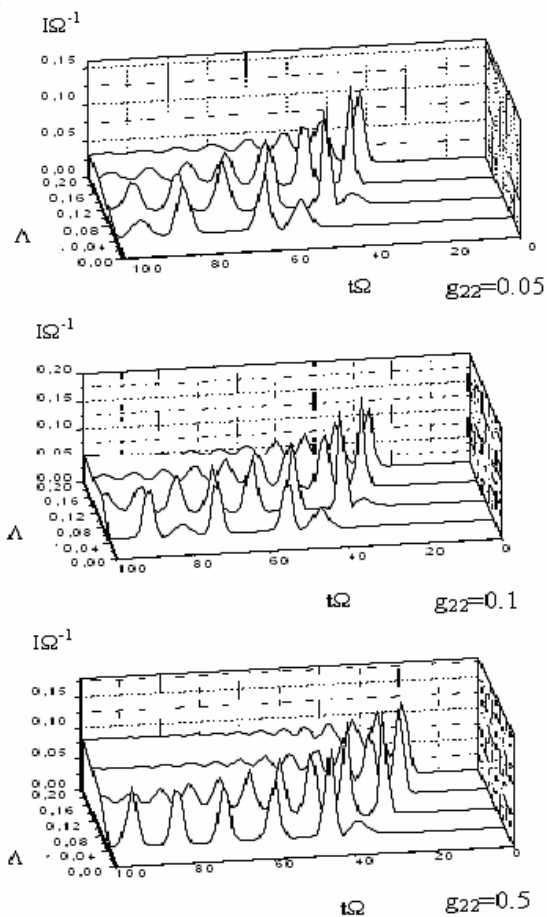


Рис. 5.4. Динамика сверхизлучения при разных значениях безызлучательной релаксации верхнего уровня. $L=4c\Omega^{-1}$, $g_2=0.001$, $R_0=0.001$

уровне происходит быстрее. Увеличение параметра g_{22} (наиболее оптимальным значением является $g_{22} \approx 0.5$) приводит к тому, что электроны быстрее переходят из возбужденного состояния на 1-й уровень, сверхфлуоресценция на переходе $1 \rightarrow 0$ увеличивается.

5.4. ПРОЯВЛЕНИЕ ОДНОРОДНОГО И НЕОДНОРОДНОГО УШИРЕНИЯ В СПЕКТРАЛЬНО-КИНЕТИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ СВЕРХФЛУОРЕСЦЕНЦИИ

Рассмотрим решение системы (5.19) при наличии фазовых релаксаций. Первая причина, приводящая к релаксации дипольных моментов атомов в активированных кристаллах, электрон-фотонные взаимодействия, сбивающие фазу когерентных атомов и обуславливающие затухание поляризации. Вторая причина неоднородности, дислокации в кристалле, приводящие к разбросу энергетических уровней рассматриваемого перехода. Первый вид фазовой релаксации называют однородной (поперечной), второй вид неоднородной релаксацией.

Выяснение роли поперечной релаксации для задачи сверхфлуоресценции в протяженных системах было проведено в работах [6–9]. Эти исследования актуальны для определения условий когерентности при взаимодействии электромагнитного поля с атомной системой.

Влияние неоднородной релаксации на спектрально-кинетические характеристики сверхфлуоресценции было рассмотрено в работах [6–14]. Неоднородная релаксация имеет несколько другую природу, чем поперечная. Если понятие поперечной релаксации можно отнести к отдельно взятому атому, то понятие неоднородной релаксации имеет смысл только для атомной системы.

На рис. 5.5. показано влияние однородного уширения на динамику импульса сверхфлуоресценции и спектр импульса в зависимости от величины некогерентной накачки и параметра безызлучательной релаксации.

Здесь параметр безызлучательной релаксации $g_{22} = 0.5$, протяженность образца $L = 4c\Omega^{-1}$, начальная поляризация $R_0 = 0.005$. При $g_2 = 0.01$ и малом значении некогерентной накачки видно подавление импульса сверхфлуоресценции, причем подавляются пички малой интенсивности, которые проявлялись между соседними пичками второй и тре-

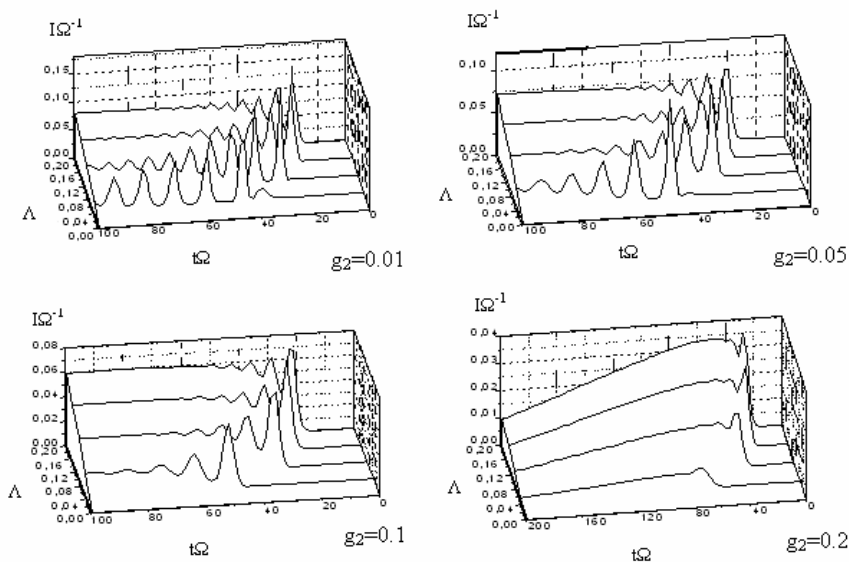


Рис.5.5. Влияние поперечной релаксации (однородного уширения) на динамику сверхизлучения протяженной системы $L=4c\Omega^{-1}$, $g_2=0.001$, $g_2=0.5$, $R_0=0.001$

тъем гармоник. Далее мы увеличиваем значение постоянной накачки, тогда значение поперечной релаксации $g_2=0.01$ не оказывает влияния на импульс сверхфлуоресценции, т.е. накачка передает электронам столько энергии, сколько необходимо для их перехода из нижнего энергетического состояния в верхнее и создания импульса сверхфлуоресценции.

При $g_2=0.05$ и постоянной некогерентной накачке выходной импульс приобретает характер осциллирующего импульса на пьедестале, осцилляции которого убывают за более короткий промежуток времени. Подавляется интенсивность, значение пьедестала снижается. При $g_2=0.1$ осцилляции уменьшаются, заметно увеличивается время задержки выходного импульса. При $g_2=0.2$ получаем пичок импульса сверхфлуоресценции, убывающий со временем. Теоретически это объясняется тем, что накачка перекачивает электроны с основного в возбужденное состояние, но однородное уширение подавляет переход с метастабильного уровня на основной. Таким образом, вследствие постоянной накачки электроны скапливаются на метастабильном уровне, сверхфлуоресценция не наблюдается.

Таким образом, можно сделать выводы, что в трехуровневой схеме лазерного перехода учет неоднородного уширения приводит к увеличению времени задержки выходного импульса и к подавлению импульса и спектра сверхфлуоресценции.

На рис. 5.6. показано влияние неоднородного уширения при постоянной протяженности образца $L=4c\Omega^{-1}$, начальной поляризации

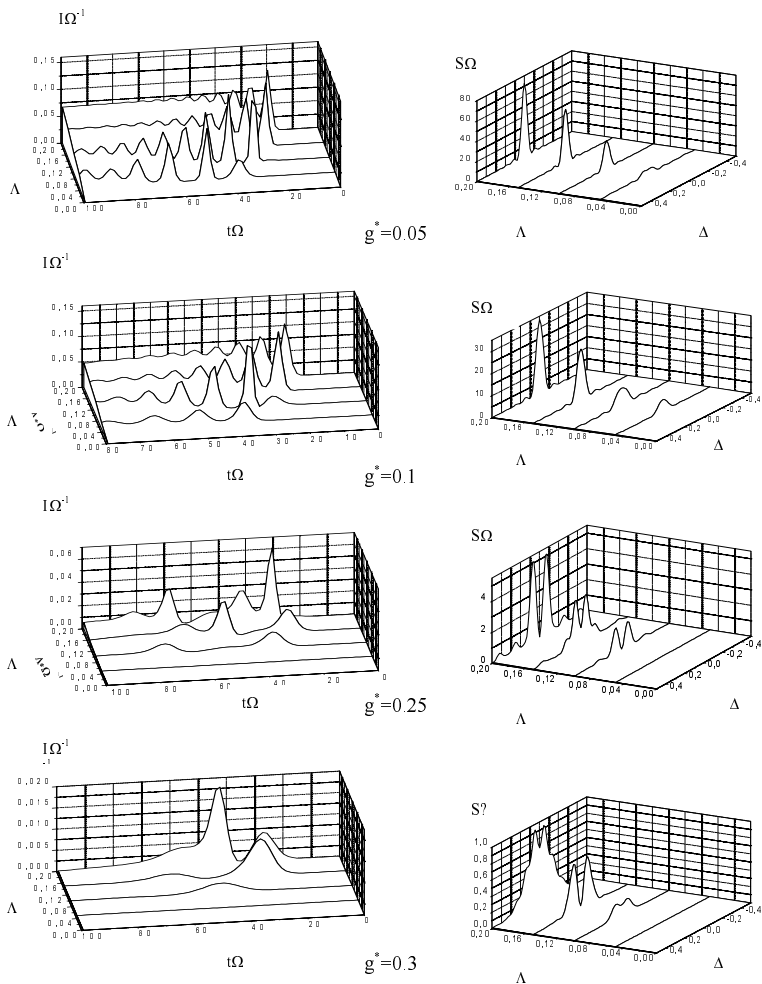


Рис. 5.6. Влияние неоднородной релаксации на динамику импульса и спектра сверхфлуоресценции: $L=4c\Omega^{-1}$, $g_2=0.001$, $g_{22}=0.5$, $R_0=0.001$

$R_0=0.005$ и постоянной накачке. Значения накачки при вычислениях менялись от 0 до 0.2Ω . Параметр безызлучательной релаксации $g_{22}=0.5$. При неоднородном уширении, равном $g^*=0.05$, и слабой некогерентной накачке первый импульс не подвергается подавлению, увеличивается промежуток между первым и последующими импульсами.

У последующих импульсов заметно уменьшаются амплитуды, они быстрее затухают по времени. Большее значение накачки не позволяет существенным образом влиять на динамику сверхфлуоресценции. Увеличиваем значение неоднородного уширения до $g^*=0.5$. Слабая некогерентная накачка переводит частицы в возбужденное состояние, но данной энергии, передаваемой частицам, оказывается недостаточной, для того, чтобы преодолеть неоднородную релаксацию и перейти с первого на основной уровень.

Импульс при накачке, равной 0.1Ω , становится аналогичным импульсу при накачке 0.05Ω и $g^*=0.05$. Это можно объяснить тем, что неоднородная релаксация влияет на всю атомную систему. При $g^*=0.25$ неоднородная релаксация полностью подавляет импульс сверхфлуоресценции при небольшом значении накачки. При $g^*=0.3$ и величине накачки $A=0.15\Omega$ получаем режим обычного спонтанного излучения. Увеличение накачки приводит к появлению дополнительных пиков. Спектр имеет дублетную структуру, объясняемую динамическим штарковским расщеплением в поле излучения.

Неоднородное уширение приводит к подавлению перекачки населенности с нижнего на верхний уровень, в результате чего происходит трансформация импульса сверхфлуоресценции.

5.5. ИНДУЦИРОВАННОЕ СВЕРХИЗЛУЧЕНИЕ И КОГЕРЕНТНОЕ УСИЛЕНИЕ ИМПУЛЬСОВ СВЕТА ПРИ НЕКОГЕРЕНТНОЙ НАКАЧКЕ

Авторы экспериментальной работы [15] на примере сверхизлучения в парах атома цезия экспериментально показали, что сверхизлучательная лавина может быть инициирована слабым затравочным импульсом. Этот режим возбуждения или индуцирования сверхизлучения получил название индуцированного (триггерного) запуска сверхизлучения.

Таким образом, в отличие от сверхфлуоресценции, где корреляция дипольных моментов наводится спонтанно в собственном поле

излучения, фазировку атомной системы можно произвести начальным, малым по площади, импульсом поля. Подготовленная таким образом система удовлетворяет условиям сверхизлучения и приводит к квадратичному импульсу сверхизлучения. Действительно, при прохождении импульса малой площади θ_0 через инверсную среду атомы получают начальную поляризацию R_0 , равную площади прошедшего через них импульса, в предельном случае δ -образного импульса, все атомы получают одинаковую поляризацию. Если площадь входного импульса при этом достаточно мала, то вектор Блоха каждого атома отклонится на соответствующий малый угол, так что изменение энергии системы также будет малым и сам импульс выйдет из системы без заметного усиления. Его действие сведется к наведению начальной малой поляризации (корреляции дипольных моментов системы), отклик системы на эту поляризацию будет представлять собой импульс сверхизлучения.

Таким образом, в протяженных системах сверхизлучение можно индуцировать с помощью затравочного импульса малой площади. При больших площадях входного импульса $\theta_0 > 1$ и длительности режим индуцированного сверхизлучения переходит в режим когерентного усиления.

Рассмотрим насколько изменится импульс индуцированного сверхизлучения при учете некогерентной накачки.

На рис.5.7 представлено численное решение систем уравнений (5.21) для гауссовского входного поля. Протяженность образца считаем постоянной величиной $L = 4c\Omega^{-1}$, безызлучательная релаксация верхнего перехода $g_{22} = 0.5$. Затравочный импульс подготавливает протяженную систему к кооперативному сверхизлучающему состоянию, затем происходит излучение коррелированной многоатомной системы. Иначе говоря, мы наблюдаем сверхизлучение протяженной системы, индуцированное когерентным импульсом малой площади. При малом значении некогерентной накачки затравочный импульс проходит через образец, практически не изменяясь, т.е. импульс проходит через протяженную систему, не взаимодействуя с резонансной средой, а только коррелируя дипольные моменты системы (его действие сводится к наведению начальной малой поляризации по всему образцу). При накачке $A = 0.05\Omega$ на выходе образца получаем периодическую структуру выходной импульса излучения. Увеличение накачки приводит к получению осцилляционной структуры импульса сверх-

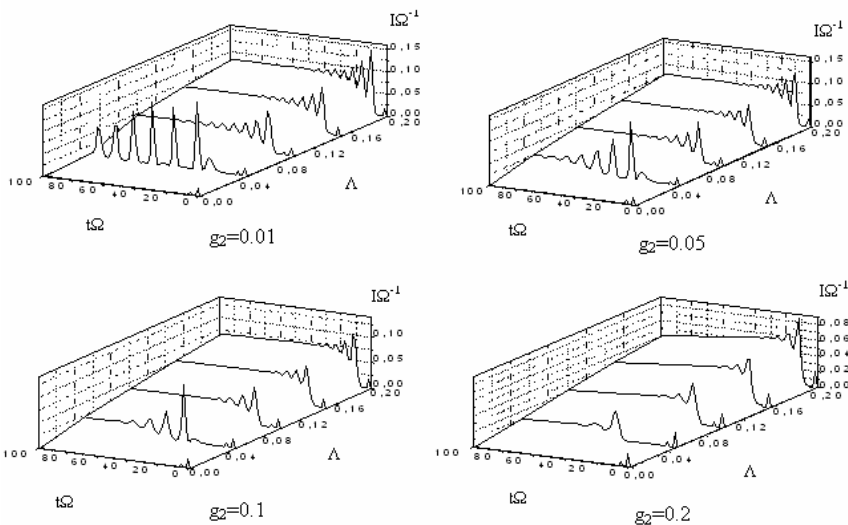


Рис. 5.7. Индуцированное сверхизлучение при некогерентной накачке с учетом поперечной релаксации: $\theta_0=0.05\pi$, $t_p=0.1\Omega^{-1}$, $g_{22}=0.5$

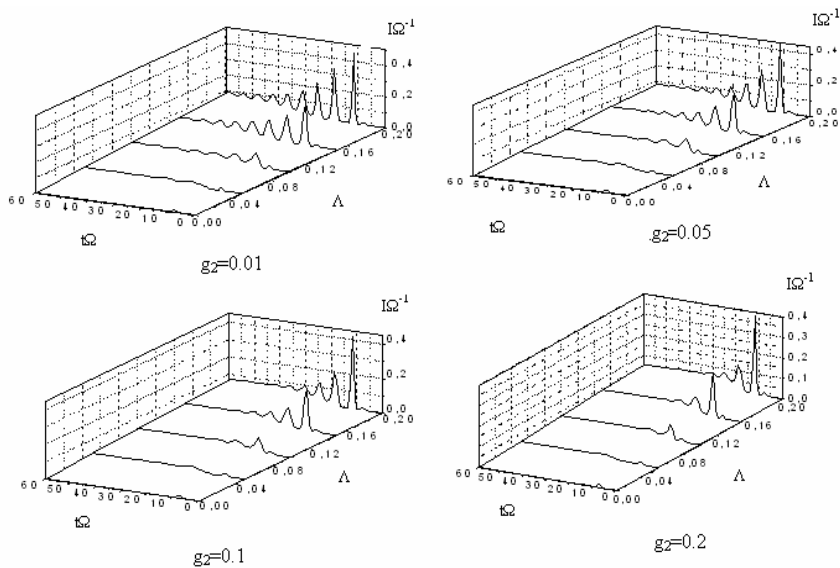


Рис. 5.8. Влияние однородного уширения на когерентное усиление импульсов света при некогерентной накачке: $\theta_0=0.2\pi$, $t_p=0.4\Omega^{-1}$, $g_{22}=0.5$

флуоресценции на пьедестале и к увеличению интенсивности спектра излучения.

Значения поперечной релаксации на рис 5.7 и 5.8 изменялись от 0.01 до 0.5. При $g_2=0.05$ импульс сверхизлучения принимает форму осциллирующего импульса на пьедестале, при больших значениях накачки у осциллирующих импульсов на пьедестале подавляются остаточные осцилляции. При $g_2=0.2$ и малых значениях накачки подавляется пиковая интенсивность, существенно увеличивается время задержки между затравочным и выходным импульсом сверхизлучения.

На рис. 5.8 представлен режим когерентного усиления импульсов света, из которого следует, что при этом режиме пиковая интенсивность возрастает, это связано со снятием инверсии, проходящим по образцу импульсом большой площади. Однородное уширение при учете некогерентной накачки первоначально подавляет интенсивность излучения и остаточные осцилляции, уменьшает время задержки между входным затравочным импульсом и выходным импульсом когерентного усиления.

ГЛАВА 6

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОГЕРЕНТНОГО УСИЛЕНИЯ УЛЬТРАКОРОТКИХ ИМПУЛЬСОВ СВЕТА ($\theta_0 \approx 1$)

Процесс усиления в инверсной среде считается некогерентным, если времена фазовых релаксаций T_2, T_1 намного меньше времени процесса. Эта задача рассматривалась авторами [1–5] в балансном приближении. Режим когерентного усиления в полуклассическом приближении исследовался в работах [1, 6], в которых говорится о том, что могут существовать солитонные решения: 2π -импульсы, распространяющиеся со скоростью большей, чем скорость света (при отсутствии объемных потерь) и π -импульсы распространяющиеся со скоростью света (при наличии объемных потерь).

Наиболее полное теоретическое исследование распространения когерентного усиления в усиливающей газовой среде проводилось в работах [7, 8], где была изучена зависимость динамики выходного импульса от длины усиления, ширины и площади входного поля, величины расстройки частоты входного поля относительно центральной частоты неоднородного контура, ширины неоднородного контура.

Впервые эксперимент по когерентному усилению проводился в неоне [9], где было получено, что интенсивность излучения имеет осцилляционную форму, и наблюдалось уширение и расщепление спектра выходного излучения и увеличение скорости распространения максимума.

Отметим работу [10], в которой изложены первые наблюдения когерентных эффектов при высоком уровне возбуждения в активированных кристаллах. Авторы [11–12] исследовали когерентные про-

цессы в усиливающих средах с целью получения оптимальных лазерных усилителей для исследования плазмы и задач термоядерного синтеза на базе твердотельных лазеров и усилителей. Для выяснения режимов усиления при низких температурах необходимо было применить теорию когерентного усиления в приложении к экспериментам в кристаллах граната и рубина и провести полное исследование спектрально-кинетических характеристик когерентного усиления ультракоротких импульсов (УКИ) света в зависимости от параметров среды и входного поля.

В данной главе приведены исследования по моделированию когерентного усиления импульсов света в двухуровневых системах на основе полуклассической теории. Эта работа позволила представить физическую картину развития процесса когерентного усиления УКИ света в реальных физических экспериментальных условиях. Исследования по когерентному усилению импульсов проводились для эксперимента [13–16], где в качестве активной среды рассматривались кристаллы рубина и граната.

Отметим, что, хотя мы проводим моделирование только для этих кристаллов, полученные результаты имеют общий характер и могут быть использованы и для других активных сред.

6.1. СОЛИТОННЫЕ РЕШЕНИЯ

Рассмотрим вначале некоторые простые математические модели и проведем их анализ. Для этого упростим нашу общую математическую модель. Исследуем случай, когда можно пренебречь объемными потерями, однородным и неоднородным уширениями. Система уравнений (2.29) в этом случае принимает вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A^\pm}{\partial \tau} + \frac{\partial A^\pm}{\partial \xi} &= R^\pm, \\ \frac{\partial R^\pm}{\partial \tau} &= 2A^\pm Z, \\ \frac{\partial Z}{\partial \tau} &= -(A^+ R^- + A^- R^+). \end{aligned} \quad (6.1)$$

Эта система имеет простые солитонные решения, полученные впервые при исследовании самоиндуцированной прозрачности [17, 18]. Действительно, если считать, что зависимость от переменных ξ

и τ всех величин, входящих в уравнения, выражается только через переменную $\eta = \tau - \frac{\xi}{u}$, то вместо (6.1) получим

$$\begin{aligned}\beta \dot{A}^\pm &= R^\pm, \\ \dot{R}^\pm &= 2A^\pm Z, \\ \dot{Z} &= -(A^- R^+ + A^+ R^-),\end{aligned}\tag{6.2}$$

где $\beta = 1 - \frac{g}{u}$, а точкой обозначена производная по η . Величина u имеет смысл скорости распространения импульса, v – скорость света в среде.

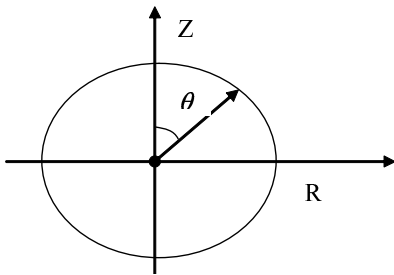


Рис. 6.1. Вектор Блоха

Считая величины A^\pm, R^\pm вещественными, получим

$$\beta \dot{A} = R, \dot{R} = 2AZ, \dot{Z} = -2AR.\tag{6.3}$$

Эту систему можно преобразовать в интеграл движения

$$Z^2 + R^2 = Z_0^2 = const.$$

В геометрическом представлении мы имеем некоторый вектор, длиной Z_0 , который называется вектором Блоха.

Решение уравнений (6.3) можно искать в виде

$$\begin{aligned}R(\eta) &= Z_0 \sin \theta(\eta), \\ Z(\eta) &= Z_0 \cos \theta(\eta).\end{aligned}\tag{6.4}$$

Тогда

$$A(\eta) = \frac{\dot{\theta}(\eta)}{2}.\tag{6.5}$$

Подставляя (6.3) и (6.4) в (6.5), получим для θ уравнение, описывающее колебания вектора Блоха:

$$\ddot{\theta} - \frac{2Z_0}{\beta} \sin \theta = 0.\tag{6.6a}$$

Интегрируя это уравнение, получаем следующее выражение

$$\dot{\theta}^2 = \dot{\theta}_0^2 + \frac{4Z_0}{\beta} (\cos \theta - \cos \theta_0).\tag{6.6b}$$

Интенсивность излучения примет вид

$$I = \frac{\nu}{L} |A|^2 = \frac{\nu}{4L} \dot{\theta}^2.$$

Выражение $K_0 = 0.5 \beta \theta_0^2$ имеет смысл кинетической энергии вектора Блоха.

1. Если $K_0 > 2Z_0$, то вектор Блоха вращается все время в одном направлении.

2. Если $K_0 = 2Z_0$, то вектор Блоха приходит в верхнее положение с нулевой скоростью. При этом режиме у маятника Блоха имеются 3 возможности:

- находится в неустойчивом положении;
- продолжает вращение в том же направлении;
- изменяет направление на противоположное.

Период колебаний вектора Блоха можно получить из уравнения (6.6б)

$$T = \frac{\beta}{Z} \int_0^{\theta_{\max}} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos \theta - C}},$$

где

$$C = \cos \theta_0 - \frac{\beta}{4Z} \dot{\theta}_0^2.$$

Собственная частота колебаний в выбранных единицах равна $\sqrt{\frac{2Z_0}{|\beta|}}$, следовательно, в обычных единицах она равна $\Omega \sqrt{2Z_0/|\beta|}$.

Уравнение (6.6) имеет два различных решения. В зависимости от знака коэффициента β вектор Блоха колеблется либо около точки $\theta = 0 (\beta < 0)$, что соответствует прохождению импульса через невозбужденную среду, либо около точки $\theta = \pi (\beta > 0)$. В последнем случае мы имеем прохождение импульса через инвертированную среду. Если в качестве начальных значений угла θ (при $\eta = \infty$) в первом случае взять $\theta = \pi$, а во втором $\theta = 0$, то решения уравнения (6.6) будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \theta &= \pi - 4 \operatorname{arctg}(\exp(\eta/\sqrt{|\beta|})), & \beta < 0? \\ \theta &= 4 \operatorname{arctg}(\exp(\eta/\sqrt{|\beta|})), & \beta > 0. \end{aligned} \quad (6.7)$$

Поле импульса, согласно (6.5),

$$A = \frac{\dot{\theta}}{2} = \frac{1}{\sqrt{|\beta|}} \operatorname{sech} h \frac{\eta}{\sqrt{|\beta|}} = \frac{1}{\sqrt{|\beta|}} \operatorname{sech} h \frac{\tau - \xi}{\sqrt{|\beta|}}, \quad (6.8)$$

площадь этого импульса равна $2p$. Как видно, параметр β определяет ширину импульса (ширина на половине высоты $2.64\sqrt{|\beta|}$) и скорость его распространения $u = v \cdot (1 - \beta)$.

Для поглощающей среды уравнение (6.8) определяет стационарный 2π -импульс Мак-Колла и Хана. Чем больше ширина импульса, тем меньше скорость его распространения. Для инвертированной среды ($\beta > 0$) скорость распространения импульса больше фазовой скорости света в среде. Интересно отметить, что скорость u может иметь знак противоположной фазовой скорости. Однако в случае инвертированной среды 2π -импульсы являются неустойчивыми. Результат очень чувствителен к форме крыльев импульса. Превышение скорости света и обращение знака групповой скорости не противоречит принципу причинности и обусловлен усилением бесконечно протяженного переднего края импульса. Неустойчивость 2π -импульсов для инвертированной среды является следствием неустойчивости возбужденного и конечного состояния системы. В экспериментах [9, 13, 14] регистрировалась тенденция увеличения скорости распространения максимума импульса, по сравнению с фазовой скоростью света.

Для инвертированной среды с объемными потерями существует стационарный π -импульс, распространяющийся со скоростью света [6]. Если в уравнения (6.1) включить член, описывающий объемные потери, то вместо (6.6) получим

$$\beta \ddot{\theta} + \chi \dot{\theta} - 2Z_0 \sin \theta = 0, \quad (6.9)$$

при $\beta = 0$ (т.е. при $v = u$) получаем

$$\chi \dot{\theta} - 2Z_0 \sin \theta = 0.$$

Решение этого уравнения:

$$\begin{aligned} \theta &= 2 \operatorname{arctg}(\exp(2\eta Z_0)), \\ A &= \theta / 2 = \frac{Z_0}{\chi} \operatorname{sech} h \frac{2Z_0 \eta}{\chi}. \end{aligned} \quad (6.10)$$

Выше были рассмотрены стационарные импульсы (солитоны), которые при распространении не меняют своей площади и формы. В общем случае при усилении, также как и при поглощении, выполняется теорема площадей Мак-Колла и Хана [18]:

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = 0.5\alpha \sin \theta \quad (6.11)$$

где $\theta = \frac{\mu}{\hbar} \int_0^{t_m} E_0(x, t) dt$,

α – коэффициент усиления (для поглощающей среды величина α – отрицательна). Согласно (6.11), изменение площади происходит до тех пор, пока ее значение не станет равным $\pi(2n+1)$.

6.2. ДИНАМИКА И СПЕКТР КОГЕРЕНТНОГО УСИЛЕНИЯ УЛЬТРАКОРОТКИХ ИМПУЛЬСОВ СВЕТА

Проведем численное моделирование уравнений Максвелла – Блоха в отсутствии фазовых релаксаций ($T_2 = T_2^* = \infty$) для длины образца $L = 7.28c\Omega^{-1}$, при площади входного поля 0.5π длительности входного поля на половине высоты импульса $t_{um} = 1.6\Omega$ и длительности крыльев импульса $t_0 = 5\Omega^{-1}$.

Форма импульса входного поля задавалась в виде гиперболического секанса. Решение систем уравнений (2.29) при этих условиях показано на рис. 6.2. Форма выходного импульса поля имеет осциллирующий вид и обусловлена осцилляцией инверсии населенности по образцу. Изменение спектрального хода инверсии населенности в конце образца показано на рис 6.2д.

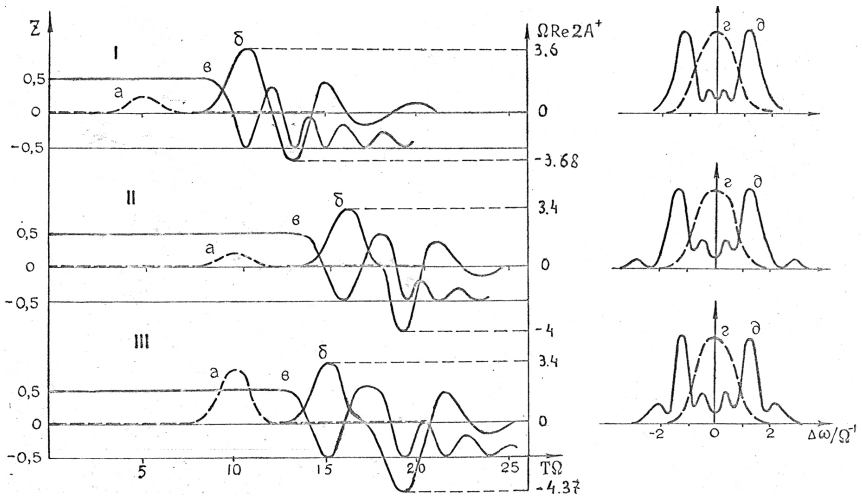


Рис. 6.2. Динамика и спектр когерентного усиления ультракоротких импульсов света

Были проведены расчеты при разных длительностях переднего фронта входного импульса $t_0 = 10\Omega^{-1}$, которые подтверждают, что при когерентном усилении скорость распространения u максимума поля больше, чем скорость света c в образце. Это не нарушает принципа причинности, так как описанное выше явление обусловлено усилением переднего входного импульса [6]. При уменьшении задержки максимума входного импульса скорость распространения максимума поля становится порядка скорости света в образце.

Теорема Мак-Холла и Хана для поглощающей среды говорит, что входные импульсы, площади которых меньше 2π , при распространении меняются до тех пор, пока импульс не примет стационарную форму с площадью 2π (рис.6.3).

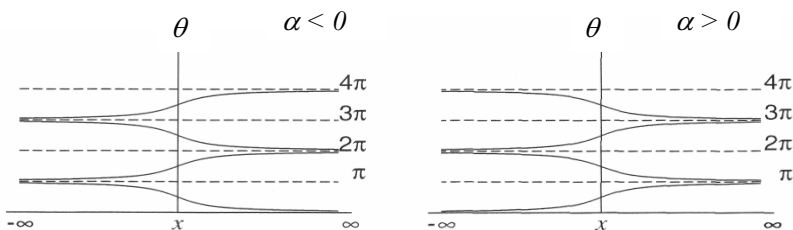


Рис. 6.3. Графическое представление теоремы площадей

Известно, что при когерентном усилении стабильными в отношении площади являются π -, 3π -, 5π -, и т.д. импульсы [18]. В усиливающих средах формирование площади выходного импульса происходит несколько иначе. Входные импульсы, площади которых меньше 2π , при распространении меняются до тех пор, пока импульс не принимает стационарной формы с площадью 2π , затем наведенная падающим полем остаточная поляризация среды приводит к распаду остающихся в образце возбужденных атомов, что проявляется в виде осцилляций, следующих непосредственно за 2π -импульсом (см. рис. 6.2). Площадь этих осцилляций поля ($-\pi$). Таким образом, общая площадь усиленного сигнала стремится к π согласно теореме площадей [18]. Появление 2π -импульса обусловлено наличием длительного переднего крыла входного импульса. Переднее крыло входного импульса поля при распространении задает малую однородную поляризацию, которая может сыграть роль затравки для кооперативного излучения многоатомной системы (сверхизлучения). Наличие

основной части входного поля смешивает когерентное усиление и сверхизлучение в единый процесс когерентного излучения.

При решении уравнений (2.29) вычисляется также спектр излучения. Получена характерная дублетная структура, аналогичная спектру сверхизлучения. Ее можно объяснить динамическим штарковским расщеплением, которое проявляется, если ширина максимума выходного излучения больше или порядка периода колебаний Раби. Действительно, для когерентного усиления ширина выходного поля первого максимума примерно равна 2π и величина

$$\delta\omega = 2 \left| \frac{\mu E_i}{\hbar} \right|, \quad (6.12)$$

где E_i – соответствует максимуму выходного импульса, что коррелирует с расщеплением в спектре. В табл. 6.1 приведена корреляция между расщеплением Раби и спектра когерентного усиления.

Таблица 6.1

Порядок	Расщепление	
	Раби, $\delta\omega$	спектра усиления, $\Delta\omega$
1 максимум	3.4	3.6
2 максимум	4.37	4.3
3 максимум	1.8	1.5

Такая корреляция прослеживается во всех расчетах.

Можно утверждать, что дублетная структура спектра когерентного усиления – есть проявление динамического штарковского расщепления в поле выходного сигнала.

6.3. УСИЛЕНИЕ УЛЬТРАКОРОТКИХ ИМПУЛЬСОВ И АВТОМОДЕЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ

Осциллирующая динамика сверхфлуоресценции в протяженных системах была получена в работах [19]. Спонтанные флуктуации спонтанного шума в данной работе имитировались заданием бесконечно малого граничного значения входного поля

$$\theta_0 = 2R_0. \quad (6.13)$$

С физической точки зрения такой подход оправдан. Действительно, при прохождении импульса малой площади θ_0 через инверсную среду атомы получают некоторую начальную поляризацию R_0 , рав-

ную площади прошедшего через них импульса, в предельном случае δ -образного импульса, несущего бесконечную энергию, все атомы получают одинаковую поляризацию. Если площадь входного импульса при этом достаточно мала, то вектор Блоха каждого атома отклонится на соответствующий малый угол, так что изменение энергии системы также будет малым и сам импульс выйдет из системы без заметного усиления. Его действие сведется к наведению начальной малой поляризации, отклик системы на нее будет представлять собой импульс сверхизлучения.

Таким образом, в протяженных системах сверхизлучение можно индуцировать с помощью затравочного импульса малой площади. При больших площадях входного импульса $\theta_0 > 1$ режим инициированного сверхизлучения переходит в режим когерентного усиления.

Выясним вопрос, является ли система уравнений (2.37) масштабно-инвариантной для задачи индуцированного сверхизлучения и когерентного усиления импульсов? Система уравнений (2.37) масштабно-инвариантна относительно преобразования (3.21) (это можно проверить непосредственной подстановкой), если начальные условия имеют вид

$$\tilde{A}^\pm(\xi, \tau = -\xi, \Delta) = 0.0, \quad R^\pm(\xi, \tau = -\xi, \Delta) = 0.0, \quad Z(\xi, \tau = -\xi, \Delta) = Z_0, \quad (6.14)$$

а граничные условия для поля $A^\pm = E_r \pm iE_i$ задаются в виде

$$E_r(0, \tau) = E_0(\tau) = \frac{\theta_1 \sqrt{\alpha}}{\pi \sqrt{\tau_p}} \exp\left(-\left(\frac{\tau - \tau_0}{\tau_p}\right)^2\right), \quad E_i(0, \tau) = 0, \quad (6.15a)$$

или

$$E(0, \tau) = E_0(\tau) = \frac{2.64\pi}{\tau_p} \operatorname{sech}\left(2.64 \frac{\tau - \tau_0}{\tau_p}\right), \quad (6.15b)$$

где τ_p – длительность входного импульса на половине высоты, α – коэффициент масштабного преобразования.

Таким образом, при постановке граничных условий в виде (6.15) имеет место автомодельность решения, и все выводы, изложенные в главе 1, п. 1.3, справедливы и для задачи когерентного усиления импульсов.

Покажем автомодельность решения для когерентного усиления с помощью численного решения уравнений (2.37). Рассмотрим, как происходит когерентное усиление импульса в зависимости от длины усиления в отсутствие фазовых релаксаций. Для проверки масштаб-

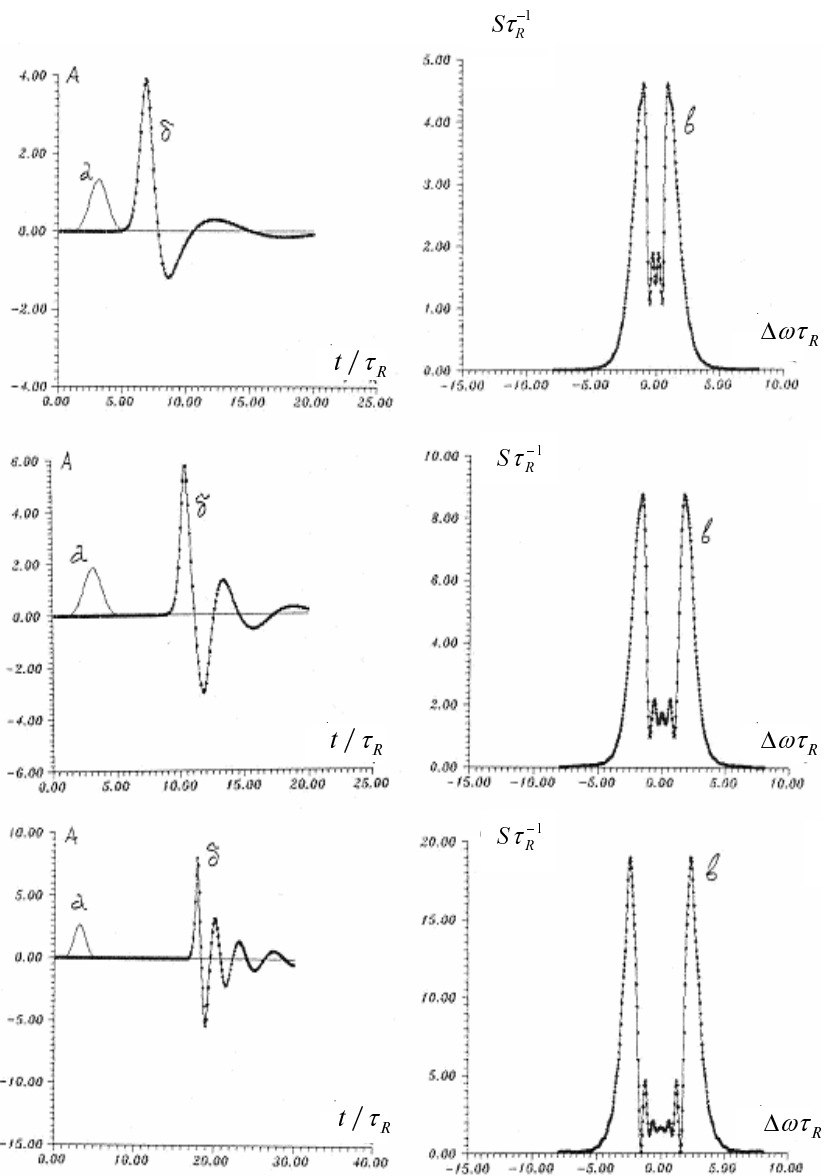


Рис. 6.4. Проверка автомодельности импульса поля когерентного усиления

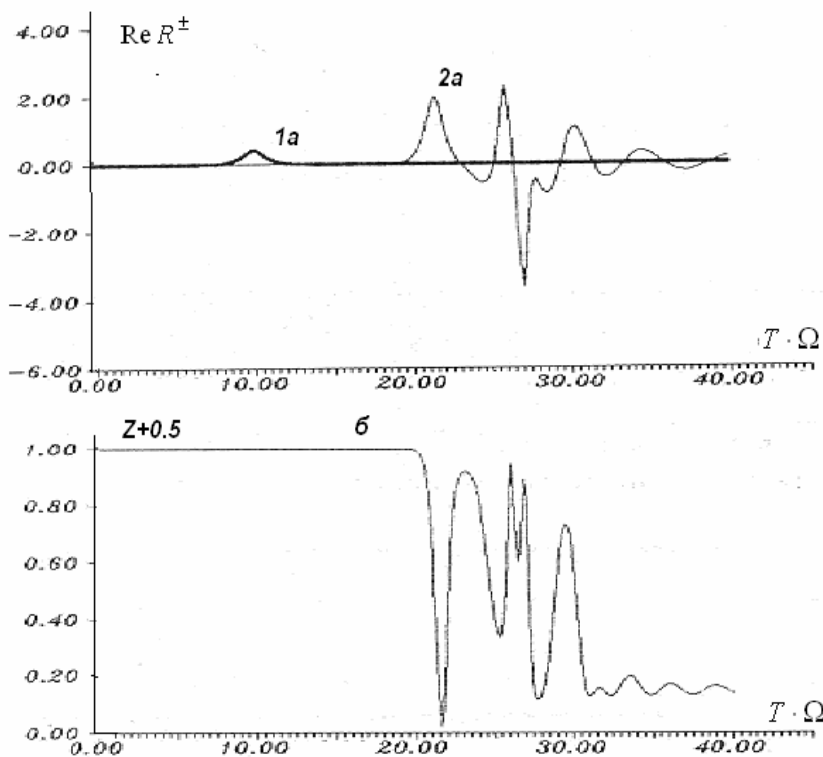


Рис. 6.5. Нарушение автомодельности импульса поля

ной инвариантности относительно преобразования (3.21) решалась система уравнений (2.37) при следующих значениях длины $x = 4L, 8L, 8L$, при площади входного поля $\theta_0 = 0,5\pi$, времени задержки $t_0 = 3\tau_R$, ширины входного поля на половине высоты $t_p = 1,6\tau_R, L_R = c\tau_R$. Форма входного импульса задавалась в виде гауссовской функции согласно (6.15а). Результаты численного моделирования (см. рис. 6.3) показали, что при увеличении длины образца в α раз происходит сокращение длительности отдельных максимумов в α раз согласно соотношению (3.21). Аналогичная проверка автомодельности решения применялась и для системы уравнений (2.29) (см. рис. 6.4). Если площадь входного импульса остается постоянной $\theta_0 = 0,5\pi$, то при изменении длины образца в α раз сокращение длительности и усиление поля по амплитуде происходит примерно в $\sqrt{\alpha}$ раз.

Численное моделирование показало, что автомодельность решения нарушается при выполнении соотношения

$$t_p \ll t_0 < L/c. \quad (6.16)$$

Например, на рис 6.5 приведен расчет, который иллюстрирует нарушение автомодельности решения. Здесь длина образца $L = 16 \text{ c}\Omega^{-1}$, длительность входного поля $t_p = 10 \text{ c}\Omega^{-1}$ и $t_0 = 1.6 \text{ c}\Omega^{-1}$. Форма входного поля задавалась в виде гиперболического секанса. Из изменения импульса поля следует, что импульс поля существенно отличается от импульса при гауссовской форме входного поля. Это отличие объясняется тем, что форма выходного сигнала сильно зависит от переднего фронта входного сигнала: чем круче фронт, тем больше усиление интенсивности, сокращение длительности импульса интенсивности.

Таким образом, из анализа расчетов для длинных систем следует, что для когерентного усиления импульсов света, как и для некогерентного усиления [6, 14], существенную роль играет передний фронт входного импульса и его длительность. Вследствие неустойчивости инвертированной среды входные импульсы с достаточной длительностью переднего фронта $t_0 \gg t_p$ могут снять инверсию до прихода основного максимума длительным крылом. При увеличении длины образца эта вероятность возрастает, что приводит к нарушению автомодельности решения.

6.4. СПЕКТРАЛЬНО-КИНЕТИЧЕСКИЕ ЗАВИСИМОСТИ КОГЕРЕНТНОГО УСИЛЕНИЯ ОТ ПЛОЩАДИ И ДЛИТЕЛЬНОСТИ ВХОДНОГО ПОЛЯ

Результаты моделирования когерентного усиления в зависимости от различных значений площади показаны на рис. 6.6 и 6.7. Расчеты проводились для длины $L = 7.28 \text{ c}\Omega^{-1}$, длительности входного поля $\tau = 1.6 \text{ c}\Omega^{-1}$ и длительности входного крыла $t_0 = 2\tau$, в отсутствие фазовых релаксаций $T_2 = T_2 = \infty$. Форма входного поля задавалась в виде гауссовской функции. Рассмотрим, как изменяется форма выходного поля в зависимости от площади и длительности входного поля. Из рис. 6.6–6.7 следует, что увеличение площади входного поля приводит к сокращению длительности и увеличению пикового значения поля, соответственно, и интенсивности. Это связано с изменением крутизны переднего фронта. Спектр импульса испытывает уширение. Сокращение длительности входного поля приводит к тому, что

для малых площадей $\theta_0 \ll 1$, (см. рис. 6.7, нижний график), на выходном импульсе четко выделяется импульс, близкий к входному, за которым следует автомодельный осциллирующий импульс. Этот результат можно объяснить тем, что малый по длительности и площади входной импульс проходит через образец, слабо изменяясь и не меняя инверсии, а только коррелируя дипольные моменты атомной системы. Подготовленная таким образом атомная система излучает осцил-

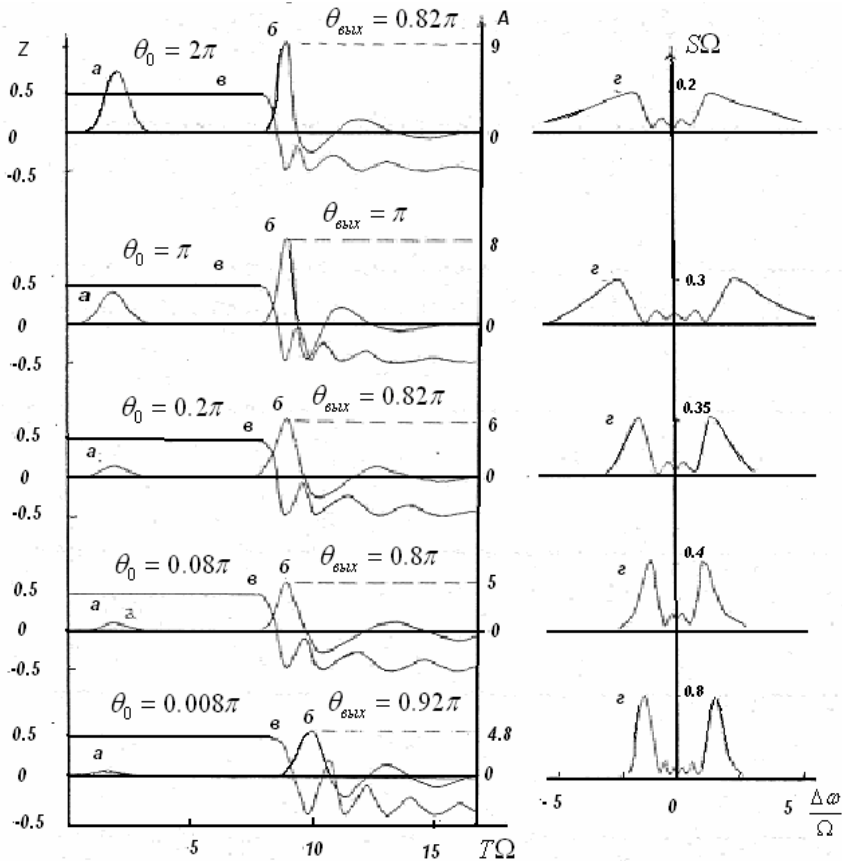


Рис. 6.6. Динамика и спектр когерентного усиления импульсов света в зависимости от площади входного поля: *а* – входной импульс поля, *б* – выходной импульс поля, *в* – динамика населенности, *г* – спектр выходного сигнала. $L = 7.28\nu\Omega^{-1}$, $t_0 = 2.5\tau_p$, $\tau = 1.6\Omega^{-1}$

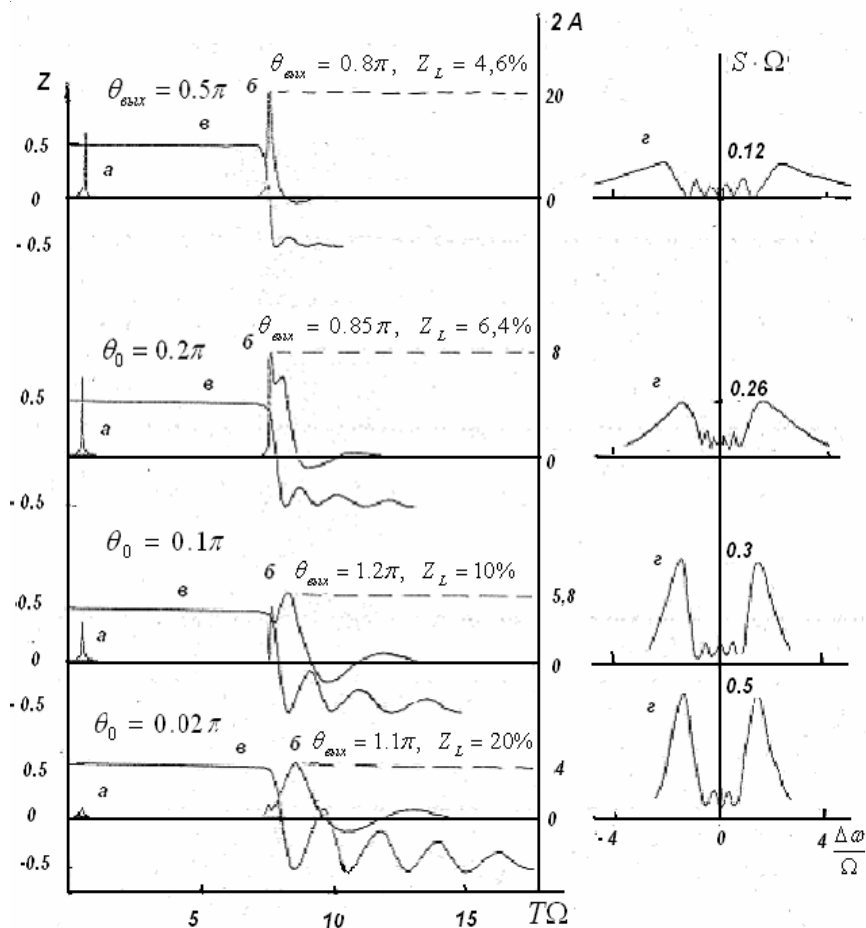


Рис. 6.7. Динамика и спектр когерентного усиления импульсов света в зависимости от площади входного поля: a – входной импульс поля, b – выходной импульс поля, e – динамика населенности, z – спектр выходного сигнала $L = 7.28\text{v}\Omega^{-1}$, $t_0 = 2.5\tau_p$, $\tau = 0.2\Omega^{-1}$, Z_L – остаток инверсии по образцу

лирующий импульс сверхизлучения. Увеличение площади уменьшает время задержки между затравочным импульсом и импульсом сверхизлучения. Длительность автомодельного импульса сокращается, что связано с крутизной переднего фронта. При $\theta_0 = 0.5\pi$ осцилляции интенсивности практически отсутствуют, инверсия снимается полностью.

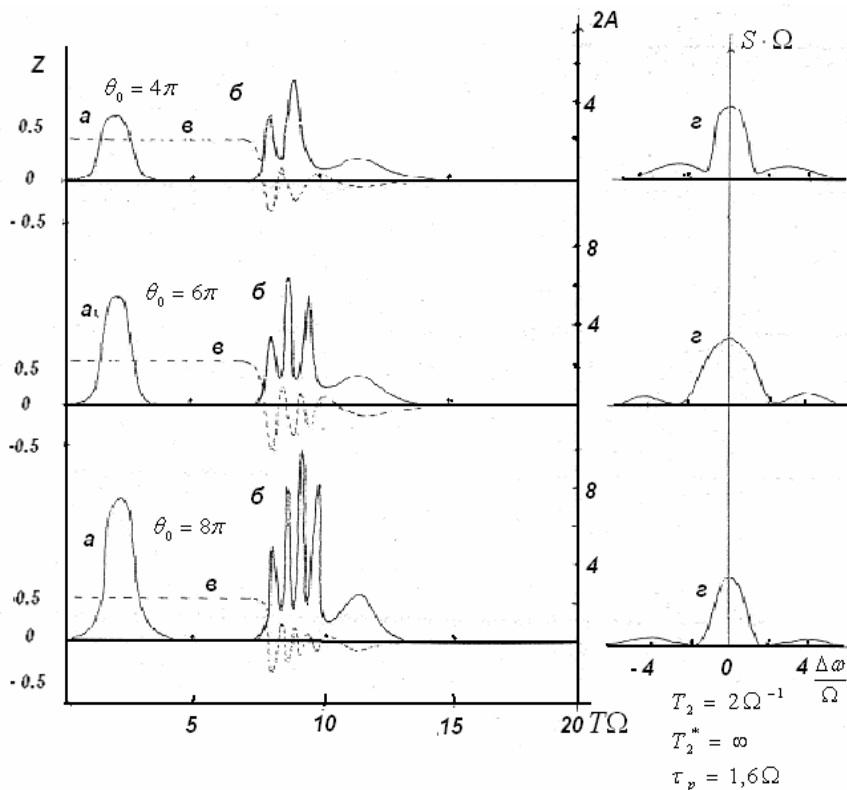


Рис. 6.8. Динамика и спектр когерентного усиления импульсов света в зависимости от площади входного поля: *a* – входной импульс поля, *б* – выходной импульс поля, *в* – динамика населенности, *з* – спектр выходного сигнала. $L = 7.28\upsilon\Omega^{-1}$, $t_0 = 2.5\tau_p$

Таким образом, численное моделирование показывает, что выходная форма импульса когерентного усиления зависит от входных параметров поля:

- при $\theta_0 < 1$, $\tau_p > \tau_R$ происходит усиление пиковой интенсивности, а длительность усиливаемого импульса не сокращается. Поле имеет осциллирующую форму;

- при $\pi \leq \theta_0 \leq 2\pi$, $\tau_p > \tau_R$ происходит усиление пиковой интенсивности и сокращение длительности усиливаемого сигнала обратно пропорционально длине образца в соответствии с масштабной инвариантностью;

- при $\theta_0 < 1$, $\tau_p \leq \tau_R$ (см. рис. 6.11) наблюдаем два фрагмента в импульсе усиления. Первый – это входной сигнал на выходе из образ-

ца. Видно, что по мере увеличения площади пиковое значение поля возрастает. Второй фрагмент является откликом когерентной инвертированной среды на прохождение затравочного или индуцирующего импульса малой площади;

– если выполняется условие $\theta_0 > 1$, $\tau_p \leq \tau_R$, то второй фрагмент исчезает и происходит усиление по амплитуде поля, при котором форма импульса поля не испытывает осцилляций. Отметим, что при увеличении площади входного поля, процент остаточной инверсии в образце Z_L стремится к нулю, т.е. при условии $\theta_0 < 1$, $\tau_p \leq \tau_R$ инверсия в образце снимается полностью;

– если $\theta_0 > 2\pi$, $\tau_p \gg \tau_R$, то происходит разбиение импульса на дополнительные импульсы.

Если имеется поперечная релаксация, например, $T_2^{-1} = 0.46\Omega$, что соответствует значению времени поперечной релаксации в эксперименте по гранату, то она подавляет последующие осцилляции выходного сигнала и дублетную структуру спектра при всех значениях площадей входного поля.

6.5. ВЛИЯНИЕ ФАЗОВОЙ РЕЛАКСАЦИИ НА СПЕКТРАЛЬНО-КИНЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОГЕРЕНТНОГО УСИЛЕНИЯ

Рассмотрим решение системы (2.37) при наличии фазовой релаксации. Выяснение роли поперечной релаксации для задачи сверхфлуоресценции в протяженных системах было проведено в главе 3. Эти исследования актуальны для определения условий когерентности при взаимодействии электромагнитного поля с атомной системой. Исследования такого рода в некоторой мере помогут также решить обратную задачу: по выходным спектрально-кинетическим характеристикам когерентного взаимодействия определить константу поперечной релаксации T_2 .

Неоднородная релаксация имеет несколько другую природу, чем поперечная релаксация. Если понятие поперечной релаксации можно отнести к отдельно взятому атому, то понятие неоднородной релаксации имеет смысл только для атомной системы. Проведем численные исследования по влиянию фазовой релаксации на когерентное усиление импульсов.

6.5.1. Влияние поперечной релаксации

Для выяснения критерия когерентности рассмотрим численное решение уравнений (2.37) и приближение балансных уравнений [2–5].

Для определенности выберем длину образца $L=4c\Omega^{-1}$, что соответствует 3 см кристалла граната. Форму входного поля выберем в виде гауссовской функции. Площадь входного поля равна 0.5π , а дли-

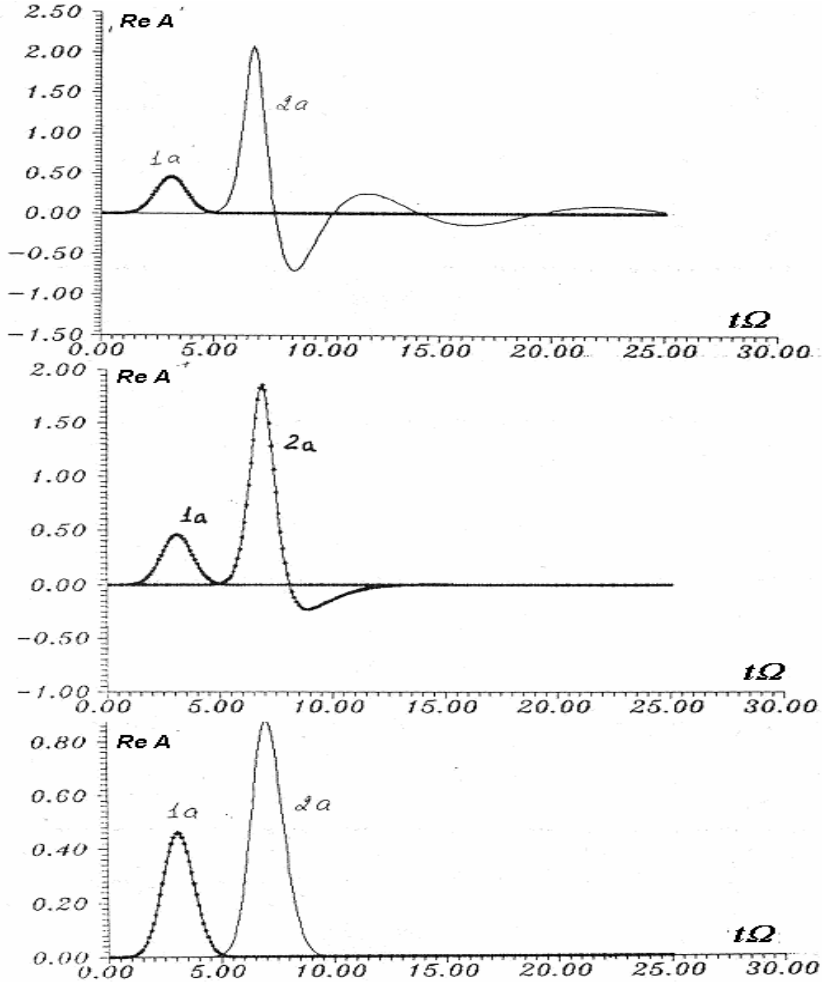


Рис. 6.9. Влияние поперечной релаксации на когерентное усиление импульсов света

тельность $t_p = 1.6 \Omega^{-1}$. Для эксперимента в гранате [13–15] масштабное время $\Omega^{-1} = 50 \text{ пс}$.

На рис. 6.9 представлены решения уравнений при различных значениях поперечной релаксации. Значения поперечной релаксации γ_2 изменялись от 0.01Ω до 10Ω . При переходе к некогерентному усилению, как видно из численного моделирования, пиковое значение поля убывает, инверсия населенностей стремится к нулю. Осцилляционная структура импульса поля подавляется и исчезает при выполнении условия

$$T_2 \leq \Omega^{-1}. \quad (6.17)$$

Так как условие когерентного взаимодействия электромагнитного поля с атомной системой имеет вид , то имеем следующее условие когерентности*

$$\tau_p \leq T_2 \leq 2\Omega^{-1}. \quad (6.18)$$

В табл. 6.2 приведены пиковые значения поля, безразмерные значения интенсивности излучения, значения площади выходного поля, расщепление в спектре излучения в зависимости от времен поперечной релаксации. Мощность выходного излучения можно выразить из формул (2.33) в виде

$$W = \frac{cn\hbar^2}{2\pi\mu^2} \frac{|A^\pm|^2}{\Omega^{-2}}. \quad (6.19)$$

Таблица 6.2

$T_2\Omega$	∞	5	2	1	0.666	0.5	0.333	0.25	0.2
$\text{Re } A_{\text{max}}^\pm$	3.84	3.58	3.32	6.86	6.85	6.66	6.38	6.17	6.02
ΩI_{max}	6.72	6.52	6.3	1.13	1.11	0.966	0.777	0.652	0.615
θ_{out}	1.59	1.66	1.72	1.89	6.45	6.80	3.04	3.08	3.14
$\Delta\omega_{\text{max}}/\Omega$	4.2	4.05	3.8	6.2	1.6	1.2	-	-	-

* Отметим, что иногда γ_2 при феноменологическом введении константы определяют, как $\gamma_2 = 2/T_2$, что равно половине ширины однородного контура линии люминесценции. Это отличается от нашего определения в 2 раза ($\gamma_2 = 1/T_2$).

6.5.2. Некогерентное усиление импульсов

Представляется интересным проследить переход от когерентного усиления импульсов к некогерентному при уменьшении времени релаксации T_2 .

С учетом однородного уширения система уравнений (2.29) может быть переписана в виде

$$\begin{aligned}\frac{\partial A}{\partial x} &= \frac{\Omega}{\nu} R, \\ \frac{\partial R}{\partial T} &= 2\Omega AZ - \frac{R}{T_2}, \\ \frac{\partial Z}{\partial T} &= -2\Omega AR.\end{aligned}\tag{6.20}$$

Для достаточно малых значений T_2 выполняются неравенство $\frac{\partial R}{\partial T} \ll \frac{R}{T_2}$ и, следовательно, $2\Omega AZ = \frac{R}{T_2}$. Введем интенсивность $I = \frac{A^2}{Lv^{-1}\Omega}$. Умножая первое уравнение на $2A$ и переходя к интенсивности, получим систему балансных уравнений

$$\begin{aligned}\frac{\partial I}{\partial x} &= \frac{4T_2\Omega^2}{\nu} I \cdot Z, \\ \frac{\partial Z}{\partial T} &= -\frac{4T_2\Omega^2}{\nu} I \cdot Z,\end{aligned}\tag{6.21}$$

где $T = t - \frac{x}{\nu}$.

Отсюда следует, что величина

$$\alpha = \frac{2T_2\Omega^2}{\nu} = \frac{T_2}{\tau_R L},\tag{6.22}$$

равна коэффициенту усиления. Таким образом, система балансных уравнений может быть записана в виде:

$$\frac{\partial I}{\partial x} = 2\alpha IZ, \quad \frac{\partial Z}{\partial T} = -2\alpha IZ.\tag{6.23}$$

Решение системы дает следующее выражение для интенсивности выходного импульса [1, 3, 5].

$$I = \frac{I_0(t - \frac{L}{v})}{1 + [\exp(-\alpha L) - 1] \exp[-2\alpha L \int_0^{\frac{L}{v}} I_0(t') dt']}, \quad (6.24)$$

где $I_0 = \frac{A_0^2}{Lv^{-1}\Omega}$. При когерентном взаимодействии справедлива формула Фридберга–Хартмана [17, 22]:

$$\alpha = \frac{T_2}{\tau_R L} = \frac{2\Omega^2}{nc\gamma_2}. \quad (6.25)$$

Сечение перехода для центра линии перехода

$$\sigma = \frac{c^2}{4\pi^2 v_0^2 \tau \Delta\nu}. \quad (6.26)$$

где v_0 – частота перехода, τ – время жизни метастабильного состояния, $\Delta\nu$ – ширина линии перехода.

Дипольный момент перехода представляется в виде

$$\mu^2 = \frac{3hc^3}{16\pi^4 v_0^3 \tau} \quad (6.27)$$

и связан с сечением перехода как

$$\sigma = \frac{4\pi^2 \mu^2 v}{3hc \Delta\nu}, \quad (6.28)$$

коэффициент усиления на единицу длины

$$\alpha = \sigma (N_1 - N_2), \quad (6.29)$$

где N_1 и N_2 – плотности инверсий в начальный и конечный момент времени.

В кристаллах ширина линии люминесценции зависит от температуры (однородное уширение) и неоднородности кристаллического поля (неоднородное уширение). Ширина линии перехода равна

$$\Delta\nu = \gamma_2 + \gamma_2^*, \quad (6.30)$$

где γ_2 – полуширина линии, обусловленная поперечной релаксацией, γ_2^* – полуширина линии, связанная с неоднородной шириной. Мы рассматриваем случай, когда ширина определяется только однородной. При изменении поперечной релаксации (однородной ширины) сечение перехода соответственно изменится. Из (6.27) и (6.30) можно получить соотношение для пересчета коэффициента усиления

$$\alpha_2 = \alpha \frac{\Delta \nu_1}{\Delta \nu_2}. \quad (6.31)$$

Эта формула позволяет оценить значения поперечной релаксации. Например, если известны коэффициенты усиления и ширина линии при $T = 300 \text{ K}$, а также коэффициент усиления при другой температуре, то можно оценить ширину линии при другой температуре.

В качестве примера возьмем эксперимент по когерентному усилению в гранате [13–16], где $T_2^* = 25 \text{ ns}$. Коэффициент усиления в эксперименте. Если длина кристалла 5 см , то $\alpha L = 5$, что согласуется с экспериментальным значением. Возьмем теперь ширину линии $\gamma_2 = 4\Omega$, тогда коэффициент усиления $\alpha L = 6.6$.

На рис. 6.10б представлены расчеты, полученные с помощью уравнений Максвелла – Блоха при ширине линии перехода $\gamma_2 = 1/T_2 = 4\Omega$. Для коэффициента усиления $\alpha L = 6.5$ на рис. 6.10в приведен график функции для интенсивности, полученный из решения балансных уравнений (6.25). Сравнение графиков показывает, что из соотношения (6.31) можно определить ширину линии, при которой справедливо приближение балансных уравнений.

Таким образом, если справедливо соотношение Фридберга-Хартмана, то для реализации когерентных процессов необходимы среды с большим коэффициентом усиления.

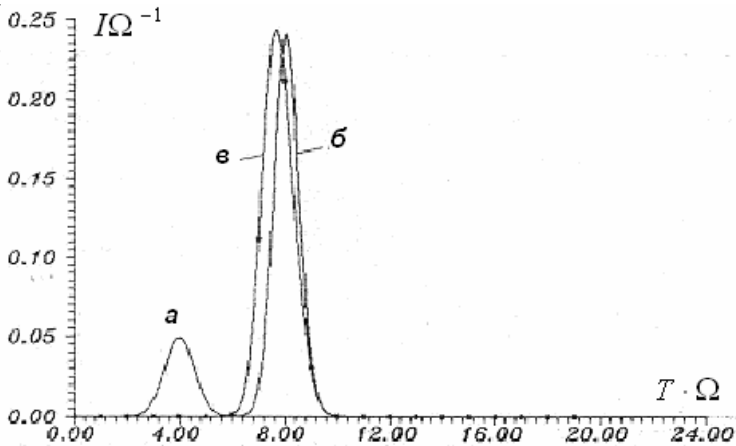


Рис. 6.10. Сравнение результатов аналитического и численного решения некогерентного усиления импульсов света: *a* – импульс входного поля, *б* – решение уравнений Максвелла – Блоха, *в* – решение балансных уравнений

6.6. КОМПРЕССИЯ СВЕТОВЫХ ИМПУЛЬСОВ В НЕОДНОРОДНО УШИРЕННЫХ СРЕДАХ

Замечательной особенностью когерентного усиления импульсов света в двухуровневых средах является возможность сокращения их длительности в процессе усиления [23–24]. Основное условие когерентного усиления для входных импульсов субнаносекундного и пикосекундного диапазонов длительностей легко реализуется в конденсированных средах путем охлаждения активной среды. Однако в реальных системах (молекулярные кристаллы, замороженные растворы красителей, кристаллы с центрами окраски и в ряде других активированных кристаллах), имеющих важное физическое и практическое приложение, неоднородная ширина линии люминесценции γ_2^* лежит в диапазоне от 1 см^{-1} до сотен см^{-1} , т.е. для усиливаемых импульсов даже пикосекундного диапазона длительностей в таких системах, как правило, выполняется условие $\tau > T_2^*$. Исследование влияния неоднородного уширения показало, что неоднородная релаксация подавляет когерентное усиление импульсов света.

Проведем анализ и моделирование когерентного усиления импульсов в средах с большим неоднородным уширением с целью выяснения условий усиления и сокращения пико- и фемтосекундных импульсов света, т.е. будем рассматривать задачу когерентного усиления импульсов света с длительностями большими, чем времена неоднородной релаксации, и намного меньшими, чем время поперечной релаксации

$$T_2^* < \tau_p \ll T_2 . \quad (6.32)$$

Масштабная единица Ω имеет смысл частоты Раби для максимально возможного поля в среде при усилении, тогда величина $\Omega \Delta t$ имеет смысл площади поля. Так как θ при усилении π -импульсов может принять максимальное значение 2π (пример – режим когерентного усиления без осцилляций), то минимальная длительность, которая может быть получена при когерентном усилении, равна $2\pi/\Omega$. Тогда длительности сокращаемых импульсов не превышают величину

$$\Delta t \geq 2\pi / \Omega . \quad (6.33)$$

Частота Ω зависит от дипольного момента, которая для бесфоновой линии в различных средах имеет порядок от $(0.01-5)D$ (Де-

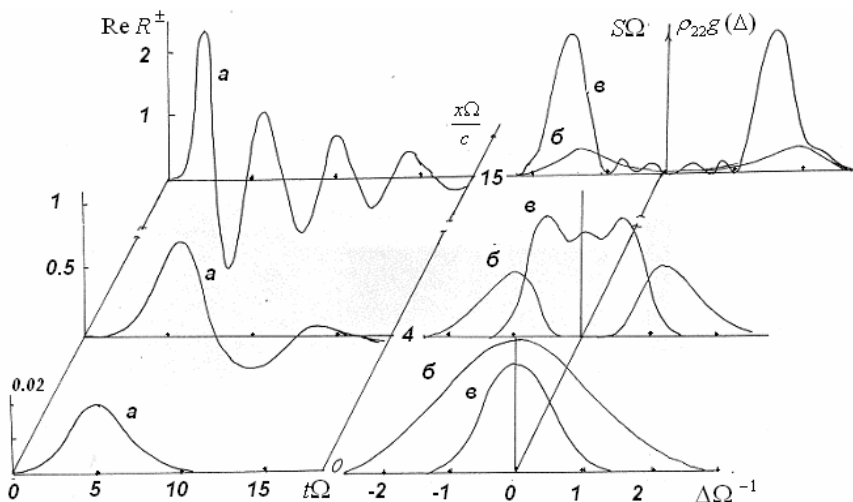


Рис. 6.11. Формы импульса входного поля (а), его Фурье-спектра (б) и спектра заселенности (в) при различных длинах усиления: $\tau_p = 2.5\Omega^{-1}$, $\gamma_2 = 10^{-4}\Omega$, $\theta_0 = 0.02\pi$, $\gamma_2^* = 10^{-4}\Omega$

бай). Для оптического диапазона при плотности инверсии $N_0 = 10^{16} - 10^{18} \text{ см}^{-3}$ и значениях дипольного момента ID , частота Ω меняется в пределах $10^{11} - 10^{13} \text{ гц}$.

На рис. 6.11 представлены расчеты когерентного усиления импульсов света для большого неоднородного уширения. Из графиков спектра, динамики и распределения инверсии населенности видно, что при распространении импульса инверсия населенности «выедается» в неоднородном контуре по ширине спектра входного поля и при распространении в образце плавно сдвигается от центра к крыльям контура, захватывая все большее количество атомов, что приводит к эффективному увеличению частоты Раби, и, соответственно, сокращению длительности и росту пиковой интенсивности. При некоторой длине усиления ширина спектра усиливаемого сигнала становится больше, чем ширина неоднородного контура $t_p > \gamma_2^*$, тем не менее происходит дальнейшее сокращение длительности за счет автомодельности импульса. Графики зависимости максимума поля, нормированной энергии на единицу длины, площади и длительности основного максимума для импульсов с площадями $\theta_0 \ll 1$ в зави-

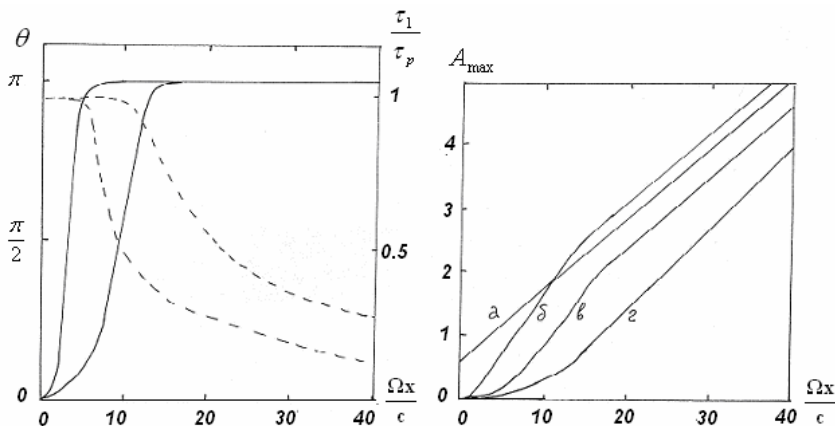


Рис. 6.12. Зависимость площади поля (сплошная), длительности первого пика (штрихованная) и максимума поля от длины усиления: $\tau_p = 2.5\Omega^{-1}$, $\gamma_2 = 10^{-4}\Omega$

- I. $\theta_0 = 0.02\pi$, $a, b - \gamma_2^* = \Omega$; $c, d - \gamma_2^* = \Omega$.
 II. $\theta_0 = \pi$, $\gamma_2^* = 4\Omega$; $b - \theta_0 = 0.02\pi$, $\gamma_2^* = \Omega$;
 $c - \theta_0 = 0.02\pi$, $\gamma_2^* = 2\Omega$; $d - \theta_0 = 0.02\pi$, $\gamma_2^* = 4\Omega$

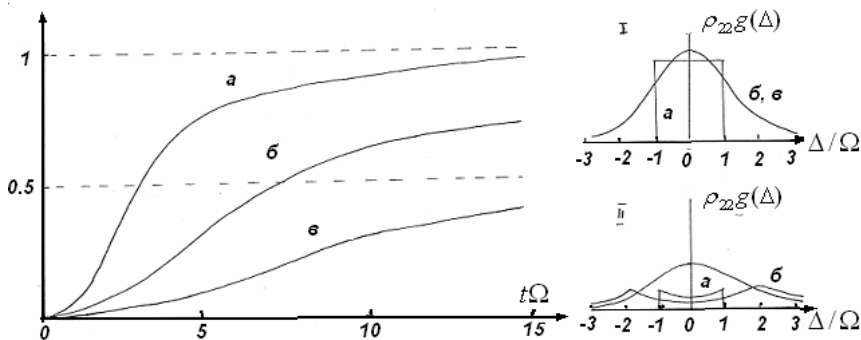


Рис. 6.13. Нормированная выходная энергия когерентного и некогерентного усиления на единицу длины: $\theta_0 = 0.05\pi$, $\tau_p = 4\Omega^{-1}$, $L = 15c\Omega^{-1}$, a – для прямоугольного неоднородного контура $\gamma_2^* = 2\Omega$, $\gamma_2 = 2 \cdot 10^{-3}\Omega$, b – для гауссовского неоднородного контура $\gamma_2^* = 2.35\Omega$, $\gamma_2 = 2 \cdot 10^{-3}\Omega$, c – для гауссовского неоднородного контура при наличии поперечной релаксации $\gamma_2^* = 2\Omega$, $\gamma_2 = \Omega$. I – спектр возбуждения неоднородного контура в начальный момент времени, II – спектр возбуждения неоднородного контура в конечный момент времени $t = 15\Omega^{-1}$

симости от длины образца показывают (рис. 6.12), что усиление импульса и сокращение длительности основного максимума начинаются после того, как площадь поля q_0 достигает значения p .

Рис. 6.13 демонстрирует энергетические возможности когерентного усиления. Из сравнения когерентного (а, б) и некогерентного (в) усиления импульсов света следует, что снимаемая на выходе энергия при когерентном усилении в несколько раз больше, чем при некогерентном.

После того, как выполняется условие $t_p^{-1} > \gamma_2^*$, энергия возрастает пропорционально длине (участок насыщения).

Проведем оценки интенсивности излучения при когерентном усилении. Энергия импульса оценивается из формулы

$$W = \frac{c}{8\pi} |E|^2 \approx \frac{c\hbar^2\theta^2}{8\pi\mu^2 t_p}, \quad (6.34)$$

где E – амплитуда электрического поля, t_p – длительность импульса. Так как сокращение и усиление имеют место для р-импульса, то пиковая мощность усиления

$$I_\pi \approx \frac{c\hbar^2\pi}{8\mu^2 t_p^2}. \quad (6.35)$$

В табл. 6.3. приведены значения пиковой интенсивности для различных значений дипольных моментов и длительностей основного максимума выходного поля.

Таблица 6.3

t_p , пс	μ , D	I_π , Гвт/см ²
0.2	1	800
0.2	5	32
1	1	32
1	5	1.3
5	1	1.3
5	5	0.055

Из таблицы следует, что использование когерентного усиления для компрессии и усиления субпико- и фемтосекундных импульсов сложно вследствие больших значений интенсивностей, так как при них начинают сказываться нелинейные явления типа самофокусировки, самомодуляции фазы и т.п. В примесных кристаллах такие

мощности излучения могут привести к оптическому пробое и разрушению лазерного кристалла. При наличии усилителей с хорошо разрешенными переходами $\mu = 1 - 5 D$, эффективно использовать когерентное усиление в пико- и наносекундном диапазоне.

6.7. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА ПО КОГЕРЕНТНОМУ УСИЛЕНИЮ ИМПУЛЬСОВ В КРИСТАЛЛАХ ГРАНАТА И РУБИНА ($\theta_0 \approx 1$)

Эксперимент в кристалле иттрий-алюминиевого граната активированного неодимом (ИАГ:Nd) и рубине проводился при температуре 100 К [13–16]. Выбранные среды обладают существенно различающимися параметрами активных переходов.

В эксперименте в накаченный кристалл $Y_3Al_5:Nd^{3+}$ (переход ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$) вводился входной импульс поля длительностью ~ 80 пс и максимальной энергией ~ 1 мДж. При температуре ~ 100 К взаимодействие импульса с усиливающей средой должно происходить в условиях $T_2^* < t_{им} < T_2$. Время поперечной релаксации $T_2 = 100 \div 150$ пс для обеих сред. Ширина линии определялась в основном неоднородным уширением и составляла для ИАГ:Nd ~ 1 см $^{-1}$, что соответствует $T_2^* \approx 20$ пс, и от 0,3 до 1 см $^{-1}$ для разных образцов рубина.

Накачка осуществлялась двумя импульсными лампами ИФП-800 (ИАГ:Nd) и ИФП-2000 (рубин). Для исследования временных параметров УКИ использовалась электронно-оптическая камера с разрешением 20 пс.

Исследовалась зависимость формы импульса на выходе усилителя от θ_0 . Эта площадь оценивалась по энергии УКИ и его длительности.

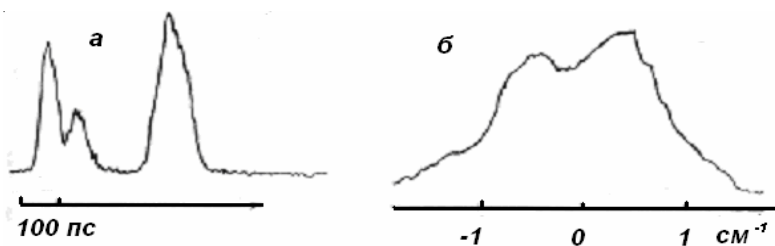


Рис. 6.14. Когерентное усиление коротких импульсов света в кристалле граната.

$\theta_0 = 0.5\pi$, а – справа: импульс на входе усилителя, слева: импульс на выходе усилителя, б – спектр импульса на выходе из усилителя

сти и регулировалась путем ослабления входного пучка светофильтрами. Величина входного поля варьировалась от 0,1 до 0,5π. При $\theta_0=0.5\pi$ и максимальном усилении $\alpha L=5$ на выходе усилителя наблюдалось возникновение осцилляций на заднем фронте импульса.

Денситограммы излучения в кристалле граната приведена на рис. 6.14а. Энергия входного импульса составляла 5 мДж. При уменьшении θ_0 осцилляции становились менее заметными и при $\theta < 0,2\pi$ формы импульсов на входе и выходе совпадали. При максимальной энергии входного импульса, а также при двойном проходе через усилитель в ряде случаев на заднем фронте наблюдался третий выброс малой амплитуды.

С целью увеличения θ_0 была предпринята попытка предварительно усилить сигнал в стержне ИАГ:Nd. При этом интенсивность излучения на входе ИАГ:Nd-усилитель была увеличена почти на порядок, а форма импульса с точностью до временного разрешения аппаратуры не изменялась. Однако никаких эффектов модуляции огибающей при усилении в ИАГ:Nd в диапазоне входных площадей от 0,1 до 1,5π в эксперименте не наблюдалось. Отсутствие осцилляций при увеличении интенсивности излучения на порядок может быть связано с наличием фазовой модуляции во входном импульсе.

Эксперимент проводился для линии на переходе между компонентами R_1-Y_1 мультиплетов ${}^4F_{3/2} - {}^4I_{11/2}$ ИАГ:Nd и для линии R_1 в рубине.

Расчет дипольных моментов по соотношениям (6.27) дает $1,5 \cdot 10^{-10}$ СГСЕ для рубина и $4 \cdot 10^{-20}$ СГСЕ для ИАГ:Nd. $\hbar\omega_0=1,83 \cdot 10^{-19}$ Дж для обеих сред. Характерный временной масштаб Ω^{-1} составлял 60 и 50 пс для рубина и граната с $\alpha L=6$ и $\alpha L=5$ соответственно. Стержни ИАГ:Nd имели размер 8×60 мм, концентрация Nd 0,6 %. Стержни рубина 12×120 мм, концентрация Cr $1,5 \cdot 10^{19}$ см⁻³.

Изменение формы УКИ, характерное для когерентного усиления, иногда наблюдалось уже в задающем ИАГ:Nd-лазере. Однако более четко этот эффект проявлялся при генерации УКИ в рубине при 100 К. Рубиновый лазер работал в режиме самосинхронизации мод. Использовался телескопический неустойчивый резонатор, образованный 100%-ным зеркалом.

Цуг импульсов состоял из 2–3 УКИ с общей энергией 150–200 мДж и энергией максимального импульса 50–100 мДж. Характерная длительность УКИ составляла 40–50 пс, диаметр пучка в ак-

тивном стержне 4–6 мм. Максимальный импульс в таком резонаторе можно рассматривать как результат его усиления на двойном проходе. Денситограмма излучения в цуге приведена на рис. 6.14а для рубинового лазера. Отчетливо видны осцилляции на заднем фронте импульса. Временная структура примерно соответствует частоте Раби для поля импульса.

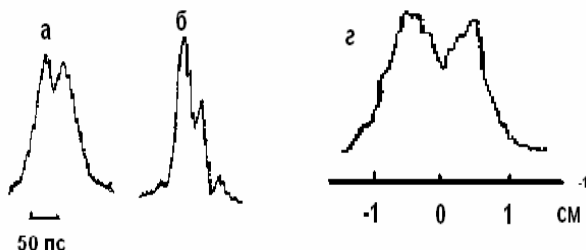


Рис. 6.15. Динамика и спектр когерентного усиления в кристалле рубина

Из данных по форме УКИ при различных температурах можно заключить, что наличие или отсутствие осцилляций определяется соотношением между τ_p и T_6 . Это подтверждается также результатами исследования эволюции формы импульса по цугу УКИ. Импульс, предшествующий максимальному, обычно не имел подструктуры, его длительность была сравнима с T_2 . Затем при прохождении УКИ через усиливающую среду и насыщающий фильтр происходило его эффективное сокращение, как это обычно бывает в двухкомпонентной среде. После того, как длительность УКИ становилась меньше T_2 , возникала когерентная поляризация в среде и развивались осцилляции на заднем фронте, которые, как правило, проявлялись в максимальном импульсе. Структура следующего импульса не разрешалась камерой. Зарегистрированное сокращение УКИ при когерентном усилении качественно согласуется с теоретическим результатом, полученным из автомодельного решения системы.

Были проведены измерения скорости УКИ при когерентном усилении в рубине. Характерное «ускорение» импульса по сравнению с фазовой скоростью света составило 10%. В отдельных вспышках ускорение достигало 30%. Непостоянство скорости от вспышки к вспышке объяснялось высокой чувствительностью скорости к форме переднего фронта импульса.

При численном моделировании когерентного усиления УКИ света в кристалле граната длиной стержня $L=6$ см варьировались значения T_2 , неоднородной ширины линии, усиления для слабого сигнала αL и входной площади θ_0 . Форму входного импульса поля задавали в виде гауссовской функции или гиперболического секанса. Длительность входного сигнала была равна 80 пс, площадь входного импульса $0,25-5\pi$, время неоднородной релаксации $T_2^*=20$ пс. Время сверхизлучения вычислялось из соотношения $\tau_R = v/2L\Omega^2$. Так как $\Omega^{-1}=50$ пс, то время сверхизлучения $\tau_R \cong 6$ пс. По соотношениям $g_2 = \tau_R/T_2$; $g_D = \tau_R/T_2^*$; $\tau_p = \tau_p/\tau_R$ можно получить ширину однородного и неоднородного уширения линии люминесценции $g_2=0.001$ и $g_2=0.04$, $g_d=0.31$ в безразмерном виде, необходимом для проведения расчетов. Длительность входного импульса равна $t_p=15\tau_R$.

На рис. 6.16 приведен численный расчет спектрально-кинетических характеристик когерентного усиления импульсов, максимально

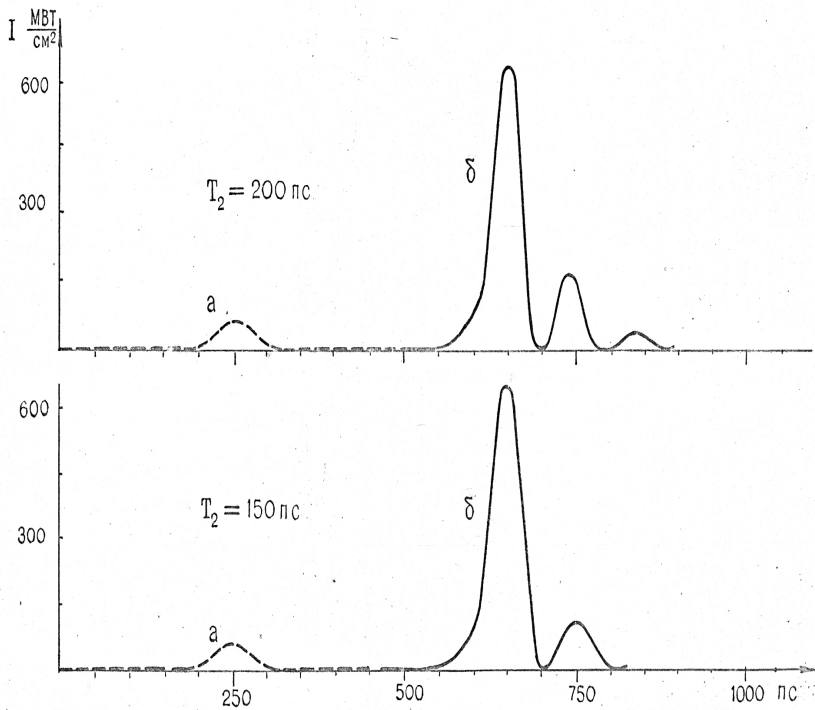


Рис. 6.16. Динамика импульса когерентного усиления в кристалле граната

приближенных к эксперименту в гранате. При усилении на двойном проходе, что соответствует максимальному импульсу, отчетливо проявляются осцилляции Раби. Спектр имеет дублетную структуру. При уменьшении T_2 подавляются осцилляции интенсивности на заднем фронте импульса, что позволяет делать оценки T_2 на основе временных разверток интенсивности излучения. Поперечная релаксация слабо влияет на первый максимум выходного сигнала, но подавляет последующие осцилляции.

Были проведены аналогичные расчеты, приближенные к эксперименту в кристалле рубина (см. рис. 6.17 и табл. 6.4).

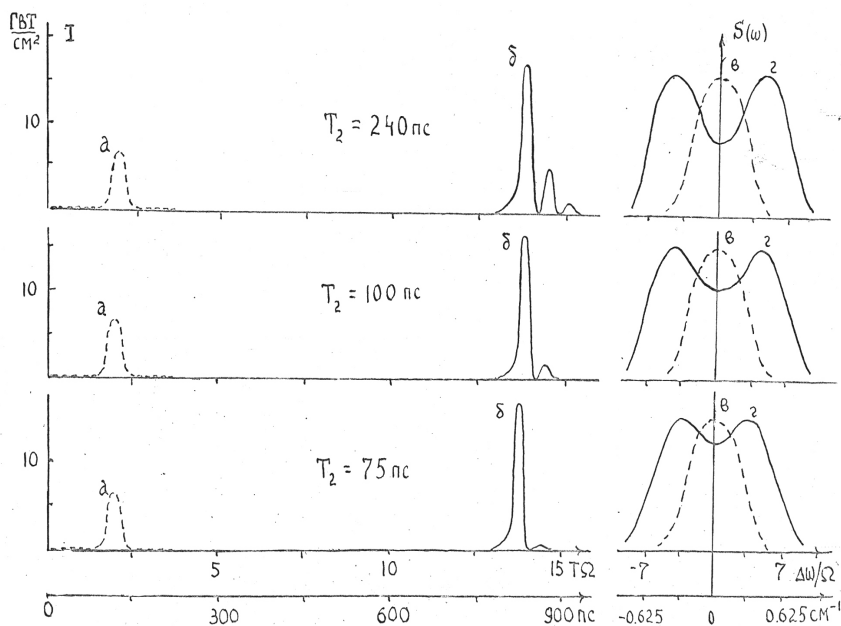


Рис. 6.17. Когерентное усиление в рубине: *a* – входной импульс, *б* – выходной импульс, *в* – спектр импульса

Как следует из расчетов, импульс когерентного усиления имеет осциллирующую структуру. Осцилляции поля обусловлены неоднородностью инверсии по образцу, возникают вследствие осцилляций Раби в процессе высвечивания. Иначе говоря, происходит эффективный обмен энергией между полем и средой. Дублетный характер спектра объясняется динамическим штарковским эффектом в поле усиленного сигнала.

Таблица 6.4

Когерентное усиление в рубине	Времена релаксаций		Площадь входного поля	Ширина входного поля, $\mu\text{с}$	Энергия входного импульса, дж	Энергия выход. импульса, дж	Ширина спектра излучения	
	T_2 , $\mu\text{с}$	T_2^* , $\mu\text{с}$					Вх. имп., см^{-1}	Вых. имп., см^{-1}
Теоретические расчеты	240	10	π	30	0.01	0,026	0.5	1,25
	100	10		30	0.01	0,021	0.5	1.25
	75	10		30	0,01	0.02	0.5	1.2
Эксперименты [13–16]	100	5-15	π	25-36	0.01-0.02 0,1-0.2	- 0.5	- -	- 1-1,5

Как следует из вычислительного эксперимента, имеется согласие с экспериментом в кристалле рубина. Результаты этих исследований показали, что когерентное усиление дает широкие возможности для формирования мощных коротких импульсов.

6.8. РЕЖИМЫ КОГЕРЕНТНОГО УСИЛЕНИЯ

Как мы уже отметили, когерентное усиление импульсов - это родственный явлению сверхфлуоресценции (сверхизлучения) эффект. Оба эффекта реализуются в системах при высоком уровне возбуждения атомной системы. Для них должно выполняться условие когерентности. Отличие заключается в характере граничных условий: для сверхфлуоресценции – нулевые, для когерентного усиления – ненулевые. Решения системы уравнений (2.29) для когерентного усиления импульсов света представлено на рис. 6.18. Результаты исследований показывают, что при взаимодействии ультракоротких импульсов с усиливающей (инверсной) средой, в зависимости от площади q и длительности входного поля и релаксационных констант T_2 и T_2^* , возможны различные режимы усиления.

Режим индуцированного сверхизлучения. Рассмотрим усиление импульсов поля малой площади $\theta_0 \ll 1$. Впервые прохождение импульса малой площади в инвертированной среде было рассмотрено в экспериментальной работе [16, к гл. 5], авторы которой на примере сверхизлучения в парах атома цезия (переход $7P_{3/2} - 7S_{1/2}$) показали,

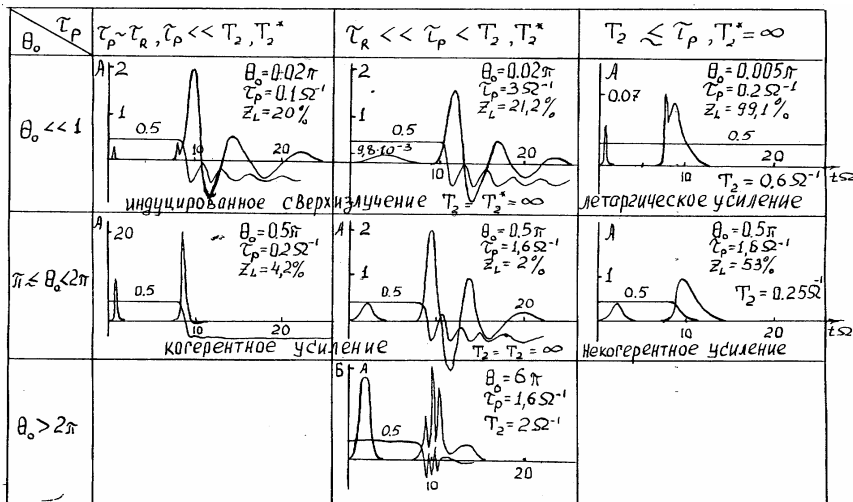


Рис. 6.18. Классификация режимов усиления

что сверхизлучательная лавина может быть инициирована слабым затравочным импульсом. Этот режим возбуждения или индуцирования сверхизлучения получил название триггерного запуска сверхизлучения, или индуцированного сверхизлучения.

Режим индуцированного сверхизлучения имеет некоторые особенности и преимущества перед сверхфлуоресценцией:

а) осуществляется полное преобразование энергии некогерентно инвертированной системы в энергию когерентного импульса. При этом для создания инверсии не требуется быстрой накачки;

б) снимаются ограничения на длину когерентно усиливающей системы, связанные с кооперативной длиной: система не распадается на независимо излучающие области;

в) сверхизлучение направлено в сторону распространения запускающего импульса, отсутствует обратная волна;

г) отсутствует стохастичность, вызываемая флуктуациями спонтанной поляризации. Время проявления выходного импульса регулируется запускающим импульсом.

Режим летаргического усиления. При большом значении поперечной и неоднородной релаксации при усилении импульсов малой площади имеем режим летаргического усиления.

Нарастание сигнала в этом случае происходит по закону, отличному от экспоненциального (закон Бэра), характерного для некогерентного усиления в линейном режиме:

$$I(x, t) = I_0 \exp(4(\tau\xi)^2)^{\frac{1}{2}}.$$

Здесь $\tau = (t - x/c)\Omega$, $\xi = x/c\Omega^{-1}$, где τ – имеет смысл времени наблюдения, отчитанного от момента прохождения переднего фронта через сечение x .

Обнаруженное отклонение от закона Бэра для импульсов малой площади было названо лазерной летаргией, или летаргическим усилением. Вид импульса излучения представлен на рис. 6.18. Аналитические решения начальной стадии задачи летаргического усиления были получены в работе [28–29]. Экспериментально данный режим был реализован в кристалле рубина и описан в работе [30].

Отметим, что исследование явления летаргического усиления и индуцированного сверхизлучения представляет не только фундаментальный интерес, но и практический с точки зрения снятия запасенной энергии с возбужденных сред в оптической области. Применение этих режимов может также помочь при создании лазеров в рентгеновском и гамма диапазоне, так как одной из сложностей создания лазеров в этой области является отсутствие резонаторов.

Режим когерентного усиления без осцилляций ($\theta_0 \approx 1$, $\tau_R \approx \tau_p \gg T_2, T_2^*$). Осцилляции выходного поля незначительны, так как импульс поля (большой площади и малой длительности) снимает инверсию в первый максимум сигнала в отличие от режима когерентного усиления с осцилляциями, где энергия возбуждения среды может перераспределяться по звонам выходного импульса. Причем если $\theta_0 = \pi$, то площадь выходного поля $\theta_e = 2\pi$. Этот режим является наиболее оптимальным для усиления сигналов и представляет интерес для постановки экспериментов. Однако отметим, что эксперименты по когерентному усилению в активированных кристаллах проводились на грани оптического пробоя кристаллов, слишком велика энергия выходного сигнала.

Режим когерентного усиления с осцилляциями ($\theta_0 \approx 1$, $\tau_R \ll \tau_p < T_2, T_2^*$). Впервые эксперимент по когерентному усилению проводился в неоне [31], где было получено, что интенсив-

ность излучения имеет осцилляционную форму, наблюдалось уширение и расщепление спектра выходного излучения и увеличение скорости распространения максимума.

Теоретическое исследование распространения когерентного усиления в усиливающей газовой среде проводилось в работах [6–8]. Авторы [13–16] теоретически и экспериментально исследовали когерентные процессы в усиливающих средах с целью получения оптимальных лазерных усилителей для исследования плазмы и задач термоядерного синтеза на базе твердотельных лазеров и усилителей.

Режим когерентного усиления с оптической нутацией ($\theta_0 > 2\pi$, $\tau_R \ll \tau_p < T_2, T_2^*$) является единым процессом когерентного усиления импульса. Однако сложную форму сигнала можно объяснить как смешение различных когерентных процессов: оптической нутации с колебаниями Раби, которая объясняет осцилляции; когерентного усиления импульса (процесс идет в инвертированной среде); затухания поляризации, наведенной импульсом поля большой площади.

Режим некогерентного усиления. Процесс усиления в инверсной среде считается некогерентным, если времена фазовых релаксаций T_2, T_1 намного меньше времени взаимодействия проходящего в среде импульса с резонансной усиливающей средой ($\theta_0 \approx 1, \tau_p > T_2, T_2^*$). Впервые теоретически этот режим рассматривался в работе [1] и описан в обзоре [6]. При уменьшении T_2 когерентный режим усиления с квадратичной зависимостью от числа возбужденных атомов переходит в некогерентный режим усиления с линейной зависимостью. Отсутствие осцилляций поля можно объяснить летаргией дипольных моментов в образце. Неоднородная релаксация приводит к эффективному уменьшению числа участвующих в усилении атомов.

ГЛАВА 7

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОГЕРЕНТНЫХ ПРОЦЕССОВ В СРЕДАХ С РАСЩЕПЛЕНИЕМ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УРОВНЕЙ

Теоретическое рассмотрение когерентного взаимодействия световых импульсов с резонансными усиливающими и поглощающими средами в условиях сохранения фазовой памяти широко исследовалось с использованием двухуровневой модели.

Однако реальные системы состоят из молекул и атомов со сложной структурой энергетических уровней. Может оказаться, что в спектре излучения присутствуют частоты, соответствующие нескольким переходам среды. Теоретический анализ когерентных процессов в излучении с учетом вырождения и расщепления энергетических уровней является одним из важных направлений когерентной спектроскопии. Наиболее простой схемой являются задачи, где необходимо учитывать третий уровень. Например, в рубине расщепление нижнего уровня составляет $0,38 \text{ см}^{-1}$ [1], и когерентное усиление импульса, спектр которого захватывает эти уровни, может иметь другие особенности по сравнению с результатами, полученными в приближении двухуровневого атома.

В последнее время некоторые аспекты когерентного взаимодействия исследовались с применением трехуровневой системы. Это позволило учесть при теоретическом анализе ряд ранее не рассматриваемых эффектов и выявить новые. Так, когда электромагнитное излучение представляет собой суперпозицию двух волн с несущими частотами, близкими к резонансным частотам переходов между па-

рами энергетических уровней, говорят о двойном резонансе в трехуровневой системе. Исследованию процесса распространения ультракоротких импульсов в трехуровневой среде в условиях двойного резонанса посвящены работы [2–5]. Было найдено, что в определенных условиях могут одновременно существовать два импульса, движущихся с одинаковыми скоростями и имеющих различные несущие частоты, которые проходят через резонансную среду без искажения своей формы. Пара таких УКИ рассматривается как единый объект, называется симултоном [2], и служит аналогом 2р-импульса самоиндуцированной прозрачности в модели двухуровневых атомов.

Есть и другие ситуации в квантовой оптике, требующие для своего анализа применения как минимум трехуровневой модели. К таким относятся, например, кооперативное комбинационное рассеяние света [6, 7], когерентное распространение импульсов в усилителях на комбинационном рассеянии [9–14]. Учет третьего уровня необходим при исследовании влияния накачки и механизмов затухания на развитие сверхизлучения [15, 16]. В подавляющем большинстве работ по изучению когерентного усиления и сверхизлучения в трехуровневых средах считается, что инверсия населенности создается резонансным лазерным излучением между одной парой уровней (например 1–3), в случае когерентного усиления [19] и отражения [17, 18] путем введения слабого пробного импульса. Так, в работе [19] показано, что при прохождении $n\pi$ импульса через резонансную поглощающую среду возможна эффективная перекачка его энергии в импульс на частоте смежного перехода, сопровождающаяся существенным уменьшением длительности последнего по сравнению с исходным импульсом $n\pi$. Отдельные вопросы когерентного усиления изучались теоретически для сред с большим числом уровней. В работе [15, 16] проводилось исследование когерентного усиления импульсов в зависимости от длины усиления и фазомодулированных импульсов в средах с дискретным спектром люминесценции для эксперимента по когерентному усилению в CO_2 . В [20] исследовано усиление пикосекундных импульсов в XeCl – усилителе с учетом колебательно-вращательной структуры. Показана возможность проявления когерентных эффектов. Вопросы усиления ультракоротких импульсов в трех- и многоуровневых системах и в двухкомпонентных средах рассматривались также в ряде работ [23–29].

В указанных работах теоретический анализ ограничивался ситуациями, в которых трехуровневая среда взаимодействовала с двумя монохроматическими полями или с двумя импульсами, причем с каждым посредством лишь одного из своих оптических переходов. Первые случаи, когда $\tau_p^{-1} > \omega_{21}$ рассмотрен в [33–34], где представлена теория фотонного эха с расщеплением нижнего уровня и изучено распространение последовательности УКИ в резонансно поглощающей среде, имеющей два подуровня основного состояния, оптически связанных с третьим уровнем. Показано, что характер распространения цуга импульсов и параметров среды в установившемся режиме резонансным образом зависят от соотношения между ω_{21} и частотой следования импульсов ω_p . Предсказан эффект когерентного просветления трехуровневой среды резонансной последовательностью УКИ в случае, когда $\omega_{21} = m \cdot \omega_p$, ($m=1, 2, \dots$) что возможно даже при интенсивности излучения, много меньшей, чем интенсивность насыщающая оптический переход и обсуждены вопросы безинверсионного усиления в трехуровневых системах.

Основными задачами этой главы является разработка математических моделей, описывающих когерентное распространение импульсов света с атомными системами, имеющих расщепление энергетических уровней, разработка алгоритма и выбор устойчивой разностной схемы, позволяющей получить решения систем уравнений, приближенных к истинному. Для демонстрации эффективности разработанных моделей проведен вычислительный эксперимент по когерентному усилению ультракоротких импульсов света в трехуровневых Λ -системах. Для исследования динамических и спектральных характеристик выходного сигнала и спектроскопических параметров среды использовался метод индуцирования сверхфлуоресценции.

7.1. УРАВНЕНИЯ МАТРИЦЫ ПЛОТНОСТИ ДЛЯ ТРЕХУРОВНЕВЫХ СИСТЕМ

Основы полуклассической теории трехуровневых систем изложены в ряде работ [35–40]. В дальнейшем будем следовать нашей работе [26]. Рассмотрим математическую модель эволюции системы трехуровневых центров в электромагнитном поле. Необходимо найти решение уравнения Шредингера:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H} \psi, \quad (7.1)$$

с гамильтонианом $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{\text{int}}$, представленным в виде суммы невозмущенного гамильтониана \hat{H}_0 и гамильтониана взаимодействия атомов с электромагнитным полем \hat{H}_{int} . Волновую функцию атома, входящего в состав не взаимодействующих между собой атомов, можно записать в виде:

$$\psi(t) = a(t)\psi_a + b(t)\psi_b + c(t)\psi_c,$$

где ψ_a, ψ_b, ψ_c – волновые функции соответствующих уровней, не зависящие от времени собственные функции гамильтониана \hat{H}_0 .

Таким образом, можно записать:

$$\hat{H}_0 \psi_a = \hbar \omega_a \psi_a, \quad \hat{H}_0 \psi_b = \hbar \omega_b \psi_b, \quad \hat{H}_0 \psi_c = \hbar \omega_c \psi_c, \quad (7.2)$$

$$\text{где } \omega_a = \frac{E_a}{\hbar}, \omega_b = \frac{E_b}{\hbar}, \omega_c = \frac{E_c}{\hbar}. \quad (7.3)$$

Волновая функция $\psi(t)$ полностью определяется величинами действительными и мнимыми частями $a(t)$, $b(t)$, $c(t)$. В виду того, что абсолютная фаза $\psi(t)$ физического смысла не имеет, число величин снижается и в качестве них можно взять модули $a(t)$, $b(t)$, $c(t)$, а также разность их фаз. Однако существующий метод матрицы плотности позволяет вычислить средние значения физических величин, если точная волновая функция системы неизвестна. Метод матрицы плотности приводит к дифференциальным уравнениям для классических переменных, причем такие уравнения имеют физическую интерпретацию, которая помогает понять основные процессы и дает руководство при использовании приближенных методов.

В нашем случае во взаимодействии участвуют три уровня, тогда матрица плотности сводится к размерности (3×3) с элементами:

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \rho_{23} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & \rho_{33} \end{pmatrix}. \quad (7.4)$$

Предположим, что имеет место электродипольное взаимодействие, которому отвечает гамильтониан:

$$\hat{H}_{\text{int}} = -\dot{\vec{d}}(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}, t), \quad (7.5)$$

где \vec{d} – параллельная электромагнитному полю \vec{E} компонента оператора дипольного момента. Диагональные матричные элементы оператора \hat{H}_{int} равны нулю $d_{11} = d_{22} = d_{33} = 0$, поскольку состояния невырождены.

Тогда оператор взаимодействия примет вид:

$$\hat{H}_{\text{int}} = \begin{pmatrix} 0 - \vec{d}_{12}\vec{E} - \vec{d}_{13}\vec{E} \\ -\vec{d}_{21}\vec{E} \quad 0 - \vec{d}_{23}\vec{E} \\ -\vec{d}_{31}\vec{E} - \vec{d}_{32}\vec{E} \quad 0 \end{pmatrix}. \quad (7.6)$$

Требуется найти среднее по ансамблю значение дипольного момента атома, наведенного полем \vec{E} . Матрица плотности в представлении невозмущенного оператора \hat{H}_0 имеет вид

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{H}_0 + \hat{H}_{\text{int}}, \hat{\rho}]. \quad (7.7)$$

Преобразуя по отдельности левую и правую части уравнений (7.7), учитывая комплексную сопряженность матричных элементов:

$$\rho_{12} = \rho_{21}^*, \rho_{13} = \rho_{31}^*, \rho_{23} = \rho_{32}^*$$

получим уравнения для матричных элементов

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{33}}{\partial t} &= -\frac{i}{\hbar} \vec{E}(\vec{d}_{23}\rho_{32} + \vec{d}_{13}\rho_{31} - \vec{d}_{32}\rho_{23} - \vec{d}_{31}\rho_{13}), \\ \frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} &= -\frac{i}{\hbar} \vec{E}(\vec{d}_{32}\rho_{23} + \vec{d}_{12}\rho_{21} - \vec{d}_{23}\rho_{32} - \vec{d}_{21}\rho_{12}), \\ \frac{\partial \rho_{11}}{\partial t} &= -\frac{i}{\hbar} \vec{E}(\vec{d}_{31}\rho_{13} + \vec{d}_{21}\rho_{12} - \vec{d}_{13}\rho_{31} - \vec{d}_{12}\rho_{21}), \end{aligned} \quad (7.8)$$

$$\frac{\partial \rho_{32}}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} (\hbar\rho_{32}(\omega_3 - \omega_2) + \vec{E}(\vec{d}_{32}(\rho_{33} - \rho_{22}) + \vec{d}_{12}\rho_{31} - \vec{d}_{31}\rho_{12})),$$

$$\frac{\partial \rho_{32}}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} (\hbar\rho_{32}(\omega_3 - \omega_2) + \vec{E}(\vec{d}_{32}(\rho_{33} - \rho_{22}) + \vec{d}_{12}\rho_{31} - \vec{d}_{31}\rho_{12})),$$

$$\frac{\partial \rho_{21}}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} (\hbar\rho_{21}(\omega_2 - \omega_1) + \vec{E}(\vec{d}_{21}(\rho_{22} - \rho_{11}) + \vec{d}_{31}\rho_{32} - \vec{d}_{23}\rho_{31})).$$

Напряженность электрического поля удовлетворяет волновому уравнению Максвелла

$$(\Delta - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \chi' \frac{\partial}{\partial t}) \vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{P}(\vec{r}, t). \quad (7.9)$$

Поляризация среды (дипольный момент единицы объема) выражается через недиагональные элементы матрицы плотности:

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = N_0 Sp[\vec{d}(\vec{r}), \rho(\vec{r}, t)], \quad (7.10)$$

где $N_0 = N/V$ – концентрация атомов.

Система уравнений (7.8)–(7.10) описывает самосогласованную задачу о взаимодействии электромагнитного поля с распределенной системой трехуровневых центров. Уравнения для матрицы плотности (7.8) являются основными уравнения для описания трехуровневых атомов в дипольном приближении. Эти уравнения описывают когерентные и некогерентные оптические процессы, происходящие в трехуровневых атомных системах в зависимости от внутренних параметров среды и внешних воздействий и условий.

Проблема исследования трехуровневых систем это самостоятельная область когерентной и некогерентной спектроскопии. Система трех уровней часто используются для моделирования реальных атомов. При моделировании используются различные конфигурации трехуровневых систем: Λ , ∇ , \equiv , и системы каскадных переходов. В зависимости от условий задачи и вида реальной среды, система уравнений (7.8)–(7.10) приводится в различных приближениях к более простому виду и может быть решена аналитически или численно.

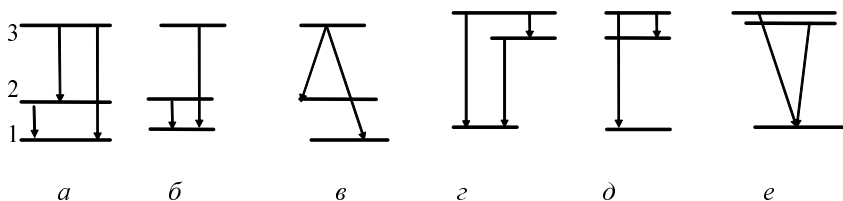


Рис. 7.1. Типовые энергетические схемы трехуровневых атомов с указанием разрешенных переходов

В данной главе рассмотрим задачи, связанные с расщеплением энергетических уровней. При этом возникают различные конфигурации системы уровней:

В каждой конфигурации в зависимости от начальных, граничных условий можно рассмотреть когерентные явления (сверхфлуоресценцию, когерентное усиление импульсов, световое эхо и др.). Выявление условий их реализации от спектроскопических параметров атом-

ной системы в конкретном физическом эксперименте является задачей математического моделирования и вычислительного эксперимента.

7.2. УКОРОЧЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА – БЛОХА С УЧЕТОМ РАСЩЕПЛЕНИЯ НИЖНЕГО УРОВНЯ АТОМА

Получим уравнения, моделирующие когерентные процессы в трехуровневых Λ – системах (рис. 7.1 в). Для этого рассмотрим приближения, которые позволят от общих уравнений (7.18) перейти к укороченным уравнениям, описывающим когерентное взаимодействие УКИ света в системах с расщеплением нижнего уровня. Предполагая поле однородным в сечении образца, систему (7.8–7.10) будем решать в одномерном приближении, т.е. будем учитывать зависимость величин $\hat{\rho}, \bar{P}, \bar{E}$ только от одной координаты, отсчитываемой вдоль направления излучения. При выводе уравнений используем следующие предположения:

1) Величина расщепления энергетических уровней 2–1 намного меньше частоты переходов 3–1 и 3–2, т.е. $\omega_{21} \ll \omega_{31}, \omega_{32}$ (см. рис. 7.1 в).

2) Переход 2–1 запрещен ($d_{21} = 0$), т.е. связь между уровнями 1 и 2 осуществляется через ρ_{21} и ω_{21} .

3) Несущая частота входного поля ω_0 равна частоте перехода 3–1, т.е. $\omega_0 = \omega_{31}$. Рассматривается случай точного резонанса.

4) Будем считать, что объемные потери отсутствуют $\chi' = 0$.

5) Систему уравнений (7.8–7.10) будем решать в одномерном приближении, что верно, когда число Френеля $F = D/\lambda L \geq 1$ (D – поперечный, L – продольный размеры образца). Направление дипольных моментов переходов всех атомов будем считать одинаковыми и перпендикулярными оси X . Тогда векторы \bar{E} и \bar{d} будут иметь одинаковые направления, поэтому в дальнейшем векторные обозначения можно опустить.

Введем обозначения:

$$\omega_{31} = \omega_3 - \omega_1, \omega_{32} = \omega_3 - \omega_2, \omega_{21} = \omega_2 - \omega_1.$$

Принимая во внимание, что $\rho_{23} = \rho_{32}^*$ и, учитывая выше рассмотренные приближения преобразуем систему уравнений (7.8–7.10) в следующую:

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)E(x,t) &= \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} P(x,t), \\
\frac{\partial \rho_{33}}{\partial t} &= -\frac{i}{\hbar} E[d_{32}(\rho_{32} - \rho_{32}^*) + d_{31}(\rho_{31} - \rho_{31}^*)], \\
\frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} &= +\frac{i}{\hbar} E d_{32}(\rho_{32} - \rho_{32}^*), \quad \frac{\partial \rho_{11}}{\partial t} = +\frac{i}{\hbar} E d_{31}(\rho_{31} - \rho_{31}^*), \\
\frac{\partial \rho_{32}}{\partial t} &= -\frac{i}{\hbar} (\hbar \omega_{32} \rho_{32} + E(d_{32}(\rho_{33} - \rho_{22}) + d_{12} \rho_{31} - d_{31} \rho_{12})), \\
\frac{\partial \rho_{31}}{\partial t} &= -\frac{i}{\hbar} (\hbar \omega_{31} \rho_{31} + E(d_{31}(\rho_{33} - \rho_{11}) + d_{21} \rho_{32} - d_{31} \rho_{21})), \\
\frac{\partial \rho_{21}}{\partial t} &= -\frac{i}{\hbar} (\hbar \omega_{21} \rho_{21} + E(d_{31} \rho_{32} - d_{23} \rho_{31})).
\end{aligned} \tag{7.11}$$

Поляризация среды (дипольный момент единицы объема) выражается через недиагональные элементы матрицы плотности:

$$P(r,t) = N_0 Sp[d(x), \rho(x,t)] \tag{7.12}$$

Решение для E и P будем искать в виде:

$$\begin{aligned}
E(x,t) &= \tilde{E}(x,t) \exp(-i(\omega_0 t - k_0 x)) + \tilde{E}^*(x,t) \exp(i(\omega_0 t - k_0 x)), \\
\rho_{31}(x,t) &= R(x,t) \exp(-(\omega_0 t - k_0 x)), \quad \omega_{31} = \omega_0, \\
\rho_{32}(x,t) &= R_{32}(x,t) \exp(-(\omega_0 t - k_0 x)), \quad k_0 = \omega_0 n / c.
\end{aligned} \tag{7.13}$$

Амплитуды \tilde{E} , \tilde{E}^* , R_{31} , R_{32} будем считать медленно изменяющимися во времени и в пространстве по сравнению с выделенными экспоненциальными множителями. В этом случае из (7.8) получается так называемая система уравнений Максвелла – Блоха для резонансных систем с расщеплением нижнего уровня.

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{n}{c} \frac{\partial}{\partial t}\right)\tilde{E} &= i \frac{2\pi N_0}{c} (R_{31} \omega_{31} d_{31} + R_{32} \omega_{32} d_{32}), \\
\frac{\partial \rho_{33}}{\partial t} &= -\frac{i}{\hbar} [\tilde{E}^* (d_{32} R_{32} + d_{31} R_{31}) - \tilde{E} (d_{31} R_{31}^* + d_{32} R_{32}^*)], \\
\frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} &= +\frac{i}{\hbar} d_{32} (\tilde{E}^* R_{32} + \tilde{E} R_{32}^*), \quad \frac{\partial \rho_{11}}{\partial t} = +\frac{i}{\hbar} d_{31} (\tilde{E}^* R_{31} + \tilde{E} R_{31}^*), \\
\frac{\partial R_{32}}{\partial t} &= -\frac{i}{\hbar} (\hbar \omega_{21} R_{32} + \tilde{E} (d_{32}(\rho_{33} - \rho_{22}) - d_{31} \rho_{12}^*)),
\end{aligned} \tag{7.14}$$

$$\frac{\partial R_{31}}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} E^* (d_{31}(\rho_{33} - \rho_{11}) - d_{31}\rho_{21}),$$

$$\frac{\partial \rho_{21}}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} (\hbar\omega_{21}\rho_{21} + \tilde{E}d_{31}R_{32}^* - \tilde{E}^*d_{23}R_{31}).$$

Сделаем следующие преобразования. Введем нормированную амплитуду электрического поля

$$A, A^* = \frac{n\tilde{E}, \tilde{E}^*}{-, +i\sqrt{2\pi N_0\hbar\omega}} = +, -i\frac{d}{\hbar} \frac{\tilde{E}, \tilde{E}^*}{\Omega}, \quad (7.15)$$

где $\Omega = \frac{d_{31}}{n\hbar} \sqrt{2\pi N_0\hbar\omega_0}$, здесь N_0 – плотность инверсии.

Переходя к новым переменным $\xi = \chi n\Omega / c$, $\tau = \Omega(t - nx / c)$, получим систему безразмерных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial \xi} &= R_{31} + \mu g_{\omega} R_{32}, \\ \frac{\partial \rho_{33}}{\partial \tau} &= -[\mu(R_{32}A^* + AR_{32}) + AR_{31}^* + A^*R_{31}], \\ \frac{\partial \rho_{22}}{\partial \tau} &= \mu(A^*R_{32} + AR_{32}^*), \quad \frac{\partial \rho_{11}}{\partial \tau} = A^*R_{31} + AR_{31}^*, \\ \frac{\partial R_{32}}{\partial \tau} &= A(\mu(\rho_{33} - \rho_{22}) - R_{21}^*) - R_{32}(i\omega_{21} + g_{32}), \\ \frac{\partial R_{31}}{\partial \tau} &= A(\rho_{33} - \rho_{11} - \mu\rho_{21}) - g_{31}R_{31}, \\ \frac{\partial \rho_{21}}{\partial \tau} &= \mu A^*R_{31} + AR_{32}^* - R_{21}(i\omega_{21} + g_{21}). \end{aligned} \quad (7.16)$$

Здесь $\mu = d_{32}/d_{31}$, $g_{\omega} = \omega_{32}/\omega_{31}$, члены $g_{ij}R_{ij}$ вводятся феноменологически для учета однородной поперечной релаксации ($T_2 = \Omega/g_2$), Ω имеет смысл частоты Раби для максимально возможного поля в случае сверхизлучения. Физический смысл Ω ясен из следующих рассуждений. Если система достаточно близка к точному резонансу, то размах колебаний инверсии оказывается существенным, т.е. инверсия осциллирует во времени и Ω – есть частота этих осцилляций. Время продольной релаксации T_1 будем считать намного большим по сравнению с T_2 и длительностью импульса.

Интенсивность излучения, определяемая как число фотонов, проходящих через поперечное сечение в единицу времени и отнесенное к одному атому, выражается через вектор Умова–Пойнтинга, усредненный по периоду колебаний

$$J = \frac{c}{4\pi} \left[\vec{E} \times \vec{H} \right] \frac{S}{N\hbar\omega_0} = \frac{cn}{2\pi} \frac{|\vec{E}|}{\hbar\omega_0 N_0 L}, \quad (7.17)$$

где N – полное число атомов, N_0 – плотность инверсии.

При учете неоднородного уширения линии люминесценции для всего ансамбля активных атомов, входящих в состав образца система уравнений приводится к следующему виду.

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial \xi} &= \int G_1(\omega) R_{31}(\omega) d\omega + \mu g_{\omega} \int G_2(\omega) R_{32}(\omega) d\omega, \\ \frac{\partial \rho_{33}}{\partial \tau} &= -[\mu(R_{32} A^* + AR_{32}) + AR_{31}^* + A^* R_{31}], \\ \frac{\partial \rho_{22}}{\partial \tau} &= \mu(A^* R_{32} + AR_{32}^*), \quad \frac{\partial \rho_{11}}{\partial \tau} = A^* R_{31} + AR_{31}^*, \\ \frac{\partial R_{32}}{\partial \tau} &= A((\rho_{33} - \rho_{22})\mu - \rho_{21}^*) + R_{32}((\Delta - \omega_{21})i - g_{32}), \\ \frac{\partial R_{31}}{\partial \tau} &= A(\rho_{33} - \rho_{11} - \mu\rho_{21}) + (i\Delta - g_{31})R_{31}, \\ \frac{\partial \rho_{21}}{\partial \tau} &= \mu A^* R_{31} + AR_{32}^* - \rho_{21}(i\omega_{21} + g_{21}). \end{aligned} \quad (7.18)$$

Здесь G_1, G_2 – неоднородные контуры линии люминесценции для линий перехода 31 и 32. Если $g_2 \gg \omega_{21}$, то можно считать что $G_1 = G_2$.

Функции ρ_{ij}, R_{ij} зависят от частоты ω .

Интегралы движения. Из уравнений (7.18) следуют интегралы движения:

$$\rho_{33} + \rho_{22} + \rho_{11} = 1, \quad (7.19)$$

$$\frac{\partial |A^\pm|^2}{\partial \xi} + \frac{\partial \rho_3}{\partial \tau} = 0, \quad (7.20)$$

где $\rho_i = \int \rho_{ii} G(\Delta) d\Delta$, $i = 1, 2, 3$ – интегральные населенности уровней по неоднородному контуру.

$$|R_{32}|^2 + |R_{31}|^2 + |\rho_{21}|^2 + \rho_{33}^2 + (\rho_{22}^2 + \rho_{11}^2) \cdot 0.5 = const, \quad (7.21)$$

отражающие законы сохранения населенности, сохранения энергии и вектора Блоха в трехуровневой Λ – системе.

Таким образом, мы получили систему уравнений (7.18), описывающих когерентные процессы в средах с расщеплением нижнего уровня (см. рис. 7.1б).

7.3. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ПО КОГЕРЕНТНОМУ УСИЛЕНИЮ ИМПУЛЬСОВ В КРИСТАЛЛАХ С РАСЩЕПЛЕНИЕМ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УРОВНЕЙ

В зависимости от начальных и граничных условий, системы уравнений (7.18) и (7.25) описывают в полуклассическом приближении различные когерентные процессы в примесных кристаллах с Λ – конфигурацией электронных уровней.

7.3.1. Начальные и граничные условия

Для задачи когерентного усиления начальные и граничные условия имеют вид:

$$\rho_{33}(\xi, \tau = -\xi) = 1, \rho_{22}(\xi, \tau = -\xi) = \rho_{11}(\xi, \tau = -\xi) = 0; \quad (7.26a)$$

$$A(\xi, \tau = -\xi) = 0; \quad (7.26б)$$

$$R_{ij}(\xi, \tau = -\xi) = 0, i, j = 1, 2, 3; i \neq j; \quad (7.26в)$$

$$A_0(\tau) = \frac{\theta\pi}{\tau_p \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t-t_0)^2}{2\tau_p^2}\right), \quad (7.26г)$$

т.е. в начальный момент времени все активные атомы возбуждены, электромагнитное поле и начальная поляризация по образцу равно нулю и на вход образца подается входной импульс поля в виде (7.26г), где τ_p – длительность входного импульса, t_0 – длительность крыльев входного импульса.

Площадь входного импульса определяется как:

$$\theta_0 = \frac{2d_{31}}{\hbar} \int_0^t A(t') dt' . \quad (7.23)$$

Алгоритм решения системы уравнений. Использование исправленного метода Эйлера для системы уравнений (7.18) показало, что велики ошибки ограничений и вычислений. Это можно объяснить тем, что уравнения для трехуровневых систем более сложные, чем уравнения Максвелла – Блоха (2.29). При больших временах исполь-

зование исправленного метода Эйлера для прогноза решения приводит к ошибкам ограничения такого порядка, что использование метода Эйлера для прогноза для всего процесса излучения является нецелесообразным. Поэтому в качестве алгоритма для решения системы уравнений (7.18) выбран метод прогноза-коррекции. Прогнозирование проводилось с помощью разностных уравнений второго порядка

$$\begin{aligned} \frac{A(j, s+2) - A(j, s)}{2\Delta t} &= \sum_{k=-nd}^{k=nd} G(k)(R_{31}(j, s+1, k) + \mu g_{\omega} R_{32}(j, s+1, k))\Delta k, \\ \frac{\rho_{33}(j+2, s, k) - \rho_{33}(j, s, k)}{2\Delta t} &= -[\mu(R_{32}A^* + AR_{32}) + AR_{31}^* + A^*R_{31}](j+1, s, k), \\ \frac{\rho_{22}(j+2, s, k) - \rho_{22}(j, s, k)}{2\Delta t} &= \mu[A^*R_{32} + AR_{32}^*](j+1, s, k), \\ \frac{\rho_{11}(j+2, s, k) - \rho_{22}(j, s, k)}{2\Delta t} &= [A^*R_{31} + AR_{31}^*](j+1, s, k), \quad (7.28) \\ \frac{R_{32}(j+2, s, k) - R_{32}(j, s, k)}{2\Delta t} &= [A((\rho_{33} - \rho_{22})\mu - R_{21}^*) + R_{32}((\Delta - \omega_{21})i - g_{32})](j+1, s, k), \\ \frac{R_{31}(j+2, s, k) - R_{31}(j, s, k)}{2\Delta t} &= [A(\rho_{33} - \rho_{11} - \mu\rho_{21}) + (i\Delta - g_{31})R_{31}](j+1, s, k), \\ \frac{\rho_{21}(j+2, s, k) - \rho_{21}(j, s, k)}{2\Delta t} &= [\mu A^*R_{31} + AR_{32}^* - \rho_{21}(i\omega_{21} + g_{21})](j+1, s, k). \end{aligned}$$

Здесь $j = j_t - s$, $s = 1, 2, 3, 7, \dots$. Начальные и граничные условия для функций A, r, R задаются согласно сеточной схеме, показанной на рис. 2.1 (а, в). Форму возбуждающих и считывающих импульсов будем аппроксимировать гауссовскими функциями.

Коррекция проводилась по разностным уравнениям

$$\begin{aligned} \frac{A^{i+1}(j, s+1) - A(j, s)}{\Delta t} &= \sum_{k=-nd}^{k=nd} G(k)(R_{31}(j, s, k) + \mu g_{\omega} R_{32}(j, s, k))\Delta k \\ &+ \sum_{k=-nd}^{k=nd} G(k)(R_{31}^{i+1}(j, s+1, k) + \mu g_{\omega} R_{32}^{i+1}(j, s+1, k))\Delta k \}, \\ \frac{\rho^{i+1}_{33}(j+1, s, k) - \rho_{33}(j, s, k)}{\Delta t} &= -\{[\mu(R_{32}A^* + AR_{32}) + AR_{31}^* + A^*R_{31}](j, s, k) \\ &+ [\mu(R_{32}A^* + AR_{32}) + AR_{31}^* + A^*R_{31}]^{i+1}(j+1, s, k)\} \end{aligned}$$

и т.д. (7.29)

Как следует из уравнений для определения значений функций A , R , ρ на характеристике 2- s, необходимо на первом шаге знание значений A , $R_{j,i}$, ρ_{21} на характеристике 1- s, которые определялись из разностных уравнений, аппроксимирующих систему уравнений (7.18) по исправленному методу Эйлера.

В приложении 2 дана реализация алгоритма в виде программы моделирования спектрально- кинетических характеристик когерентного усиления ультракоротких импульсов для резонансных сред, имеющих расщепление энергетических уровней. Программы написаны на языке FORTRAN.

Устойчивость решения проверялась по методике изложенной в п. 2.2 второй главы. Законы сохранения энергии и вектора Блоха для трехуровневой среды использовались для проверки сходимости и устойчивости решений на каждом шаге интегрирования по времени.

Решения – системы уравнений (7.18) выдавались в виде графиков:

– интенсивности излучения в зависимости от времени в конце образца.

$$I(L, t) = \frac{c}{L\Omega} |E(L, t)|^2 = \frac{A(L', t)}{L'} \quad (7.24a)$$

– фурье-спектра от усиленного импульса в конце образца при $x=L$.

$$E(L, \omega) = \int_0^t e^{-i\omega t'} E(L, t') dt',$$

$$S(L, \omega) = \frac{|E(L, \omega)|^2}{2\pi N_0 L h \omega} \quad (7.24б)$$

– населенности всех уровней в зависимости от времени и частот расстройк неоднородного контура.

Для выяснения формирования физической картины когерентного усиления ультракоротких импульсов в трехуровневой Λ – среде, на основе полуклассических уравнений (7.18) были проведены вычислительные эксперименты исследования динамики и спектра когерентного усиления ультракоротких импульсов света от спектроскопических характеристик среды входного импульса.

7.3.2. Зависимость динамики и спектра выходного импульса от площади входного импульса

Эволюция импульса света при когерентном распространении в среде в значительной степени определяется его площадью (7.23). На рис. 7.2 представлены результаты расчета когерентного усиления при:

$$\omega_{21} = 6\Omega, t_p = 0.25\Omega^{-1}, T_2 = T_2^* = 200\Omega^{-1}, L = 2c\Omega^{-1}.$$

Площадь входного импульса изменялась от $\theta_0 = 0.005\pi$ до π .

Из рис. 7.2 видно, что выходной импульс промодулирован с частотой ω_{21} и имеет осцилляционную структуру. Этот результат можно интерпретировать следующим образом. На вход образца подается

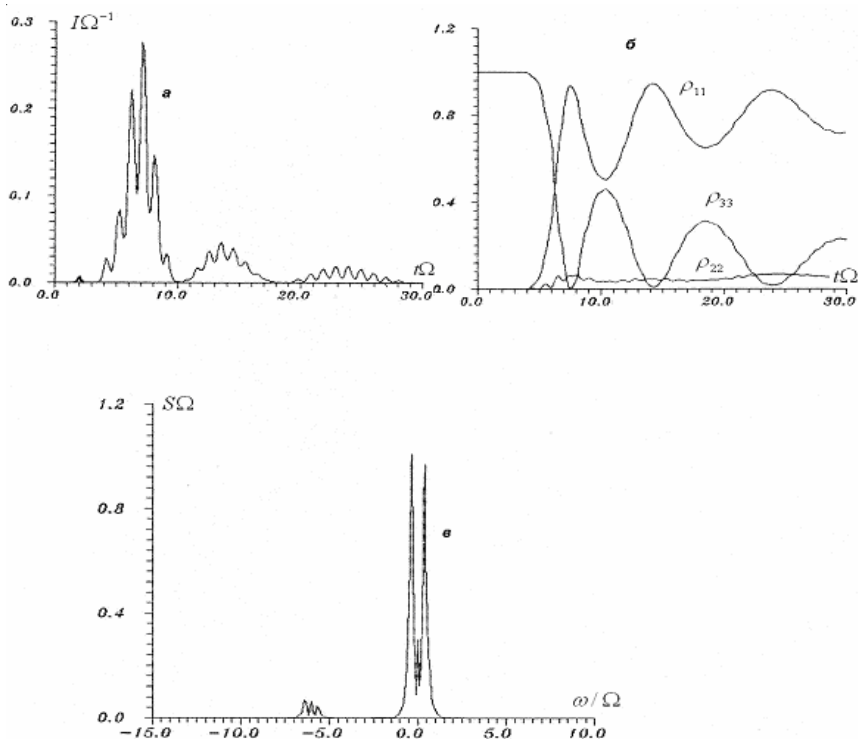


Рис. 7.2. Динамика и спектр когерентного усиления в трехуровневой среде. $\theta_0 = 0.08\pi$, $\omega_{21} = 6\Omega$, $t_p = 0.25\Omega^{-1}$, $T_2 = T_2^* = 200\Omega^{-1}$, $L = 2c\Omega^{-1}$: а – динамика интенсивности, б – динамика населенности, в – спектр выходного сигнала

импульс малой площади и длительности (слабый импульс $\theta_0 \ll 1$, $\tau_{\pi}^{-1} > \omega_{21}$), который проходит через среду, практически не изменяясь.

Роль этого импульса сводится к фазировке дипольных моментов возбужденной трехуровневой среды и заданию начальной поляризации на переходах 3–1 и 3–2, т.е. фактически подготавливает начальные условия для сверхизлучения. Коррелированная таким образом система сама начинает излучать как единый макротоном.

Модуляционная структура выходного импульса объясняется наличием расщепления нижнего энергетического уровня атомной системы. На языке геометрии модуляционную структуру можно объяснить, как биение связанных векторов Блоха, подобно колебаниям связанных маятников. Связь между векторами Блоха в уравнениях (7.18) определены через недиагональный элемент матрицы плотности ρ_{21} и частоту ω_{21} .

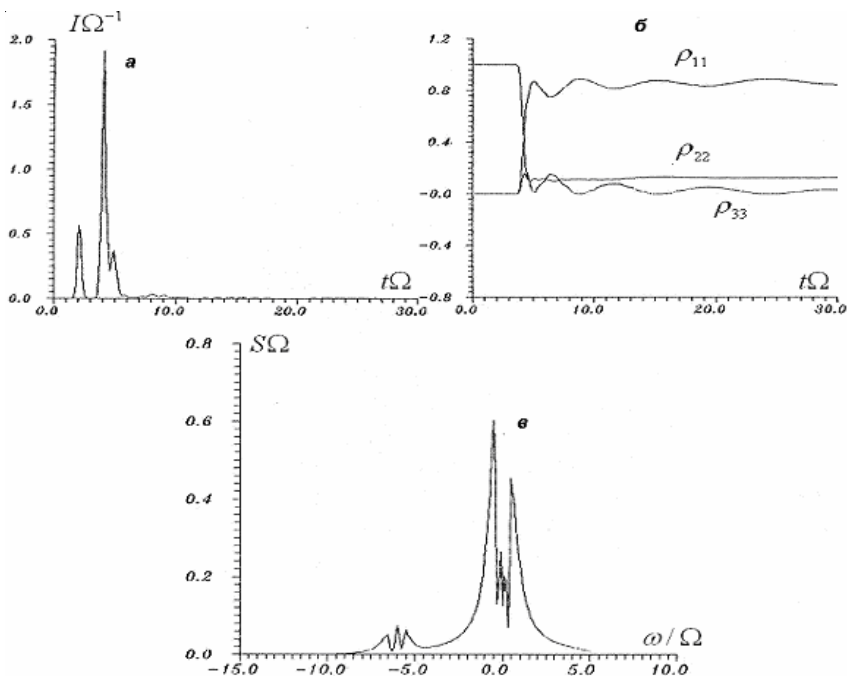


Рис. 7.3. Динамика и спектр когерентного усиления в трехуровневой среде. $\theta_0 = 0.2\pi$, $\omega_{21} = 6\Omega$, $t_p = 0.25\Omega^{-1}$, $T_2 = T_2^* = 200\Omega^{-1}$, $L = 2c\Omega^{-1}$: а – динамика интенсивности, б – динамика населенности, в – спектр выходного сигнала

Данный процесс также можно назвать индуцированным кооперативным комбинационным рассеянием. Входное поле резонансно с одним из переходов, на выходе наблюдаем стоксову компоненту, отстоящую от основной частоты на величину расщепления.

На рис. 7.2 б показана динамика населенности энергетических уровней в зависимости от времени, которая говорит о постепенном развитии излучения самой системы. На рис. 7.2 в видно, что в случае выполнения условия $\theta_0 \ll 1$, $\tau_p^{-1} > \omega_{21}$ в спектре усиления наблюдается наличие ближайшего энергетического уровня 2.

Изменение площади входного импульса в сторону увеличения при $\tau_p = const$ (рис. 7.3) приводит к увеличению пиковой интенсивности входного импульса, в результате чего уменьшается время задержки импульса излучения возбужденной системы, а так же происходит увеличение пиковой интенсивности основного импульса.

В спектре выходного импульса (рис. 7.2 и 7.3 в) наблюдается расщепление уровней, которое объясняется динамическим эффектом Штарка в поле усиливающего импульса. Дальнейшее увеличение площади входного импульса (пиковой интенсивности) приводит к снятию инверсии населенности входным импульсом и модуляционная структура становится не заметной на фоне основного максимума.

7.3.3. Влияние фазовой релаксации на когерентное усиление в трехуровневой среде

На рис. 7.4 представлен результаты расчета когерентного усиления слабого сигнала $\theta=0.02\pi$. Длительность входного поля на половине высоты равнялась $0.3\Omega^{-1}$. Его форма описывалась функцией Гаусса. На τ_p накладывалось условие $\tau_p < T_2, \omega_{21}^{-1}$. Величина ω_{21} составляла 6.0 в единицах Ω ($\Omega^{-1}=100$ пс), что соответствует расщеплению термина A_2^4 в рубине. Коэффициент μ для рубина равен 0.87.

Как видно, поперечная релаксация подавляет осцилляции, связанные с колебаниями инверсии населенности. При отсутствии релаксации имеет место максимальный съём запасенной в среде энергии. С уменьшением T_2 падает пиковая интенсивность выходного сигнала, инверсия населенности в образце меняется слабо, т.е. осуществляется переход к линейному режиму усиления (см. табл. 7.1).

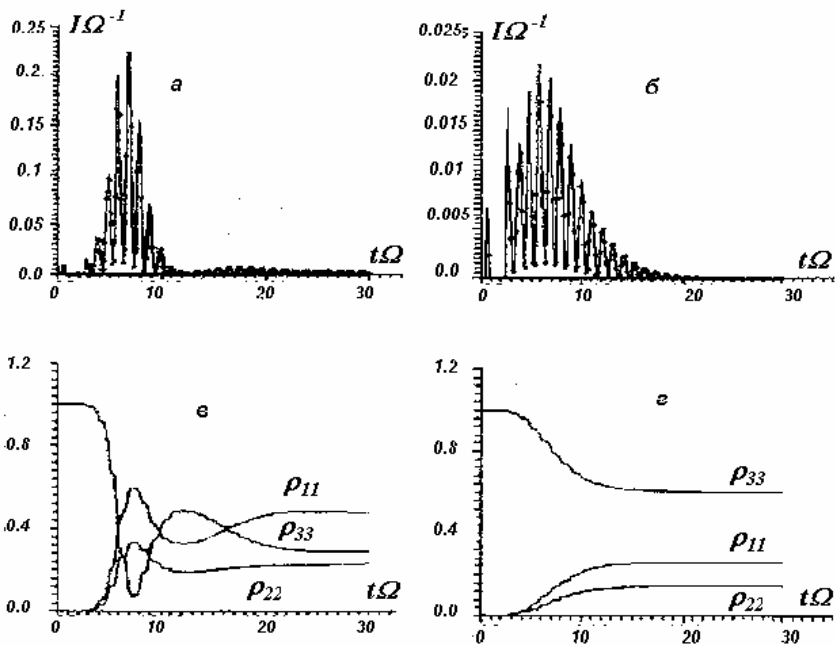


Рис. 7.4. Влияние поперечной релаксации на когерентное усиление импульсов в трехуровневой среде. $\gamma_{21} = 0.005\Omega$, $\gamma_2^* = \infty$, $\theta_0 = 0.08\pi$, $L = 2c\Omega^{-1}$, $t_p = 0.25\Omega^{-1}$, $\omega_{21} = 6\Omega$: а-б – динамика интенсивности, в-г – динамика населенности

Таблица 7.1

Энергетические характеристики когерентного усиления

$T_2\Omega$	$I_{\text{мк}}$	$W_{\text{вых}}$	θ	$\rho_{33}(\text{осм})$
10	0.292	0.46	2.12	0.52
4	0.182	0.324	5.22	0.666
1.5	0.018	0.075	3.32	0.917
0.5	0.0009	0.00049	0.12	0.987

Пиковая интенсивность входного поля составляла $1.5 \cdot 10^{-4}$, его энергия равнялась $W_{\text{ex}} = 3.37 \cdot 10^{-5}$.

Резкое увеличение площади выходного импульса при $T_2\Omega=4$ по сравнению со значением $T_2\Omega=10$ можно объяснить тем, что с возрастанием поперечной релаксации уменьшается амплитуда знакопере-

менных осцилляций огибающей поля и тем самым уменьшается вклад отрицательных значений напряженности E в интеграле $\int_{-\infty}^t E(t') dt'$.

При значениях $T_2 < \Omega$ имеем линейный режим усиления. Поперечная релаксация подавляет также дублетную структуру спектра.

Неоднородное уширение линии люминесценции в уравнениях (7.18) аппроксимировалась гауссовской функцией и имело вид:

$$G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}g_2^*} e^{-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2g_2^{*2}}}, \quad (7.30)$$

где $g_2^* = \frac{1}{T_2^*}$ – дисперсия, которая связана с шириной неоднородного контура на половине высоты как $g_{1/2}^* = 1.44 \cdot g_2^*$.

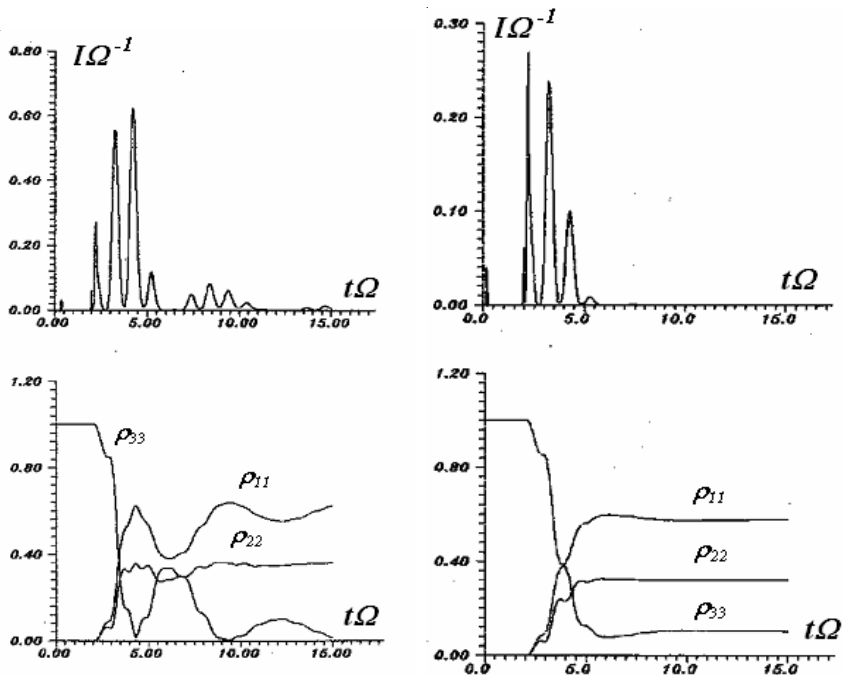


Рис. 7.5. Влияние неоднородной релаксации на когерентное усиление в трехуровневой среде. $\gamma_{31} = \gamma_{31} = 0.0001\Omega$, $\gamma_{21} = 0.0005\Omega$, $\theta_0 = 0.02\pi$, $L = 2c\Omega^{-1}$, $t_p = 0.25\Omega^{-1}$, $\omega_{21} = 6\Omega$: a – динамика интенсивности, b – динамика населенности

Для анализа влияния неоднородной релаксации на когерентное усиление в трехуровневых средах была проведена серия расчетов для длины усиления $L=2\text{ c}\Omega^{-1}$, $\omega_{21}=6\ \Omega$. Из результатов вычислений (см. рис. 7.5) следует, что неоднородное уширение подавляет осцилляционную структуру, связанную с перебросом фазы: уменьшает пиковую интенсивность, подавляет дублетную структуру спектра. При увеличении неоднородной релаксации имеет место сохранение инверсии населенности (линейный режим). Увеличение длины образца приводит к увеличению пиковой интенсивности и уменьшению времени задержки максимума основного импульса.

7.3.4. Динамика формы импульса и спектра когерентного усиления в зависимости от величины расщепления и соотношения дипольных моментов

На рис. 7.6 показаны результаты расчета для значений отношения дипольных моментов $\mu=d_{32}/d_{31}=0.2, 0.5, 2, 3$. Интересен следующий факт. При $\mu=2$ и $\mu=3$, хотя поле подается на частоте ω_{31} , излучение происходит преимущественно на частоте ω_{32} . Это говорит о том, что в определенных условиях при когерентном распаде инвертированной трехуровневой системы возможна эффективная перекачка энергии в излучении на другой частоте. Подобный результат был получен в работе [111] для задачи поглощения $n\pi$ – импульса для создания инверсии населенности на частоте ω_{21} . Указанную особенность можно использовать в эксперименте для получения генерации на частоте смежного перехода.

На рис. 7.7 приведены решения системы уравнений (7.18) с величинами расщепления $\omega_{21}=3, 0.25\Omega$ при постоянных остальных параметрах входного сигнала и среды: $L=2\text{ c}\Omega^{-1}$, $\theta_0=\pi/100$, $\tau_p=0.25\Omega^{-1}=30\text{ пс}$, $\mu=0.95$. Как было сказано выше, выходной сигнал представляет собой цуг импульсов, разделенных интервалом времени ω_{21}^{-1} (см. рис. 7.7). При малых ω_{21} форма выходного импульса сложнее: максимумы интенсивности нельзя однозначно сопоставить с ω_{21}^{-1} . Например, при $0.25\ \Omega$ первая часть сигнала имеет осциллирующую форму, обусловленную изменением фазы поля (осцилляции Раби), затем через время, равное ω_{21}^{-1} , следуют дополнительные пики, а импульс, находящийся на расстоянии ω_{21}^{-1} от первого максимума (соответствующие места на рис. 7.7 указаны стрелками) может не проявиться на общем фоне.

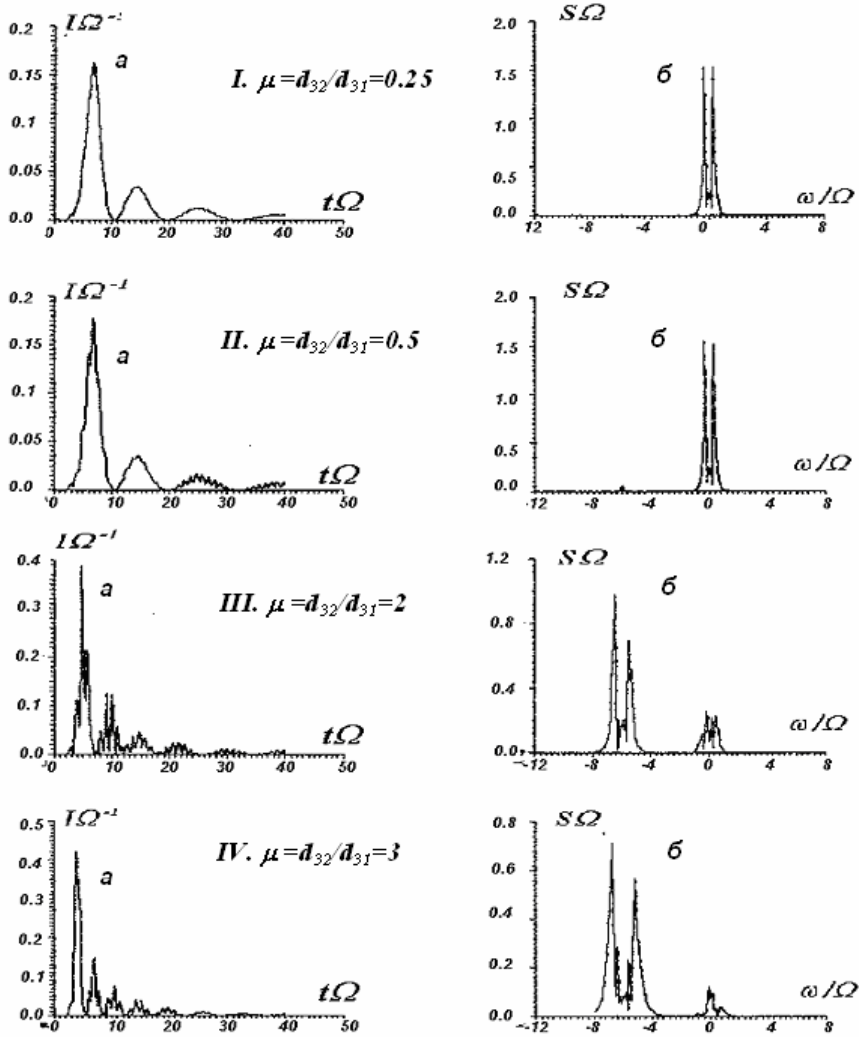


Рис. 7.6. Когерентное усиление в трехуровневой среде при разных соотношениях дипольных моментов переходов. $\theta_0 = 0.01\pi$, $L = 2c\Omega^{-1}$, $t_p = 0.25\Omega^{-1}$, $\omega_{21} = 6\Omega$, $\gamma_{31} = \gamma_{32} = \gamma_{21} = 0.005\Omega$: а – динамика интенсивности, б – спектр излучения

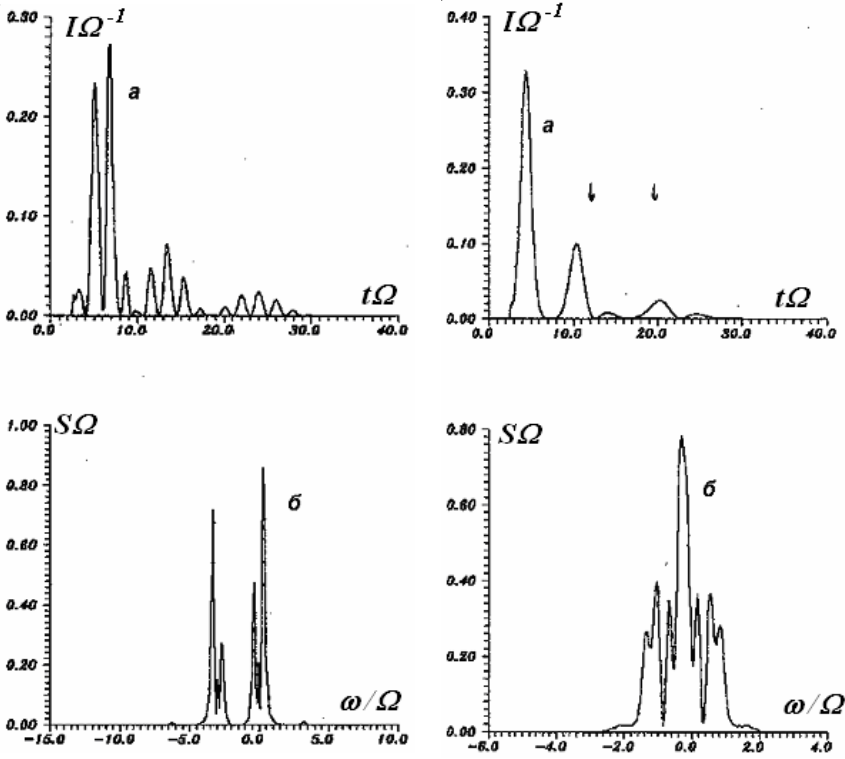


Рис. 7.7. Когерентное усиление в трехуровневой среде при изменении величины расщепления. $\theta_0 = 0.01\pi$, $L = 2c\Omega^{-1}$, $t_p = 0.1\Omega^{-1}$, $\gamma_{31} = \gamma_{31} = \gamma_{21} = 0.005\Omega$:
a – динамика интенсивности, *б* – спектр излучения

Для того, чтобы понять полученный результат, была проведена следующая серия расчетов. Взаимодействие на одном из переходов 3–1 или 3–2 считалось некогерентным (это осуществлялось заданием различных времен поперечной релаксации на переходах). Оказалось, что в таких условиях основная доля запасенной энергии высвечивается на когерентном переходе (рис. 7.8).

Численные эксперименты позволили при других неизменных параметрах входного поля и среды изучить отдельно выходные импульсы, излучаемые на одном из разрешенных переходов. Кроме того, они показали, что если $T_2^{32} \gg T_2^{31}$, то имеет место тот же эффект, что и при увеличении μ : при подаче поля, резонансного переходу 3–1,

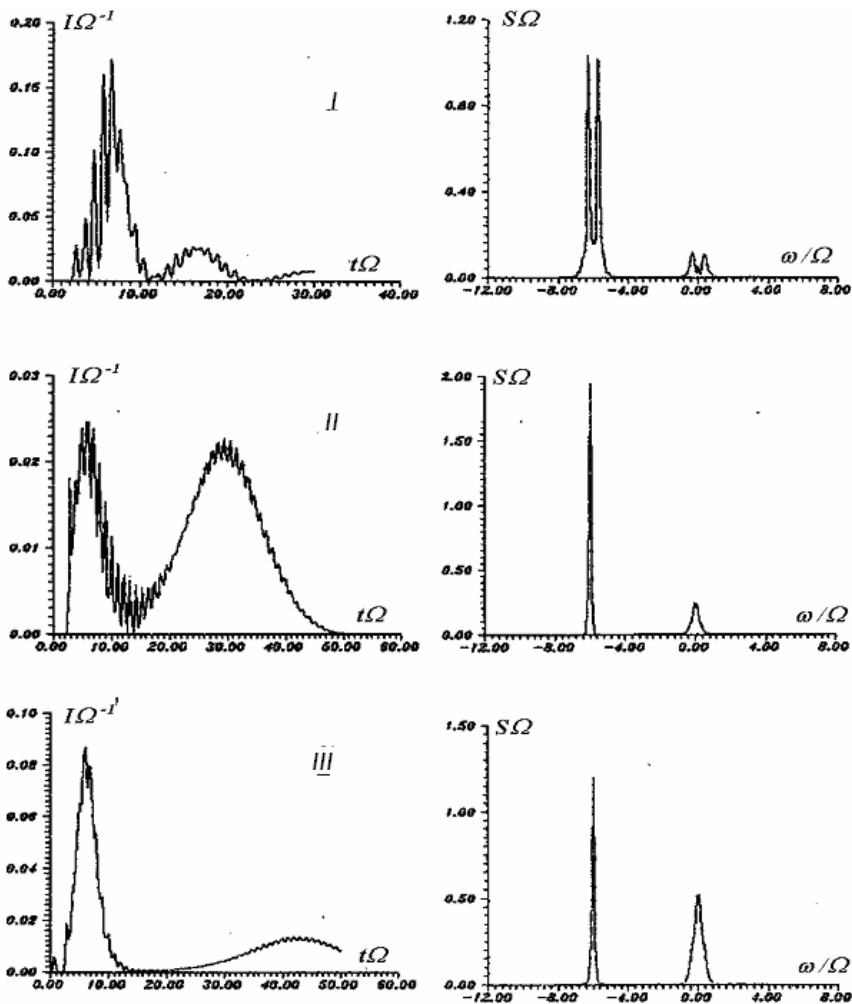


Рис. 7.8. Когерентное усиление в трехуровневой среде при разных соотношениях

времен релаксаций. $\theta_0 = 0.01\pi$, $L = 2c\Omega^{-1}$, $t_p = 0.25\Omega^{-1}$, $\omega_{21} = 6\Omega$.

I – когерентный переход 3–2: $\gamma_{31} = 0.5\Omega$, $\gamma_{32} = 0.005\Omega$, $\mu = 1$,

II – когерентный переход 3–2: $\gamma_{31} = 0.5\Omega$, $\gamma_{32} = 0.005\Omega$, $\mu = 0.25$,

III – когерентный переход 3–2: $\gamma_{31} = 0.25\Omega$, $\gamma_{32} = 0.005\Omega$, $\mu = 0.25$

происходит перекачка энергии, запасенной в среде, в излучении с частотой ω_{32} . Эта особенность обусловлена тем, что при протяжении T_2 затухает поляризация на соответствующем переходе, и излучательный процесс на нем становится некогерентным и, следовательно, медленным. Перекачка будет происходить более эффективно в случае слабого входного сигнала, когда процесс излучения развивается с задержкой, достаточной для релаксации R_{31} . При усилении π -импульса имеет место быстрое выравнивание населенности уровней 3 и 1 в течении T_2^{31} , далее взаимодействие со средой происходит в основном посредством перехода 3–2, но в процессе задействованы не все активные атомы (населенность первого уровня практически не меняется).

Более того, если переход 3–2 гораздо слабее основного ($\mu = 0.25$), но $T_2^{32} \gg T_2^{31}$ (рис. 7.8 (II, III)), все равно в процессе взаимодействия слабого поля с инвертированной трехуровневой средой происходит перекачка энергии в излучение на смежном переходе. Такой процесс развивается со значительной временной задержкой по отношению к усиленному входному сигналу и напоминает индуцированное сверхизлучение.

На основе вышесказанного можно сделать вывод о том, что при распаде системы инвертированных трехуровневых атомов запасенная энергия высвечивается по каналу, взаимодействие на котором когерентно.

Таким образом, подобрав соответствующую активную среду, можно осуществлять изменение частоты излучения в процессе усиления. Кроме того рассмотренный эффект может оказаться полезным при проведении эксперимента по когерентной спектроскопии узких линий при наличии соседней широкой линии.

На рис. 7.9 показаны поле и спектр выходного сигнала для $\omega_{21} = 6\Omega$ и 0.8Ω (сплошная линия относится к случаю, когда когерентным является переход 3–2 – случай 1, пунктирная – к противоположному – случай 2). Напомним, что в наших расчетах всегда $T_2^{21} = 200\Omega$. Рассмотрим рис. 7.9 (I) ($\omega_{21} = 6\Omega$). Как видно, во втором случае высокочастотная модуляция отсутствует, развиваются знакопеременные осцилляции Раби. В первом случае поле несет информацию о тонкой структуре уровней среды: имеется модуляция с частотой ω_{21} , которая в интенсивности выходного сигнала не проявляется. Осцилляции Раби формируют огибающую импульса. Если в вы-

ходном сигнале присутствуют обе частоты, происходит интерференция, и в результате интенсивность промодулирована с частотой ω_{21} (см. рис. 7.9 (II)). Отметим, что соседние максимумы огибающей поля, отстоящие на расстоянии ω_{21}^{-1} , в этом случае не являются знакопеременными в отличие от осцилляций Раби.

Описанное явление имеет место, если при уменьшении ω_{21} (рис. 7.21(II)) происходит аналогичная интерференция двух полей, но огибающая формируется уже не только частотой Раби, но и ω_{21} , так как они сравнимы по величине. При этом могут возникать дополнительные максимумы интенсивности и подавляться максимумы, находящиеся от первого на расстоянии ω_{21}^{-1} . Последние являются результатом интерференции полей, имеющих огибающую положительного

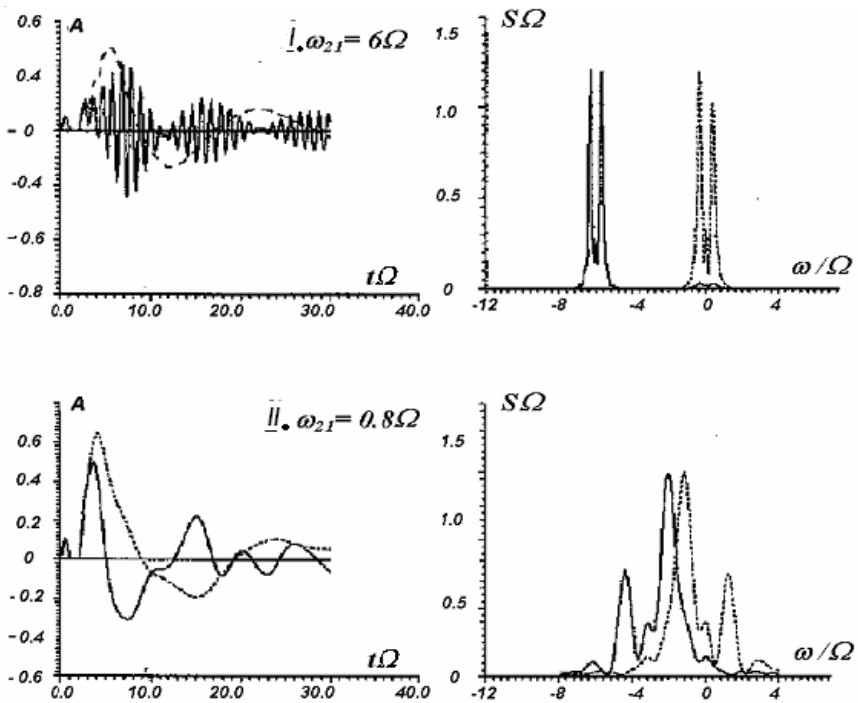


Рис. 7.9. Когерентное усиление в трехуровневой среде при разных соотношениях времен релаксаций. $\theta_0 = 0.01\pi$, $L = 2c\Omega^{-1}$, $t_p = 0.25\Omega^{-1}$. Сплошная линия – когерентный переход 3–2: $\gamma_{31} = 0.75\Omega$, $\gamma_{32} = 0.005\Omega$, пунктирная линия – когерентный переход 3–1: $\gamma_{32} = 0.5\Omega$, $\gamma_{31} = 0.005\Omega$

знака, обусловленную ω_{21} , и огибающую отрицательного знака, обусловленную осцилляциями Раби. Если же задать T_2 малыми, чтобы знакопеременные осцилляции Раби прекратились к моменту времени ω_{21}^{-1} , то интересующий нас второй максимум не возникнет, так как к этому времени произойдет выравнивание населенности уровней, и далее населенность третьего уровня не будет уменьшаться ввиду некогерентности взаимодействия. Вероятно, можно подобрать параметры входного поля и среды, которые позволят при малых ω_{21} избавиться от осцилляций в передней части выходного сигнала и получить четкое разрешение вторичного импульса. Этого можно добиться, уменьшая Ω путем снижения плотности инверсии N_0 активных атомов. Тогда по распределению интенсивности выходного сигнала, не обращая к его спектру, который при малых ω_{21} имеет сложный вид, можно определить тонкую структуру уровней среды.

Таким образом, при исследовании когерентного усиления импульсов света в резонансных средах с расщеплением нижнего энергетического уровня можно рассматривать два режима: $\Omega < \omega_{21} < \tau_p^{-1}$ – осциллирующий режим, $\omega_{21} < \Omega < \tau_p^{-1}$ – пиковый режим.

Переход от одного к другому можно осуществлять для данной активной среды с фиксированным ω_{21} , меняя частоту Ω .

7.4. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ И ВЫВОДЫ ПО ЧИСЛЕННОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ КОГЕРЕНТНОГО УСИЛЕНИЯ В КРИСТАЛЛЕ РУБИНА

В связи с наличием расщепления нижнего уровня в рубине возникает вопрос, чем обусловлены вторичные максимумы интенсивности: развитием знакопеременных осцилляций огибающей поля, вызванных оптической нутацией под действием усиливаемого сигнала или биениями, возникающими с частотой ω_{21} . Интерпретация этого факта затруднена, поскольку частота Раби и ω_{21} примерно одинаковы. Как уже указывалось, одним из интересных результатов данной работы является вывод о том, что осцилляции Раби являются знакопеременными, в отличие от биений, обусловленных расщеплением уровня. В работе [41] для доказательства скачка фазы поля на π , был поставлен эксперимент, в котором исследовалась эволюция фазы поля на протяжении импульса. Изменение знака огибающей (или скачок фазы на π) выражалось в скачке

интерференционных полос на половину области дисперсии эталона, то есть в положение прежних максимумов интенсивности.

Проведенные нами расчеты указывают на то, что расщепление нижнего уровня в рубине может оказывать существенное влияние на когерентное усиление импульсов большой площади, и в экспериментах [41] интерпретация второго и третьего максимума является неоднозначной. Из расчетов следует (рис. 7.10), что второй максимум обусловлен расщеплением, а третий максимум осцилляцией Раби.

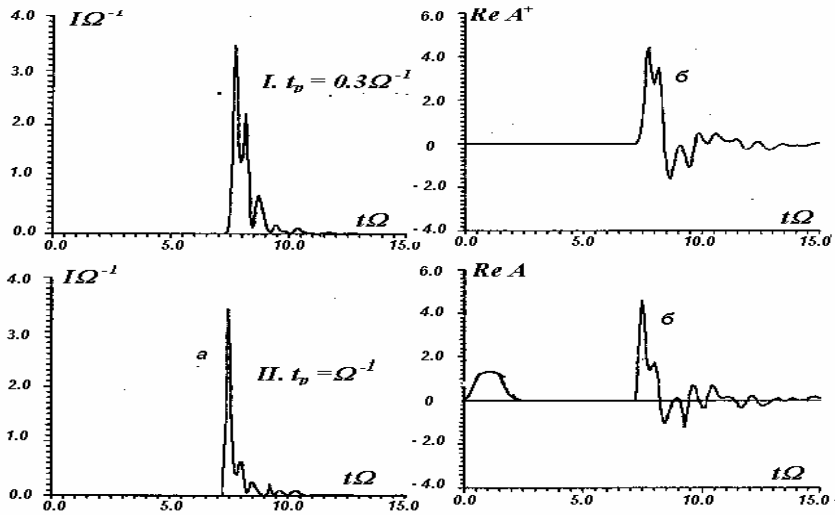


Рис. 7.10. Когерентное усиление в трехуровневой среде при изменении величины расщепления. $\theta_0 = \pi$, $L = 7c\Omega^{-1}$, $t_p = 0.3\Omega^{-1}$, $\gamma_{31} = \gamma_{32} = 0.5\Omega$, $\gamma_{21} = 0.005\Omega$, $\mu = 0.95$; a – динамика интенсивности, $б$ – динамика поля излучения

На рис. 7.11 приведены экспериментальные результаты когерентного усиления слабого сигнала $\theta_0 = 0.01\pi$. На денситограммах форма выходного сигнала искажена из-за недостаточно высокого разрешения ЭОК. Тем не менее, можно заключить, что длительности входных импульсов уменьшаются сверху вниз. Как видно, при уменьшении τ_p возникает пиковая структура выходного импульса. На основании теоретического анализа когерентного усиления слабых сигналов в двухуровневой среде, проведенного в [41], утверждалось, что первый пик в импульсе представляет собой усиленный входной сиг-

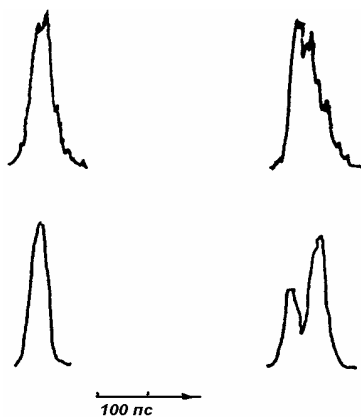


Рис. 7.11. Экспериментальные денситограммы усиления в рубине при 80 К: $L = 12$ см, $\alpha L \approx 5.5$. Слева – входные импульсы, справа – выходные.

нал, второй – является импульсом индуцированного сверхизлучения. Однако результаты наших численных расчетов, моделирующих экспериментальную ситуацию и выполненных с использованием трехуровневой модели указывают на то, что данная структура может полностью представлять собой фрагмент сверхизлучения, в котором проявилась тонкая структура уровней среды (пички находятся на расстоянии ω_{21}^{-1}). Здесь интерпретация эксперимента осложняется тем фактом, что в отличие от случая усиления сигналов большой площади, знакопеременные осцилляции огибающей поля развиваются медленно ввиду малости частоты Раби для сла-

бого поля, а если T_2 мало, то их не будет вообще.

Таким образом, эксперимент по изучению изменения фазы поля по ходу импульса не сможет прояснить природу возникающих осцилляций.

На рис. 7.12 приведен расчет с учетом однородного и неоднородного уширения, соответствующего экспериментальной денситограмме, из которого следует, что, скорее всего в эксперименте была зафиксирована осцилляции, обусловленные частотой Раби, и экспериментальным данным приблизительно соответствует часть, находящаяся выше пунктирной линии.

Для как можно более полного исследования эволюции системы трехуровневых возбужденных атомов в электромагнитном поле в рамках нашей задачи, представим следующую ситуацию. На указанную систему подается или спонтанно зарождается внутри нее слабый ($\theta_0 \ll 1$) относительно длинный импульс излучения ($\omega_{21}^{-1} < \tau_p < T_2$) с несущей частотой $\omega_0 = \omega_{31}$. Процесс происходит в достаточно длинном образце (например, $L = 16c\Omega^{-1}$), значение дипольного момента смежного перехода d_{32} несколько превосходит дипольный момент основного перехода (например, $\mu = 1, 1$). Каков будет результат на выходе такой системы? Как следует из вышеизложенного, слабый длинный входной импульс по мере прохождения образца усиливается и сокращает-

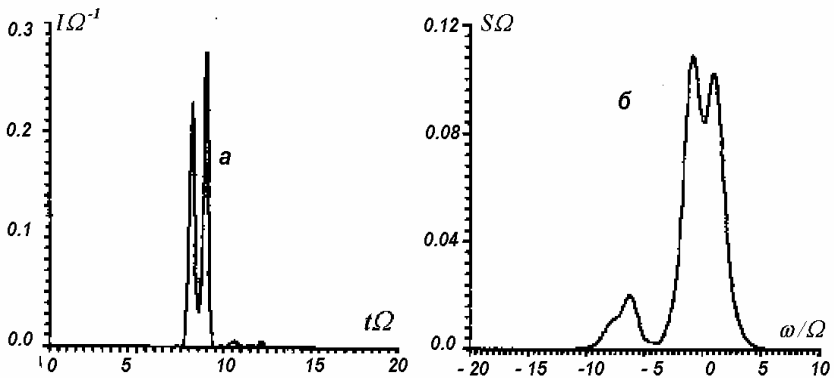


Рис. 7.12. Когерентное усиление в рубине (расчет). $\theta_0 = 0.02\pi$, $L = 7c\Omega^{-1}$, $t_p = 0.2\Omega^{-1}$, $\gamma_{31} = \gamma_{32} = 0.6\Omega$, $\gamma_{21} = 0.005\Omega$, $\gamma_2^* = 1\Omega$, $\Omega^{-1} = 60$ нс; *a* – динамика интенсивности, *б* – спектр излучения

ся. Его спектр начинает захватывать близлежащие уровни, и излучение происходит преимущественно на переходе 3–2.

Таким образом, на выходе усилителя мы имеем осциллирующую структуру, несущую информацию о строении энергетических уровней активной среды, форма этой структуры зависит от ω_{21} , L , μ , T_2 , т.е. в основном от параметров самой среды, а не входного поля.

В целом следует отметить, что полученная зависимость выходного сигнала от длины L согласуется с идеей, изложенной в [42, 43], которая состоит в том, что при больших длинах усилителя выходной импульс должен быть близок к автомоделному импульсу, и он почти не зависит от начальных условий. Увеличение длины усиления приводит к возрастанию роли когерентных эффектов и влияния третьего уровня на результаты усиления.

Результат практически не зависит от того, с какой парой уровней сигнал находится в резонансе, а определяется соотношением дипольных моментов и времен поперечной релаксации, т.е. свойствами среды и при определенных условиях в зависимости от этих величин возможна эффективная перекачка запасенной в среде энергии в излучение на частоте смежного перехода.

Численное моделирование в трехуровневой резонансной среде указывает на существование осциллирующей формы или пиковой на частоте ω_{21} на фоне знакопеременных осцилляций Раби интенсив-

ности выходного сигнала. Вид указанной структуры зависит от соотношения характерной частоты Раби, связанной с инверсией населенности и расщепления ω_{2l} . В частности, при $\Omega < \omega_{2l} < \tau_p^{-1}$ расстояние между пиками соответствует величине расщепления ω_{2l}^{-1} . Осцилляции (модуляции), обусловленные расщеплением нижнего энергетического уровня, происходят без изменения знака огибающей электрического поля, в отличие от осцилляций Раби.

ГЛАВА 8

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЯВЛЕНИЯ ФОТОННОГО ЭХА В РЕЗОНАНСНЫХ СРЕДАХ

В настоящее время интенсивно ведутся работы по использованию когерентных процессов для различных технических и спектроскопических приложений [1–6], в частности, создания ячеек памяти для оптических вычислительных машин, определения спектроскопических параметров исследуемой среды. Вопросы записи и считывания информации в неоднородноширенных спектрах люминесценции в примесных кристаллах и органических молекулах изложены в ряде работ [8–15]. Схема записи информации на неоднородном контуре линии люминесценции может быть произведена различными методами: в режиме самодифракции [11–15], четырехволнового смешения [8]. В основе записи и считывания информации в пикосекундной голографии может быть использовано также явление фотонного эха [5–7].

Различаются два типа фотонного эха. Первый тип основан на методе фотохимического выжигания атомов на неоднородном спектре [16–19]. В результате фотохимического метода получаем определенный (специальный) вид неоднородного контура. Достоинство этого метода заключается в том, что выжигание можно производить бесконечно, например, последовательностью импульсов-кодов, то тех пор, пока информация не запишется на неоднородном контуре. Время хранения информации определяется только временем сохранения фотохимического кристалла и может быть порядка нескольких лет. Недостатком данного метода является то, что информация, записанная в кристалле с его помощью, не подлежит изменению. Такая запись

информации может быть использована в качестве постоянно запоминающих устройств в оптических вычислительных машинах.

Другой тип фотонного эха основан на селективном возбуждении неоднородного контура. В этом методе запись информации производится последовательностью двух импульсов-кодов, в результате чего создается решетка инверсной заселенности на неоднородном контуре и время хранения информации определяется временем продольной релаксации T_2 , которое в лучшем случае равно нескольким микросекундам. Однако поиск веществ с длительными временами жизни возбужденных состояний может способствовать развитию экспериментальной методики хранения информации на неоднородном контуре с помощью метода фотонного эха. В работах [20, 21] сообщаются эксперименты в кристалле LaF: Pr^{3+} по хранению информации на неоднородном возбужденном состоянии до 15 минут.

В данной главе проводится математическое моделирование фотонного эха на основе уравнений Максвелла – Блоха для двухуровневых систем. Получены уравнения, моделирующие стимулированное фотонное эхо в средах с расщеплением нижнего уровня, и приводятся результаты численного моделирования фотонного эха для примесных кристаллов, имеющих расщепление энергетических уровней (рубин, LaF: Pr^{3+}).

8.1. МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОТОННОГО ЭХА В ДВУХУРОВНЕВЫХ СРЕДАХ

Впервые явление фотонного эха в оптическом диапазоне было предсказано В.Р. Нагибаровым и У.Х. Копвиллемом в 1962–1963 гг. [23]. В 1964 г. это явление было обнаружено Н. Курнитом, И. Абелла и С. Хартманом [24]. Дальнейший экспоненциальный рост исследований по фотонному эху позволили применять данное явление для различных спектроскопических приложений [1–27]. В этих работах изложены теоретические обоснования, экспериментальные исследования и практические приложения данного явления в различных диапазонах частот в магнитных и диэлектрических резонансных средах. В этом параграфе мы приводим методику исследования фотонного эха с помощью численного моделирования уравнений Максвелла – Блоха и получения точных решений в виде спектральных и кинетических характеристик среды и электромагнитного поля, максимально приближенных к экспериментальным ситуациям.

Фотонное (световое) эхо является когерентным оптическим откликом динамической поляризации среды на воздействие двух и более разнесенных во времени лазерных импульсов, длительность которых меньше T_1 и T_2 . Сигнал эха, генерируемый резонансной средой в момент времени t_2 между двумя ($\pi/2$ и 1.1π) возбуждающими импульсами, по классическому определению называется первичным световым эхо (ПСЭ). Возбуждающие импульсы аппроксимировались гауссовской функцией. Расстояние между пиками инверсии соответствует обратному времени между возбуждающими импульсами. Спектр выходного импульса соответствует спектру селективно возбужденного неоднородного контура спектра поглощения. Если воздействовать на среду третьим импульсом через время $t > t_1 + 2t_2$, то мы получим последовательность сигналов стимулированного фотонного эха (ССЭ). Сигналы излучаются средой через промежутки t_1 .

Для демонстрации численного моделирования фотонного эха с помощью уравнений Максвелла – Блоха на основе разработанных программ была проведена серия расчетов при площади поля двух возбуждающих импульсов $\theta_1 = \theta_2 = 0.5\pi$ (рис. 8.1). Площадь третьего импульса изменялась от 0.5π до π . На рис. 8.2 приведена динамика формирования инверсии населенности по неоднородному контуру, из которой следует, что решетка населенности является нестационарной и осциллирует по времени.

После воздействия первого импульса происходит поглощение импульса, и его энергия идет на создание инверсии населенности (рис. 8.2а). Вторым 0.5π -импульс создает решетку населенности. Через промежуток $2t_1$ происходит излучение первичного фотонного эха. При этом решетка инверсии населенности изменяется в сторону сужения самих решеток.

После воздействия зондирующего или третьего возбуждающего импульса (ЗИ) через промежуток $t > 2t_1$ решетка населенности изменяется, появляется структура в самих решетках, т.е. происходит запись информации (формы 3 импульса) на неоднородный контур (рис. 8.2 д). Затем через промежутки $n t_1$, $n=1, 2, 3...$ после зондирующего импульса следуют импульсы стимулированного фотонного эха.

Результаты моделирования показывают, что интенсивность сигналов второго и последующих ССЭ зависит от площади третьего возбуждающего импульса. При площади третьего импульса $0.7-0.9\pi$ из-за изменения фазы амплитуды поля можно наблюдать двугорбое ССЭ.

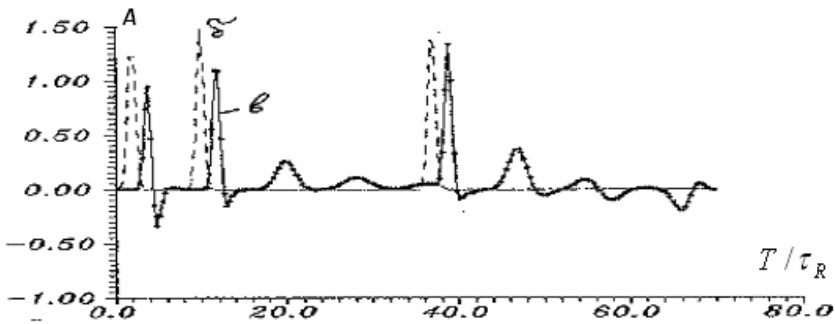
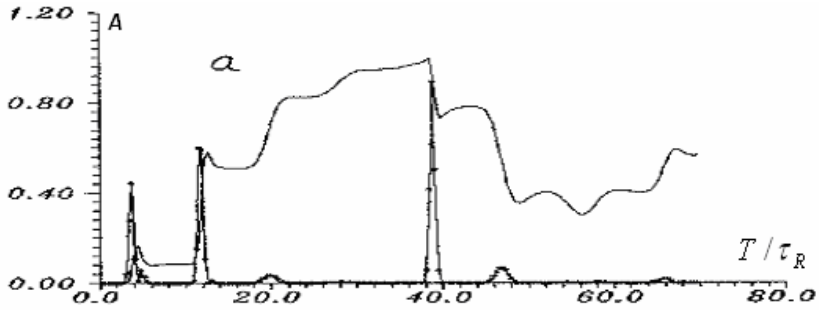


Рис.8.1. Динамика интенсивности, импульса поля и населенности атомов для центральной частоты неоднородного контура

Рассмотрим причину изменения амплитуды поля. Из динамики населенности для центральной частоты следует, что вследствие поглощения последовательности двух 0.5π -импульсов по образцу создается решетка инверсии населенности по неоднородному контуру. Через время, равное времени между импульсами, следует импульс ПСЭ и последовательность многократного СЭ, причем населенность второго уровня растет, а фаза поля является положительной.

Третий импульс приводит, с одной стороны, к генерации резонансной системной последовательности ССЭ, а с другой – снимает инверсию населенности.

Сигналы ССЭ имеют отрицательную фазу (в дальнейшем будем называть их сигналами истинного ССЭ). Вследствие интерференции сигналов ПСЭ и истинного ССЭ наблюдаемая в экспериментах форма ССЭ может иметь двугорбый вид (см. рис. 8.1 и 8.3).

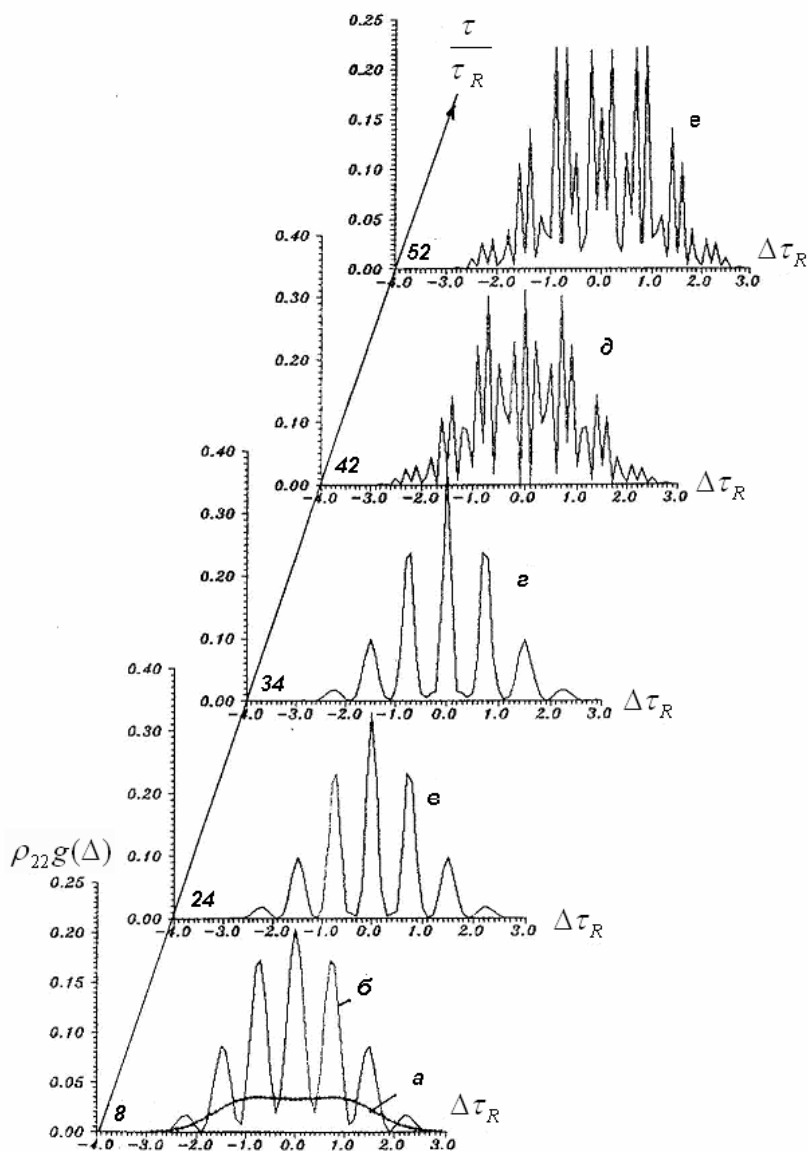


Рис. 8.2. Формирование решетки населенности на неоднородном контуре спектра люминесценции: *a* – населенность по неоднородному контуру после воздействия первого импульса, *б–e* – населенность неоднородного контура после воздействия следующих импульсов

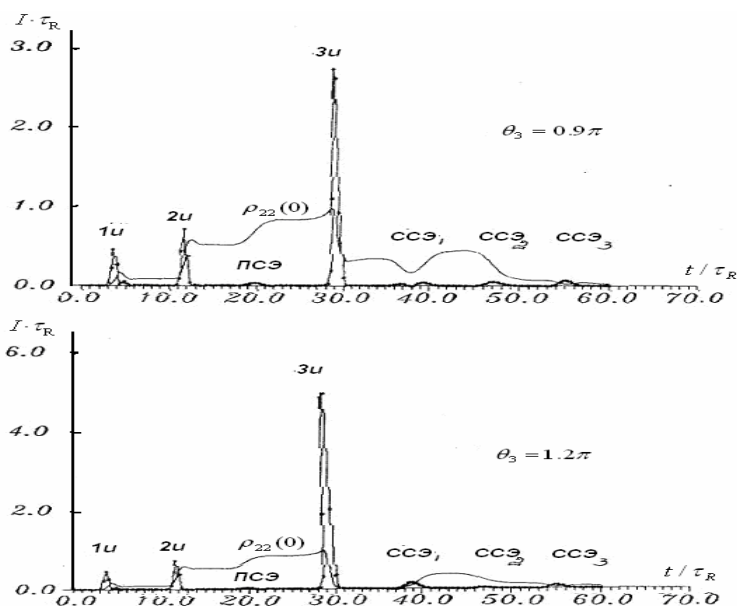


Рис. 8.3. Динамика формирования первичного и стимулированного эха при различных значениях зондирующего третьего импульса: $\rho_{22}(0)$ – динамика населенности атомов второго уровня на центральной частоте неоднородного контура

8.2. МОДЕЛИРОВАНИЕ СТИМУЛИРОВАННОГО ФОТОННОГО ЭХА В КРИСТАЛЛАХ, ИМЕЮЩИХ РАСЩЕПЛЕНИЕ НИЖНЕГО УРОВНЯ ПРИМЕСНЫХ ЦЕНТРОВ

Одним из возможных технических приложений использования явления фотонного эха является создание оптических запоминающих устройств (ОЗУ). Предельное значение емкости таких устройств оценивается в 10^{12} – 10^{13} бит [22]. Как мы отмечали, в п. 8.1 одной из причин, задерживающих развитие голографического принципа записи и хранения информации, основанное на явлении стимулированного фотонного эха, является малое время хранения информации. Оно определяется временем продольной релаксации T_1 .

Теория формирования фотонного эха в средах с расщеплением энергетических уровней рассматривалась в ряде работ, монографий

и обзоров [25–37]. Раздел когерентной спектроскопии, изучающий явления эхо с расщеплением энергетических уровней, называется модуляционной эхо-спектроскопией.

В данном параграфе мы приводим методику исследования явления фотонного эха в средах с расщеплением нижнего уровня на основе математического моделирования и вычислительного эксперимента согласно его технологии «модель – алгоритм – программа – вычислительный эксперимент».

Проведем исследование формирования динамики первичного и стимулированного фотонного эха в средах, имеющих сверхтонкое расщепление нижнего уровня. Моделирование проведем с учетом неоднородного уширения линии люминесценции.

Математическая модель, описывающая фотонное эхо в трехуровневых системах с учетом неоднородного уширения линии люминесценции, представляется в виде системы дифференциальных уравнений в частных производных:

$$\begin{aligned}
 -\frac{\partial A^L}{\partial x} + \frac{n}{c} \frac{\partial A^L}{\partial t} &= \frac{1}{nL} \int G(\Delta) [R^L_{31}(\Delta) + \mu g_{\omega} R^L_{32}(\Delta)] d\Delta, \\
 \frac{\partial A^R}{\partial x} + \frac{n}{c} \frac{\partial A^R}{\partial t} &= \frac{1}{nL} \int G(\Delta) [R^R_{31}(\Delta) + \mu g_{\omega} R^R_{32}(\Delta)] d\Delta, \\
 \frac{\partial \rho_{33}}{\partial \tau} &= -[\mu(R^R_{32} A^{R*} + A^R R^R_{32}) + A^R R^{R*}_{31} + A^{R*} R^R_{31} + \\
 &\quad + \mu(R^L_{32} A^{L*} + A^L R^L_{32}) + A^L R^{L*}_{31} + A^{L*} R^L_{31}], \\
 \frac{\partial \rho_{22}}{\partial \tau} &= \mu(A^{R*} R^R_{32} + A^R R^{R*}_{32} + A^{L*} R^L_{32} + A^L R^{L*}_{32}), \\
 \frac{\partial \rho_{11}}{\partial \tau} &= A^{R*} R^R_{31} + A^R R^{R*}_{31} + A^{L*} R^L_{31} + A^L R^{L*}_{31}, \\
 \frac{\partial R^R_{32}}{\partial \tau} &= A^R ((\rho_{33} - \rho_{22})\mu - \rho^{R*}_{21}) + R^R_{32} ((\omega_{21} - \Delta)i - g_{32}), \\
 \frac{\partial R^L_{32}}{\partial \tau} &= A^L ((\rho_{33} - \rho_{22})\mu - \rho^{L*}_{21}) - R^L_{32} ((\Delta - \omega_{21})i - g_{32}), \\
 \frac{\partial R^R_{31}}{\partial \tau} &= A^R (\rho_{33} - \rho_{11} + \mu \rho_{21}) - (i\Delta + g_{31}) R^R_{31},
 \end{aligned} \tag{8.7}$$

$$\frac{\partial R_{31}^L}{\partial \tau} = A^L (\rho_{33} - \rho_{11} + \mu \rho_{21}) - (i\Delta + g_{31}) R_{31}^L,$$

$$\frac{\partial \rho_{21}}{\partial \tau} = \mu (A^R R_{31}^R + A^L R_{31}^L) + A^R R_{32}^R + A^L R_{32}^L - \rho_{21} i \omega_{21}.$$

Эта система уравнений может быть получена из уравнений для матрицы плотности (случай Λ -схемы) и волнового уравнения согласно методике изложенной в главе 7. При выводе данной системы уравнений использовалось приближение медленноменяющихся амплитуд поля, поляризации и приближение коллинеарных волн. Предполагалось отсутствие дипольного перехода между расщепленными уровнями ($d_{21} = 0$). Решение для поля и поляризации искалось в виде правой и левой волн. В системе уравнений (8.7) индексы R и L определяют правую и левую волну, n – фоновый показатель преломления среды, $\mu = d_{32}/d_{31}$ – отношение дипольных моментов переходов, $\tau = t/\tau_R$:

$$A = -\frac{ic}{2\pi\omega_0 d_{31} N_0 L} E, \quad \tau_R = \frac{\hbar c}{4\pi\omega_0 d_{31}^2 N_0 L}, \quad (8.8)$$

где L – длина образца, N_0 – плотность активных атомов, d_{31} – дипольный момент перехода канала 3–1, E – медленно меняющаяся амплитуда электрического поля, A – безразмерная амплитуда поля, τ_R – масштабная единица времени в данной задаче.

Начальные и граничные условия для задачи фотонного эха.

Задание начальных условий в виде :

$$\rho_{33}(\xi, \tau = -\xi) = 0.0, \rho_{22}(\xi, \tau = -\xi) = 0.0, \rho_{11}(\xi, \tau = -\xi) = 1.0;$$

$$A(\xi, \tau = -\xi) = 0; \quad (8.9a)$$

$$R_{ij}(\xi, \tau = -\xi) = 0, i, j = 1, 2, 3; i \neq j$$

означает, что атомная система находится в начальный момент в основном состоянии. Граничные условия имеют вид:

$$A_0^R(\tau, 0) = \frac{\theta_1 \pi}{\tau_p \sqrt{2\pi}} \exp(-(\frac{t-t_0}{\tau_p})^2 / 2), \quad (8.9б)$$

$$A_1^L(\tau, L) = \frac{\theta_2 \pi}{\tau_p \sqrt{2\pi}} \exp(-(\frac{t-t_0-t_1}{\tau_p})^2 / 2), \quad (8.9в)$$

$$A_3^R(\tau, 0) = \frac{\theta_3 \pi}{\tau_p \sqrt{2\pi}} \exp(-(\frac{t-t_0-t_1-t_2}{\tau_p})^2 / 2), \quad (8.9г)$$

где $t_{12} = 2t_0 + t_1$, $t_{23} = 3t_0 + t_2$ определяют время задержки второго и третьего импульсов относительно соседних возбуждающих импульсов, t_0 – время задержки первого импульса, t_p – длительность возбуждающих импульсов.

Для описания явления фотонного эха можно использовать уравнения (8.7) с учетом правой и левой волн для выполнения условия синхронизма, однако процесс формирования фотонного эха разнесен по времени. Это условие причинности позволяет расцепить уравнения с учетом правой и левой волн при условии $L/c \ll t_{12}, t_{23}$. Расщепленные системы уравнений решаются независимо. При этом в качестве начальных условий для одной системы уравнений (для левой волны) используются решения другой системы (правой волны), граничные условия задаются в виде (8.9б–г).

Если длина образца $L/c \ll t_p$, то для описания явления фотонного эха в средах со сверхтонким расщеплением нижнего уровня с учетом неоднородного уширения линии люминесценции можно использовать упрощенную математическую модель в виде системы уравнений в частных производных:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{n}{c} \frac{\partial A}{\partial t} &= \frac{1}{nL} \int G(\Delta) [R_{31}(\Delta) + \mu g_{\omega} R_{32}(\Delta)] d\Delta, \\ \frac{\partial \rho_{33}}{\partial \tau} &= -[\mu(R_{32} A^* + AR_{32}^*) + AR_{31}^* + A^* R_{31}], \\ \frac{\partial \rho_{22}}{\partial \tau} &= \mu(A^* R_{32} + AR_{32}^*), \quad \frac{\partial \rho_{11}}{\partial \tau} = A^* R_{31} + AR_{31}^*, \\ \frac{\partial R_{32}}{\partial \tau} &= A((\rho_{33} - \rho_{22})\mu - R_{21}^*) - R_{32}((\Delta - \omega_{21})i + g_{32}), \\ \frac{\partial R_{31}}{\partial \tau} &= A(\rho_{33} - \rho_{11} + \mu\rho_{21}) - (i\Delta + g_{31})R_{31}, \\ \frac{\partial \rho_{21}}{\partial \tau} &= \mu A^* R_{31} + AR_{32}^* - \rho_{21}(i\omega_{21} + g_{21}) \end{aligned} \quad (8.10)$$

с граничными условиями в виде последовательности импульсов (8.9б–г) в одном, а именно в правом направлении.

Для решения этой системы уравнений использовалась программа, разработанная для задачи когерентного усиления в средах с расщеплением нижнего уровня (см. приложение 2). Начальные и гра-

нические условия задавались в виде (8.9а) и (8.9б–г). Устойчивость решения исследовалась по методике, изложенной в главе 1, п. 1.2. Для задачи фотонного эха устойчивость решения достигалась при шаге интегрирования $h = 0.01 \tau_R$.

8.3. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Изучение явления стимулированного эха в средах с расщеплением энергетических уровней имеет практическую значимость. Она связана, в частности, с разработками «оптической» динамической памяти на основе явления долгоживущего фотонного эха.

Явление долгоживущего фотонного эха реализуется в резонансных средах с расщеплением энергетических уровней. Это расщепление может быть обусловлено сверхтонким или суперсверхтонким взаимодействием, в результате которого образуются ядерные подуровни. На такую систему подается последовательность ультракоротких импульсов. Фронт волны импульсов несет информацию об объекте. После воздействия импульсов в неоднородном контуре создается решеточная заселенность атомов. На ядерных подуровнях создается населенность в виде некоторого распределения возбужденных атомов по неоднородному контуру, которое является информацией, записанной на неоднородном контуре. Таким образом, говоря о распределении населенности второго уровня, мы говорим об информации записанной в спектре неоднородного контура, или об оптической памяти. Распределение возбужденных атомов на втором энергетическом уровне может сохраняться достаточно долго. Это связано с тем, что переход 2–1 является запрещенным. Явление долгоживущего эха было обнаружено в 1979 г. в кристалле $\text{LaF}_3 : \text{Pr}^{3+}$ [20, 21], время хранения информации достигало четверти часа. В работе [22] сообщалось о разработке на этом кристалле ОЗУ с большой емкостью, равной 10^{15} бит.

Прежде чем рассмотреть явление долгоживущего эха, выясним картину формирования стимулированного фотонного эха в средах с расщеплением уровней на основе математической модели (8.10). В качестве физической модели выберем кристалл рубина, имеющего расщепление нижнего уровня (R-линия), и проведем вычислительный эксперимент.

Иллюстрация динамики излучения стимулированного фотонного эха и населенности энергетических уровней для центральной частоты

ты неоднородного контура в кристалле рубина для пикосекундного диапазона приведена на рис. 8.5. Площадь возбуждающих импульсов $\theta_1 = \theta_2 = 0.5\pi$, а зондирующего $\theta_3 = 0.5\pi$. Расчеты проводились при наличии поперечной релаксации $\gamma_{31} = \gamma_{31} = 0.2 \tau_R^{-1}$. Дипольный момент перехода $\mu = d_{32}/d_{31} > 1$. На графиках интенсивности фотонного эха четко просматривается модуляция обусловленная расщеплением нижнего энергетического уровня и соответствующая экспериментам в рубине (см. например, [26], с. 103–109).

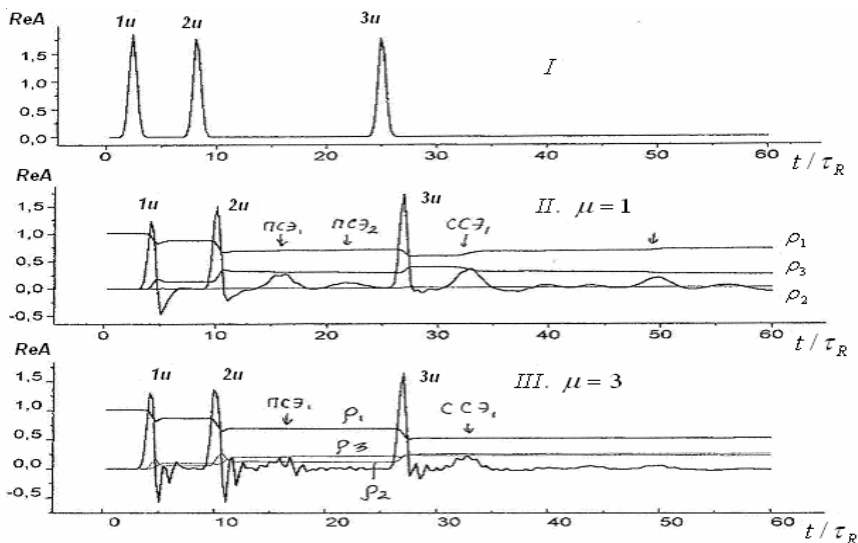


Рис. 8.5. Динамика населенности уровней и формирование ПСЭ и ССЭ при различных соотношениях дипольных моментов переходов расщепленных уровней

Данная модуляция зависит от соотношения дипольных моментов $\mu = d_{32}/d_{31}$ (рис. 8.5). Это объясняется тем, что в первом случае (рис. 8.5 (II)) вклад величины расщепления в излучение незначителен, хотя дипольные моменты одинаковы. Во втором случае (рис. 8.12 (III)) начинает играть роль ближайший энергетический уровень 2, так как дипольный момент перехода канала 3–2 больше, чем дипольный момент перехода 3–1 и излучение идет по каналу 3–2, также как и для когерентного усиления. Спектр излучения фотонного эха центрирован на центральную частоту неоднородного контура, и излучение идет по каналу 3–1.

При выполнении условия $\omega_{21} = 2\pi \tau_{12}^{-1}$ трехуровневая среда в отсутствие релаксаций ведет себя как двухуровневая. Этот эффект был назван явлением просветления [38]. На основе вычислительного эксперимента нами установлено, что этот эффект имеет место при наличии неоднородного уширения. Иллюстрация явления просветления в неоднородноуширенных системах представлена на рис. 8.6а, из которого видно, что интегральная населенность второго уровня осциллирует в зависимости от величины расщепления, т.е. существуют провалы интегральной населенности, в точности соответствуют обратной величине времени задержки между двумя возбуждающими импульсами $2\pi\tau_{12}^{-1}$.

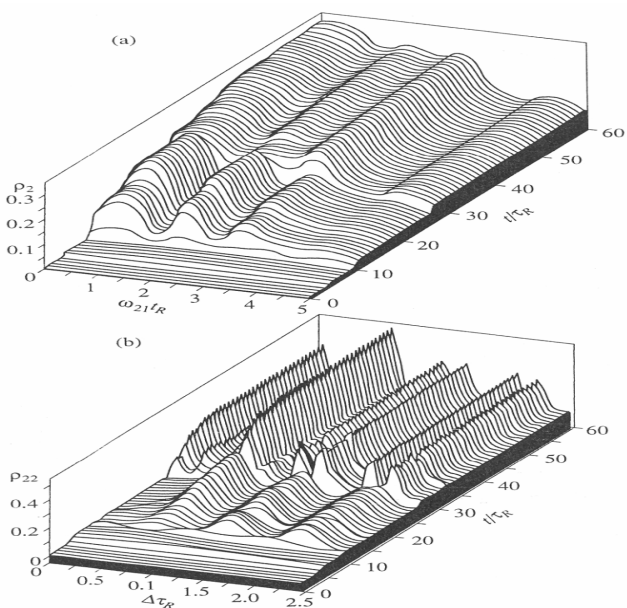


Рис. 8.6

На частотах, кратных данной, населенность второго уровня минимальна. Таким образом, для получения максимальной населенности второго уровня можно изменять задержку τ_{12} так, чтобы провалы просветления не совпадали с частотой расщепления ω_{21} .

Динамика населенности второго уровня показывает (рис. 8.6 (б)), что последовательность импульсов перераспределяет населенность

по неоднородному контуру, создавая решетку населенности по неоднородному контуру как на втором, так и на третьем уровне.

Перераспределение наиболее резко проявляется при малых величинах расщепления уровней и происходит увеличение интегральной населенности второго уровня. Оно объяснимо тем, что при малых расщеплениях спектр возбуждающих импульсов $2\pi\tau_p^{-1}$ намного перекрывает величину расщепления ω_{21} . Излучение сигналов эха идет как по каналу 3–1, так и по каналу 3–2. Причем излучение больше идет там, где больше дипольный момент, т.е. по каналу 3–2, соответственно, наблюдается рост населенности второго уровня. Поэтому наблюдаемая в экспериментах двугорбая форма ССЭ и ПСЭ может быть результатом интерференции атомной системы по неоднородному контуру, вызванной возбуждающими импульсами или наличием расщепления нижнего уровня.

Явление долгоживущего фотонного эха. Осциллограммы наблюдаемых сигналов долгоживущего ССЭ приведены на рис. 8.7а (сигнал слева – третий возбуждающий импульс, справа – ССЭ). Обеим осциллограммам соответствует один и тот же временной интервал между первыми двумя импульсами $t_{21} = 50$ нс. Формирование стимулированного фотонного эха происходило на длине волны 478.7 нм на энергетическом переходе $P_0^3 - H_4^3$ ионов Pr^{3+} в LaF_3 . Концентрация ионов трехвалентного празеодима составляла 1 ат.%. Температура исследуемого образца находилась в пределах 1.5–4.2 К.

На рис. 8.7(б) приведена кривая спада сигнала долгоживущего эха из работы [21]. Из рисунка следует, что сигнал ССЭ надежно фиксируется при задержках t_{32} , равных и несколько больших 3 мин.

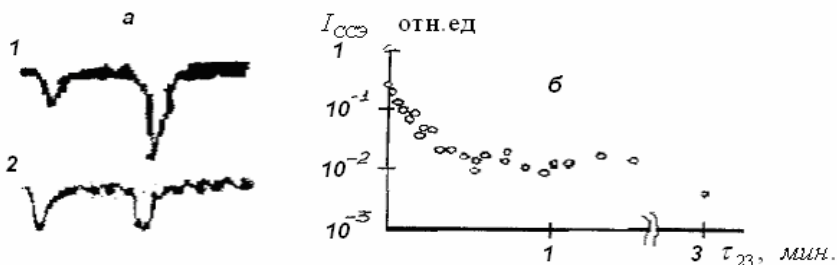


Рис. 8.7. Эксперимент по долгоживущему эху: а – осциллограмма, б – кривая спада сигнала

Кривая спада сигнала ССЭ испытывает сильную модуляцию, вызванную сверхтонким взаимодействием.

Схема нижнего уровня в кристалле $\text{LaF}_3:\text{Pr}^{3+}$ несколько сложнее, чем в рубине. Кроме штарковского расщепления уровней празеодима имеется электрическое квадрупольное взаимодействие электронов с квадрупольным моментом ядра, а также сверхтонкое взаимодействие второго порядка, которое расщепляет каждое электронное состояние на три крамерово вырожденных подуровня.

Отметим, что чаще всего эксперименты по фотонному эху проводятся при селективном возбуждении неоднородного спектра поглощения. В главе 3 мы показали, что при селективном возбуждении неоднородного контура можно использовать систему уравнений для полностью возбужденного неоднородного контура, но плотность всех атомов при этом необходимо заменить на плотность возбужденных атомов, а ширину неоднородного контура на ширину спектра возбуждения. Поэтому в исследованиях по фотонному эху будем считать, что происходит селективное возбуждение неоднородного спектра поглощения.

Для простоты моделирования долгоживущего ССЭ в $\text{LaF}_3:\text{Pr}^{3+}$ можно использовать трехуровневую систему, аналогичную уровням в кристалле рубина. Можно применить в качестве математической модели уравнения (8.10).

На рис. 8.8 приведены расчеты, соответствующие параметрам кристалла $\text{LaF}_3:\text{Pr}^{3+}$ для разных частот расщепления нижнего энергетического уровня, из которых следует, что форма импульсов ПСЭ и ССЭ, сильно зависит от спектроскопических параметров среды.

Время t_{23} в задаче долгоживущего фотонного эха больше 3 мин. Электрон-фотонные взаимодействия сбивают корреляцию дипольных моментов в течение задержки подачи третьего зондирующего импульса t_{23} . Проясним, как происходит подавление поляризации, что важно для понимания как происходит сохранение населенности в задаче долгоживущего эха.

Так как при моделировании долгоживущего эха время между вторым и третьим импульсом удовлетворяет соотношению $t_{23} \gg t_{12}$, будем считать, что на временах больших, чем время появления первичного фотонного эха, активно включаются процессы фазовой релаксации (как поперечной, так и продольной), и рассмотрим, насколько фазовая релаксация обнуляет поляризацию в среде.

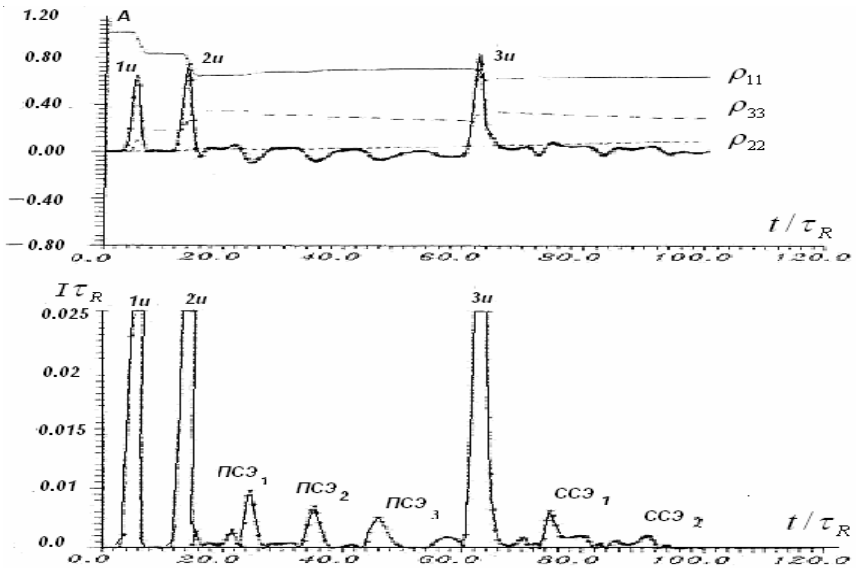


Рис. 8.8

Численные расчеты показали, что при включении сильной поперечной релаксации после проявления сигнала ПСЭ происходит подавление только поляризации R_{31} . Влияние поперечной релаксации приводит к затуханию поляризации на переходе 3–1 и слабо действует на переход 3–2. Это связано с настройкой частоты входного поля на переход 3–1 и с относительно большой величиной расщепления ω_{21} по отношению к спектрам возбуждающих импульсов. Решетка населенности второго уровня, сформированная последовательностью возбуждающих импульсов, при наличии фазовой релаксации сохраняется. Сохранение населенности в течение длительного времени третьего и второго уровня, на наш взгляд, объяснимо наличием неоднородной релаксации.

Моделирование когерентного возбуждения среды последовательностью импульсов в средах с расщеплением нижнего уровня с учетом неоднородного уширения линии люминесценции выявило следующие приближенные к экспериментам условия создания и сохранения электронов (информации) на втором уровне:

– условие создания населенности второго уровня должно удовлетворять соотношению $\mu = d_{32}/d_{31} > 1$. Это согласуется с выводами

авторов [33] о том, что для сохранения информации на неоднородном контуре линии люминесценции необходимо, чтобы относительная величина дипольного момента была больше единицы, т.е. $\mu > 1$. Создание населенности второго уровня имеет место, если переход 3–2 является когерентным, а 3–1 некогерентным, так как в этом случае высвечивание идет по каналу 3–2 [37];

– необходимое условие для захвата населенности уровней спектр возбуждающих импульсов должен быть больше величины расщепления, т.е. $w_{21} < t_p^{-1}$;

– условие сохранения населенности уровней в течение длительного времени. Это возможно, если величина неоднородной релаксации намного больше ширины спектра возбуждающих импульсов ($g_2^* > \tau_p^{-1}$);

– населенность второго уровня будет максимальна, если для частоты расщепления ω_{21} выполняется условие $\omega_{21} = (2n+1)\pi \tau_{12}^{-1}$, $n = 0, 1, 2, \dots$

Поперечная релаксация, с одной стороны, является процессом, подавляющим поляризацию на переходах 3–1 и 3–2, с другой – наличие поперечной релаксации в задаче долгоживущего ССЭ не влияет на созданную населенность второго уровня, где происходит запись информации последовательностью кодов-импульсов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной монографии рассмотрены технологии метода математического моделирования для исследования явлений в когерентной спектроскопии. По всей книге в основе теоретического изучения когерентных эффектов красной нитью проходит основная технология математического моделирования «модель – алгоритм – программа – вычислительный эксперимент – обработка результатов».

Когерентные эффекты – сверхизлучение, когерентное и летаргическое усиление, индуцированное сверхизлучение, фотонное эхо – исследованы с применением полуклассической теории излучения, в котором электромагнитное поле описывается фундаментальными уравнениями электродинамики – уравнениями Максвелла, а многоатомная система – квантовыми уравнениями Лиувилля – фон Неймана. С точки зрения теории математического моделирования для получения моделей использован метод «от сложного к простому» (фундаментальные уравнения). В силу специфики рассматриваемого явления задачи были упрощены и получены укороченные уравнения Максвелла – Блоха, которые являются нелинейными и в общем случае не могут быть решены аналитически. Для предварительного исследования построенных моделей использовался аналитический метод, включающий в себя анализ размерности величин, поиск частных решений, рассмотрение предельных случаев. В результате были получены первоначальные сведения о динамике изучаемых явлений.

Для численного решения уравнений Максвелла – Блоха и их модификаций использован метод прогноза и коррекции. Разработаны программы для проведения вычислительного эксперимента.

Рассмотрение многочисленных моделей и анализ их решений, которые были получены в результате вычислительного эксперимента, позволило представить физическую картину формирования динамики импульсов и спектра кооперативных эффектов – сверх излу-

чение, триггерное сверхизлучение, когерентное усиление импульсов и фотонное эхо в активных средах с реальными параметрами.

Таким образом, использование метода математического моделирования, как видно из результатов исследований, позволяет не только подтверждать и согласовывать теоретические результаты с экспериментальными, но и прогнозировать новые эффекты, которые стимулируют оригинальные эксперименты по изучению когерентных эффектов [1–14]. В конечном итоге такого рода исследования всегда приводят к созданию новых технологий не только в когерентной спектроскопии, но и в других смежных областях науки и техники.

Если методология математического моделирования в научном исследовании кооперативных эффектов в когерентной спектроскопии, изложенная в данной монографии, поможет читателю в своих исследованиях, то, как автор считает, цель данной работы будет достигнута.

ЛИТЕРАТУРА

К главе 1

1. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. М.: Наука, 1997. 320 с.
2. Введение в математическое моделирование: Учеб. пособие / Под ред. П.В. Трусова. М.: Логос, 2004. 440 с.
3. Бешенков С.А., Ракитина Е.А. Моделирование и формализация. Методическое пособие. М.: Лаборатория Базовых знаний, 2002. 336 с.
4. Гульд Х., Тобочник Я. Компьютерное моделирование в физике. Ч. I-II. М.: Мир, 1990.
5. Маликов Р.Ф. Основы математического моделирования. Уфа: БГПУ, 2005. 134 с.
6. Могилев А.В., Пак Н.И., Хеннер Е.К. Информатика: Учеб. пособие для студ. пед. вузов / Под ред. Е.К. Хеннера. М., 1999. 816 с.
7. Прусаков Г.М. Математические модели и методы в расчетах на ЭВМ. М.: Наука-Физматлит, 1993. 144 с.
8. Поршнев С.В. Компьютерное моделирование физических процессов с использованием пакета Mathcad: Учеб. пособие. М.: Горячая линия - Телеком, 2002. 252 с.
9. Поршнев С.В. Компьютерное моделирование физических систем с использованием пакета MathCAD: Учеб. пособие. М.: Горячая линия - Телеком, 2004. 319 с.
10. Семененко М.Г. Введение в математическое моделирование. М.: Солон-Р, 2002. 112 с.
11. Семененко М.Г. Математическое моделирование в MathCAD. М.: Альтекс-А, 2003. 206 с.
12. Маликов Р.Ф. Практикум по компьютерному моделированию физических явлений и объектов. Уфа: Изд-во БГПУ, 2004. 236 с.
13. Информатика. Задачник по моделированию. 7–9 базовый курс / Под ред. профессора Н.В.Макаровой. СПб.: Питер, 2003. 176 с.

14. *Жданов Э.Р., Маликов Р.Ф., Хисматуллин Р.К.* Компьютерное моделирование физических явлений и процессов методом Монте-Карло: Учебно-метод. пособие. Уфа: Изд-во БГПУ, 2005. 125 с.
15. *Седов Л.И.* Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука - Физматлит, 1987. 432 с.
16. *Краснощеков П.С., Петров А.А.* Принципы построения моделей. М.: Изд-во МГУ, 1983. 264 с.
17. *Вабищевич П.Н.* Численное моделирование. М.: Изд-во МГУ, 1993. 152 с.
18. *Годунов С.К., В.С. Рябенкий.* Введение в теорию разностных схем. М.: Физматгиз, 1962. 340 с.
19. *Калиткин Н.Н.* Численные методы. М.: Наука, 1970. 432 с.
20. *Дьяченко В.Ф.* Основные понятия вычислительной математики. М.: Наука, 1977. 128с.
21. *Самарский А.А.* Теория разностных схем. М.: Наука, 1977.
22. *Самарский А.А.* Введение в численные методы. М.: Наука, 1982. 272 с.
23. *Пирумов У.Г.* Численные методы: Учеб. пособие. М.: Изд-во МАИ, 1998. 188 с.
24. *Бусленко Н.П. и др.* Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло) / Под ред. Ю.А. Шрейдера. М.: Изд-во «Физматлит», 1962. 331с.
25. *Ермаков С. М.* Методы Монте-Карло и смежные вопросы. М.: Наука, 1971.
26. *Соболь И.М.* Численные методы Монте-Карло. М.: Изд-во «Физматлит», 1973. 311с.
27. *Гмурман В. Е.* Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие для втузов. 5-е изд., перераб. и доп. М.: Высш. школа, 1977.
28. *Методы Монте-Карло в физике и геофизике.* Ученые записки. Вып. 56 (Серия физических наук № 1) / Под ред. И.Г. Дядькина. Уфа: Изд-во БашГУ, 1978. 322 с.
29. *Биндер Курт и др.* Методы Монте-Карло в статистической физике: Пер.с англ. / Под ред. Г.И. Марчука, Г.А. Михайлова. М.: Мир, 1982. 400 с.
30. *Михайлов Г.А.* Некоторые вопросы теории методов Монте-Карло. М.: Наука, 1990. 142 с.

31. *Имитационное* и статистическое моделирование: Практикум для студентов мат. и экон. спец. / В.И. Лобач, В.П. Кирлица, В.И. Малугин, С. Н.Сталевская. Минск: БГУ, 2004. 189 с.
32. *Максимей И.В.* Имитационное моделирование на ЭВМ. М.: Радио и связь, 1988.
33. *Прицкер А.* Введение в имитационное моделирование и язык СДАМ II. М.: Мир, 1987.
34. *Дьяконов В.П.* Системы компьютерной математики Derive. Самоучитель. М.: Солон-Р, 2002.
35. *Дьяконов В.П.* Maple 7: Учебный курс. СПб.: Питер, 2002.
36. *Дьяконов В.П.* Mathematica 4: Учебный курс. СПб.: Питер, 2001.
37. *Дьяконов В.П.* MATLAB 6: Учебный курс. СПб.: Питер, 2001.
38. *Дьяконов В.П., Абраменкова И.В.* MATLAB. Обработка сигналов и изображений. СПб.: Питер, 2002.
39. *Дьяконов В.П., Круглое В.В.* MATLAB. Анализ, идентификация и моделирование систем: Специальный справочник. СПб.: Питер, 2002.
40. *Дьяконов В.П., Круглое В.В.* Математические пакеты расширения MATLAB: Специальный справочник. СПб.: Питер, 2001.
41. *Дьяконов В.П.* Вейвлеты. От теории к практике. М.: Солон-Р, 2002.
42. *Дьяконов В.П.* Компьютерная математика. Теория и практика. М.: Нолидж, 2001.
43. *Дьяконов В.П., Абраменкова И.В.* Mathcad 8 PRO в математике, физике и Internet. М.: Нолидж, 1999.
44. *Дьяконов В.П.* MathCAD 2001: Специальный справочник. СПб.: Питер, 2002.
45. *Разевиг В.Д.* Система сквозного проектирования электронных устройств DesignLab 8.0. М.: Солон, 1999.
46. *Разевиг В.Д.* Система схемотехнического моделирования MicroCAP V. М.: Солон-Р, 1997.
47. *Карлацук В. И.* Электронная лаборатория на IBM PC. Программа Electronics Workbench. М.: Солон-Р, 2000. 504с .
48. *Дьяконов В.П.* MATLAB 6/6.1/6.5. Simulink 4.5 в математике и моделировании. Полное руководство пользователя. М.: Солон-Пресс, 2003.
49. *Дьяконов В.П.* MATLAB 6/6.1/6.5. Simulink 4.5. Основы применения: Полное руководство пользователя. М.: Солон-Пресс, 2002.

50. Дьяконов В.П. Simulink 4: Специальный справочник. СПб.: Питер, 2002.
51. Дьяконов В.П. Vissim+Mathcad+MATLAB. Визуальное математическое моделирование. М.: Солон-Пресс, 2002.
52. Смолов В.Б., Лебедев А.Н. Вычислительные машины непрерывного действия. М.: Высш. школа, 1964. 553 с.
53. Урмаев А.С. Практикум по моделированию на АВМ. М.: Наука, 1976. 192 с.
54. Богданов А.А. Визуализация данных в Microcal Origin. М.: Альтекс, 2003. 104 с.
55. Миронов Д. Corel Draw 10: Учебный курс. СПб.: Питер, 2001.
56. Тайц А.М., Тайц А.А. Изучаем Corel Draw. СПб.: Питер, 2002.
57. Матоссян М. 3ds max 5 для Windows / Пер. с англ. М.: ДМК Пресс, 2003.

К главе 2

1. Dicke R.H. Coherence in spontaneous radiation processes // Phys.Rev. 1954. V. 93. P. 99–110.
2. Bloch F. Nuclear induction // Phys.Rev. 1946. V. 70. P. 460.
3. Torrey H.C. Transient nutation in nuclear magnetic resonance // Phys.Rev., 1949. V.76. P.1059.
4. Hahn E.L. Spin echoes // Phys.Rev. 1950. V. 80. P. 580–599.
5. Feynman R.P., Vernon F.L., Hellwarth R.W. Geometrical representation of the Schroedinger equation for solving maser problems // J.Appl. Phys. 1957. V. 28. P. 49.
6. Файн В.М. Квантовые явления в радиодиапазоне // УФН. 1958. Т. 64. С. 273–313.
7. Ораевский А.Н. К теории молекулярного генератора // Радиотехника и электроника. 1959. Т. 4, № 4. С.718–723.
8. Pao Y.H. Quantum mechanical description of maser action at optical frequencies // J.Opt.Soc.Am. 1962. V. 52. P. 871.
9. Wittke J.P., Warter P.J. Pulse propagation in a laser amplifier // Appl.Phys. 1964. V. 35. P. 1667.
10. Arecchi F.T., Bonifacio R. Theory of optical maser amplifiers // IEEE J.Quantum Electron., QE-1, 1965. P. 169; QE-2, 1966. P. 105.
11. Конвиллем У.Х., Нагибаров В.Р. Световое эхо на парамагнитных кристаллах // ФММ. 1963. Т. 15. С. 315.

12. *Lamb W.E.* Theory of an Optical Maser // *Phys.Rev.* 1964. V. 134. P. 1429–1450.
13. *Icsevgi A., Lamb W.E.* Propagation of Light Pulses in a Laser Amplifier // *Phys. Rev.* 1969. V. 185. P. 517.
14. *Крюков П.Г., Летохов В.С.* Распространение импульса света в резонансно-усиливающей (поглощающей) среде // *УФН.* 1969. Т. 99. С. 169–227.
15. *Hopf F.A., Scully M.O.* Theory of an Inhomogeneously Broaded Laser Amplifier // *Phys. Rev.* 1969. V. 179. P. 339.
16. *Нагибаров В.Р., Конвиллем У.Х.* Сверхизлучение бозонной системы // *ЖЭТФ,* 1968. Т. 54. С. 312–317.
17. *Rehler N.E., Eberly I.H.* Superradiance // *Phys. Rev. A3.* 1971. P. 1735–1751.
18. *Schwendimann P.* Coherent Spontaneous Emission from large system // *Z. Phys.,* 1973. V. 265. P. 267–284.
19. *Bonifacio R., Lugiato L.A.* Cooperative radiation process in two-level Sistsems: Superfluoresence I-II // *Phys.Rev.,* 1975. V. A11. P. 1507–1521; 1975. V. A12. P. 587–598.
20. *MacGillivray J.C., Feld M.S.* Theory of superradiance in an extended, optically thick medium // *Phys. Rev.* 1976. V.A14. P.1169-1189 // Limits of superradiance as a process for achieving short pulses of high energy. *Phys.Rev.,* 1981. V. A23. P.1334 // Superradiance in atoms and moleculls. *Contemp. Phys.* 1981. V. 22. № 3. P. 299–310.
21. *Емельянов В.И., Климонтович Ю.Л.* Временная эволюция и тонкая структура сверхизлучения Дике и сверхсветимости в системе двухуровневых атомов // *Оптика и спектр.* 1976. Т. 41. С. 913–919.
22. *Трифонов Е.Д., Зайцев А.И.* Полуклассическая теория кооперативного излучения многоатомной системы // *ЖЭТФ.* 1977. Т.72. С. 1407–1413.
23. *Андреев А.В.:* О суперфлуоресцентной кинетике g-лазера // *ЖЭТФ.* 1977. Т. 72. С. 1397; К теории коллективного спонтанного излучения // *Квантовая электроника.* 1978, Т. 5. С. 830.
24. *Ressayre E., Tallet A.* Quantum theory for superradiance // *Rhys.Rev.,* 1977. V. 15A. - N 6. - p. 2410-2423; Markovian model for oscillatory superradiance // *Phys.Rev.* 1978. V. 18A. N 18. P. 2196–2203.
25. *Trifonov E.D., Zaitzev A.I., Malikov R.F.* Superradiance of an extended system // Tallinn, "Ultrafast relaxation and secondary emission". 1978. P. 190–196.

26. Трифонов Е.Д., Зайцев А.И., Маликов Р.Ф. Сверхизлучение протяженной системы // ЖЭТФ. 1979. Т. 76. С. 65–75.

27. *Arecchi F.T., Courtens E.* Cooperative phenomena in resonant Electromagnetic propagation // Phys.Rev. 1979. V. A2. P.1730–1737.

28. *Polder D., Schuurmans M.F.H., Q.H.F.Vreheh.* Superfluorescence: Quantum-mechanical derivation of Maxwell-Bloch description with fluctuating field Source // Phys.Rev. 1979. V. A19. P. 1192–1203.

29. Маликов Р.Ф., Малышев В.А, Трифонов Е.Д. Полуклассическая теория кооперативного излучения протяженной системы // Сб. «Теория кооперативных когерентных эффектов в излучении». Л., 1980. С. 3–32.

30. Маликов Р.Ф. О возможности наблюдения сверхизлучения в активированных кристаллах // Теория кооперативных когерентных эффектов в излучении. Л., 1980. С. 33–42.

31. Андреев А.В., Емельянов В.И, Ильинский Ю.А. Коллективное спонтанное излучение (сверхизлучение Дике) // УФН. 1980. Т. 131. С. 653–694.

32. Маликов Р.Ф. Малышев В.А., Трифонов Е.Д. О форме спектра сверхизлучения // Оптика и спектр. 1981. Т. 50. С. 406–410.

33. Маликов Р.Ф. Малышев В.А., Трифонов Е.Д. Влияние релаксации на динамику кооперативного излучения протяженной системы // Оптика и спектр. 1982. Т. 53. С. 652–659.

34. Габитов И.Р., Захаров В.Е., Михайлов А.В. Нелинейная теория суперфлуоресценции // ЖЭТФ. 1983. Т. 84, № 4. С. 1204.

35. Манцызов Б.И., Бушуев В.А., Кузьмин Р.Н., Серебряков С.Л. Особенности режима сверхизлучения протяженных сред // ЖЭТФ. 1983. Т. 85, вып. 9. С. 862–868.

36. Андриянов З.Н, Зиновьев П.В., Малыкин Ю.В., Набойкин Ю.В., Самарцев В.В., Силаева Н.Б., Шейбут Ю.Е. Оптическое сверхизлучение в кристалле дифенила с пиреном // УФН. 1986. Т. 150, № 3. С. 457–459.

37. Андреев А.И. Оптическое сверхизлучение: новые идеи и новые эксперименты // УФН. 1990. Т. 160, вып. 12. С. 1–46.

38. Аллен Л., Эберли Дж. Оптический резонанс и двухуровневые атомы. М.: Мир, 1978.

39. Андреев А.В., Емельянов В.И., Ильинский Ю.А. Коллективные явления в оптике. М.: Наука, 1988. 287 с.

40. *Benedict M.G., Ermolaev A.M., Malyshev V.A., Sokolov I.V., Trifonov E.D.* Superradiance: Multiatomic Coherent Emission. Bristol and Philadelphia, 1996. 326 p.

41. *Scribanowitz N., Hermann I.P., MacGillifray I.G., Feld M.S.* Observation of Dicke Superradiance in Optically Pumped HF Gas // *Phys. Rev. Lett.* 1973. V. 30. P. 309–312.

42. *Friedberg R., Coffey B.* Single-mode superfluorescence theory compared with experiment // *Phys.Rev.* 1976. V. A13. P. 1645–1647.

43. *Gibbs H.M., Vrehan Q.H., Hiksloops H.M.* Single-pulse Superfluorescence in Atomic Cesium // *Phys.Rev.Lett.* 1977. V. 39. P. 547–550.

44. *Grubillier, Libermann S., Pillet P.* Doppler-Free Superradiance Experiments with Rb Atoms: Polarization Characteristics // *Phys. Rev. Lett.* 1978. V. 41. P. 1237–1240.

45. *Gross M., Fabre C., Pillet P., Heroch S.* Observation of Near-Infrared Dicke superradiance on Cascading Transition in Atomic Sodium // *Phys. Rev. Lett.* 1976. V. 36. P. 1035–1038.

46. *Florian R., Schwan L., Schmid D.* Superradiance and higain mirrorless laser activity of O₂ - center in KCl // *Solid State Commun.* 1982. V. 42. P. 55–57.

47. *Florian R., Schwan L., Schmid D.* Time-resolving experiments on Dicke superfluorescence on O₂ - centers in KCl. Two-colour superfluorescence // *Phys.Rev.* 1984. V. A29. P. 2709–2715.

48. *Набойкин Ю.В., Самарцев В.В., Силаева Н.Б.* Сверхизлучение в примесных молекулярных кристаллах // *Изв. АН СССР. Сер. физическая.* 1983. Т. 47. С. 1328–1332.

49. *Зиновьев П.В., Лопина С.В., Набойкин Ю.В., Самарцев В.В., Силаева Н.Б., Шейбут Ю.Е.* Сверхизлучение в кристалле дифенила с пиреном // *ЖЭТФ.* 1983. Т. 85. С. 1945–1952.

50. *Набойкин Ю.В., Андрианов З.Н., Зиновьев П.В., Малюкин Ю.В., Самарцев В.В., Силаева Н.Б., Шейбут Ю.Е.* Влияние неравновесности фононов на оптическое сверхизлучение Дике // *ЖЭТФ.* 1986. Т. 91. С. 1990–2000.

51. *Eisenhart L.P.* Differential Geometry of Curves and Surfaces. New York, Dover. 1960.

52. *Barone A., Esposito F., Mangee C.J., Scott A.C.* Theory and application of the sine-Gordon equation // *Riv.Nuovo Cimento.* 1971. V. 1. P. 227–267.

53. *Уизем Д.Б.* Вариационные методы и их приложения к волнам на воде // *Нелинейная теория распространения волн.* М.: Мир, 1970. С. 12.
54. *Скотт Э.* Волны в активных и нелинейных средах в приложении к электронике. М.: Сов. радио, 1977. 368 с.
55. *Fox L.* Numerical solution of ordinary and partial differential equations. Pergamon. New York, 1962.
56. *Мак-Кракен Д., Дорн У.* Численные методы и программирование на фортране. М.: Мир, 1977. 584 с.
57. *Hull T.E., Greemer A.L.* Efficiency of predictor-corrector procedures // *J. ACM.* 1963. V. 10. P. 291–301.
58. *Mattar F.P., Newstein M.* Adaptive stretching and rezoning as effective computational techniques for two-level paraxial Maxwell-Bloch simulation // *Comp. Phys. Commun.* 1980. V. 20. P. 139–163.
59. *Карамзин Ю.Н.* Разностные методы решения некоторых задач нелинейной оптики: Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. М.: Изд-во МГУ, 1974.
60. *Карамзин Ю.Н., Сухоруков А.П., Трофимов В.А.* Математическое моделирование в нелинейной оптике. М.: Изд-во МГУ, 1989. 154 с.
61. *Самарский А.А.* Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. 412 с
62. *Трифонов Е.Д., Трошин А.С., Шамров Н.И.* Теория кооперативного комбинационного рассеяния света // Теория кооперативных когерентных эффектов в излучении. Л., 1980. С. 43.

К главе 3

1. *Dicke R.H.* Coherence in spontaneous radiation processes // *Phys. Rev.* 1954. V. 93. P. 99–110.
2. *MacGillivray J.C., Feld M.S.* Theory of superradiance in an extended, optically thick medium // *Phys. Rev.* 1976. V. A14. P. 1169–1189.
3. *Трифонов Е.Д., Зайцев А.И., Маликов Р.Ф.* Сверхизлучение протяженной системы // *ЖЭТФ.* 1979. Т. 76. С. 65–75.
4. *Маликов Р.Ф., Малышев В.А., Трифонов Е.Д.* Полуклассическая теория кооперативного излучения протяженной системы // Теория кооперативных когерентных эффектов в излучении. Л.: Изд-во ЛГПИ, 1980. С. 3–33.
5. *Маликов Р.Ф., Малышев В.А., Трифонов Е.Д.* О форме спектра сверхизлучения // *Оптика и спектр.* 1981. Т. 50. С. 406–410.

6. Маликов Р.Ф., Малышев В.А., Трифонов Е.Д. Влияние релаксации на динамику кооперативного излучения протяженной системы // Оптика и спектр. 1983. Т. 53. С. 652–659.

7. Маликов Р.Ф. О возможности наблюдения сверхизлучения в активированных кристаллах // Теория кооперативных когерентных эффектов в излучении. Л.: Изд-во ЛГПИ, 1980. С. 33–43.

8. Аллен Л., Эберли Дж. Оптический резонанс и двухуровневые атомы. М.: Мир, 1978.

9. Захаров В.Е. О распространении усиливающего импульса в двухуровневой среде // Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 32. С. 603.

10. Манаков С.В. Распространение ультракоротких импульсов в двухуровневых лазерных усилителях // ЖЭТФ. 1982. Т. 83. С. 68–83.

11. Bonifacio R., Lugiato L.A. Cooperative radiation process in two-level Systems: Superfluorescence I-II // Phys. Rev. 1975. V. A11. P. 1507–1521; 1975. V. A12. P. 587–598;

12. Трифонов Е.Д., Зайцев А.И. Полуклассическая теория кооперативного излучения многоатомной системы // ЖЭТФ. 1977. Т. 73. С. 1407–1413.

13. Scribanowitz N., Hermann I.P., MacGillifray I.G., Feld M.S. Observation of Dicke Superradiance in Optically Pumped HF Gas // Phys. Rev. Lett. 1973. V. 30. P. 309–312.

14. Eisenhart L.P. Differential Geometry of Curves and Surfaces. New York, Dover. 1960.

15. Barone A., Esposito F., Mangee C.J., Scott A.C. Theory and application of the sine-Gordon equation // Riv. Nuovo Cimento. 1971. V. 1. P. 227–267.

К главе 4

1. Crisp M.D. Propagation of small Area Pulses of Coherent Light through a Resonant Medium // Phys. Rev. 1970. V. A1. P. 1604.

2. Hopf P.H., Meystre P., Scally M.Q., Seely J.F. Coherence Brightening and Laser Lethargy in X - Ray Laser Amplifiers // Phys. Rev. Lett. 1975. V. 35. P. 511–513.

3. Варнавский О.П., Головлев В.В., Куркин А.Н., Маликов Р.Ф., Можаровский А.М., Леонтович А.М., Бенедикт М., Трифонов Е.Д. Когерентное распространение импульсов малой площади в активированных кристаллах // ЖЭТФ. 1986. Т. 90, вып. 5. С. 1556–1609.

4. *Vrehan Q.H.F., Schuurmans M.F.H.* Direct Measurement of the Effective Initial Tipping Angle in Superfluorescence // *Phys. Rev. Lett.* 1979. V. 42. P. 224–227.

5. *Carlson N.W., Jackson D.J., Schawlow A.L., Gross M., Heroche S.* Superradiance triggering spectroscopy // *Opt. Commun.* 1980. V. 32, № 2. P. 350–354.

6. *Malikov R.F., Trifonov E.D.* Induced super radiance in activated crystals // *Opt. Commun.* 1984. V. 52. P. 74–76.

7. *Dicke R.H.* Coherence in spontaneous radiation processes // *Phys. Rev.* 1954. V. 93. P. 99–110.

8. *Haake F., Haus J.W., King H., Schroder G., Glauber R.* Delay-time statistics of superfluorescent pulses // *Phys. Rev.* 1981. V. A23. P. 1322–1333.

9. *Трифонов Е.Д., Маликов Р.Ф.* Флуктуации интенсивности в сверхизлучении // Теоретическая физика и астрономия. XXX Герценовские чтения. Л., 1977. С. 5–6.

10. *Scribanowitz N., Hermann I.P., MacGillifray I.G., Feld M.S.* Observation of Dicke Superradiance in Optically Pumped HF Gas // *Phys. Rev. Lett.* 1973. V. 30. P. 309–312.

11. *Friedberg R., Coffey B.* Single-mode superfluorescence theory compared with experiment // *Phys. Rev.* 1976. V. A13. P. 1645–1647.

12. *Gibbs H.M., Vrehan Q.H., Hikspoors H.M.* Single-pulse Superfluorescence in Atomic Cesium // *Phys. Rev. Lett.* 1977. V. 39. P. 547–550.

13. *Grubillier, Libermann S., Pillet P.* Doppler-Free Superradiance Experiments with Rb Atoms: Polarization Characteristics // *Phys. Rev. Lett.* 1978. V. 41. P. 1237–1240.

14. *Gross M., Fabre C., Pillet P., Heroch S.* Observation of Near-Infrared Dicke superradiance on Cascading Transition in Atomic Sodium // *Phys. Rev. Lett.* 1976. V. 36. P. 1035–1038.

15. *Florian R., Schwan L., Schmid D.* Superradiance and high gain mirrorless laser activity of O₂ - center in KCl // *Solid State Commun.* 1982. V. 42. P. 55–57.

16. *Florian R., Schwan L., Schmid D.* Time-resolving experiments on Dicke superfluorescence on O₂ - centers in KCl. Two-color superfluorescence // *Phys. Rev.* 1984. V. A29. P. 2709–2715.

17. *Андрянов З.Н., Зиновьев П.В., Малькин Ю.В., Набойкин Ю.В., Самарцев В.В., Силаева Н.Б., Шейбут Ю.Е.* Оптическое сверхизлучение в кристалле дифенила с пиреном // *УФН.* 1986. Т. 150. С. 457–459.

18. *Benedict M.G., Trifonov E.D.* Damping effect in lethargic gain // *Acta Physica et chemica. Szeged.* 1984. V. XXX. P. 3–5.
19. *Бенедикт М.Г., Трифонов Е.Д.* Пороговые условия сверхфлуоресценции // *Оптика и спектр.* 1986. Т. 61. С. 681–682.
20. *Леонтович А.М., Чуркин В.Л.* Возбуждение мод, пространственная когерентность и кинетика свободной генерации в рубиновом ОКГ // *ЖЭТФ.* 1970. Т. 50. С. 7–18.
21. *Зельдович Б.Я., Кузнецова Т.И.* Генерация сверхкоротких импульсов света с помощью лазеров // *УФН.* 1972. Т. 106. С. 47.
22. *Захаров В.Е.* О распространении усиливающего импульса в двухуровневой среде // *Письма в ЖЭТФ.* 1980. Т. 32. С. 603.
23. *Манаков С.В.* Распространение ультракоротких импульсов в двухуровневых лазерных усилителях // *ЖЭТФ.* 1982. Т. 83. С. 68–83.
24. *Маликов Р.Ф., Малышев В.А., Трифонов Е.Д.* Полуклассическая теория кооперативного излучения протяженной системы // *Теория кооперативных когерентных эффектов в излучении.* Л., 1980. С. 3–33.
25. *Маликов Р.Ф., Малышев В.А., Трифонов Е.Д.* О форме спектра сверхизлучения // *Оптика и спектр.* 1981. Т. 50. С. 406–410.
26. *Маликов Р.Ф., Малышев В.А., Трифонов Е.Д.* Влияние релаксации на динамику кооперативного излучения протяженной системы // *Оптика и спектр.* 1983. Т. 53. С. 652–659.
27. *Андреев А.В., Емельянов В.И., Ильинский Ю.А.* Коллективное спонтанное излучение (сверхизлучение Дике) // *УФН.* 1980. Т. 131. С. 653–694.
28. *Eberly I.H.* Inhomogeneous Broadening in the theory of Superradiance Emission // *Acta Phys.Pol.* 1971. V. A39. P. 633–638.
29. *Ressayre E., Tallet A.* Effect of Inhomogeneous Broadening on Cooperative Spontaneous Emission of Radiation // *Phys.Rev. Lett.* 1973. V. 30. P. 1239–1241.
30. *Jodoin R., Mandel L.* Superradiance in an Inhomogeneously broadened atomic system // *Phys.Rev.* 1974. V. A9. P. 873–884.
31. *Зайцев А.И., Малышев В.А., Трифонов Е.Д.* Влияние неоднородного уширения на сверхизлучение // *Оптика и спектр.* 1988. Т. 65. С. 1018–1023.
32. *Каминский А.А.* Лазерные кристаллы. М.: Наука, 1975.
33. *Вебер М.Дж.* Лазеры на диэлектрических кристаллах // *Справочник по лазерам / Под ред. А.М.Проخورова.* М.: Советское радио, 1978. Т. 1.

34. *Шавлов А.* Тонкая структура спектра и особенности люминесценции ионов хрома в окиси алюминия и окиси магния // *Лазеры*. М.: Изд-во ин. лит.-ры., 1963. С. 51–53.

35. *Джибладзе М.И.* Временные и спектральные характеристики лазера на кристаллах $\text{CaF}_2:\text{Dy}^{3+}$: Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. ФИАН СССР им. П.Н. Лебедева. М., 1971.

36. *Rosenberger A.T., Chung H.K., DeTemple T.A.* SUB - T₂ Optical Pulse Generation: Application to Optically Pumped Far-Infrared Lasers // *IEEE, J.Quant.Elektron.* 1981. QE-20. P. 523–532.

37. *Маликов Р.Ф., Малышев В.А., Варнавский О.П.* Когерентное усиление и компрессия световых импульсов с узким спектром в резонансной неоднородноуширенной двухуровневой среде с инверсией населенности // *Оптика и спектр.* 1993. Т. 51, вып. 3. С. 406.

38. *Маликов Р.Ф.* Когерентное усиление УКИ света и сверхизлучение в примесных кристаллах при селективном возбуждении неоднородного контура // *Оптика и спектр.* 1998. Т. 85, № 3. С. 443–449.

39. *Маликов Р.Ф.* Когерентное распространение ультракоротких импульсов света в трехуровневых неоднородноуширенных системах // *Оптика и спектр.* 1999. Т. 86, № 2. С. 266–273.

40. *Голенищев-Кутузов В.А., Самарцев В.В., Хабибуллин Б.М.* Импульсная оптическая и акустическая когерентная спектроскопия. М.: Наука, 1988. 224 с.

К главе 5

1. *Микаэлян А.Л., Тер-Микаэлян М.Л., Турков Ю.Г.* Оптические генераторы на твердом теле. М.: Советское радио, 1967. 384 с.

2. *Маликов Р.Ф., Малышев В.А., Трифонов Е.Д.* Полуклассическая теория кооперативного излучения протяженной системы // *Теория кооперативных когерентных эффектов в излучении*. Л., 1980. С. 3–32.

3. *Маликов Р.Ф.* Когерентное распространение ультракоротких импульсов света в трехуровневых неоднородноуширенных системах // *Оптика и спектр.* 1999. Т. 86, № 2. С. 266–273.

4. *Аслаева А.Ш., Маликов Р.Ф.* Динамика когерентных кооперативных эффектов в протяженных системах при некогерентной накачке // *Оптика и спектр.* 2004. Т. 97. С. 814–822.

5. *Aslaeva A.Sh., Malikov R.F.* Coherent cooperative effects dynamics of extended systems with noncoherent pumping // Photon Echo and Coherent Spectroscopy. 2004, USA, SPIE. 2004. V. 5402. P. 271–277.

6. *Маликов Р.Ф., Малышев В.А., Трифонов Е.Д.* О форме спектра сверхизлучения // Оптика и спектр. 1981. Т. 50. С. 406–410.

7. *Маликов Р.Ф., Малышев В.А., Трифонов Е.Д.* Влияние релаксации на динамику кооперативного излучения протяженной системы // Оптика и спектр. 1982. Т. 53. С. 652–659.

8. *Маликов Р.Ф.* О возможности наблюдения сверхизлучения в активированных кристаллах // Теория кооперативных когерентных эффектов в излучении. Л. 1980. С. 33–42.

9. *Андреев А.В., Емельянов В.И., Ильинский Ю.А.* Коллективные явления в оптике. М.: Наука; 1988. 287 с.

10. *Benedict M.G., Ermolaev A.M., Malyshev V.A., Sokolov I.V., Trifonov E.D.* Superradiance: Multiatomic Coherent Emission. Bristol and Philadelphia, 1996, 326 p.

11. *Eberly I.H.* Inhomogeneous Broadening in the theory of Superradiance Emission // Acta Phys.Pol. – 1971. V. A39. P. 633–638.

12. *Ressayre E., Tallet A.* Effect of Inhomogeneous Broadening on Cooperative Spontaneous Emission of Radiation // Phys.Rev.Lett. 1973. V. 30. P.1239–1241.

13. *Jodoin R., Mandel L.* Superradiance in an Inhomogeneously broadened atomic system // Phys.Rev. 1974. V. A9. P. 873–884.

14. *Зайцев А.И., Малышев В.А., Трифонов Е.Д.* Влияние неоднородного уширения на сверхизлучение // Оптика и спектр. 1988. Т. 65. С. 1018–1023.

15. *Vrehan Q.H.F., Schuurmans M.F.H.* Direct Measurement of the Effective Initial Tipping Angle in Superfluorescence // Phys.Rev.Lett., 1979. V. 42. P. 224–227.

К главе 6

1. *Басов Н.Г., Летохов В.С.* Распространение светового импульса в среде с инверсной заселенностью // Оптика и спектр. 1965. Т.18. С. 1042–1046.

2. *Басов Н.Г., Амбарцумян Р.В., Зуев С.С., Крюков П.Г., Летохов В.С.* Нелинейное усиление импульса света // ЖЭТФ. 1966. Т. 50. С. 23–34.

3. *Таланов В.И.* Распространение коротких электромагнитных импульсов в активной среде // Изв. вузов (Радиофизика). 1964. Т. 7. С. 491–496.

4. *Ильинова Т.М., Хохлов Р.В.* О нелинейных свойствах лазера как усилителя // Изв. вузов(Радиофизика). 1965. Т. 8. С. 899–907.
5. *Frantz L.M., Nodvik J.S.* Theory of Pulse Propagation in Laser Amplifier // J.Appl. Phys. 1963. V. 34. P. 2346–2349.
6. *Крюков П.Г., Летохов В.С.* Распространение импульса света в резонансно-усиливающей (поглощающей) среде // УФН. 1969. Т. 99. С. 169–227.
7. *Iscevgi A., Lamb W.E.* Propagation of Light Pulses in a Laser Amplifier // Phys.Rev. 1969. V. 185. P. 517.
8. *Hopf F.A., Scully M.O.* Theory of an Inhomogeneously Brooded Laser Amplifier // Phys.Rev. 1969. V. 179. P. 339.
9. *Одинцов А.И., Якунин В.Г.* Наблюдение эффектов когерентного взаимодействия при усилении коротких световых импульсов в неоне // Письма в ЖЭТФ. 1974. Т. 20. С. 233–235.
10. *Джибладзе М.И.* Временные и спектральные характеристики лазера на кристаллах $\text{CaF}_2:\text{Dy}^{3+}$: Дисс. ... канд. матем. наук. ФИАН СССР им. П.Н. Лебедева. М.: 1971.
11. *Блаженков В.В., Варнавский О.П., Куркин А.Н., Леонтович А.М., Можаровский А.М.* Генерация и усиление ультракоротких импульсов в активных средах при низкой температуре // Взаимодействие ультракоротких импульсов с веществом. М.: Наука, 1984. Т. 153. С. 3–35.
12. *Блаженков В.В., Куркин А.Н., Леонтович А.М., Можаровский А.М.* Исследования плазмы, возбуждаемой ультракороткими световыми импульсами // Взаимодействие ультракоротких импульсов с веществом. М.: Наука, 1984. Т. 153. С. 63–95.
13. *Varnavsky O.P., Kirkin A.N., Leontovich A.M., Malikov R.F., Mirzoyan R.G., Mozharovsky A.M., Trifonov E.D.* Coherent transient effect in generation and amplification of ultra short pulses in Nd: YAG and Ruby at low temperature // Optics commun. 1983. V. 46. P. 131–134.
14. *Варнавский О.П., Куркин А.Н., Леонтович А.М., Маликов Р.Ф., Можаровский А.М., Трифонов Е.Д.* Когерентное усиление ультракоротких импульсов в активированных кристаллах // ЖЭТФ. 1984. Т. 86. С. 1227–1239.
15. *Варнавский О.П., Головлев В.В., Куркин А.Н., Маликов Р.Ф., Можаровский А.М., Леонтович А.М., Трифонов Е.Д.* Режимы когерентного усиления в активированных кристаллах // Известия АН СССР. Сер. физическая. 1986. Т. 50. С. 647–653.

16. Варнавский О.П., Куркин А.Н., Леонтович А.М., Маликов Р.Ф., Можаровский А.М., Трифонов Е.Д. Когерентное распространение света и индуцированное сверхизлучение в активированных кристаллах // Спектроскопия кристаллов. Л.: 1989. С. 72–85.

17. Friedberg A., Hartmann S. Superradiance stability in specially shaped small samples // Opt. commun. 1974. V. 10. № 10. P. 298–301; Superradiant damping and absorption // Physics Letters. 1971. V. 37A. P. 285.

18. McCall S.L., Hahn E.L. Self-induced transparency by pulsed coherent light // Phys. Rev. 1967. V. 18. P. 908 // Phys.Rev. 1969. V. 183. P. 457.

19. MacGillivray J.C., Feld M.S. Theory of superradiance in an extended, optically thick medium // Superradiance in atoms and molecules // Contemp. Phys. 1981. V. 22, № 3. P. 299–310.

20. Trifonov E.D., Zaitzev A.I., Malikov R.F. Superradiance of an extended system // Ultrafast relaxation and secondary emission. Tallinn, 1978. P. 190–196.

21. Трифонов Е.Д., Зайцев А.И., Маликов Р.Ф. Сверхизлучение протяженной системы // ЖЭТФ. 1979. Т. 76. С. 65–75.

22. Аллен Л., Эберли Дж. Оптический резонанс и двухуровневые атомы. М.: Мир, 1978.

23. Назаркин А.В., Полуэктов И.А., Собельман И.И. О возможности формирования коротких лазерных импульсов в режиме когерентного усиления // Письма в ЖЭТФ. 1983. Т. 37. С. 313.

24. Маликов Р.Ф., Малышев В.А., Варнавский О.П. Когерентное усиление и компрессия световых импульсов с узким спектром в резонансной неоднородноуширенной двухуровневой среде с инверсией населенности // Оптика и спектр. 1993. Т. 51, вып. 3. С. 406.

25. Маликов Р.Ф. Когерентное усиление УКИ света и сверхизлучение в примесных кристаллах при селективном возбуждении неоднородного контура // Оптика и спектр. 1998. Т. 85, № 3. С. 443–449.

26. Mattar F.P., Newstein M. Adaptive stretching and rezoning as effective computational techniques for two-level paraxial Maxwell-Bloch simulation // Comp. Phys. Commun. 1980. V. 20. P. 139–163.

27. Маликов Р.Ф. Когерентное распространение ультракоротких импульсов света в трехуровневых неоднородноуширенных системах // Оптика и спектр. 1999. Т. 86, № 2. С. 266–273.

28. Benedict M.G., Trifonov E.D. Damping effect in lethargic gain // Acta Physica et chemica. Szeged. 1984. V. XXX. P. 3–5.

29. *Бенедикт М.Г., Трифонов Е.Д.* Влияние релаксации на летаргическое усиление и сверхфлуоресценцию // *Оптика и спектр.* 1985. Т. 59. С. 161–166.

30. *Варнаровский О.П., Головлев В.В., Киркин А.Н., Маликов Р.Ф., Можаровский А.М., Бенедикт М.Г., Трифонов Е.Д.* Когерентное распространение импульсов малой площади в активных кристаллах // *ЖЭТФ*, 1986, Т. 90, вып. 5, С. 1596–1609.

31. *Одинцов А.И., Якунин В.Г.* Наблюдение эффектов когерентного взаимодействия при усилении коротких световых импульсов в неоне // *Письма в ЖЭТФ*. 1974. Т. 20. С. 233–235.

К главе 7

1. *Шавлов А.* Тонкая структура спектра и особенности люменесценции ионов хрома в окиси алюминия и окиси магния // *Лазеры.* М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1963. С. 51–53.

2. *Konopnicki M.J., Drummond P.D., Eberly J.H.* Theory of lossless propagation of simultaneous different-wavelength optical pulses // *Opt. Communs.* 1981. V. 36. P. 313–316.

3. *Stroud C.R., Cardimons D.A.* Double resonance self-induced transparency // *Opt. Communs.* 1981. V. 37. P. 221–223.

4. *Маймистов А.И.* Строгая теория самоиндуцированной прозрачности при двойном резонансе в трехуровневой среде // *Квантовая электроника.* 1984. Т. 11. С. 567.

5. *Маймистов А.И., Скляр Ю.М.* О когерентном взаимодействии импульсов света с трехуровневой средой // *Оптика и спектр.* 1985. Т. 59. С. 760.

6. *Трифонов Е.Д., Трошин А.С., Шамров Н.И.* Теория кооперативного комбинационного рассеяния света // *Теория кооперативных когерентных эффектов в излучении.* Л.: 1980. С. 43.

7. *Brewer R.G., Hahn E.L.* Coherent Raman Beats // *Phys. Rev.* 1973. V. A8. P. 464.

8. *Раутиан С.П., Сафонов В.Г., Черноброд Б.М.* Кооперативное рассеяние света // *Изв. АН СССР. Сер. физическая.* 1986. Т. 50, № 4. С. 640–646.

9. *PSousa M., Kumar A.* Two-photon optical transients: Effects of spontaneous emission and phase-interrupting collisions // *Phys. Rev.* 1981. V. A24. P. 955–961.

10. *Sobolewska B., Herman B.J., Drummond P.D., Eberly J.H.* Coherent propagation and optical pumping in tree-level systems // *Phys. Rev.* 1984. V. A30. P. 1910–1924.

11. *Хасанов О.Х.* ВКР в резонансных неравновесных средах // *Квантовая электроника.* 1980. Т. 7, № 12. С. 2552–2558.

12. *Хасанов О.Х.* Резонансное рассеяние в неравновесных средах // *Оптика и спектр.* 1981. Т. 50, вып. 4. С. 725–730.

13. *Haake F., Reibold R.* Interplay of superfluorescence and incoherent processes in multilevel systems // *Phys. Rev.* 1984. V. A29. P. 3208–3217.

14. *Herman B., Drummond P.D., Eberly J.H., Sobolewska B.* // *Phys.Rev.* 1984. V. A30. P. 1910.

15. *Платоненко В.Т., Таранухин В.Д.* Когерентное усиление импульсов в средах с дискретным спектром // *Квант. электроника.* 1983. Т. 10, № 11. С. 2246.

16. *Таранухин В.Д., Тен С.Ю.* Усиление лазерных УКИ с фазовой модуляцией в средах с дискретным спектром // *Квант. электроника.* 1991. № 1. С. 40.

17. *Рупасов В.И., Юдсон В.И.* О граничных задачах в нелинейной оптике резонансных сред // *Квант. электроника.* 1982. Т. 9, № 11. С. 2179–2186.

18. *Рупасов В.Р.* Рассеяние света на интенсивном импульсе насыщения в резонансной среде // *Квант. электроника.* 1982. Т. 9. С. 2127.

19. *Назаркин А.В., Полуэктов И.А., Собельман И.И.* О возможности формирования коротких лазерных импульсов в режиме когерентного усиления // *Письма в ЖЭТФ.* 1983. Т. 37. С. 313.

20. *Платоненко В.Г., Таранухин В.Д.* Особенности усиления пикосекундных УФ импульсов в ХеСl - усилителе // *Квант. электроника.* 1987. Т. 14. С. 456.

21. *Маркано А.О., Платоненко В.Т.* Когерентные взаимодействия короткого импульса света с молекулярной усиливающей средой с учетом вырождения по магнитному квантовому числу // *Квант. электроника.* 1980. Т. 7, № 4. С. 759–763.

22. *Большов Л.А., Елкин Н.Н., Кириченко Т.К. и др.* Исследования усиления УКИ света в трехуровневых системах // *Квант. электроника.* 1982. Т. 9, № 7. С. 1476.

23. *Большов Л.А., Лиханский В.В., Персианцев М.И.* К теории когерентного взаимодействия импульсов с резонансными многоуровневыми системами // *ЖЭТФ.* 1983. Т. 84, № 3. С. 903.

24. *Большов Л.А., Елкин Н.Н., Лиханский В.В., Персианцев М.И.* К теории когерентного преобразования частоты УКИ света в резонансной среде // ЖЭТФ. 1988. Т. 94, вып.10. С. 101–109.

25. *Malikov R.F.* Coherent amplification of light pulses in multi-levels systems // Abstracts of the V International symposium on Ultrafast Phenomena in spectroscopy. Vilnius. 1987. P. 140–141.

26. *Варнавский О.П., Маликов Р.Ф., Леонтович А.М., Сидорук Н.В.* Когерентное усиление ультракоротких импульсов света в трехуровневой резонансной среде: Препринт ФИАН СССР. 1988. № 175.

27. *Маликов Р.Ф.* Когерентное распространение УКИ света в 3–4 уровнях системах. Тезисы докладов IX Всесоюзного симпозиума по спектроскопии кристаллов. Л., 1990.

28. *Маликов Р.Ф.* Моделирование когерентного усиления импульсов света в трехуровневых системах // Тезисы докладов в сб. «Проблемы физико-математического образования в педвузах России на современном этапе». Магнитогорск, 1996. С. 129–130.

29. *Андреев А.В., Полевой П.В.* Динамика усиления и распространения импульсов в двухкомпонентных средах // ЖЭТФ. 1994. Т. 106, вып. 5(11). С. 1343–1356.

30. *Евсеев И.В., Ермаченко В.М., Решетов В.А.* Теория фотонного эха сформированного на резонансных уровнях со сверхтонкой структурой // ЖЭТФ. 1984. № 10. С. 1200.

31. *Евсеев И.В., Ермаченко В.М.* Фотонное эхо на резонансных уровнях со сверхтонкой структурой // Известия АН СССР. Сер. физическая. 1986. Т. 50. С. 1545.

32. *Захаров С.М., Манькин Э.А.* Временные и корреляционные особенности эхо-сигналов в двух и трехуровневых системах в условиях неоднородного уширения резонансных уровней энергии // ЖЭТФ. 1986. Т. 91, вып. 4 (10). С. 1289–1301.

33. *Кочаровская О.А.* Когерентные низкочастотные эффекты в двухуровневых средах с асимметричными оптическими переходами / Квант. электроника. 1990. Т. 17, № 1. С. 20–27.

34. *Кочаровская О.А., Ханин Я.И.* Захват населенностей и когерентное просветление трехуровневой среды периодической последовательностью ультракоротких импульсов // ЖЭТФ. 1986. Т. 90, № 5. С. 1610.

35. *Стенхольм С.* Основы лазерной спектроскопии. М.: Мир, 1987. 312 с.

36. *Нелинейная спектроскопия* / Под. ред. Н. М. Бломбергена: Мир, 1979. 596 с.
37. *Копвиллем У.Х., Р.В.Сабурова*. Параэлектрический резонанс. М.: Наука, 1982. 234 с.
38. *Лазерная и когерентная спектроскопия* / Под ред. Дис. Стейнфелда. М.: Мир, 1982. 629 с.
39. *Голенищев-Кутузов В.А., Самарцев В.В., Хабибуллин Б.М.* Импульсная оптическая и акустическая когерентная спектроскопия. М.: Наука, 1988. 222 с.
40. *Башаров А.М., Маймистов А.И.* О самоиндуцированной прозрачности в условиях вырождения резонансных энергетических уровней // ЖЭТФ. 1984. Т. 87. С. 1594.
41. *Варнавский О.П., Головлев В.В., Куркин А.Н., Маликов Р.Ф., Можаровский А.М., Леонтович А.М., Бенедикт М., Трифонов Е.Д.* Когерентное распространение импульсов малой площади в активированных кристаллах // ЖЭТФ. 1986. Т. 90, вып. 5. С. 1556–1609.
42. *Icsevgi A., Lamb W.E.* Propagation of Light Pulses in a Laser Amplifier // Phys. Rev. 1969. V. 185. P. 517.
43. *Hopf F.A., Scully M.O.* Theory of an Inhomogeneously Broaded Laser Amplifier // Phys. Rev. 1969. V. 179. P. 339.

К главе 8

1. *Паугурт А.П.* Применение ядерного и электронного спинового эха в устройствах обработки информации // Квант. электроника. 1975. № 1. С. 63–65.
2. *Померанцев Н.М.* Явление светового эха и их применение // УФН. 1958. Т. 65. С. 87–100.
3. *Денисюк Ю.Н.* Голография и ее перспективы // Журн. прикл. спектр. 1980. Т. 33. С. 394–417.
4. *Самарцев В.В., Штырков Е.И.* Световое эхо и его применение // Спектроскопия кристаллов. Л.: Наука, 1978. С. 100–103.
5. *Манькин Э.А., Самарцев В.В.* Оптическая эхо-спектроскопия. М.: Наука, 1984. 270 с.
6. *Катулин В.А., Бирюков А.А., Самарцев В.В.* Перспективы научных и практических применений светового (фотонного) эха // Известия АН СССР. Серия физическая. 1989. Т. 53, № 12. С. 2274–2280.

7. *Елютин С.О., Захаров С.М., Манькин Э.А.* Теория формирования импульса фотонного(светового) эха // ЖЭТФ. 1979. Т. 76, № 3. С. 835–845.
8. *Кухтерев Н.В., Одулов С.Г.* Обращение волнового фронта при четырехволновом взаимодействии в средах нелокальной нелинейностью // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т. 30. С. 6–11.
9. *Королев А.Е., Назаров В.Н., Стаселько Д.И., Малахова В.И.* Запись резонансных динамических голограмм в парах цезия излучением одночастотного перестраиваемого полупроводникового лазера // Оптика и спектр. 1986. Т. 61. С. 919–921.
10. *Styrkov E.I., Samartsev V.V.* Dynamic holograms on the superposition states of atoms // Phys.Stat.Sol. 1978. V. 45. P. 647–655.
11. *Нагибарова И.А., Хасанов О.Х.* Особенности динамической голографии при использовании кооперативных когерентных процессов // Оптика и спектр. 1983. Т. 55. С. 125–128.
12. *Власов Р.А., Смирнова Т.В., Хасанов О.Х.* Запись и считывание резонансных динамических голограмм в сканирующем режиме // ЖПС. 1987. Т. 47. С. 481–489.
13. *Хасанов О.Х., Власов Р.А.* Резонансная динамическая голография в сканирующем режиме // ЖПС. 1986. Т. XLIV. С. 32–37.
14. *Хасанов О.Х.* К теории резонансной динамической голографии // ЖПС. 1988. Т. 47. С. 468–475.
15. *Хасанов О.Х., Смирнова Т.В.* Эволюция стимулированного светового эха в оптически плотных средах // Квант. электроника. 1996. Т. 23. № 5. С. 447–450.
16. *Ребане А.К., Каарли Р.К., Саари П.М.* Голография пространственно-временных событий // Квант. электроника. 1985. Т. 12, № 4. С. 672–681.
17. *Ребане А.К., Каарли Р.К.* Пикосекундная пространственно-временная голография на основе фотохимического выжигания провала // Известия АН СССР. Сер. физическая. 1984. Т. 48. С. 45
18. *Саари П.М.* Спектральная память // Известия АН СССР. Сер. физическая. 1986. Т. 50. С. 751–756.
19. *Ребане А.К.* Фемтосекундное световое эхо и ассоциативная пространственно-временная голография // Известия АН СССР. Сер. физическая. Т. 53, № 12. С. 2299.
20. *Chen Y.G., Chiang K.P., Hartmann S.R.* Photon echo relaxation in LaF: Pr // Opt. communs. 1979. V. 29. P. 181–185.

21. *Morsink J.B., Wiersma G.A.* Photon echoes in the P - H transition of La:F // *Chem.Phys.Lett.* 1979. V. 65. P. 105–108.
22. *Elson B.M.* NAVY studies of photon echo memory use // *Aviat.Week and Space Technol.* 1983. V. 118. P. 102–107.
23. *Конвиллем У.Х., Нагибаров В.Р.* Световое эхо на парамагнитных кристаллах // *ФММ.* 1963. Т.15. С. 315.
24. *Kurnit N.A., Abella I.D., Hartmann S.R.* Observation of a photon echo // *Phys. Rev. Lett.* 1964. V. 13. P. 567.
25. *Евсеев И.В., Ермаченко В.М., Решетов В.А.* Теория фотонного эха сформированного на резонансных уровнях со сверхтонкой структурой // *ЖЭТФ.* 1984. № 10. С. 1200.
26. *Голенищев-Кутузов В.А., Самарцев В.В., Хабибуллин Б.М.* Импульсная оптическая и акустическая когерентная спектроскопия. М.: Наука, 1988. 222 с.
27. *Ахмедиев Н.Н., Борисов В.А., Зуйков Б.С., Самарцев В.В., Стельмах М.Ф., Усманов Р.Г., Фомичев А.А., Усманов Р.Г.* Долгоживущее световое эхо и хранение оптической информации // *Известия АН СССР. Сер. физическая.* 1989. Т. 53. С. 2305.
28. *Зуйков В.А., Гайнуллин Д.Ф., Самарцев В.В., Стельмах М.Ф., Юфин М.А., Якишин М.А.* Аккумулированное долгоживущее световое эхо и оптическая память // *Квант. электроника.* 1991. № 4. С. 525.
29. *Моисеев С.А., Невельская Н.Л., Штырков Е.И.* Переходные светоиндуцированные решетки в средах с фазовой памятью(обзор) // *Оптика и спектр.* 1995. Т. 79, № 3. С. 382–416.
30. *Маликов Р.Ф., Мустафин Р.Х.* Кинетика и спектр импульса света при пикосекундной голографии // *Оптика и спектр.* 1987. Т. 62. С. 631–635.
31. *Ахмедиев Н.Н., Мельников И.В.* Долгоживущее стимулированное световое эхо в ансамбле двухуровневых систем, обусловленных сверхтонкой структурой // *Оптика и спектр.* 1987. № 5. С. 969–975.
32. *Ахмедиев Н.Н., Мельников И.В.* Многократное стимулированное световое эхо в трехуровневых средах // *Квант. электроника.* 1988. № 15. С. 2522–2524.
33. *Ахмедиев Н.Н., Мельников И.В.* Об относительных величинах дипольных моментов в теории долгоживущего эха // *Физика твердого тела.* 1989. Т. 31, № 4. С. 279–281.
34. *Маликов Р.Ф.* Стимулированное световое эхо в конденсированных средах с расщеплением нижнего уровня // *Оптика и прикладные вопросы.* Стерлитамак, 1997. Т. 2. С. 127–129.

35. *Malikov R.F.* Dynamics of forming stimulated photon echo in environments with splitting of the bottom level // Photon Echo and Coherent Spectroscopy 97, USA, SPIE . 1997. V. 3239. P. 73–78.

36. *Маликов Р.Ф.* Когерентное распространение ультракоротких импульсов света в трехуровневых неоднородно уширенных системах // Оптика и спектр. 1999. Т. 86, № 2. С. 266–273.

37. *Erickson L.E.* Fluorescence line narrowing of trivalent praseodymium in lanthanum trifluoride single crystal-phonon-induced relaxation // Phys. Rev. B - Solid State. 1975. V. 11. P. 77–81.

38. *Кочаровская О.А., Ханин Я.И.* Захват населенностей и когерентное просветление трехуровневой среды периодической последовательностью ультракоротких импульсов // ЖЭТФ. 1986. Т. 90, № 5. С. 1610.

К заключению

1. *Scribanowitz N., Hermann I.P., MacGillifray I.G., Feld M.S.* Observation of Dicke Superradiance in Optically Pumped HF Gas // Phys. Rev. Lett. 1973. V. 30. P. 309–312.

2. *Friedberg R., Coffey B.* Single-mode superfluorescence theory compared with experiment // Phys.Rev. 1976. V. A13. P. 1645–1647.

3. *Gibbs H.M., Vrehan Q.H., Hikspoors H.M.* Single-pulse Superfluorescence in Atomic Cesium // Phys.Rev.Lett. 1977. V. 39. P. 547–550.

4. *Grubillier, Libermann S., Pillet P.* Doppler-Free Superradiance Experiments with Rb Atoms: Polarization Characteristics // Phys. Rev. Lett. 1978. V. 41. P. 1237–1240.

5. *Gross M., Fabre C., Pillet P., Heroch S.* Observation of Near-Infrared Dicke superradiance on Cascading Transition in Atomic Sodium // Phys. Rev. Lett. 1976. V. 36. P. 1035–1038.

6. *Florian R., Schwan L., Schmid D.* Time-resolving experiments on Dicke superfluorescence on O₂ - centers in KCl. Two-colour superfluorescence // Phys.Rev., 1984. V. A29. P. 2709–2715.

7. *Зиновьев П.В., Лопина С.В., Набойкин Ю.В., Самарцев В.В., Силаева Н.Б., Шейбут Ю.Е.* Сверхилучение в кристалле дифенила с пиреном // ЖЭТФ, 1983. Т. 85. С. 1945–1952.

8. *Зиновьев П.В., Зуйков В.А., Андрианов С.Н., Калачев А.А., Самарцев В.В., Силаева Н.Б.* Наблюдения триггерного оптического сверхизлучения в кристалле дифенила с пиреном // Изв. РАН. Сер. физическая. Т. 66, № 3. 2002. С. 325–328.

9. *Одинцов А.И., Якунин В.Г.* Наблюдение эффектов когерентного взаимодействия при усилении коротких световых импульсов в неоне // Письма в ЖЭТФ. 1974. Т. 20. С. 233–235.

10. *Варнавский О.П., Киркин А.Н., Леонтович А.М., Маликов Р.Ф., Можаровский А.М., Трифонов Е.Д.* Когерентное усиление ультракоротких импульсов в активированных кристаллах // ЖЭТФ. 1984. Т. 86. С. 1227–1239.

11. *Варнавский О.П., Головлев В.В., Киркин А.Н., Маликов Р.Ф., Можаровский А.М., Леонтович А.М., Бенедикт М., Трифонов Е.Д.* Когерентное распространение импульсов малой площади в активированных кристаллах // ЖЭТФ. 1986. Т. 90, в. 5. С. 1556–1609.

12. *Kurnit N.A., Abella I.D., Hartmann S.R.* Observation of a photon echo // Phys. Rev. Lett. 1964. V. 13. P.567.

13. *Голенищев-Кутузов В.А., Самарцев В.В., Хабибуллин Б.М.* Импульсная оптическая и акустическая когерентная спектроскопия. М.: Наука. 1988. 222 с.

14. *Зуйков В.А., Гайнуллин Д.Ф., Самарцев В.В., Стельмах М.Ф., Юфин М.А., Якшин М.А.* Аккумулированное долгоживущее световое эхо и оптическая память // Квантовая электроника. 1991, № 4. С. 525.

**П.1.1. АЛГОРИТМ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ
УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА – БЛОХА ДЛЯ ДВУХУРОВНЕВОЙ
МОДЕЛИ С УЧЕТОМ НЕОДНОРОДНОГО УШИРЕНИЯ**

Запишем систему уравнений (2.29) для вещественных величин

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial E_r}{\partial \xi} &= -\chi E_r + \int_{-\infty}^{\infty} X(\xi, \tau, \Delta) G(\Delta) d\Delta, \\
 \frac{\partial E_i}{\partial \xi} &= -\chi E_i + \int_{-\infty}^{\infty} Y(\xi, \tau, \Delta) G(\Delta) d\Delta, \\
 \frac{\partial X}{\partial \tau} &= -g_2 X - Y\Delta + 2ZE_r, \\
 \frac{\partial Y}{\partial \tau} &= -g_2 Y + X\Delta + 2ZE_i, \\
 \frac{\partial Z}{\partial \tau} &= -g_1 Z - 2(E_r X + E_i Y),
 \end{aligned}
 \tag{П. 1}$$

где E_r , X и E_i , Y – вещественные и мнимые части соответственно безразмерных комплексных амплитуд электромагнитного поля A и поляризации R .

Рассмотрим начальные и граничные условия: в начальный момент времени ($t=0$) электромагнитное поле по образцу равно нулю, т.е.

$$E_r(\xi, \tau = -\xi, \Delta) = E_i(\xi, \tau = -\xi, \Delta) = 0, \tag{П. 2}$$

задается однородная малая начальная поляризация X_0, Y_0 , которая в полуклассической теории имитирует спонтанное излучение

$$X(\xi, \tau = -\xi, \Delta) = X_0, Y(\xi, \tau = -\xi, \Delta) = Y_0, \tag{П. 3}$$

а также инверсия населенности

$$Z(\xi, \tau = -\xi, \Delta) = Z_0. \tag{П. 4}$$

Электромагнитное поле на границе ($\xi=0$) зададим как

$$E_r(0, \tau) = E_0(\tau), E_i(0, \tau) = 0. \tag{П. 5}$$

Система нелинейных уравнений в частных производных (П. 1) в общем случае не имеет аналитического решения. Рассмотрим численные методы решения системы (П. 1).

Исправленный метод Эйлера. Для решения полной системы уравнений Максвелла - Блоха используем также метод сеток, который предполагает замену области интегрирования некоторой сеточной областью. При этом все производные, входящие в уравнения Максвелла – Блоха (П.1) , начальные и граничные условия (П. 2)– (П. 5) заменяются разностями и значениями функций $E_r, E_i(\xi, \tau), X, Y, Z(\xi, \tau, \Delta)$ в узлах сетки (рис. 2.1). Непрерывные переменные ξ и τ заменяются дискретным набором s и $s - j$ точек соответственно так, что $\xi = \Delta t \cdot s, \tau = (j - s)\Delta t$, где Δt – шаг интегрирования пространственной и временной переменных. Интегрирование по частотам заменяются суммированием по индексу K с шагом Δd .

В основу алгоритма решения системы уравнений (П. 1) выберем в начале исправленный метод Эйлера, с локальной погрешностью $(\Delta t)^3$ для нелинейных уравнений в частных производных.

Используя линейную аппроксимацию по шагу интегрирования временной и пространственной производных, можно преобразовать систему уравнений (П. 1) к виду

$$\begin{aligned}
 E_r^*(s+1, j-s) &= E_r(s, j-s) + \Delta t \Delta d \sum_{k=-Nd}^{Nd} X(s, j-s, k)G(k) - \chi E_r(s, j-s), \\
 E_i^*(s+1, j-s) &= E_i(s, j-s) + \Delta t \Delta d \sum_{k=-Nd}^{Nd} Y(s, j-s, k)G(k) - \chi E_i(s, j-s), \quad (\text{П.6}) \\
 X^*(s, j+1-s, k) &= X(s, j-s, k) + \Delta t \left[2Z(s, j-s, k)E_r(s, j-s) - k \cdot \Delta d Y(s, j-s, k) - \right. \\
 &\quad \left. - g_2 X(s, j-s, k) \right], \\
 Y^*(s, j+1-s, k) &= Y(s, j-s, k) + \Delta t \left[2Z(s, j-s, k)E_i(s, j-s) - k \cdot \Delta d \cdot X(s, j-s, k) - \right. \\
 &\quad \left. - g_2 Y(s, j-s, k) \right], \\
 Z^*(s, j+1-s, k) &= Z(s, j-s, k) - \Delta t \left\{ 2[E_r(s, j-s)X(s, j-s, k) + E_i(s, j-s)Y(s, j-s, k)] + \right. \\
 &\quad \left. + g_1 Z(s, j-s, k) \right\} \quad (\text{П.7})
 \end{aligned}$$

При фиксированных значениях S и J уравнения (П. 6 – П. 7) представляют систему нелинейных алгебраических уравнений, связывающих значения искомых величин в соседних узлах сетки. Вычислительная процедура заключается в многократном применении соотно-

шений (П. 6 – П. 7). На первом шаге итерации ($J=0$) вычисляется поле в точке $(S+I, -S)$, инверсия и поляризация в точке $(S, 1-S)$ по известным значениям этих величин в начальный момент времени $(S, -S)$, где S пробегает значения от 0 до NL ($L=NL \cdot Dt$ - длина образца). Следовательно, в результате выполнения первой итерации вычисляются значения E, X, Y, Z по диагонали $J = 1$. Используя их, аналогично находятся значения поля, поляризации и разности населенности на диагонали $J = 2, 3, \dots$ и т.д. При этом каждом шаге итерации допускается ошибка. Для повышения точности интегрирования используем в системе уравнений квадратичную аппроксимацию по шагу интегрирования. При такой аппроксимации на каждом шаге допускается ошибка $O(\Delta t^3)$. Система уравнений в этом случае преобразуется к виду

$$\begin{aligned}
 E_r(s+1, j-s) &= E_r(s, j-s) + 0.5 \cdot \Delta t \left[\Delta d \sum_{k=-Nd}^{Nd} X(s, j-s, k) G(k) - \chi E_r(s, j-s) + \right. \\
 &+ \Delta d \sum_{k=-Nd}^{Nd} X^*(s, j-s, k) \cdot G(k) - \chi E_r^*(s+1, j-s) \left. \right], \\
 E_i(s+1, j-s) &= E_i(s, j-s) + 0.5 \cdot \Delta t \left[\Delta d \sum_{k=-Nd}^{Nd} Y(s, j-s, k) G(k) - \chi E_i(s, j-s) + \right. \\
 &+ \Delta d \sum_{k=-Nd}^{Nd} Y^*(s, j-s, k) G(k) - \chi E_i^*(s, j-s) \left. \right], \tag{П. 8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 X(s, j+1-s, k) &= X(s, j-s, k) + 0.5 \cdot \Delta t \left[\begin{aligned} &2Z(k)E_r - k \cdot \Delta d \cdot Y(k) - g_2 X(k) + \\ &+ 2Z^*(k)E_r^* - k \cdot \Delta d \cdot Y^*(k) - g_2 X^*(k) \end{aligned} \right] (s, j-s), \\
 Y^*(s, j+1-s, k) &= Y(s, j-s, k) + 0.5 \cdot \Delta t \left[\begin{aligned} &2Z(k)E_i - k \cdot \Delta d \cdot X(k) - g_2 Y(k) \\ &+ 2Z^*(k)E_i^* - k \cdot \Delta d \cdot X^*(k) - g_2 Y^*(k) \end{aligned} \right] (s, j-s), \\
 Z^*(s, j+1-s, k) &= Z(s, j-s, k) - 0.5 \cdot \Delta t \left\{ \begin{aligned} &2[E_r X(k) + E_i Y(k)] + g_1 Z(k) + \\ &+ 2[E_r^* X^*(k) + E_i^* Y^*(k)] + g_1 Z^*(k) \end{aligned} \right\} (s, j-s). \tag{П.9}
 \end{aligned}$$

Проводя в уравнениях (П. 8)–(П. 9) замену $S \rightarrow S+I$ получим уравнения, представляющие основу алгоритма системы уравнений (П. 1).

Уравнения для прогнозирования решения

$$\begin{aligned}
 E_r^*(s+1, j-s) &= E_r(s, j-s) + \Delta t \Delta d \sum_{k=-Nd}^{Nd} X(s, j-s, k) G(k) - \chi E_r(s, j-s), \\
 E_i^*(s+1, j-s) &= E_i(s, j-s) + \Delta t \Delta d \sum_{k=-Nd}^{Nd} Y(s, j-s, k) G(k) - \chi E_i(s, j-s),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
X^*(s+1, j-s, k) &= X(s+1, j-(s+1), k) + \Delta t [2Z \cdot E_r - k \cdot \Delta d \cdot Y - g_2 X](s+1, j-(s+1)) \\
Y^*(s+1, j-s, k) &= Y(s+1, j-(s+1), k) + \Delta t [2Z \cdot E_i - k \cdot \Delta d \cdot X - g_2 Y](s+1, j-(s+1)), \\
Z^*(s+1, j-s, k) &= Z(s+1, j-(s+1), k) - \Delta t \{2[E_r X + E_i Y] + g_1 Z\}(s+1, j-(s+1)). \quad (\text{П.10})
\end{aligned}$$

Уравнения для уточнения решения:

$$\begin{aligned}
E_r(s+1, j-s) &= E_r(s, j-s) + 0.5 \cdot \Delta t [\Delta d \sum_{k=-Nd}^{Nd} X(s, j-s, k) G(k) - \chi E_r(s, j-s) + \\
&+ \Delta d \sum_{k=-Nd}^{Nd} X^*(s, j-s, k) \cdot G(k) - \chi E_r^*(s+1, j-s)], \\
E_i(s+1, j-s) &= E_i(s, j-s) + 0.5 \cdot \Delta t [\Delta d \sum_{k=-Nd}^{Nd} Y(s, j-s, k) G(k) - \chi E_i(s, j-s) + \\
&+ \Delta d \sum_{k=-Nd}^{Nd} Y^*(s, j-s, k) G(k) - \chi E_i^*(s, j-s)], \\
X(s+1, j-s, k) &= \{X(k) + 0.5 \cdot \Delta t \left[\begin{aligned} &2Z(k)E_r - k \cdot \Delta d \cdot Y(k) - g_2 X(k) + \\ &2Z(k)E_r^* - k \cdot \Delta d \cdot Y^*(k) - g_2 X^*(k) \end{aligned} \right]\}, (s+1, j-(s+1)) \\
Y(s+1, j-s, k) &= \{Y(k) + 0.5 \cdot \Delta t \left[\begin{aligned} &2Z(k)E_i - k \cdot \Delta d \cdot X(k) - g_2 Y(k) + \\ &+ 2Z^*(k)E_i^* - k \cdot \Delta d \cdot Y^*(k) - g_2 Y^*(k) \end{aligned} \right]\}, (s+1, j-(s+1)), \\
Z(s+1, j-s, k) &= \{Z(k) - 0.5 \cdot \Delta t \left[\begin{aligned} &2[E_r X(k) + E_i Y(k)] + \\ &+ 2[E_r^* X^*(k) + E_i^* Y^*(k)] \end{aligned} \right] + g_1(Z(k) + Z^*(k))\} \quad (\text{П.11})
\end{aligned}$$

Системы уравнений (П. 10) и (П. 11) имеют исправляюще-уточняющий характер. Система уравнений (П.10) служит для получения грубого приближения искомых величин E , X , Y , Z , а по системе уравнений (П.11) проводится уточнение полученных значений. Как видно из системы уравнений (П.10) и (П.11), граничные значения величин X , Y , Z ($s=0$) не могут быть вычислены на основе данных уравнений. Граничные значения X , Y , Z можно вычислить отдельно из уравнений (П. 8) и (П. 9) при $s=0$, т.е.

$$\begin{aligned}
X^*(0, j+1, k) &= X(0, j, k) + \Delta t [2Z(0, j, k)E_r(0, j) - k \cdot \Delta d Y(0, j, k) - g_2 X(0, j, k)], \\
Y^*(0, j+1, k) &= Y(0, j, k) + \Delta t [2Z(0, j, k)E_i(0, j) - k \cdot \Delta d \cdot X(0, j, k) - g_2 Y(0, j, k)], \\
Z^*(0, j+1, k) &= Z(0, j, k) - \Delta t \{2[E_r(0, j)X(0, j, k) + E_i(0, j)Y(0, j, k)] + g_1 Z(0, j, k)\} \\
X(0, j+1, k) &= X(0, j, k) + 0.5 \cdot \Delta t \left[\begin{aligned} &2Z(0, j, k)E_r(0, j) - k \cdot \Delta d \cdot Y(0, j, k) - g_2 X(0, j, k) + \\ &+ 2Z^*(0, j+1, k)E_r^*(0, j+1) - k \cdot \Delta d \cdot Y^*(0, j+1, k) - \\ &- g_2 X^*(0, j+1, k) \end{aligned} \right]
\end{aligned}$$

$$Y^*(0, j+1, k) = Y(0, j, k) + 0.5 \cdot \Delta t \left[\begin{array}{l} 2Z(0, j, k)E_i(0, j) - k \cdot \Delta d \cdot X(0, j, k) - g_2 Y(0, j, k) + \\ + 2Z^*(0, j+1, k)E^*(0, j+1) - k \cdot \Delta d \cdot X^*(0, j+1, k) - \\ - g_2 Y^*(0, j+1, k) \end{array} \right]$$

$$Z^*(0, j+1, k) = Z(0, j, k) - 0.5 \cdot \Delta t \cdot \left\{ \begin{array}{l} 2[E_i(0, j)X(0, j, k) + E_i(0, j)Y(0, j, k)] + g_1 Z(0, j, k) + \\ + 2[E_r^*(0, j+1)X^*(0, j+1, k) + E_r^*(0, j+1)Y^*(0, j+1, k)] + \\ + g_1 Z^*(0, j, k) \end{array} \right\}. \quad (\text{П.12})$$

Системы уравнений (П. 10) и (П. 11) совместно с начальными (П. 2) и (П. 4) и граничными (П. 5) условиями составляют алгоритм решения системы укороченных Максвелла – Блоха, основанный на исправленном методе Эйлера.

Метод прогноза и коррекции. В качестве прогноза используем трехточечный метод второго порядка. Согласно диаграмме вычислений (сеточной схеме) показанной на рис. 2.1 (а, з) имеем

$$E_r^*(s+2, j-s) = E_r(s, j-s) + 2\Delta t \Delta d \sum_{k=-Nd}^{Nd} X(s+1, j-s, k)G(k) - \chi E_r(s+1, j-s),$$

$$E_i^*(s+2, j-s) = E_i(s, j-s) + 2\Delta t \Delta d \sum_{k=-Nd}^{Nd} Y(s+1, j-s, k)G(k) - \chi E_i(s+1, j-s),$$

$$X^*(s+2, j-s, k) = X(s+2, j-(s+2), k) + 2\Delta t [2Z \cdot E_r - k \cdot \Delta d \cdot Y - g_2 X](s+2, j-1-s, k)$$

$$Y^*(s+2, j-s, k) = Y(s+2, j-(s+2), k) + 2\Delta t [2Z \cdot E_i - k \cdot \Delta d \cdot X - g_2 Y](s+2, j-1-s, k),$$

$$Z^*(s+2, j-s, k) = Z(s+2, j-(s+2), k) - 2\Delta t \{2[E_r X + E_i Y] + g_1 Z\}(s+2, j-1-s, k). \quad (\text{П.13})$$

Здесь S принимает значения 1, 2, 3, 4 ... N_L , индекс k не относится к сеточным функциям E_r и E_i . Коррекция проводится по системе разностных уравнений

$$E_r^{i+1}(s+1, j-s) = E_r(s, j-s) + 0.5 \cdot \Delta t [\Delta d \sum_{k=-Nd}^{Nd} X(s, j-s, k)G(k) - \chi E_r(s, j-s) +$$

$$+ \Delta d \sum_{k=-Nd}^{Nd} X^{i+1}(s, j-s, k) \cdot G(k) - \chi E_r^{i+1}(s+1, j-s)],$$

$$E_i^{i+1}(s+1, j-s) = E_i(s, j-s) + 0.5 \cdot \Delta t [\Delta d \sum_{k=-Nd}^{Nd} Y(s, j-s, k)G(k) - \chi E_i(s, j-s) +$$

$$+ \Delta d \sum_{k=-Nd}^{Nd} Y^{i+1}(s+1, j-s, k)G(k) - \chi E_i^{i+1}(s+1, j-s)],$$

$$\begin{aligned}
 X^{i+1}(s, j+1-s, k) &= \{X(k) + 0.5 \cdot \Delta t \left[\begin{aligned} &[2Z(k)E_r - k \cdot \Delta d \cdot Y(k) - g_2 X(k)](s, j-s) + \\ &[2Z^{i+1}(k)E_r^{i+1} - k \cdot \Delta d \cdot Y^{i+1}(k) - g_2 X^{i+1}(k)](s, j+1-s) \end{aligned} \right]\} \\
 Y^{i+1}(s, j+1-s, k) &= \{Y(s, j-s, k) + 0.5 \cdot \Delta t \left[\begin{aligned} &[2Z(k)E_i - k \cdot \Delta d \cdot X(k) - g_2 Y(k)](s, j-s) + \\ &+[2Z^{i+1}(k)E_i^{i+1} - k \cdot \Delta d \cdot Y^{i+1}(k) - g_2 Y^{i+1}(k)](s, j+1-s) \end{aligned} \right]\} \\
 Z^{i+1}(s, j+1-s, k) &= \{Z(s, j-s, k) - 0.5 \cdot \Delta t \left. \begin{aligned} &2[E_r X(k) + E_i Y(k)](s, j-s) + \\ &+2[E_r^{i+1} X^{i+1}(k) + E_i^{i+1} Y^{i+1}(k)](s, j+1-s) \end{aligned} \right\}. \quad (\text{П.14})
 \end{aligned}$$

Системы уравнений (П. 13) и (П. 14) имеют исправляюще-уточняющий характер. Система уравнений (П. 13) служит для получения грубого приближения искомых величин E , X , Y , Z , а по системе уравнений (П. 14) проводится уточнение полученных значений. Из уравнений (П. 13)–(П. 14) следует, что для вычисления функций A , R , r на втором слое $2-s$ в уравнениях для прогноза решения, нам неизвестны значения функций A , R , r слоя $l-s$. Поэтому на первом шаге значения A , $R_{j,i}$, r_{2l} на характеристике $l-s$ и на границе $s=l$ необходимо определять из разностных уравнений аппроксимирующих систему уравнений (П.1) по исправленному методу Эйлера.

П. 1.2. ПРОГРАММА МОДЕЛИРОВАНИЯ КОГЕРЕНТНЫХ ПРОЦЕССОВ (СВЕРХИЗЛУЧЕНИЯ, КОГЕРЕНТНОГО УСИЛЕНИЯ, СВЕТОВОГО ЭХА) В ПРИМЕСНЫХ КРИСТАЛЛАХ

```

PROGRAM SUPER
С С УЧЕТОМ НЕОДНОРОДНОГО УШИРЕНИЯ В ЕДИНИЦАХ  $\Omega^{-1}$ 
С ИСПОЛЬЗОВАН ИСПРАВЛЕННЫЙ МЕТОД ЭЙЛЕРА
С ЕДИНИЦА ИЗМЕРЕНИЯ ОМЕГА
REAL*8 IZ(400,6),SPECTR(400),SPECTR0(400),ZL(200,6),st(400),
  *DOP(60),DZ(60,5),Z(800,60),Z1(60),Z2(60),tt,am(100),INT(100),
  *Z_(800,60)
COMPLEX*8 R(800,60),A(800),aa(800),r22(800,60),E1(800),
  *R_(800,60),A_(800),A0(800),A1(800),
  *R1(60),SPEC(400),SPEC1(400),RS(60),R2(60),E(800)
COMPLEX*8 A2,RK,RK1,W1,AT2,DJK
REAL*8 DD,GD,DGD,B,TP,SGM,ARG,AMP,nmax
OPEN(2,FILE='SPECTR0.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(3,FILE='DOPLER.DAT',STATUS='UNKNOWN')

```

```

OPEN(4,FILE='ST.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(7,FILE='KOGER.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(8,FILE='Z.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(9,FILE='IN.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(10,FILE='A0.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(11,FILE='A1.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(12,FILE='SPECTR.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(13,FILE='NEOD1.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(14,FILE='NEOD2.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(1,FILE='SOMEGA',STATUS='OLD')
READ(1,*) T,AL,DT,DS,GD,g2,TP,B,m,ND,t12,t23, Z0,X0,Y0

```

С ВХОДНЫЕ ПАРАМЕТРЫ

С Т - ВРЕМЯ ПРОЦЕССА, (20-500)

С AL - ДЛИНА ОБРАЗЦА, (1-20)

С DT - ШАГ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ПО ВРЕМЕНИ И ДЛИНЕ, (0.005-0.01)

С DS - ШАГ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ФУРЬЕ
С СПЕКТРА

С GD - ДИСПЕРСИЯ НЕОДНОРОДНОГО КОНТУРА,

С G2 - ВЕЛИЧИНА ОДНОРОДНОГО УШИРЕНИЯ,

С TP - ДЛИТЕЛЬНОСТЬ ВХОДНОГО

С ИМПУЛЬСА НА ПОЛОВИНЕ ВЫСОТЫ,

С 2*В - КОЭФФИЦИЕНТ ЗАДАЮЩАЯ ПЛОЩАДЬ ИМПУЛЬСА

С M - ПАРАМЕТР РАВНЫЙ ЕДИНИЦЕ,

С ND - ЧИСЛО УЗЛОВ ПО НЕОДНОРОДНОМУ КОНТУРУ, ПРИ
С ОТСУТСТВИИ НЕОДНОРОДНОГО КОНТУРА ND=1

С T12,T23 - ВРЕМЯ ЗАДЕРЖКИ МЕЖДУ ПЕРВЫМ И

С ВТОРЫМ ВОЗБУЖДАЮЩИМИ ИМПУЛЬСАМИ

С Z0 - НАЧАЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ ИНВЕРСИИ АТОМНОЙ СИСТЕ-
МЫ

С X0-НАЧАЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ АТОМНОЙ СИСТЕ-
ТЕМЫ

С Y0 - НАЧАЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ АТОМНОЙ

С СИСТЕМЫ ($R0=X0+iY0$)

PI=3.1415926

N1=20./DT

N2=32./DT

N3=44./dt

N4=80./DT

```

T0=TP*2.5
DD=2.5*GD/ND
W1=CMPLX(0.0,1.0)
C=0.0
AMAX=0.0
M1=M
WRITE(6,2)T,AL,ND,DT,dd,DS,G2,GD,T0,TP,B,M,t2
2 FORMAT (' T=',G12.5/, ' AL=',G12.5/, ' ND=',I5/, ' DT=',G12.5/,
* ' DD=',G12.5/, ' DS=',G12.5/, ' G2=',G12.5/, ' GD=',E12.5/,
* ' T0=',E12.5/, ' TP=',E12.5/, ' B=',E12.5/, ' M=',I5/
* ' T2=',G10.5)
NL=AL/DT
NT=T/DT
IB=NT/200
NB=NT/IB
NLL=NL-1
J0=T0/DT
DO 3 K=1,2*ND-1
DGD=-(((K-ND)*DD)/GD)**2/2
DOP(K)=EXP(DGD)/(GD*SQRT(2.*PI))
IF (ND.EQ.1) DOP(K)=1.0
3 CONTINUE
IF(ND.EQ.1) DD=1.0
C DO 55 LL=1,1
С ЗАДАНИЕ НАЧАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПОЛЯ И ПОЛЯРИЗАЦИИ
DO 4 I=1,NL
DO 5 K=1,2*ND
Z(I,K)=Z0
5 R(I,K)=CMPLX(X0,Y0)
ST(I)=0.0
4 A(I)=CMPLX(0.0,0.0)
DO 52 I=1,NB
DO 51 K=1,6
51 AIZ(I,K)=0.0
52 CONTINUE
JGR=1
L=1
DO 6 J=1,400

```

```

    SPEC1(J)=CMPLX(0.,0.)
6 SPEC(J)=CMPLX(0.,0.)
    DO 62 I=1,400
    DO 62 K=1,6
61 ZL(I,K)=0.0
62 CONTINUE
    D2=1.-DT*G2
    SE=0.0
    SI=0.0
    S0=0.0
    S=0.0
    SEIN=0.0
    Z0=0.0
    DC=1.-DT*C
    NLL=NL-1
С ВЫЧИСЛЕНИЕ
    SGM=TP/2.355
    SGM1=SGM
    AMP=B*PI/(SQRT(2*PI)*SGM)
    AMP1=AMP
    AMAX=0.0
    DO 7 J=1,NT
С A(1)=CMPLX(0.,0.)
    ZT=0.0
    J1=J0*2
    J2=T12/DT
    J3=J2+3*J0
    J4=J2+4*J0
    ARG=0.0
С ЗАДАНИЕ ГРАНИЧНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ДЛЯ ПОЛЯ
С ARG=B*2.64/(TP*COSH(2.64*DT*(J-J0)/TP))
С A(1)=CMPLX(ARG,0.0)
    IF(J.LE.J1) ARG=DT*(J-J0)/SGM
    IF(J.LE.J1) A(1)=CMPLX(AMP*EXP(-(ARG*ARG)/2),0.0)
С IF(J.GE.J1) A(1)=CMPLX(AMP*EXP(-0.5*DT*(J-J3))*DT*(J-J3)
С */(SGM*SGM)),0.0)
С IF(J.GE.J4) A(1)=CMPLX(AMP1*EXP(-0.5*DT*(J-(J4+J1)))*DT*(J-(J4+J1))
С **SGM1*SGM1),0.0)

```

```

      DO 8 K=1,2*ND-1
8 R1(K)=R(1,K)
      DO 9 I=1,NLL
      E1(I+1)=A(I+1)
      A0(I)=CMPLX(0.,0.)
      DO 10 K=1,2*ND-1
      DK=DD*(K-ND)
      RS(K)=R1(K)
      R1(K)=R(I+1,K)
      Z_(I+1,K)=Z(I+1,K)-DT*(REAL(R1(K)*CONJG(A(I+1)))
      *+A(I+1)*CONJG(R1(K))))
      R_(I+1,K)=R1(K)+DT*(2*Z(I+1,K)*A(I+1)+W1*DK*R1(K))
10 A0(I)=A0(I)+RS(K)*DOP(K)*DD
      A_(I+1)=A(I)+DT*A0(I)
9 CONTINUE
С ОДНОШАГОВАЯ КОРРЕКЦИЯ
      DO 99 I=1,NLL
      A1(I)=CMPLX(0.,0.)
      A2=A_(I+1)
      AA(I)=A2
      ZLL=0.0
      DO 11 K=1,2*ND-1
      Z2(K)=Z_(I+1,K)
      R2(K)=R_(I+1,K)
      DKT=DD*(K-ND)
      RR=R(I+1,K)+DT*(Z(I+1,K)*A(I+1)+Z2(K)*A2)+0.5*(W1*DKT*
      *(R(I+1,K)+R2(K))-G2*(R(I+1,K)+R2(K)))
      Z(I+1,K)=Z(I+1,K)-0.5*DT*REAL((R(I+1,K)*CONJG(A(I+1))+
      *CONJG(R(I+1,K))*A(I+1)+R2(K)*CONJG(A2)+A2*CONJG(R2(K))))
      R(I+1,K)=RR
      IF(J.EQ.NT) GO TO 101
      GO TO 102
101 IF (K.EQ.1) ZL(I+1,1)=Z(I+1,1)
      IF (K.EQ.3) ZL(I+1,2)=Z(I+1,3)
      IF (K.EQ.5) ZL(I+1,3)=Z(I+1,5)
      IF (K.EQ.7) ZL(I+1,4)=Z(I+1,7)
      IF (K.EQ.9) ZL(I+1,5)=Z(I+1,9)
      IF (K.EQ.10) ZL(I+1,6)=Z(I+1,10)

```

```

C WRITE(3,*) I*DT,ZL(I+1,5),ZL(I+1,10),ZL(I+1,15),ZL(I+1,20)
  ZLL=ZLL+DD*DOP(K)*(Z(I+1,K)+0.5)
102 CONTINUE
11 A1(I+1)=A1(I+1)+R_(I,K)*DOP(K)*DD
  ZAL=ZLL
  IF (J.EQ.NT) ZT=ZT+ZAL/NLL
  ST(I)=ST(I)+DT*REAL(A(I))
99 E(I+1)=0.5*(A(I)+AA(I)+DT*(A0(I)+A1(I)))
  DO 12 I=1,NLL
12 A(I+1)=E(I+1)
  S0=S0+DT*CABS(A(1))**2/AL
  SI=SI+DT*CABS(A(NL))**2/AL
  SE=SE+2*DT*REAL(A(NL))
  SEIN=SEIN+2*DT*REAL(A(1))
C ВЫЧИСЛЕНИЕ ГРАНИЧНЫХ ЗНАЧЕНИЙ
  DO 13 K=1,2*ND-1
  DKT=DD*(K-ND)
  RK=R(1,K)
  ZK=Z(1,K)
  RK1=RK*D2+DT*(A(1)*ZK+W1*DKT*RK)
  ZK1=ZK-DT*(REAL(CONJG(A(1))*RK+CONJG(RK)*A(1)))
  R(1,K)=0.5*(RK+RK1)+0.5*DT*(W1*DKT*(RK1+RK)+2*ZK1*A(1))
  Z(1,K)=0.5*(ZK+ZK1)-DT*0.5*(REAL(CONJG(A(1))*
    *RK1+A(1)*CONJG(RK1)))
C ВЫЧИСЛЕНИЕ ОШИБОК ОГРАНИЧЕНИЯ
C F1=0.2*REAL(R(NLL,ND)-R2(ND))
C F2=0.2*REAL(Z(NLL,ND)-Z2(ND))
C F3=0.2*REAL(A(NLL)-AA(NLL))
C IF(F1.NE.0.0) F11=F1
C IF(F2.NE.0.0) F22=F2
C IF(F3.NE.0.0) F33=F3
C ФОРМИРОВАНИЕ ВЫХОДНЫХ ФАЙЛОВ С РАСШИРЕНИЕМ DAT
  IF(J.EQ.N1) WRITE(3,*) DKT,(Z(NLL,K)+0.5)*DOP(K)
C IF(J.EQ.NT) WRITE(13,*) DKT,(Z(NLL,K)+0.5)*DOP(K)
C IF(J.EQ.N3) WRITE(14,*) DKT,(Z(NLL,K)+0.5)*DOP(K)
C IF(J.EQ.N4) WRITE(4,*) DKT,(Z(NLL,K)+0.5)*DOP(K)
  13 CONTINUE
C SPECTR

```

```

WRITE(6,40) J,Z(NLL,ND)+0.5
С ВЫЧИСЛЕНИЕ ФУРЬЕ СПЕКТРА
DO 14 K=1,400
DJK=CMPLX(0.0,DT*J*DS*(K-200))
SPEC1(K)=SPEC1(K)+DT*A(1)*CEXP(DJK)
14 SPEC(K)=SPEC(K)+DT*A(NL)*CEXP(DJK)
С ФОРМИРОВАНИЕ МАССИВОВ ДЛЯ ВЫДАЧИ
JJ=MOD(J+IB,IB)
IF(JJ.EQ.0) GO TO 15
GO TO 7
15 AIZ(L,1)=L
AIZ(L,2)=REAL(A(1))
AIZ(L,3)=REAL(A(NLL))
AIZ(L,5)=CABS(A(NLL))**2/AL
AIZ(L,4)=REAL(2*Z(NLL,ND)+1)*0.5
AIZ(L,6)=CABS(A(1))**2/AL
С IF(AIZ(L,5).GE.AMAX) AMAX=AIZ(L,5)
С IF(AIZ(L,5).LT.AMAX) AMAX=AMAX
L=L+1
7 CONTINUE
С AM(LL)=AMAX
С ВЫЧИСЛЕНИЕ СПЕКТРА ИЗЛУЧЕНИЯ
DO 16 K=1,400
TS=(K-200)*DS
SPECTR(K)=CABS(SPEC(K))**2/(2*PI*AL)
SPECTR0(K)=CABS(SPEC1(K))**2/(2*PI*AL)
WRITE(12,*) TS,SPECTR(K)
WRITE(2,*) TS,SPECTR0(K)
16 S=S+DS*SPECTR(K)/AL
С WRITE(6,20) SI,SEIN,SE,ZLL,ZT,S
ZC0=S0+1.
ZCT=SI+ZT
WRITE(7,20) ZC0,ZCT,SEIN,SE,ZLL,ZT,S,G2,GD,B,AL,M,TP,T0,
* ND,DD,DS
С ФОРМИРОВАНИЕ ДАТОВСКИХ ФАЙЛОВ ДЛЯ ПРОГРАММЫ
С GRAFER
DO 30 L=1,NB
TT=L*DT*IB

```

```

WRITE(8,*) TT,AIZ(L,4)
WRITE(9,*) TT,AIZ(L,5)
WRITE(10,*) TT,AIZ(L,2)
WRITE(11,*) TT,AIZ(L,3)
C WRITE(4,*) TT,AIZ(L,6)
30 CONTINUE
C ФОРМИРОВАНИЕ ДАТОВСКИХ ФАЙЛОВ ДЛЯ ПРОГРАММЫ
C MICROCAL ORIGIN
DO 34 I=1,NL
WRITE(14,*) (Z(I,K),K=1,2*ND)
34 CONTINUE
20 FORMAT (' ZC0=',G10.5,
* ' ZCT=',G10.5,
* ' SEIN=',G10.4,
* ' SE=',G11.5//,2X,
* ' Z0=',G10.4,
* ' ZT=',G10.4,
* ' S=',G10.4/,
* ' G2=',G10.4,
* ' GD=',G10.4,
* ' TETA=',G10.4,
* ' L=',G10.5/,
* ' M1=',I4,
* ' TP=',G10.4,
* ' T0=',G10.4/,
* ' ND=',I4,
* ' DD=',G10.4,
* ' DS=',G10.4,
* ' T2=',G8.2)
32 FORMAT (E5.3,4X,E12.5)
31 FORMAT (E5.3,4X,G10.5)
40 FORMAT (4X,I4,3E12.5)
STOP
END

```

Пример входных параметров для задачи когерентного усиления УКИ света (задается в файле SOMEGA).

20	7	0.01	0.05	0.5	0.05	1.6	0.25	1	30	1.0	2.0	0.5	0.0	0.0
T	AL	DT	DS	GD	g_2	TP	B	m	ND	t_{12}	t_{13}	ZO	XO	XO

П. 1.3. ПРОГРАММА МОДЕЛИРОВАНИЯ КОГЕРЕНТНЫХ ПРОЦЕССОВ

(сверхфлуоресценции, когерентного усиления, светового эха)

program SUPER1

С МЕТОД ПРОГНОЗА И КОРРЕКЦИИ(ДЛЯ ПРОГНОЗА
С ИСПОЛЬЗУЮТСЯ ЦЕНТРАЛЬНЫЕ РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ,
С ДЛЯ КОРРЕКЦИИ - ДВЕ ИТЕРАЦИИ)
С ШАБЛОН СЕТКИ КРЕСТ , ЕДИНИЦА ИЗМЕРЕНИЯ TR
С ПРОГРАММА УСТОЙЧИВА ПРИ ШАГЕ ИНТЕГРИРОВАНИЯ
C Dt=0.01t_R⁻¹

```
REAL*8 IZ(200,6),SPECTR(200),SPECTR0(200),ZL(200,6),st(200),
* DOP(200),Z(200,200),Z1(200),Z2(200),tt,am(200),INT(200)
* ,Z_(200,200),ZZ(200,200),ZTT(200,200),RTT(200,200)
COMPLEX*8 RR(200,200),AA(200),F(200),AE(200)
COMPLEX*8 R(200,200),A(200),R_(200,200),A_(200),aa_(200),
*R1(200),SPEC(200),SPEC1(200),RS(200),R2(200),E(200)
COMPLEX*8 A0,A1,A2,A3,RK,RK1,W1,AT2,DJK
REAL*8 DD,GD,DGD,B1,B2,B3,TP1,TP2,TP3,SGM1,SGM2,SGM3,ARG,
* AMP1,AMP2,AMP3,AMM,T12,T23,TE,G2,AL,NMAX,ZZZ
OPEN(2,FILE='SPECTR0.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(3,FILE='DOPLER.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(4,FILE='R(WT).DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(7,FILE='PCE21.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(8,FILE='Z.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(9,FILE='IN.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(10,FILE='A0.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(11,FILE='A1.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(12,FILE='SPECTR.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(13,FILE='Z(WT).DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(14,FILE='ZR(WX).DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(1,FILE='PCE21',STATUS='OLD')
```

С ВХОДНЫЕ ПАРАМЕТРЫ

С T- ВРЕМЯ ПРОЦЕССА,

С AL- ДЛИНА ОБРАЗЦА,

С DT - ШАГ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ПО ВРЕМЕНИ И ДЛИНЕ,

С DS - ШАГ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ФУРЬЕ

С СПЕКТРА,

C GD- ДИСПЕРСИЯ НЕОДНОРОДНОГО КОНТУРА,
 C G2 - ВЕЛИЧИНА ОДНОРОДНОГО УШИРЕНИЯ,
 C TP1,TP2,TP3 - ДЛИТЕЛЬНОСТИ ВОЗБУЖДАЮЩИХ
 C ИМПУЛЬСОВ НА ПОЛОВИНЕ ВЫСОТЫ,
 C B1,B2,B3 - КОЭФФИЦИЕНТЫ ЗАДАЮЩИЕ ПЛОЩАДЬ
 C ВОЗБУЖДАЮЩИХ ИМПУЛЬСОВ,
 C M - ПАРАМЕТР РАВНЫЙ ЕДИНИЦЕ,
 C ND - ЧИСЛО УЗЛОВ ПО НЕОДНОРОДНОМУ КОНТУРУ,
 C T12,T23 - ВРЕМЯ ЗАДЕРЖКИ МЕЖДУ ПЕРВЫМ И
 C ТЕ - ПАРАМЕТР НЕ РАВНЫЙ НУЛЮ
 C ВТОРЫМ ВОЗБУЖДАЮЩИМИ ИМПУЛЬСАМИ
 C Z0 - НАЧАЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ ИНВЕРСИИ АТОМНОЙ СИСТЕ-
 МЫ
 C X0 - НАЧАЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ АТОМНОЙ
 C СИСТЕМЫ
 C Y0 - НАЧАЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ АТОМНОЙ
 C СИСТЕМЫ (R0=X0+IY0)

```

    READ(1,*) T,AL,DT,DS,GD,G2,TP,TP2,TP3,B1,B2,B3,M,ND,T12,T23,TE,
      * Z0,X0,Y0
    PI=3.1415926
    T0=TP*3.0
    DD=2.5*GD/ND
    W1=CMPLX(0.0,1.0)
    C=0.0
    G22=1.
    AMAX=0.0
    M1=M
    WRITE(6,2)T,AL,ND,DT,DD,DS,G2,GD,T0,TP,B,M,T2
  2 FORMAT (' T=',G12.5/, ' AL=',G12.5/, ' ND=',I5/, ' DT=',G12.5/,
    * ' DD=',G12.5/, ' DS=',G12.5/, ' G2=',G12.5/, ' GD=',E12.5/,
    * ' T0=',E12.5/, ' TP=',E12.5/, ' B=',E12.5/, ' M=',I5/
    * ' T2=',G10.5)
    NL=AL/DT
    NT=T/DT
    IB=NT/100
    NB=NT/IB
    NLL=NL-1
    J0=T0/DT+1
  
```

С НЕОДНОРОДНЫЙ КОНТУР ЛИНИИ ЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ

```
DO 3 K=1,2*ND-1
DGD=-(((K-ND)*DD)/GD)**2/2
DOP(K)=EXP(DGD)/(GD*SQRT(2.*PI))
IF (ND.EQ.1) DOP(K)=1.0
```

```
3 CONTINUE
```

```
IF(ND.EQ.1) DD=1.0
```

С - ЗАДАНИЕ НАЧАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПОЛЯ, ИНВЕРСИИ И *ПОЛЯРИЗАЦИИ АТОМНОЙ СИСТЕМЫ

```
DO 4 I=1,NL
```

```
ST(I)=0.0
```

```
DO 5 K=1,2*ND
```

```
Z(I,K)=Z0
```

```
5 R(I,K)=CMPLX(X0,Y0)
```

```
4 A(I)=CMPLX(0.0,0.0)
```

```
DO 19 K=1,2*ND
```

```
WRITE(3,*) (ND-K)*DD,DOP(K)
```

```
19 CONTINUE
```

```
DO 52 I=1,NB
```

```
DO 51 K=1,6
```

```
51 AIZ(I,K)=0.0
```

```
52 CONTINUE
```

```
JGR=1
```

```
L=1
```

```
DO 6 J=1,200
```

```
SPEC1(J)=CMPLX(0.,0.)
```

```
6 SPEC(J)=CMPLX(0.,0.)
```

```
D2=1.-DT*G2
```

```
SE=0.0
```

```
SI=0.0
```

```
S0=0.0
```

```
S=0.0
```

```
SEIN=0.0
```

```
Z0=0.0
```

```
DC=1.-DT*C
```

```
NLL=NL-1
```

```
SGM=TP/2.355
```

```
SGM2=TP2/2.355
```

```

SGM3=TP3/2.355
AMP1=PI/(SQRT(2*PI)*SGM)
AMP2=PI/(SQRT(2*PI)*SGM2)
AMP3=PI/(SQRT(2*PI)*SGM3)
AMAX=0.0
ARG=0.0
NLE=NL

```

С ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗНАЧЕНИЙ R,Z НА ПЕРВОМ СЛОЕ

*ПО МЕТОДУ ЭЙЛЕРА

```
ARG=DT*(1-J0)/SGM
```

```
A(1)=CMPLX(B1*AMP1*EXP(-(ARG*ARG)/2),0.0)
```

```
DO 41 K=1,2*ND
```

```
41 R1(K)=R(1,K)
```

```
DO 42 I=1,NLL
```

```
A0=CMPLX(0.,0.)
```

```
A1=CMPLX(0.,0.)
```

```
DO 43 K=1,2*ND
```

```
DK=DD*(K-ND)
```

```
RS(K)=R1(K)
```

```
R1(K)=R(I,K)
```

```
ZZ(I,K)=Z(I,K)-0.5*DT*(REAL(R(I,K)*CONJG(A(I))
```

```
*+A(I)*CONJG(R(I,K))))
```

```
RR(I,K)=R(I,K)+DT*(Z(I,K)*A(I)+W1*DK*R(I,K)-G2*R(I,K))
```

```
43 A0=A0+RS(K)*DOP(K)*DD
```

```
AE(I+1)=A(I)+DT*A0
```

```
42 CONTINUE
```

```
DO 46 I=1,NLL
```

```
AA(I+1)=AE(I+1)
```

```
46 CONTINUE
```

С ВЫЧИСЛЕНИЕ

```
J1=J0*2
```

```
J2=T12/DT
```

```
J3=J2+3*J0
```

```
J4=(T12+T23)/DT+4*J0
```

```
DO 7 J=2,NT
```

```
IF(J.GE.J1.AND.J.LE.J2) G2=G22
```

```
IF(J.GE.J2) G2=0.0
```

```
JJ=MOD(J+IB,IB)
```

```

ZT=0.0
ARG=0.0
С ЗАДАНИЕ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ
IF(J.LE.J1) ARG=DT*(J-J0)/SGM
IF(J.LE.J1) AA(1)=CMPLX(B1*AMP1*EXP(-(ARG*ARG)*0.5),0.0)
IF(J.GT.J1) AA(1)=CMPLX(B2*AMP2*EXP(-0.5*DT*(J-J3)*DT*(J-J3)
* /((SGM2*SGM2)),0.0)
IF(J.GT.J4) AA(1)=CMPLX(B3*AMP3*EXP(-0.5*DT*(J-(J4+J0))*
*DT*(J-(J4+J0)))/(SGM3*SGM3),0.0)
A(1)=AA(1)
С ПРОГНОЗ R,Z ПО ШАБЛОНУ КРЕСТА
DO 8 K=1,2*ND
8 R1(K)=RR(1,K)
DO 9 I=1,NLL
A0=CMPLX(0.,0.)
A1=CMPLX(0.,0.)
A3=CMPLX(0.,0.)
DO 10 K=1,2*ND
DK=DD*(K-ND)
RS(K)=R1(K)
R1(K)=RR(I,K)
Z2(K)=Z(I,K)-DT*(REAL(RR(I,K)*CONJG(AA(I))
*+AA(I)*CONJG(RR(I,K))))
R2(K)=R(I,K)+2*DT*(ZZ(I,K)*AA(I)+W1*DK*RR(I,K)-G2*RR(I,K))
IF(I.NE.1) A0=A0+RS(K)*DOP(K)*DD
IF(I.EQ.1) A0=A0+RR(I,K)*DOP(K)*DD
10 CONTINUE
IF(I.NE.1) A2=A(I-1)+2*DT*A0
IF(I.EQ.1) A2=A(I)+DT*A0
ZLL=0.0
С ПЕРВЫЙ ШАГ КОРРЕКЦИИ
DO 11 K=1,2*ND
DKT=DD*(K-ND)
R_(I,K)=RR(I,K)+0.5*DT*(ZZ(I,K)*AA(I)+Z2(K)*A2+W1*DKT*
*(RR(I,K)+R2(K))-G2*(RR(I,K)+R2(K)))
Z_(I,K)=ZZ(I,K)-0.25*DT*REAL(RR(I,K)*CONJG(AA(I))+
*CONJG(RR(I,K))*AA(I)+R2(K)*CONJG(A2)+CONJG(R2(K))*A2)
R(I,K)=RR(I,K)

```

```

Z(I,K)=ZZ(I,K)
RR(I,K)=R_(I,K)
ZZ(I,K)=Z_(I,K)
11 A3=A3+R2(K)*DOP(K)*DD
С ВТОРОЙ ШАГ КОРРЕКЦИИ
DO 12 K=1,2*ND
DKT=DD*(K-ND)
R_(I,K)=R(I,K)+0.5*DT*(ZZ(I,K)*AA(I)+Z(I,K)*A2+W1*DKT*
*(RR(I,K)+R(I,K))-G2*(RR(I,K)+R(I,K)))
Z_(I,K)=Z(I,K)-0.25*DT*REAL(RR(I,K)*CONJG(AA(I))+
*CONJG(RR(I,K))*AA(I)+R(I,K)*CONJG(A2)+CONJG(R(I,K))*A2)
R(I,K)=RR(I,K)
Z(I,K)=ZZ(I,K)
RR(I,K)=R_(I,K)
ZZ(I,K)=Z_(I,K)
IF(I.EQ.NLL.AND.JJ.EQ.0) KK=J/IB
IF(I.EQ.NLL.AND.JJ.EQ.0) ZTT(KK,K)=(ZZ(NLL,K)+0.5)
IF(I.EQ.NLL.AND.JJ.EQ.0) RTT(KK,K)=IMAG(RR(NLL,K))
IF(J.EQ.NT) GO TO 101
GO TO 102
101 BB=0
ZLL=ZLL+DD*DOP(K)*(Z(I,K)+0.5)
102 CONTINUE
12 A1=A1+R(I,K)*DOP(K)*DD
IF (J.EQ.NT) ZT=ZT+ZLL/NLL
ST(I)=ST(I)+DT*REAL(A(I))
E(I+1)=AA(I)+DT*(A0+A1+A3)/3
9 CONTINUE
DO 18 I=1,NLL
A(I+1)=AA(I+1)
18 AA(I+1)=E(I+1)
ZZZ1=ABS(AA(NLL)-A(NLL))
ZZZ2=ABS(A(NLL)-A2)
IF(J.GT.J0) ZZZ=ZZZ1/ZZZ2
S0=S0+DT*CABS(A(1))**2/2
SI=SI+DT*CABS(A(NL))**2/2
SE=SE+DT*REAL(A(NL))
SEIN=SEIN+DT*REAL(A(1))

```

C ВЫЧИСЛЕНИЕ ФУРЬЕ СПЕКТРА

DO 14 K=1,200

DJK=CMPLX(0.0,DT*J*DS*(K-100))

SPEC1(K)=SPEC1(K)+DT*A(1)*CEXP(DJK)

14 SPEC(K)=SPEC(K)+DT*A(NL)*CEXP(DJK)

WRITE(6,*) J

C ФОРМИРОВАНИЕ МАССИВОВ ДЛЯ ВЫДАЧИ

IF(JJ.EQ.0) GO TO 15

GO TO 7

15 AIZ(L,1)=L

AIZ(L,2)=REAL(A(1))

AIZ(L,3)=REAL(A(NLL))

AIZ(L,4)=ZZZ

C AIZ(L,4)=REAL(Z(NLL,ND)+0.5)

AIZ(L,5)=CABS(A(NLL))**2/2

AIZ(L,6)=IMAG(A(NLL))

C AIZ(L,6)=ZZZ2

L=L+1

7 CONTINUE

C 21 CONTINUE

C ВЫЧИСЛЕНИЕ СПЕКТРОВ ВХОДНОГО И ВЫХОДНОГО ПОЛЯ

C ИЗЛУЧЕНИЯ

DO 16 K=1,200

TS=(K-100)*DS

SPECTR(K)=CABS(SPEC(K))**2/(2*PI)

SPECTR0(K)=CABS(SPEC1(K))**2/(2*PI)

WRITE(12,*) TS,SPECTR(K)

C WRITE(2,*) TS,SPECTR0(K)

16 S=S+DS*SPECTR(K)/2

ZC0=S0+1.

ZCT=SI+ZT

WRITE(7,20) zc0,zct,SEIN,SE,ZLL,ZT,S,g2,gd,b1,b2,b3,al,M,

* TP,TP2,TP3,T0,ND,DD,DS,T21+2*T0,T23+2*T0

DO 30 L=1,NB

TT=L*DT*IB

WRITE(8,*) TT,AIZ(L,4)

WRITE(10,*) TT,AIZ(L,2)

WRITE(2,*) TT,AIZ(L,6)

```

30 CONTINUE
  L1=TE/(IB*DT)
  DO 37 L=L1,NB
    TT=L*DT*IB
C WRITE(9,*) TT,AIZ(L,5)
  WRITE(9,*) TT,AIZ(L,6)
  WRITE(11,*) TT,AIZ(L,3)
37 CONTINUE
  DO 33 J=L1,NB
    WRITE(13,*) (ZTT(J,K),K=ND,2*ND)
    WRITE(4,*) (RTT(J,K),K=ND,2*ND)
33 CONTINUE
  DO 35 I=1,NLL
    WRITE(14,*) ((Z(I,K)+0.5),K=ND,2*ND)
C WRITE(14,*) (R(I,K)*CONJG(R(I,K)),K=ND,2*ND)
  35 CONTINUE
  20 FORMAT (' ZC0=',G10.5,/ – ЭНЕРГИЯ СИСТЕМЫ В НАЧАЛЬ-
НЫЙ МОМЕНТ ВРЕМЕНИ
  *' ZCT=',G10.5,/ – ЭНЕРГИЯ В КОНЕЧНЫЙ МОМЕНТ ВРЕМЕНИ
  *' SEIN=',G10.4,/ – ПЛОЩАДЬ ВХОДНЫХ ИМПУЛЬСОВ ПОЛЯ
  *' SE=',G11.5//,2X, ПЛОЩАДЬ ВЫХОДНЫХ ИМПУЛЬСОВ ПОЛЯ
  *' Z0=',G10.4,/ – ИНВЕРСИЯ НАСЕЛЕННОСТИ В НАЧАЛЬНЫЙ
МОМЕНТ ВРЕМЕНИ
  *' ZT=',G10.4,/ – ИНВЕРСИЯ НАСЕЛЕННОСТИ В КОНЕЧНЫЙ
МОМЕНТ ВРЕМЕНИ
  *' S=',G10.4/,
  *' G2=',G10.4,/ – ПОПЕРЕЧНАЯ РЕЛАКСАЦИЯ
  *' GD=',G10.4/- ДИСПЕРСИЯ НЕОДНОРОДНОГО ГАУССОВСКОГО
  * КОНТУРА
  *' ТЕТА1=',G10.4/,
  *' ТЕТА2=',G10.4/,
  *' ТЕТА3=',G10.4/,
  *' L=',G10.5/,
  *' M1=',I4/,
  *' TP1=',G10.4/,
  *' TP2=',I4/,
  *' TP3=',G10.4/,
  *' T0=',G10.4/,

```



```

*ND='I4,/ – ЧИСЛО ТОЧЕК НА ПОЛОВИНЕ НЕОДНОРОДНОГО
* КОНТУРА
*DD='G10.4,/ – ШАГ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ПО НЕОДНОРОДНОМУ
* КОНТУРУ
* DS='G10.4,/
* T12='G10.4,/ – ЗАДЕРЖКА МЕЖДУ ПЕРВЫМ И ВТОРЫМ
* ИМПУЛЬСАМИ
* ' T23='G10.4 – ЗАДЕРЖКА МЕЖДУ ВТОРЫМ И ТРЕТЬИМ
* ИМПУЛЬСАМИ ПОЛЯ)
32 FORMAT (E5.3,4X,E12.5)
31 FORMAT (E5.3,4X,G10.5)
STOP
END

```

П. 1.4. ПРАКТИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО КОМПЛЕКСА ПРОГРАММ

Оценка времени счета и необходимой памяти ЭВМ для расчета задачи. Оценим максимальное значение памяти ОЗУ современных ЭВМ типа IBM, которое необходимо для хранения сеточных функций и расчетное время решения разностных уравнений Максвелла – Блоха и их модификаций.

Максимальная безразмерная длина протяженной системы образца составляет примерно $L = 20c\Omega$. Шаг интегрирования $dt = 0.01c\Omega$, тогда имеем $N_x = L/dt = 2000$ точек по длине. Число сеточных функций в каждой точке (с учетом комплексности уравнений) для системы уравнений (1.53) равно 6. Общее число сеточных функций на первом слое тогда будет равна 12000. Учет неоднородного уширения приводит к увеличению числа сеточных функций в каждой точке на число разбиений по неоднородному контуру. Для хорошей аппроксимации неоднородного контура линии люминесценции, как показывает вычислительный эксперимент, число точек по неоднородному контуру должно быть не менее 50, тогда общее число сеточных функций для одного слоя равно 600000. Для метода Эйлера необходимо запоминание сеточных функций на первом и втором слое. Для трехточечного и четырехточечного, соответственно, – трех- и четырех слоев.

Таким образом, при решении разностных уравнений Максвелла – Блоха:

- для метода Эйлера необходимо 1200000 ячеек памяти – 1.2 Мбт,
- для трехточечного шаблона 1.8 Мбт,
- для четырехточечного шаблона 2.4 Мбт памяти ОЗУ.

При использовании двойной точности вычислений используемая память увеличивается примерно в два раза для каждого метода. Для модифицированных уравнений Максвелла – Блоха для трехуровневой среды, число сеточных функций в каждой точке увеличивается еще в два раза.

Использование языка PASCAL приводит к затруднениям, связанным с использованием памяти машины, с необходимостью организации динамической памяти, что усложняет составление программы для решения систем уравнений. Поэтому разработка программных продуктов производилась на языке FORTRAN, в которой возможно использование всей памяти ОЗУ. Время расчета в NDP - FORTRANe для параметров:

- длина образца $L = 5c \Omega$;
- время процесса $T = 100\Omega$;
- шаг интегрирования по времени и длине $dt = 0.01c\Omega$;
- число узлов по неоднородному контуру $N = 50$

составляет примерно 2 часа для IBM 486DX (ОЗУ – 8Мбт) и 10 минут для Pentium III (ОЗУ – 64Мбт) .

Масштабирование. Для проведения вычислений необходимо произвести перевод размерных параметров эксперимента в безразмерные.

Формулы масштабирования:

$$\Omega = \left(\frac{2\pi\omega_0 N_0 \mu^2}{\hbar} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\mu}{\hbar} \sqrt{2\pi N_0 \hbar \omega_0} - \text{первый способ}, \quad (\text{П. 15})$$

$$\tau_R = \frac{\hbar c}{4\pi\omega_0 N_0 \mu^2 L} = c / 2L \Omega^2 - \text{второй способ}. \quad (\text{П. 16})$$

Здесь ω^0 – резонансная частота перехода, N_0 – плотность возбужденных атомов, L – длина образца, c – скорость света.

Дипольный момент перехода определяется из формулы

$$\mu^2 = \frac{3h\lambda^3}{64\pi^4 \tau_0} \eta \delta. \quad (\text{П.17})$$

Вычисление частоты Раби. Подставляя (П. 17) в (П. 15) получим

$$\Omega = \left(\frac{3}{8\pi^2} \frac{N_0 c \lambda^2 \eta \delta}{\tau_0} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ первый способ.} \quad (\text{П. 18})$$

Из соотношения Фридберга-Хартмана $\frac{T_2^*}{n\tau_R} = \frac{2Ln}{c} \frac{T_2^*}{\Omega^2} = \alpha L$ имеем

$$\Omega = \sqrt{\frac{\alpha c}{2nT_2^*}} - \text{второй способ,} \quad (\text{П. 19})$$

где α – коэффициент усиления на единицу длины.

Приравнявая (П. 18) и (П. 19) имеем соотношение для определения плотности инверсии в усилителе:

$$N_0 = \frac{4\pi^2}{3} \frac{\alpha \tau_0}{\lambda^2 T_2^*}. \quad (\text{П. 20})$$

Вывод расчетной формулы для определения пиковой интенсивности

Площадь входного импульса поля в усилитель можно определить приближенно из формулы

$$\theta_0 = \frac{\mu}{\hbar} E \cdot T_p, \quad (\text{П. 21})$$

где T_p – длительность импульса на половине высоты, E – пиковое значение поля спектрально-ограниченного импульса излучения из генератора. Тогда пиковое значение интенсивности на входе усилителя можно определить по формуле

$$J = \frac{nc}{8\pi} E^2 = \frac{nc}{8\pi} \left(\frac{\hbar \theta}{\mu t} \right)^2, \quad (\text{П. 22})$$

а на выходе из усилителя по формуле

$$J = \frac{c}{4\pi} |\vec{E} \times \vec{H}| = \tilde{A}^2 N_0 \hbar \omega_0 \nu \quad (\text{П. 23})$$

или

$$J = \frac{nc}{8\pi} \left(\frac{\hbar}{\mu} 2\tilde{A}\Omega \right)^2, \quad (\text{П. 24})$$

где $\tilde{A} = nA$ – безразмерная амплитуда поля полученная из численного решения уравнений Максвелла, ν – скорость света в среде.

Пример расчета пиковой интенсивности в кристалле граната.

Параметры эксперимента: $n = 1.82$, $\mu = 4 \cdot 10^{-20}$ СГСЕ, $T_2^* = 20$ пс, $\alpha L = 6$, $T_p = 80$ пс. Масштабную единицу времени при плотности возбуждения атомов $N_0 = 10^{17}$ см³ можно найти из формул (П. 17) или (П. 18). Она равна примерно $\Omega^{-1} = 50$ пс. Тогда пиковая интенсивность излучения из усилителя определяется по формуле (П. 24) и равна $J = 240 * A$ Мвт/см².

Вывод оценочной формулы для определения площади поля.

Параметры эксперимента по когерентному усилению в кристалле рубина: $n = 1.76$, $\mu = 2 \cdot 10^{-20}$ СГСЕ, $T_2^* = 10$ пс, $\alpha L = 5$, $T_p = 20$ пс, $t_0 = 3.5 \cdot 10^{-3}$ с, $N_0 = 10^{17}$ см³. Расчет из формулы (П.17) дает значение $\Omega^{-1} = 45$ пс.

Расчетная формула для поля E следует из формулы (П. 22)

$$E = 2.18 * 10^{-5} \sqrt{J} \text{ Вм/см}^3.$$

Из формулы (П. 21) с учетом параметров эксперимента имеем

$$\theta_0 = 8 \cdot 10^{-9} \sqrt{J}.$$

Значение J можно оценить из энергии W спектрально-ограниченного импульса $J = W / (S * T_p)$, S – поперечное сечение импульса. В эксперименте по когерентному усилению в рубине $W = 0.02$ Дж, $S = 0.02$ см², тогда значение площади будет равна $\theta_0 \approx \pi$. Аналогично можно оценить площадь входного поля и для эксперимента в кристалле граната.

**ПРОГРАММА МОДЕЛИРОВАНИЯ КОГЕРЕНТНЫХ ПРОЦЕССОВ
В СРЕДАХ С РАСЩЕПЛЕНИЕМ НИЖНЕГО УРОВНЯ
И УЧЕТОМ НЕОДНОРОДНОГО УШИРЕНИЯ**

PROGRAM SSE51

С ДИПОЛЬНЫЙ МОМЕНТ D21=0

С ПРИ ПРОГНОЗЕ ИСПОЛЬЗУЕТСЯ ШАБЛОН КРЕСТА

С ЦЕНТРАЛЬНЫЕ РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ ВТОРОГО ПОРЯДКА

С ВАРИАНТ ОДНОШАГОВОЙ КОРРЕКЦИИ(УСТОЙЧИВОСТЬ
ДОСТИГАЕТСЯ

С ПРИ ШАГЕ ИНТЕГРИРОВАНИЯ DT= 0.01T_R)

С ЕДИНИЦА ИЗМЕРЕНИЯ TR

INTEGER I,K,J,JJ,NT,L,ND,KD,J0,J1,IB,NB,JG,KL,KN

REAL RXY(81),XXX(200),AINT(201,2),SP1(401),SP2(401),СПЕКТР(401),

*RR(201,3),A1(200),A2(200),F1(200),F2(200),R33(200,81),

*R22(200,81),R11(200,81),X32(200,81),Y32(200,81),X31(200,81),

*Y31(200,81),X212(81),Y212(81),X322(81),Y322(81),X312(81),

*Y312(81),X21(200,81),Y21(200,81),Z322(81),Z312(81),X31S(81),

*AA1(200),AA2(200),FF1(200),FF2(200),RR33(200,81),

*RR22(200,81),RR11(200,81),XX32(200,81),YY32(200,81),

*XX31(200,81),P3(200),P2(200),P1(200),

*YY31(200,81),XX21(200,81),YY21(200,81),

*A1_(200),A2_(200),F1_(200),F2_(200),R33_(200,81),

*R22_(200,81),R11_(200,81),X32_(200,81),Y32_(200,81),

*X31_(200,81),RK1(200,81),RK2(200,81),RK3(200,81),RK4(200,81),

*RK5(200,81),

*Y31_(200,81),X21_(200,81),Y21_(200,81),

*X32S(81),Y31S(81),Y32S(81),R332(81),R222(81),R112(81),G(81),

*X321(81),Y311(81),Y321(81),X311(81),X211(81),Y211(81)

С ОТКРЫТИЕ ВЫХОДНЫХ ФАЙЛОВ

```

OPEN(2,FILE='CR1(WT).DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(3,FILE='CR2(WT).DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(7,FILE='CCE.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(8,FILE='CR3(WT).DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(9,FILE='CINT.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(10,FILE='CA0.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(11,FILE='CA1.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(12,FILE='CSPECTR.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(4,FILE='CR1(WX).DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(5,FILE='CR2(WX).DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(13,FILE='CR3(WX).DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(14,FILE='CKON2.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(15,FILE='R2INTEG.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(1,FILE='INPCCE',STATUS='OLD')

```

С ПАРАМЕТРЫ ПОЛЯ И АТОМНОЙ СИСТЕМЫ ЗАДАЮТСЯ В
*ФАЙЛЕ INPCCE

```

READ(1,*)T,AL,DT,DS,BETA1,BETA2,BETA3,TP1,TP2,TP3,W21,KN,
* G31,G32,GD,G3,G3231,AM,T2,T3

```

30 FORMAT(2X,'T=',G10.5/, – ВРЕМЯ ПРОЦЕССА

*' AL=',G12.5/, - ДЛИНА ОБРАЗЦА

*' W21=',G12.5/, – ВЕЛИЧИНА РАСЩЕПЛЕНИЯ

*' KN=',I4/,-ЧИСЛО ТОЧЕК НА ПОЛОВИНЕ НЕОДНОРОДНОГО
ГО КОНТУРА

*' G31=',G12.5/, – ПОПЕРЕЧНАЯ РЕЛАКСАЦИЯ ПЕРЕХОДА 3-1

*' G32=',G12.5/, - ПОПЕРЕЧНАЯ РЕЛАКСАЦИЯ ПЕРЕХОДА 3-2

*' G3=',G12.5/, – ПРОДОЛЬНАЯ РЕЛАКАЦИЯ

*' GD=',G12.5/, – ДИСПЕРСИЯ ГАУССОВСКОГО НЕОДНОРОДНОГО
КОНТУРА

*' AM=',G12.5/, – ОТНОСИТЕЛЬНЫЙ ДИПОЛЬНЫЙ МОМЕНТ

*' A0=',G12.5/, - ПЛОЩАДЬ ВХОДНОГО ИМПУЛЬСА ПОЛЯ

*' A1=',G12.5/, – ПЛОЩАДЬ ВЫХОДНОГО ИМПУЛЬСА ПОЛЯ

*' S0=',G12.5/, - ПЛОЩАДЬ ВХОДНОГО ИМПУЛЬСА ИНТЕНСИВНОСТИ

*' S1=',G12.5/, – ПЛОЩАДЬ ВЫХОДНОГО ИМПУЛЬСА ИНТЕНСИВНОСТИ

*' SP=',G12.5/, – ПЛОЩАДЬ ПОД СПЕКТРОМ ВЫХОДНОГО ИМПУЛЬСА ПОЛЯ

*' BETA1=',G12.5/, – ПАРАМЕТР, ЗАДАЮЩИЙ ПЛОЩАДЬ

ПЕРВОГО ИМПУЛЬСА

*' ВЕТА2=' ,G12.5/,- ПАРАМЕТР ЗАДАЮЩИЙ ПЛОЩАДЬ ВТОРОГО ИМПУЛЬСА

*' ВЕТА3=' ,G12.5/,- ПАРАМЕТР ЗАДАЮЩИЙ ПЛОЩАДЬ ТРЕТЬЕГО ИМПУЛЬСА

*' TP1=' ,G12.5/,- ДЛИТЕЛЬНОСТЬ ПЕРВОГО ИМПУЛЬСА

*' TP2=' ,G12.5/,- ДЛИТЕЛЬНОСТЬ ВТОРОГО ИМПУЛЬСА

*' TP3=' ,G12.5/ - ДЛИТЕЛЬНОСТЬ ТРЕТЬЕГО ИМПУЛЬСА)

GS=1.0

GM=AM*GS

T0=3*TP1

NT=T/DT

IB=NT/200

IF (IB.EQ.0) IB=1

NB=NT/IB

KL=AL/DT

DD=4.*(GD/KN)

IF(KN.EQ.1) DD=1

J0=T0/DT

JW=W21/DD

G21=0.0

JS=20./DT

С ФОРМАТ ВЫДАЧИ ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМЫ И ВХОДНОГО ПОЛЯ

32 FORMAT(2X,I5,4G12.4)

31 FORMAT(2X,2G12.5)

С ЗАДАНИЕ ВИДА НЕОДНОРОДНОГО КОНТУРА

DO 21 K=1,2*KN+1

DGD=0.5*((K-KN)*DD/GD)**2

G(K)=EXP(-DGD)/(GD*SQRT(2*3.1415))

IF(KN.EQ.1) G(K)=1.

WRITE(14,*) (K-KN)*DD,G(K)

21 CONTINUE

С ЗАДАНИЕ НАЧАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ И С НАСЕЛЕННОСТИ УРОВНЕЙ

DO 2 I=1,KL

A1(I)=0

A2(I)=0

```

DO 3 K=1,2*KN-1
R33(I,K)=0.0
R22(I,K)=0.0
R11(I,K)=1.0
X32(I,K)=0.0
Y32(I,K)=0.0
X31(I,K)=0.0
Y31(I,K)=0.0
X21(I,K)=0.0
3 Y21(I,K)=0.0
2 CONTINUE
DO 4 I=1,201
AINT(I,1)=0.0
AINT(I,2)=0.0
DO 5 K=1,3
5 RR(I,K)=0.0
4 CONTINUE
DO 6 I=1,400
SP1(I)=0.0
SP2(I)=0.0
6 SPEKTR(I)=0.0
G21=0.0
S0=0.0
SI=0.0
A0=0.0
AI=0.0
L=0
SP=0.0
Z1=0.0
Z2=0.0
JG=0
SAL=2.355
J1=J0*3
ARG1=BETA1*3.14152*SAL/(SQRT(6.283)*TP1)
ARG2=BETA2*3.14152*SAL/(SQRT(6.283)*TP2)
ARG3=BETA3*3.14152*SAL/(SQRT(6.283)*TP3)
DTP=-J0*DT/TP1
A1(1)=ARG1*EXP(-(SAL*DTP)**2/2)

```



```

A2(1)=0.0
IG2=17./DT
G311=0
G321=0
DO 41 K=1,2*KN-1
X32S(K)=X32(1,K)
X31S(K)=X31(1,K)
Y32S(K)=Y32(1,K)
41 Y31S(K)=Y31(1,K)
С ВЫЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ НА 1 СЛОЕ (ПО ВРЕМЕНИ)
DO 42 I=1,KL-1
A1I=A1(I)
A2I=A2(I)
E01=0.0
E02=0.0
E1=0.0
E2=0.0
E3=0.0
E4=0.0
DO 43 K=1,2*KN-1
DK=(K-KN)*DD
X321(K)=X32S(K)
X311(K)=X31S(K)
Y321(K)=Y32S(K)
Y311(K)=Y31S(K)
X32S(K)=X32(I,K)
X31S(K)=X31(I,K)
Y32S(K)=Y32(I,K)
Y31S(K)=Y31(I,K)
Y21K=Y21(I,K)
X21K=X21(I,K)
X32K=X32(I,K)
X31K=X31(I,K)
Y32K=Y32(I,K)
Y31K=Y31(I,K)
R331=R33(I,K)
R221=R22(I,K)
R111=R11(I,K)

```

$AM1=AM*A1I$
 $AM2=AM*A2I$
 $XY1=A1I*X31K+A2I*Y31K$
 $XY2=A1I*X32K+A2I*Y32K$
 $ZK32=R33(I,K)-R22(I,K)$
 $ZK31=R33(I,K)-R11(I,K)$
 $RR22(I,K)=R22(I,K)+2*DT*AM*XY2$
 $IF(W21.EQ.0) RR22(I,K)=0.0$
 $RR11(I,K)=R11(I,K)+2*DT*XY1$
 $RR33(I,K)=1.-R22(I,K)-R11(I,K)$
 $XX32(I,K)=X32K+0.5*DT*(AM1*ZK32-(X21K*A1I+Y21K*A2I))-DT*Y32K*(W21+DK)-DT*X32K*G321$
 $YY32(I,K)=Y32K+0.5*DT*(AM2*ZK32-X21K*A2I+Y21K*A1I)+DT*X32K*(W21-DK)-DT*Y32K*G321$
 $XX31(I,K)=X31K+0.5*DT*(A1I*ZK31-X21K*AM1+Y21K*AM2)+Y31K*DK*DT-DT*X31K*G311$
 $YY31(I,K)=Y31K+0.5*DT*(A2I*ZK31-Y21K*AM1-X21K*AM2)-DT*X31K*DK-DT*Y31K*G311$
 $XX21(I,K)=X21K+DT*W21*Y21K+0.5*DT*(AM*XY1+XY2)-2*DT*X21K*G21$
 $YY21(I,K)=Y21K-DT*W21*X21K+0.5*DT*(AM1*Y31K-AM2*X31K-A1I*Y32K+A2I*X32K)-2*DT*Y21K*G21$
 $RR22(I,K)=R22(I,K)+0.5*DT*(RR22(I,K)+R22(I,K))$
 $RR11(I,K)=R11(I,K)+0.5*DT*(RR11(I,K)+R11(I,K))$
 $RR33(I,K)=1.-R22(I,K)-R11(I,K)$
 $XX32(I,K)=X32K+0.5*DT*(X32K+XX32(I,K))$
 $YY32(I,K)=Y32K+0.5*DT*(Y32K+YY32(I,K))$
 $XX31(I,K)=X31K+0.5*DT*(X31K+XX31(I,K))$
 $YY31(I,K)=Y31K+0.5*DT*(Y31K+YY31(I,K))$
 $XX21(I,K)=X21K+0.5*DT*(X21K+XX21(I,K))$
 $YY21(I,K)=Y21K+0.5*DT*(Y21K+YY21(I,K))$
 $IF(W21.EQ.0) XX32(I,K)=0.0$
 $IF(W21.EQ.0) YY32(I,K)=0.0$
 $IF(W21.EQ.0) XX21(I,K)=0.0$
 $IF(W21.EQ.0) YY21(I,K)=0.0$
 $E01=E01+DD*(X311(K)+GM*X321(K))*G(K)$
 $E02=E02+DD*(Y311(K)+GM*Y321(K))*G(K)$

43 CONTINUE

$$FF1(I+1)=A1(I)+DT*E01$$

42 FF2(I+1)=A2(I)+DT*E02

DO 44 I=1,KL-1

$$AA1(I+1)=FF1(I+1)$$

$$AA2(I+1)=FF2(I+1)$$

$$AA1(1)=A1(1)$$

$$AA2(1)=A2(1)$$

$$J2=3*J0+T2/DT$$

$$J3=5*J0+T2/DT+T3/DT$$

44 CONTINUE

С ВЫЧИСЛЕНИЕ ПО СЕТКЕ

$$IG3=18./DT$$

$$IG2=18./DT$$

DO 7 J=2,NT

$$JJ=MOD(J+IB,IB)$$

$$IF(J.GE.IG3) G331=G3-0.08$$

$$IF(J.GE.30/DT) G331=0.0$$

$$IF(J.GE.IG3) G332=G3-0.02$$

$$IF(J.GE.30/DT) G332=0.0$$

$$IF(J.GE.IG3) G33=G3$$

$$IF(J.GE.30/DT) G33=0.0$$

$$IF(J.GE.IG2) G31=G3231$$

$$IF(J.GE.IG2) G32=G3231$$

$$IF(J.GE.30/DT) G31=0.0$$

$$IF(J.GE.30/DT) G32=0.0$$

С ЗАДАНИЕ ВИДА ВХОДНОГО ПОЛЯ

$$IF(J.LE.J1) DTP=SAL*(J-J0)*DT/TP1$$

$$IF(J.LE.J1) A1(1)=ARG1*EXP(-DTP**2/2)$$

$$IF(A1(1).LE.1.E-10) A1(1)=0.0$$

$$IF(J.GE.2*J0) DTP=SAL*(J-J2)*DT/TP2$$

$$IF(J.GE.2*J0) A1(1)=ARG2*EXP(-DTP**2/2)$$

$$IF(A1(1).LE.1.E-10) A1(1)=0.0$$

$$IF(J.GE.J2+J0) DTP=SAL*(J-J3)*DT/TP3$$

$$IF(J.GE.J2+J0) A1(1)=ARG3*EXP(-DTP**2/2)$$

$$IF(A1(1).LE.1.E-10) A1(1)=0.0$$

$$A2(1)=0.0$$

С ПРОГНОЗ ПО РАЗНОСТНОЙ СХЕМЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА

DO 18 K=1,2*KN-1
X32S(K)=XX32(1,K)
X31S(K)=XX31(1,K)
Y32S(K)=YY32(1,K)

18 Y31S(K)=YY31(1,K)

С НАЧАЛО СЧЕТА ПО ДЛИНЕ ОБРАЗЦА

DO 9 I=1,KL-1

E1=0.0

E2=0.0

E3=0.0

E4=0.0

DO 10 K=1,2*KN-1

DK=(K-KN)*DD

X321(K)=X32S(K)

X311(K)=X31S(K)

Y321(K)=Y32S(K)

Y311(K)=Y31S(K)

X32S(K)=XX32(I,K)

X31S(K)=XX31(I,K)

Y32S(K)=YY32(I,K)

Y31S(K)=YY31(I,K)

Y21K=Y21(I,K)

X21K=X21(I,K)

X32K=X32(I,K)

X31K=X31(I,K)

Y32K=Y32(I,K)

Y31K=Y31(I,K)

R331=R33(I,K)

R221=R22(I,K)

R111=R11(I,K)

AM1=AM*AA1(I)

AM2=AM*AA2(I)

XY1=AA1(I)*XX31(I,K)+AA2(I)*YY31(I,K)

XY2=AA1(I)*XX32(I,K)+AA2(I)*YY32(I,K)

ZK32=RR33(I,K)-RR22(I,K)

ZK31=RR33(I,K)-RR11(I,K)

R33_(I,K)=R331-2*DT*(XY1+AM*XY2)-DT*G33*R331

R22_(I,K)=R221+2*DT*AM*XY2+DT*G332*R331

$R11_ (I,K)=R111+2*DT*XY1+DT*G331*R331$
 $X32_ (I,K)=X32K+DT*(AM1*ZK32-(XX21(I,K)*AA1(I)+$
 $*YY21(I,K)*AA2(I)-2*XX32(I,K)*G32)-2*YY32(I,K)*(W21-DK))$
 $Y32_ (I,K)=Y32K+DT*(AM2*ZK32-XX21(I,K)*AA2(I)$
 $*+YY21(I,K)*AA1(I)-2*YY32(I,K)*G32+2*XX32(I,K)*(W21-DK))$
 $X31_ (I,K)=X31K+DT*(AA1(I)*ZK31-XX21(I,K)*AM1$
 $*+YY21(I,K)*AM2-2*XX31(I,K)*G31+2*YY31(I,K)*DK)$
 $Y31_ (I,K)=Y31K+DT*(AA2(I)*ZK31-YY21(I,K)*AM1$
 $*-XX21(I,K)*AM2-2*YY31(I,K)*G31-2*XX31(I,K)*DK)$
 $X21_ (I,K)=X21K+DT*(2*W21*YY21(I,K)+AM*XY1+XY2)$
 $*-4*DT*XX21(I,K)*G21$
 $Y21_ (I,K)=Y21K+DT*(-2*W21*XX21(I,K)+AM1*YY31(I,K)$
 $*-AM2*XX31(I,K)-AA1(I)*YY32(I,K)+AA2(I)*XX32(I,K))$
 $*-4*DT*YY21(I,K)*G21$
 $IF(W21.EQ.0) R22_ (I,K)=0.0$
 $IF(W21.EQ.0) X32_ (I,K)=0.0$
 $IF(W21.EQ.0) Y32_ (I,K)=0.0$
 $IF(W21.EQ.0) X21_ (I,K)=0.0$
 $IF(W21.EQ.0) Y21_ (I,K)=0.0$
 $IF(I.GT.1) E1=E1+DD*(XX31(I,K)+GM*XX32(I,K))*G(K)$
 $IF(I.GT.1) E2=E2+DD*(YY31(I,K)+GM*YY32(I,K))*G(K)$
 $IF(I.EQ.1) E1=E1+DD*(X311(K)+GM*X321(K))*G(K)$
 $IF(I.EQ.1) E2=E2+DD*(Y311(K)+GM*Y321(K))*G(K)$
 $Y21(I,K)=YY21(I,K)$
 $X21(I,K)=XX21(I,K)$
 $X32(I,K)=XX32(I,K)$
 $X31(I,K)=XX31(I,K)$
 $Y32(I,K)=YY32(I,K)$
 $Y31(I,K)=YY31(I,K)$
 $R33(I,K)=RR33(I,K)$
 $R22(I,K)=RR22(I,K)$
10 $R11(I,K)=RR11(I,K)$
 $IF(I.GT.1) F11=A1(I-1)+2*DT*E1$
 $IF(I.GT.1) F21=A2(I-1)+2*DT*E2$
 $IF(I.EQ.1) F11=A1(I)+DT*E1$
 $IF(I.EQ.1) F21=A2(I)+DT*E2$
 $P3(I)=0.0$
 $P2(I)=0.0$

$$P1(I)=0.0$$

С ОДНОШАГОВАЯ КОРРЕКЦИЯ

С ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ И НАСЕЛЕННОСТИ УРОВНЕЙ

$$DO 35 K=1,2*KN-1$$

$$DK=(K-KN)*DD$$

$$Y21K=Y21_(I,K)$$

$$X21K=X21_(I,K)$$

$$X32K=X32_(I,K)$$

$$X31K=X31_(I,K)$$

$$Y32K=Y32_(I,K)$$

$$Y31K=Y31_(I,K)$$

$$R331=ABS(R33_(I,K))$$

$$R221=ABS(R22_(I,K))$$

$$R111=ABS(R11_(I,K))$$

$$AM1=AM*F11$$

$$AM2=AM*F21$$

$$XY1=F11*X31_(I,K)+F21*Y31_(I,K)$$

$$XY2=F11*X32_(I,K)+F21*Y32_(I,K)$$

$$ZK32=R33_(I,K)-R22_(I,K)$$

$$ZK31=R33_(I,K)-R11_(I,K)$$

$$R33_(I,K)=0.5*(RR33(I,K)+R331)-0.5*DT*(XY1+AM*XY2+G33*R331)$$

$$R22_(I,K)=0.5*(RR22(I,K)+R221)+0.5*DT*(AM*XY2+G332*R331)$$

$$R11_(I,K)=0.5*(RR11(I,K)+R111)+0.5*DT*(XY1+G331*R331)$$

$$X32_(I,K)=0.5*(X32K+XX32(I,K))+0.25*DT*(AM1*ZK32-*(X21K*F11+Y21K*F21-2*X32K*G32)-2*Y32K*(W21-DK))$$

$$Y32_(I,K)=0.5*(Y32K+YY32(I,K))+0.25*DT*(AM2*ZK32-X21K*F21$$

$$*+Y21K*F11-2*Y32K*G32+2*X32K*(W21-DK))$$

$$X31_(I,K)=0.5*(X31K+XX31(I,K))+0.25*DT*(F11*ZK31-X21K*AM1$$

$$*+Y21K*AM2-2*X31K*G31+2*Y31K*DK)$$

$$Y31_(I,K)=0.5*(Y31K+YY31(I,K))+0.25*DT*(F21*ZK31-Y21K*AM1$$

$$*-X21K*AM2-2*Y31K*G31-2*X31K*DK)$$

$$X21_(I,K)=0.5*(X21K+XX21(I,K))+0.25*DT*(2*W21*Y21K+AM*XY1+XY2)*-2*DT*X21K*G21$$

$$Y21_(I,K)=0.5*(Y21K+YY21(I,K))+0.25*DT*(-2*W21*X21K+$$

```

+AM1*Y31K
*-AM2*X31K-F11*Y32K+F21*X32K)
*-2*Dt*y21k*g21
IF(I.EQ.KL-1) RXY(K)=0.5*R22_(I,K)**2+0.5*R11_(I,K)**2
*+X31_(I,K)**2+X32_(I,K)**2+Y31_(I,K)**2+Y32_(I,K)**2
*+y21_(i,k)**2+x21_(i,k)**2+0.5*r33_(i,k)**2
IF(W21.EQ.0) R22_(I,K)=0.0
IF(W21.EQ.0) X32_(I,K)=0.0
IF(W21.EQ.0) Y32_(I,K)=0.0
IF(W21.EQ.0) X21_(I,K)=0.0
IF(W21.EQ.0) Y21_(I,K)=0.0
E3=E3+DD*(X31K+GM*X32K)*G(K)
E4=E4+DD*(Y31K+GM*Y32K)*G(K)
YY21(I,K)=Y21_(I,K)
XX21(I,K)=X21_(I,K)
XX32(I,K)=X32_(I,K)
XX31(I,K)=X31_(I,K)
YY32(I,K)=Y32_(I,K)
YY31(I,K)=Y31_(I,K)
RR33(I,K)=ABS(R33_(I,K))
RR22(I,K)=ABS(R22_(I,K))
RR11(I,K)=ABS(R11_(I,K))
P3(I)=P3(I)+R33(I,K)*G(K)*DD
P2(I)=P2(I)+R22(I,K)*G(K)*DD
P1(I)=P1(I)+R11(I,K)*G(K)*DD

```

С ФОРМИРОВАНИЕ ДВУМЕРНЫХ МАССИВОВ ДЛЯ ВЫДАЧИ

```

IF(I.EQ.KL-1.AND.JJ.EQ.0) KK=J/IB
IF(I.EQ.KL-1.AND.JJ.EQ.0) RK1(KK,K)=R11(I,K)
IF(I.EQ.KL-1.AND.JJ.EQ.0) RK2(KK,K)=R22(I,K)
IF(I.EQ.KL-1.AND.JJ.EQ.0) RK3(KK,K)=R33(I,K)
IF(I.EQ.KL-1.AND.JJ.EQ.0) RK4(KK,K)=X31_(I,K)*X31_(I,K)
*+Y31_(I,K)*Y31_(I,K)
IF(I.EQ.KL-1.AND.JJ.EQ.0) RK5(KK,K)=X32_(I,K)*X32_(I,K)
*+Y32_(I,K)*Y32_(I,K)

```

35 CONTINUE

С ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОЛЯ

```

F1_(I+1)=0.5*(F11+AA1(I)+DT*E3)
F2_(I+1)=0.5*(F21+AA2(I)+DT*E4)

```

9 CONTINUE

DO 12 I=1,KL-1

A1(I+1)=AA1(I+1)

A2(I+1)=AA2(I+1)

AA1(I+1)=F1_(I+1)

AA2(I+1)=F2_(I+1)

12 CONTINUE

AA1(1)=A1(1)

AA2(1)=A2(1)

С ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ ПОЛЯ ВХОДНОГО И ВЫХОДНОГО
*СИГНАЛА

A0=A0+DT*A1(1)

AI=AI+DT*A1(KL)

С ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ВХОДНОГО
*И ВЫХОДНОГО СИГНАЛА

S0=S0+DT*A1(1)*A1(1)/2.

SI=SI+DT*A1(KL)*A1(KL)/2.

WRITE(6,32) J,R22(KL-1,KN),A1(1),

*R33(KL,KN)+R22(KL,KN)+R11(KL,KN),RXY(KN)

13 CONTINUE

С ВЫЧИСЛЕНИЕ ФУРЬЕ СПЕКТРА ВЫХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

DO 14 K=1,300

W=DS*(K-200)*DT*J

IF(J.GE.27/DT.AND.J.LE.32/DT)

* SP1(K)=SP1(K)+DT*(A1(KL)*COS(W)-A2(KL)*SIN(W))

IF(J.GE.27/DT.AND.J.LE.32/DT)

* SP2(K)=SP2(K)+DT*(A2(KL)*COS(W)+A1(KL)*SIN(W))

14 CONTINUE

С ФОРМИРОВАНИЕ ВЫХОДНЫХ МАССИВОВ

IF(JJ.EQ.0) GOTO 15

GOTO 7

15 L=L+1

AINT(L,1)=A1(1)

AINT(L,2)=A1(KL-1)

RR(L,1)=P1(KL-1)

RR(L,2)=P2(KL-1)

RR(L,3)=P3(KL-1)

С XXX(L)=AB11

C XXX(L)=RXY(KN)

7 CONTINUE

C ЗАПИСЬ ВЫХОДНЫХ МАССИВОВ В ОТКРЫТЫЕ ФАЙЛЫ

DO 23 L=1,NB

TT=L*DT*IB

WRITE(4,*) TT,RR(L,1)

WRITE(13,*) TT,RR(L,3)

WRITE(15,*) TT,RR(L,2)

C WRITE(8,*) TT,RR(L,3)

WRITE(9,*) TT,AINT(L,2)**2/2.

WRITE(10,*) TT,AINT(L,1)

WRITE(11,*) TT,AINT(L,2)

23 CONTINUE

C ВЫЧИСЛЕНИЕ СПЕКТРА ИЗЛУЧЕНИЯ

DO 22 I=1,300

SPEKTR(I)=(SP1(I)**2+SP2(I)**2)/6.283

WRITE(12,*) (I-200)*DS,SPEKTR(I)

SP=SP+SPEKTR(I)*DS

22 CONTINUE

C ЗАПИСЬ ВЫХОДНЫХ ДВУХМЕРНЫХ МАССИВОВ

C В ОТКРЫТЫЕ ФАЙЛЫ

C НАСЕЛЕННОСТИ УРОВНЕЙ В ОБРАЗЦЕ ПО

C НЕОДНОРОДНОМУ КОНТУРУ

DO 25 I=1,KL-1

C WRITE(13,*) (R33_(I,K),K=KN-1,2*KN-1)

C WRITE(4,*) (R11_(I,K),K=KN-1,2*KN-1)

WRITE(5,*) (R22_(I,K),K=KN-1,2*KN-1)

C WRITE(13,*) (X31_(I,K)*X31_(I,K)+Y31_(I,K)*Y31_(I,K),

C * K=KN-1,2*KN-1)

C WRITE(4,*) (X32_(I,K)*X32_(I,K)+Y32_(I,K)*Y32_(I,K),

C * K=KN-1,2*KN-1)

25 CONTINUE

C ЗАПИСЬ ВЫХОДНЫХ ДВУХМЕРНЫХ МАССИВОВ В ОТКРЫТЫЕ ФАЙЛЫ

C ДИНАМИКА НАСЕЛЕННОСТИ УРОВНЕЙ ПО

C НЕОДНОРОДНОМУ КОНТУРУ

DO 24 I=1,NB

C WRITE(2,*) (RK1(I,K),K=KN-1,2*KN-1)

```
C WRITE(3,*) (RK2(I,K),K=KN-1,2*KN-1)
  WRITE(8,*) (RK3(I,K),K=KN-1,2*KN-1)
  WRITE(2,*) (RK4(I,K),K=KN-1,2*KN-1)
  WRITE(3,*) (RK5(I,K),K=KN-1,2*KN-1)
24 CONTINUE
С ВЫДАЧА ПАРАМЕТРОВ ВХОДНОГО ПОЛЯ И АТОМНОЙ
С СИСТЕМЫ
  WRITE(7,30) T,AL,W21,KN,G31,G32,G3,GD,
  *AM,A0,AI,S0,SI,SP,BETA1,BETA2,BETA3,TP1,TP2,TP3
  STOP
  END
```

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	3
ГЛАВА 1. МЕТОДИ ЭТАПЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ	7
1.1. Этап построения математической модели.....	8
1.2. Этап выбора метода решения и построения алгоритма моделирования.....	12
1.3. Этап разработки компьютерной вычислительной установки	17
1.4. Этап компьютерного исследования или вычислительного эксперимента.....	21
1.5. Этап обработки и анализа результатов вычислительного эксперимента	22
ГЛАВА 2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ КОГЕРЕНТНЫХ ПРОЦЕССОВ В ПРИМЕСНЫХ КРИСТАЛЛАХ	25
2.1. Полуклассическая теория кооперативных когерентных процессов в излучении.....	27
2.1.1. Укороченная система уравнений Максвелла – Блоха...28	
2.1.2. Однородное и неоднородное уширение.....	30
2.1.3. Приближение медленноменяющихся амплитуд поля и поляризации для одномерной протяженной системы...31	
2.1.4. Приведение системы укороченных уравнений к безразмерному виду.....	34
2.1.5. Начальные и граничные условия для уравнений Максвелла – Блоха.....	37
2.2. Численные методы решения нелинейных систем типа уравнений Максвелла – Блоха.....	38
2.2.1. Методы решения уравнений Максвелла – Блоха и их модификаций.....	40
2.2.2. Сходимость и устойчивость метода прогноза и коррекции.....	44

ГЛАВА 3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЯВЛЕНИЯ СВЕРХИЗЛУЧЕНИЯ ...	50
3.1. Математические модели сверхизлучения.....	53
3.1.1 Автомодельное решение для сверхизлучения.....	53
3.1.2. Сверхизлучение малых систем ($L \leq \lambda$).....	54
3.1.3. Сверхизлучение протяженной системы	
без учета запаздывания ($L \gg \lambda$ и $\frac{L}{c} \ll t_{умт}$).....	58
3.1.4. Пространственно-однородная модель сверхизлучения ...	61
3.1.5. Сверхизлучение протяженной системы с учетом	
запаздывания	64
3.2. Спектр сверхизлучения.....	67
3.3. Влияние фазовой релаксации на сверхизлучение протя-	
женной системы без учета запаздывания	70
3.4. Усиление спонтанной люминесценции (сверхлюми-	
несценция).....	72
3.5. Влияние поперечной релаксации на сверхизлучение	
протяженной системы с учетом запаздывания	76
ГЛАВА 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНДУЦИРОВАННОГО (ТРИГГЕРНОГО)	
СВЕРХИЗЛУЧЕНИЯ	79
4.1. Индуцированное сверхизлучение.....	80
4.2. Влияние фазовой релаксации на индуцированное	
сверхизлучение	83
4.3. Индуцированное сверхизлучение в неоднородно	
уширенной двухуровневой среде	90
4.3.1. Усиление короткого импульса.....	91
4.3.2. Усиление длинного импульса.....	95
4.4. Условия наблюдения сверхизлучения и моделирование	
индуцированного сверхизлучения при селективном	
возбуждении атомов	97
4.5. Моделирование эксперимента по наблюдению сверхизлу-	
чения в кристалле дифенила с пиреном	103
4.6. Моделирование эксперимента по индуцированному	
сверхизлучению	108
ГЛАВА 5. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КООПЕРАТИВНЫХ ЭФФЕКТОВ	
ПРИ НЕКОГЕРЕНТНОЙ НАКАЧКЕ	114
5.1. Построение математической модели кооперативных	
эффектов при некогерентной накачке.....	115

5.1.1. Укороченная система уравнений Максвелла – Блоха с учетом некогерентной накачки трехуровневой схемы	118
5.1.2. Использование приближения медленноменяющихся амплитуд и приведение математической модели к безразмерному виду.....	119
5.1.3. Начальные и граничные условия для уравнений Максвелла – Блоха	122
5.2. Устойчивость и сходимость метода прогноза и коррекции.....	125
5.3. Форма импульса и спектра сверхфлуоресценции при некогерентной накачке.....	128
5.4. Проявление однородного и неоднородного уширения в спектрально-кинетических свойствах сверхфлуоресценции.....	130
5.5. Индуцированное сверхизлучение и когерентное усиление импульсов света при некогерентной накачке	133
ГЛАВА 6. МОДЕЛИРОВАНИЕ КОГЕРЕНТНОГО УСИЛЕНИЯ УЛЬТРАКОРОТКИХ ИМПУЛЬСОВ СВЕТА ($\theta \approx 1$)	137
6.1. Солитонные решения.....	138
6.2. Динамика и спектр когерентного усиления ультракоротких импульсов света.....	142
6.3. Усиление ультракоротких импульсов и автомодельное решение.....	144
6.4. Спектрально-кинетические зависимости когерентного усиления от площади и длительности входного поля.....	148
6.5. Влияние фазовой релаксации на спектрально-кинетические характеристики когерентного усиления.....	152
6.5.1. Влияние поперечной релаксации.....	153
6.5.2. Некогерентное усиление импульсов.....	155
6.6. Компрессия световых импульсов в неоднородно уширенных средах.....	158
6.7. Моделирование эксперимента по когерентному усилению импульсов в кристаллах граната и рубина ($\theta \approx 1$).....	162
6.8. Режимы когерентного усиления.....	167
ГЛАВА 7. МОДЕЛИРОВАНИЕ КОГЕРЕНТНЫХ ПРОЦЕССОВ В СРЕДАХ С РАСЩЕПЛЕНИЕМ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УРОВНЕЙ	171
7.1. Уравнения матрицы плотности для трехуровневых систем..	173

7.2. Укороченные уравнения Максвелла – Блоха с учетом расщепления нижнего уровня атома.....	177
7.3. Вычислительный эксперимент по когерентному усилению импульсов в кристаллах с расщеплением энергетических уровней	181
7.3.1. Начальные и граничные условия	181
7.3.2. Зависимость динамики и спектра выходного импульса от площади входного импульса.....	184
7.3.3. Влияние фазовой релаксации на когерентное усиление в трехуровневой среде	186
7.3.4. Динамика формы импульса и спектра когерентного усиления в зависимости от величины расщепления и соотношения дипольных моментов.....	189
7.4. Сравнение с экспериментом и выводы по численному моделированию когерентного усиления в кристалле рубина.....	195
ГЛАВА 8. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЯВЛЕНИЯ ФОТОННОГО ЭХА В РЕЗОНАНСНЫХ СРЕДАХ	200
8.1. Моделирование фотонного эха в двухуровневых средах	201
8.2. Моделирование стимулированного фотонного эха в кристаллах, имеющих расщепление нижнего уровня примесных центров	205
8.3. Результаты вычислительного эксперимента.....	209
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	216
ЛИТЕРАТУРА	218
ПРИЛОЖЕНИЕ 1	241
ПРИЛОЖЕНИЕ 2	266

Маликов Рамиль Фарукович

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
КООПЕРАТИВНЫХ КОГЕРЕНТНЫХ ЭФФЕКТОВ
В СПЕКТРОСКОПИИ**

Редакторы: *А.Д.Салихова, Д.К.Тажиева*
Компьютерная верстка *А.Л.Гаделовой*

Подписано в печать 28.12.06
Формат 60x84¹/₁₆. Бумага офсетная.
Гарнитура «Таймс». Печать на ризографе.
Усл.печ.л. 16,27. Уч.-изд.л. 16,49.
Тираж 150 экз. Заказ № 164

Издательство «Гилем».
450077, г. Уфа, ул. Кирова, 15
Тел.: (3472) 273-05-93, 272-36-82
gilem@anrb.ru



Отпечатано на оборудовании
издательства «Гилем»
450077, г. Уфа, ул. Кирова, 15
Тел.: (3472) 273-05-93, 272-36-82
gilem@anrb.ru